

**TÜRKİYE'DEKİ SİGORTA MÜKELLEFLERİNİN OPTİMAL
BEYAN ZAMANLARININ BELİRLENMESİ**

Derya GÜLEL

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ**

**TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

AĞUSTOS 2014

ANKARA

Fen Bilimleri Enstitü onayı

Prof. Dr. Osman Eroğul

Müdü

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

Prof. Dr. Tahir HANALİOğLU

Anabilim Dalı Başkanı

Derya GÜLEL tarafından hazırlanan TÜRKİYE’DEKİ SİGORTA MÜKELLEFLERİNİN OPTİMAL BEYAN ZAMANLARININ BELİRLENMESİ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. N. Onur BAKIR

Yrd. Doç. Dr. Salih TEKİN

Birinci Tez Danışmanı

İkinci Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

Başkan : Doç. Dr. Kadir Ertoğral

Üye : Doç. Dr. N. Onur BAKIR

Üye : Yrd. Doç. Dr. İsrail Bahçeci

Tez Bildirimi

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Derya GÜLEL

Üniversitesi : TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Enstitü : Fen Bilimleri

Ana Bilim Dalı : Endüstri Mühendisliği

Tez Danışmanları : Doç.Dr. Niyazi Onur BAKIR

Yrd.Doç.Dr. Salih TEKİN

Tez Türü ve Tarihi : Yüksek Lisans- Ağustos 2014

Derya GÜLEL

**TÜRKİYE’DEKİ SİGORTA MÜKELLEFLERİNİN OPTİMAL BEYAN
ZAMANLARININ BELİRLENMESİ**

ÖZET

Sigorta firmaları, sigortalıları kaza geçmişlerine göre indirim sınıflarına ayırmaktadırlar. Bir yıl içerisinde sigorta firmasına yapılan talepler doğrultusunda sigortalılar bir sonraki yıl farklı indirim sınıfında yer almaktadırlar. Sigortalının kaza sonrası iki alternatifi vardır. Birinci alternatif sigortalının kaza bedelini kendisinin karşılaması ve bu sayede bir sonraki yıl daha yüksek indirim sınıfında yer almasıdır. Sigortalı bu alternatifi seçerse bir sonraki yıl daha düşük prim ödeyecektir. İkinci alternatif kaza bedelini sigorta firmasından talep etmektir. Bu durumda sigortalı kazanın hemen ertesinde bedel ödemekten kurtulmakla birlikte bir sonraki yıl daha yüksek prim ödemeyi göze alacaktır. Bu çalışmada senede bir ya da daha fazla sayıda kaza yapma olasılığı bulunan sigortalının bu kazalar sonrası alması gereken kararlar Türkiye trafik sigortası verileri ışığında incelenmiştir. Problem Markov karar süreçleri (MKS) varsayımları altında modellenmiştir. Sigortalıların verebilecekleri kararlara bağlı olarak politikalar belirlenmiş ve sigorta sahiplerinin riske karşı duyarlılıklarını incelemek için doğrusal-artı-üssel (linear plus exponential) fayda fonksiyonundan yararlanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Markov karar süreci, Doğrusal-Artı-Üssel-Fayda Fonksiyonu, Trafik Sigortası, Bonus-malus

University : TOBB University of Economics and Technology
Institution : Institute of Natural and Applied Sciences
Department : Industrial Engineering
Thesis Advisors : Assoc.Prof. Dr. Niyazi Onur BAKIR
Assist. Prof. Dr. Salih TEKİN
Type and Date Of the Thesis : Master's Degree, August 2014

Derya GÜLEL

**DETERMINATION OF THE OPTIMAL DECLARATION TIME OF
INSURANCE PAYORS IN TURKEY**

ABSTRACT

Insurance companies classify the insured according to their history of accidents. In accordance with the claims made to the insurance company within one year, the insured are assigned to different discount classes. An insured has two choices after an accident. The first choice is to pay all the cost associated with the accident itself and to be in a higher discount class the following year. If the insured chooses this alternative, he will pay a lower premium the following year. The second choice is to claim the costs from the insurance company. In this case, the insured faces up to pay an increased premium the following year although he avoids paying the cost just after the accident. In this study, the decisions which should be made by the insured who is exposed to the risk of having one or more accidents in a year are analyzed in consideration of the Turkish traffic insurance data. The problem has been modelled under the hypotheses of Markov decision processes. Policies have been determined in association with the possible decisions which are to be made by the insured. Linear plus exponential utility function family has been used to analyze the sensitivity of the insurance policy holders towards risk.

Keywords: Markov decision process, Linear plus exponential utility function, Auto insurance, Bonus-Malus

İÇİNDEKİLER

Tez Bildirimi	iii
ÖZET.....	iv
Tablo Listesi.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR TARAMASI	4
3. RİSKE DAYALI DİNAMİK KARAR PROBLEMLERİ	11
3.1 Markov Karar Süreçleri.....	11
3.1.1 Markov Karar Süreçlerinin Yapısı.....	13
3.1.2 Markov Süreçlerinin Sınıflandırılması	14
3.1.3 Kullanılan Ödül Kriteri.....	14
3.1.4 Markov Karar Süreçlerinin Eniyilemesi	14
3.2 Fayda Fonksiyonu	16
3.2.1 Riskten Kaçış	18
3.2.2 Tek Geçişli Fayda Fonksiyonları.....	19
3.2.3 Doğrusal-Artı-Üssel Fayda Fonksiyonu (Linear Plus Exponential Utility Function).....	20
4. TÜRKİYE'DE SİGORTACILIK	23
5. PROBLEMİN TANIMI VE MATEMATİKSEL MODEL.....	24
6. NÜMERİK ÇALIŞMA.....	31
6.1 Geçiş Olasılıkları.....	31
6.2 Primler	33
6.3 Kaza maliyetleri	34
6.4 Başlangıç Servet Seviyesi	35
6.5 Fayda Fonksiyonu Parametreleri.....	36
6.6 Belirlenen Stratejiler.....	39
6.7 Çözüm Yaklaşımı	39
6.8 Sonuçlar.....	41
6.8.1 Kaza Maliyetleri, Servet Seviyesi ve Sigorta Sınıflarına Göre Duyarlılık Analizleri	41
6.8.2 Fayda Fonksiyonu Parametrelerine Duyarlılık Analizi	45

7. DEĞERLENDİRME VE YORUM	57
Kaynakça.....	59

Tablo Listesi

Tablo 1: Geçiş olasılıkları	31
Tablo 2: Bilinmeyen geçiş olasılıkları	32
Tablo 3: Prim Sistemi	33
Tablo 4: Prim miktarları.....	34
Tablo 5: $b=1$, $c=0,00001$, kaza bedeli=50 için seçilen stratejiler.....	42
Tablo 6: 50 kaza bedeli için sonuçlar.....	47
Tablo 7:100 kaza bedeli için sonuçlar.....	48
Tablo 8: 150 kaza bedeli için sonuçlar.....	49
Tablo 9: 200 kaza bedeli için sonuçlar.....	50
Tablo 10: 300 kaza bedeli için sonuçlar.....	51
Tablo 11: 400 kaza bedeli için sonuçlar.....	52
Tablo 12: 500 kaza bedeli için sonuçlar.....	53
Tablo 13: 600 kaza bedeli için sonuçlar.....	54
Tablo 14:700 kaza bedeli için sonuçlar.....	55

1. GİRİŞ

Riskten kaynaklanan zararların giderilmesi amacıyla çok eski zamanlardan beri sigortacılık kullanılmaktadır. Sigorta kişileri ya da kurumları risklere karşı koruyarak geleceği garanti altına almayı amaçlamaktadır. Yaşamın her noktasında olduğu gibi trafikte de çok sayıda risk faktörü bulunmaktadır; bundan dolayı arabanın icat edildiği tarihten itibaren araç sigortacılığından faydalanılmaktadır.

Sigorta firmaları az sayıda kaza yapan sürücülerini ödüllendirmek, yüksek sayıda kaza yapan sürücülerini cezalandırmak için sigortalıları kaza geçmişlerine göre sınıflara ayırmaktadırlar. Yüksek sayıda kaza yapan sigortalılar alt sınıflarda yer alırken, az sayıda kaza yapan ya da hiç kaza yapmayan sigortalılar daha üst sınıflarda yer almaktadırlar. Bu çalışmada sigortalılar trafikte seyreden araç sürücüleridir. Sürücüler sigorta firmalarından aldıkları sigorta hizmeti karşılığında yıllık prim ödemektedirler. Sigortalı sürücüler tarafından yıllık ödenen primler içinde bulunulan sınıflara göre farklılık göstermektedir. Alt sınıflarda yer alanlar daha yüksek miktarda prim öderken üst sınıflarda yer alanlar daha düşük miktarda prim ödemektedirler.

Sigorta yılı içerisinde kaza olduğunda, sigortalı aracın tamir bedeli için sigorta firmasına talepte bulunma hakkına sahiptir. Sigorta firması aracın tamir bedelini karşılamakla yükümlüdür. Ancak sigorta firması her sigorta yılı sonunda yıl içinde bulunulan talep sayısına bağlı olarak sigortalının sınıfını düşürme ya da yükseltme hakkına sahiptir.

Sigortalılar herhangi bir kaza durumunda bir karar problemi ile karşı karşıya kalmaktadırlar. Sigortalı ya sigorta firmasına tamir bedeli için talepte bulunup, bir sonraki yıl daha yüksek miktarda prim ödemeyi kabul edecektir ya da aracın tamir bedelini kendisi karşılayıp bir sonraki yıl daha düşük miktarda prim ödeyecektir. Bu

tez çalışmasında sigortalıların sigorta sözleşmesi süresince ödedikleri primler ve kaza bedelleri toplamının azaltılması amaçlanmıştır.

Trafik kazaları zaman içerisinde rassal olarak meydana gelmektedir. Kazalar mevcut durum bilindiğinde geçmişten bağımsız olarak sadece içinde bulunulan duruma bağlı olarak meydana gelmektedirler. Bu sebepten dolayı çalışmada ele alınan sigortacılık ile ilgili karar problemi Markov karar süreci (Markov decision process) varsayımları altında modellenmiştir. Hazırlanan modelin çözümü için politikalar belirlenmiş ve her adımda değer iterasyonu yöntemi kullanılarak en yüksek faydanın sağlandığı politika saptanmaya çalışılmıştır. Bu yapılırken sigortalının gelecekteki riskleri sonlu bir zaman diliminde ele alıp değerlendirildiği varsayılmıştır. Daha açık bir ifade ile sürücünün gelecek 10 yıl içindeki ihtimaller ışığında uygulamayı düşüneceği stratejiler incelenmiştir.

Bu tez çalışmasında, sigortalının riske duyarsız bir şekilde sadece beklenen karı eniyileyen bir biçimde hareket ettiği varsayılmamıştır. Sigorta literatüründeki birçok benzer çalışmanın aksine sürücülerin riske duyarlı hareket ettiği varsayılmıştır. Sigortalıların riske karşı duyarlılığını incelemek için fayda fonksiyonu kullanılmıştır. Sigortalıların servet seviyelerinin verdikleri kararlar üzerindeki etkilerinin incelenmesi amacıyla, doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu (linear plus exponential utility function) kullanılmıştır. Bu fayda fonksiyonu kişilerin riske duyarlılığını modellemede oldukça esneklik tanımaktadır. Tez çalışmasında beklenen toplam faydanın eniyilenmesi amaçlanmıştır. Farklı fayda fonksiyonu parametreleri ve kaza maliyetleri kullanılarak duyarlılık analizleri yapılmıştır.

Tez çalışması 7 bölümden oluşmaktadır. İkinci bölümde ülkemizde ve dünyada sigortacılık ile ilgili yapılan çalışmalar yer almaktadır. Üçüncü bölümde Markov karar süreçleri ve doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu ile ilgili ön bilgiye yer verilmiştir. Dördüncü bölümde Türkiye'deki sigorta yapısından bahsedilmiştir. Beşinci bölümde

ele alınan problem ve problemin matematiksel modeline yer verilmiştir. Altıncı bölümde Türkiye’deki bir sigorta firmasından alınan veriler kullanılarak nümerik bir çalışmaya ve bu çalışmanın sonuçları sunulmuştur. Yedinci bölümde tez çalışmasının sonuçları ve değerlendirmesi yer almaktadır.

2. LİTERATÜR TARAMASI

Herhangi bir kaza durumunda sigorta mükellefi iki farklı alternatifin olduğu bir karar problemiyle karşı karşıya gelmektedir. Birinci alternatifte sigortalı aracı kendisi tamir ettirip tamir maliyetine katlanacak, buna karşın bir sonraki yıl daha düşük prim ödeyecektir. İkinci alternatifte ise sigortalı, sigorta firmasına talepte bulunup aracın tamir maliyetinden feragat edecektir. Ancak bu alternatifin seçilmesi durumunda sigortalı bir sonraki yıl daha yüksek miktarda prim ödeyecektir. Bu problem birçok araştırmacı tarafından ele alınmış, sigortalıların karar verme süreçlerine yardımcı olmak için talepte bulunma limiti belirleme ile ilgili çalışmalar yapmıştır. Talepte bulunma limiti, aşıldığı zaman sigortalının sigorta firmasından tamir için talepte bulunduğu kaza bedeli olarak tanımlanır. Yani, sigortalının yaptığı kazanın bedeli bu limiti aşarsa sigortalı tamir için talepte bulunacaktır. Aksi takdirde aracı kendisi tamir ettirecektir.

Literatürde talep limiti belirleme ile ilgili yapılan ilk ve en kapsamlı çalışmalardan biri Lanzenauer'in [1] yaptığı optimal talep limiti belirleme çalışmasıdır. Lanzenauer çalışmasında "merit-rating" yapısını kullanmıştır. Bu yapıya göre sigortalının ödediği prim miktarı geçmişte sigorta firmasına yaptığı talep sayısına bağlıdır. Her sigorta yılı periyotlara ayrılmıştır. Bu periyotların yeterince kısa olduğu durumlarda her bir periyotta birden fazla kaza olma olasılığı Poisson dağılımı varsayımlarına benzer bir şekilde sıfır kabul edilmiştir. Çalışmada sigortalılar kaza geçmişlerine göre risk kategorilerine ayrılmaktadırlar. Çok kaza yapan sigortalılar yüksek risk kategorisinde, az kaza yapanlar ise düşük risk kategorisinde yer almaktadırlar. Sigortalı her sigorta yılının sonunda o yıl içerisinde yapılan talep sayısına göre bir sonraki yıl yeni bir risk kategorisine geçmektedir. Yapılan çalışmada parametreler her periyodun sonunda güncellenmektedir. Araştırmacı talep limiti belirleme çalışmasını iki farklı parametre grubu kullanarak yapmıştır. Bunların ilkinde içinde bulunulan risk kategorisi, yıl içinde yapılan kaza sayısı ve içinde bulunulan periyot parametre olarak alınırken,

ikincisinde bunlara ek olarak bir sonraki periyot için tahmini kaza sayısı da eklenmiştir.

Lanzenauer, bir sigorta yılının son periyodu dışındaki periyotlarda talepte bulunma limitini, kaza olduğunda talepte bulunup bulunmamanın beklenen maliyetleri arasındaki fark olarak elde etmiştir. Yılın son periyodunda ise beklenen maliyet fonksiyonlarına yılın başında ödenmesi beklenen prim miktarı da eklenir. Sigorta sözleşmesinin son yılında bir sonraki yıl ödenecek prim olmadığı için talep limiti sıfır olarak belirlenmiştir. Bu durumda sigortalı en küçük bir kaza için bile sigorta firmasına talepte bulunacaktır ki bu da oldukça mantıklı bir bulgudur.

Lanzenauer'in çalışması dengede olan ve olmayan durumları dinamik programlama yaklaşımı ile ele alarak en iyi talep limitini belirlemeyi amaçlamıştır. Dengede olan durumda sigorta yılının sonuna yaklaştıkça talep limitinin doğrusal olarak arttığı gözlemlenmiştir. Çünkü yılın sonuna yaklaştıkça geri kalan süre zarfında kaza olma olasılığı düşeceğinden sigortalı daha yüksek tamir maliyetine katlanacaktır. Kaza oranı yüksek olan sigortalılar için talep limiti yüksek bulunmuştur. Çünkü kaza oranı yüksek olan sürücünün yılın bitimine kalan süre zarfında yeni bir kaza yapma olasılığı da yüksektir. İçinde bulunduğu risk kategorisi sigortalının kaza olduğu zaman talepte bulunup bulunmama kararını etkilemektedir. Düşük risk kategorisinde yer alan sigortalı düşük miktarda prim ödediği için yapacağı talep ödediği prim miktarında büyük bir artışa sebep olacaktır. Bunun için düşük risk kategorisinde yer alan sigortalılar için de talep limiti yüksektir. Yüksek risk kategorisinde yer alan sigortalılar yüksek prim ödediği için yapacağı talep ya ödediği prim miktarını değiştirmeyecek ya da prim miktarında çok küçük bir artışa sebep olacaktır.

Hasting [2] çalışmasında Lanzenauer'in modelini basitleştirmiş ve pratikte kolaylıkla uygulanabilir duruma getirmiştir. Hasting her bir sigorta yılını bir periyot olarak ele almış ve her bir periyotta en fazla 2 kaza olacağı varsayımında bulunmuştur.

Lanzenauer'in çalışmasında olduğu gibi bu çalışmada da kaza olduğunda talepte bulunup bulunmama arasındaki fark talep limiti olarak belirlenmiştir. Lanzenauer'in çalışmasına benzer şekilde farklı kaza oranlarına sahip sürücüler için talep limitlerinin farklılık gösterdiğini gözlemlenmiştir. Çok yüksek miktarlarda prim ödeyen sürücülerin talep limitlerinin diğerlerine oranla daha düşük olduğu sonucuna varılmıştır. Ancak Hasting, Lanzenauer'in aksine yüksek miktarda prim ödeyen sigortalıların da talep limitinin düşük olduğu sonucuna varmıştır. Yıllık 0,5 kaza olasılığına sahip bir sigortalının talep limiti uyguladığında ödediği prim ve kaza meblağı toplamının %13 oranında azalacağı sonucuna varılmıştır. Hasting şartlı sigortacılık olarak adlandırılan, kaza olduğunda sigortalının kaza maliyetinin bir bölümünü karşılaması karşılığında primde indirim kazanmasını öngören politikayı da ele almıştır. Yapılan indirimin katlanılan maliyetten yüksek olduğu durumlarda şartlı sigortacılığın uygulanabileceği sonucuna varmıştır.

Lanzenauer'in çalışmasında talep limiti yıl içindeki her bir periyot için farklıdır. Çünkü her periyodun sonunda parametreler güncellenmektedir. Hasting'in çalışmasında ise bütün yıl aynı talep limiti kullanılmaktadır. Hasting talep limitini, o yıl içerisinde yapılan talep sayısından ve bir sonraki prim ödemesine kalan süreden bağımsız olarak modellemiştir. Ancak Norman ve Shearn [3] optimal talep limitinin prim yılı içinde yapılan talep sayısına ve sigorta yılının bitimine kalan zamana bağlı olduğu görüşünde olduğundan Hasting'in modelini geliştirmişlerdir. Yapılan çalışmada bir sigorta yılı aylara göre 12 periyoda ayrılmış ve her bir periyotta en fazla bir kaza olacağı varsayımında bulunulmuştur. Hasting'in çalışmasında bütün sigorta yılı süresince aynı talep limiti uygulanırken bu çalışmada talep limiti her periyotta yapılan kaza sayısına göre değişmektedir. Norman ve Shearn, Lanzenauer'in çalışmasında yaptığı gibi sigorta mükelleflerini yaptıkları talep sayısına göre sınıflandırmışlardır. Sigortalı hangi kategoride olursa olsun herhangi bir talepte bulunursa bütün indirimlerini kaybetmektedir. Bu çalışmada birer, ikişer, üçer ve dörder yıllık politikalar ve her kazada talepte bulunma politikası karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada 4 yıllık sigorta sözleşmesinin yapıldığı politikanın daha iyi sonuç verdiği gözlemlenmiştir.

Literatürde yapılan kaza sayısına göre sigortalının cezalandırılması için farklı sistemler uygulanmaktadır. Literatürde kullanılan ceza sistemlerinin çoğunda talepte bulunulan her bir kaza sonunda sigortalı bir alt sınıfa düşmektedir. Sigortalıyı daha fazla cezalandırmayı amaçlayan sistemlerde ise sigortalı hangi sınıfta olursa olsun yapılan bir kaza beyanından sonra en düşük sınıfa düşürülmektedir. Dimitriyadis ve Tektaş [4] çalışmalarında farklı ceza sistemleri ve kaza oranları için uygun olan tek bir kuralın olmadığını göstermeyi amaçlamışlardır. Ayrıca yapılan çalışmada farklı ceza sistemleri, kaza frekansları ve sigorta mükelleflerinin kaza olduğunda karar verme süreci arasındaki ilişki incelenmiştir. Araştırmacılar çalışmalarını Türk sigorta sistemini temel alarak yapmışlardır. Bu çalışmada ele alınan sistemde ceza yapısı bulunmamaktadır. Sadece tek tip indirim yapısı uygulanmaktadır. Bir diğer deyişle ilk kez sigorta yaptıran sürücüler en düşük sınıfta yer almaktadırlar. Bu sınıftaki sigortalılar yıl içindeki kaza miktarına bağlı olarak bir sonraki yıl ya aynı sınıfta kalmakta ya da ödüllendirilerek bir üst sınıfa geçmektedir. Üst sınıftaki sürücüler ise kaza miktarlarına bağlı olarak ya ödülleri kaybedip en düşük sınıfa geçmektedirler ya da ödül miktarı artırılarak bir üst sınıfa atlamaktadırlar. Sigortalılar kaza geçmişine göre indirim sınıflarına ayrılmaktadırlar. Hangi indirim sınıfında yer alırsa alsın sigortalı bir talepte dahi bulursa bütün indirimlerini kaybetmektedir. Bu da Türk sigorta sisteminin katı olduğunu göstermektedir. Yapılan çalışmada Türk sigorta sisteminde talep limitlerinin çok düşük olduğu gözlemlenmiştir. Araştırmacılar talep limitinin düşük olmasının sebebini sigortalıların ceza sistemi hakkında yetersiz bilgi sahibi olmalarına ve bütçe kısıtı altındaki davranışlarına bağlamışlardır.

Dimitriyadis ve Tektaş [4] en iyi talep stratejisini belirlemek için kesikli sonlu zamanlı dinamik programlama yaklaşımı kullanmıştır. Her bir yıl bir periyot olarak kabul edilmiştir. Daha önce yapılan çalışmalarda olduğu gibi bu çalışmada da talep limiti kaza olduğunda talepte bulunup bulunmamanın beklenen maliyetleri arasındaki fark olarak ele alınmıştır. Çalışmada Türkiye’de uygulanan ceza sistemi ile daha esnek bir ceza sistemi karşılaştırılmıştır. Türk sigorta sisteminden elde edilen sonuçlarda talep limitinin kaza eğilimine bağlı olarak değiştiği ve yüksek kaza eğilimindeki sigortalılarda daha düşük talep limitinin en iyi olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca

uzun süreli sigorta planı uygulayan sigortalıların talep limitleri daha yüksek bulunmuştur. Sigorta planından bağımsız olarak yüksek indirim sınıfında yer alan sigortalıların talep limitleri daha yüksek bulunmuştur. Çalışmadan elde edilen sonuçlar sigortalıların kaza eğilimlerine göre en iyi olan sigorta politikasının değiştiğini göstermektedir. Az sayıda kaza yapan sürücüler için 4 yıllık sigorta planı iyi sonuç verirken daha yüksek sayıda kaza yapan sürücüler için 2 yıllık sigorta planı iyi sonuç vermiştir. Kaza olduğunda sigortalının geçeceği indirim sınıfı için geçiş olasılıkları değiştirilerek daha yumuşak bir sistem oluşturulmuştur. Yumuşak sistemde 4 yıllık sigorta planı bütün kaza eğilimleri için iyi sonuç vermektedir. Dimitriyadis ve Tektaş [4] sigortalıların bütçe kısıtı altındaki davranışlarını bir benzetim modeli ile incelemiştir. Yapılan benzetim modelinde sigortalıların bütçe kısıtı altında daha düşük talep limitlerine sahip oldukları gözlemlenmiştir.

Dellaert vd. [5] çalışmalarında Norman ve Shearn'in çalışmalarındaki kabulleri temel almaktadırlar. Çalışmada Hollanda'da uygulanan ceza sistemi ele alınmıştır. Sigortalılar içinde buldukları ceza sınıfına göre primleri her yılın başında ödemektedirler. Çalışmada sonlu ve sonsuz zamanlı poliçeler için talepte bulunma limiti bulunmaya çalışılmıştır. Bu çalışmada kaza bedelinin longnormal dağılıma sahip olduğu kabul edilmektedir. Araştırmanın sonucunda 25 yıllık sigorta planının sonsuz ölçekli sigorta planına yakın değer verdiği sonucuna ulaşılmıştır. Yazarların trafik sigortasını inceledikleri bu çalışmada kullanılan model daha sonra kasko poliçelerinin analizinde de kullanılmıştır [6].

Leve ve Weeda [7] yaptıkları çalışmada sigorta problemini Markov zincirinden faydalanarak modellemişlerdir. Herhangi bir andaki kazanın bedeli geliştirilen modelden elde edilen değerden daha yüksek ise sigortalının talepte bulunması gerekmektedir. Talepte bulunup bulunmama kararı prim yılının hangi noktasında kaza yapıldığı ve ödenen prim miktarına bağlıdır. Bu çalışmada yıl içerisinde birden fazla kaza olmasına izin verilmiştir.

Lemaire [8] en iyi sonuca ulaşmak için bir algoritma geliştirmiştir. Yapılan çalışmada sigorta süresinin sonsuz olduğu ve talep limitinin sigorta yılına bakılmaksızın sabit olduğu varsayımında bulunulmuştur. Araştırmacı politika iterasyonu kullanarak en iyi sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Daha sonraki çalışmalarında bu algoritmayı birçok ülkedeki sigorta sistemiyle karşılaştırmıştır. Lemaire [9] çalışmasında ise diğer çalışmalardan farklı olarak bütün taleplerin sigorta yılının ortasında yapıldığı varsayımında bulunulmuştur.

Kolderman ve Volgenant [8] çalışmalarında 1982'de Hollanda'da yaygın olarak kullanılan bonus-malus yapısını Genişletilmiş Markov Programlama kullanarak modellemişlerdir. Bu çalışmada hazırlanan sürekli modelde hesaplamalar sürecin belirli noktalarında yapılmaktadır. Bu çalışmada da Dellaert vd. [5] çalışmasında olduğu gibi kaza maliyetinin lognormal olduğu varsayılmıştır. Araştırmanın sonucunda daha önce değindiğimiz çalışmalarla benzer sonuçlar elde edilmiştir. Kaza oranı yüksek sürücüler için talep limiti düşük, kaza oranı düşük sürücüler için talep limiti yüksek bulunmuştur. Diğer çalışmalarla benzer şekilde sigorta döneminin sonuna yaklaşıldıkça kaza olasılığı düşeceğinden dolayı talep limitinin yüksek olduğu görülmüştür.

Bu çalışmaların yanı sıra, bazı araştırmacılar az sayıda da olsa bizim tezimizde olduğu gibi riske duyarlı bireylerin sigorta kararlarını inceleyen modeller geliştirmişlerdir. Daha önce bahsettiğimiz ve kasko problemi olması yönüyle bizim problemimizden farklılaşan Dellaert vd. 1993 buna örnektir. Venezia ve Levy [9] periyotlar üzerinden toplanabilir fayda fonksiyonu ile hareket eden bireyin sigorta kararlarını incelemiştir. Yazarlar bu tezdeki çalışmadan farklı olarak kaza riskinin artışına göre talep limitinin nasıl değişeceğini analiz etmiş ve riske duyarlı bireyler için kaza riski arttıkça talep limitinin de artacağı sonucuna varmışlardır. Yalnız dikkat edilmesi gereken bu sonucun kaza riskinin literatürde Diamond and Stiglitz (DS) adıyla bilinen risk ölçüm

yöntemiyle derecelendirildiği durumla geçerli olmasıdır [10]. Eğer kaza riski ölçümü Rothschild ve Stiglitz (RS) yöntemiyle yapılıyorsa talep limiti ile kaza riski arasında monoton seyirli bir ilişki tespit edilmiştir [11].

3. RİSKE DAYALI DİNAMİK KARAR PROBLEMLERİ

Bu bölümde tez çalışmasında kullandığımız Markov karar süreçleri ve Doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu ile ilgili ön bilgilere yer verilmiştir.

3.1 Markov Karar Süreçleri

Trafikte kazalar zaman içerisinde rassal olarak meydana gelmektedir. Kazaların rassal meydana gelmesi sigortacılık ile ilgili kararın sonuçlarının kesin olarak bilinmemesine sebep olmaktadır. Sigortacılık gibi belirsizlik altında karar vermenin gerektiği problemlerde optimale ulaşmak için yaygın olarak Markov karar süreçleri (MKS) kullanılmaktadır. Çalışmanın bu bölümünde MKS'nin genel yapısına, varsayımlarına ve problemin Markov süreci olarak formüle edilmesine yer verilmiştir.

Çeşitli amaçlara ulaşabilmek için alternatiflerin karşılaştırılması sonucunda birinin seçilmesiyle sonuçlanan sürece “karar verme süreci” denir. Bir karar sürecinin var olabilmesi için birden çok alternatifin bulunması ve her bir alternatifin sonuçlarının birbirinden farklı olması gerekmektedir. Karar verme sürecinde seçilen alternatifin sonuçları önceden biliniyorsa deterministik süreçler, sonuçlar seçilen alternatifte göre olasılıklara bağlı olarak oluşuyorsa rassal süreçler olarak tanımlanır.

Deterministik problemlerin ödemeler fonksiyonu ayrılmaya, sabitlenmeye ve sınırlanmaya elverişlidir. Ancak rassal problemler çeşitli belirsizlikler içerdiği için deterministik modellerden daha geneldir. Rassal süreçleri deterministik süreçlerden ayıran en belirgin özellik, bu süreçlerden herhangi bir aşamada verilen karardan ötürü değişen ve ortaya çıkacak durumun daha önceden saptanamamasıdır. Ancak değişen durum, yapılan harekete ve ilk duruma bağlı olarak ortaya konan bir olasılık fonksiyonu yolu ile belirlenebilmektedir [12].

Verilen kararların çoğunun sonucunun önceden tahmin edilememesi rassal karar verme süreçlerinin önemini artırmaktadır. Karar verme problemlerinde sürecin bir sonraki adımdaki durumu geçmişten bağımsız olarak sadece içinde bulunulan duruma bağlıysa bu problemler Markov zinciri olarak modellenebilmektedir. Markov süreçlerini diğer rassal süreçlerden ayıran en önemli özellik, bu süreçlerde bir olayın gelecekteki sonuçlarının geçmişten bağımsız olarak sadece içinde bulunduğu duruma bağlı olmasıdır. Bir diğer ifadeyle, Markov süreci rassal bir süreçtir ve sürecin gelecekteki davranışı yalnızca şimdiki durumdan etkilenir, önceki durumlara bağlı değildir. Markov sürecinin bu özelliği Markov özelliği ya da hafızasızlık olarak adlandırılmaktadır. Markov süreçleri, Rus matematikçi Andrey Markov tarafından 1907 yılında geliştirilmiştir. Rassal nitelik taşıyan problemlerde, problemler Markov zinciri olarak modellenebiliyorsa karar verme sürecini kolaylaştırmak için yaygın olarak MKS kullanılmaktadır.

Markov süreci karmaşık sistemleri ele almada yararlı olan matematiksel bir modeldir. Markov sürecinin temel kavramları bir sistemin “durum”ları ve durum “geçiş”leridir. Sistemin durumunu tanımlayan değişken değerleri ile belirtilmesi halinde o durumda olduğu söylenmektedir. Bir sistem, sistemi tanımlayan değişkenlerin değerinin başka bir durum için tanımlanan değeri alması halinde durumlar arası geçiş yapmaktadır [13]. Sistem bir zaman noktasında sadece bir durumda bulunabilmektedir.

Karar vericinin karşılaşılabileceği her durumda nasıl hareket etmesi gerektiğini belirten kurallar dizisine strateji denilmektedir. Karar verici stratejiler belirleyerek karşılaşıacağı her durumda daha hızlı karar alabilmektedir. MKS’de her karar noktasında sürecin durumuna bağlı olarak karar verici tarafından bir aksiyon seçilmektedir. Seçilen aksiyonun sonucunda bir ödül elde edilmektedir. Bu ödül artı veya eksi olabilir. Zaman ilerledikçe sistemin durumu tekrar değişmekte ve sistemin yeni durumuna ilişkin bilgi içeren gözlem yapılmaktadır. Bu temel düzen süreç bitene kadar tekrarlamaktadır. MKS’nin her adımında karar verilmek zorunda olduğu için süreç sürekli gözlem altında tutulmaktadır. Her adımda süreç kontrol edilerek en iyi aksiyon seçilmektedir ve seçilen aksiyonun kazandırdığı ödül toplam ödüle eklenerek sürecin sonunda en yüksek ödüle ulaşılması sağlanmaktadır.

3.1.1 Markov Karar Süreçlerinin Yapısı

İçinde bulunulan durum, karar kümesi, periyotlar, geçişler, ödüller ve izlenen politikalar Markov karar süreçlerinin temel yapı taşlarını oluşturmaktadır. Bu dinamik süreçte karar vericiler belirli aralıklarla içinde buldukları sistemin durumu ışığında karar vermektedirler. Bu aralıkların her biri “periyot” olarak adlandırılmaktadır. Karar vericinin zaman içerisinde karar verdiği noktaların kümesi negatif olmayan gerçel sayılardan oluşmaktadır. Bu küme kesikli veya sürekli ve sonlu veya sonsuz küme olmak üzere iki biçimde sınıflandırılabilir. Kesikli olması durumunda kararlar tüm karar dönemlerinde verilmektedir. Süreklilik durumunda ise kararlar; tüm karar dönemlerinde sürekli olarak, zaman içindeki rassal noktalarda veya karar verici tarafından seçilen fırsat zamanlarında verilebilmektedir [14]. Karar verici her bir karar noktasında sistemin kendisine en yüksek faydayı getirecek şekilde çalışmasını sağlayacak kararı vermeyi amaçlamaktadır.

Markov özelliği gösteren rassal bir süreçteki değişkenlere ait değerlere durum (sınıf) denilmektedir. Her bir zaman noktasında sistem bir durumda bulunmak zorundadır. Örneğin bir makinenin çalışma süreci herhangi bir zamanda düzgün veya hatalı diye tanımlanan iki durumla modellenebilir. Burada durumların birbirinden ayrık olması gerekmektedir. Kısacası durumlardan biri olduğu anda diğer durum oluşamaz; makine aynı anda hem düzgün hem de hatalı çalışamaz. Zaman ilerledikçe verilen karara bağlı olarak sistemin durumu değişmektedir.

MKS’de zaman içerisinde periyotlar arasında geçişler meydana gelmektedir. Herhangi bir anda i durumunda bulunan süreç için a kararı alınmışsa bir sonraki zaman diliminde içinde bulunacağı durumu belirleyen olasılıkları $P_{ij}(a)$, verilen karara bağlıdır [13]. Tek adımlı geçişler sadece içinde bulunulan zamandaki duruma bağlı olduğundan Markov zinciri durağan geçiş olasılıklarına sahiptir.

Markov süreci, durumdan duruma geçiş yaptıkça ödüller serisi yaratmaktadır. Bu nedenle ödül, Markov sürecinin olasılıklı ilişkisi doğrultusunda, olasılık dağılımı olan bir rassal değişkendir [13]. Ödüller pozitif ya da negatif olabilmektedir.

3.1.2 Markov Süreçlerinin Sınıflandırılması

Markov süreçleri yapılarına göre kesikli-sürekli Markov süreçleri ve sonlu-sonsuz zamanlı Markov süreçleri olarak sınıflandırılmaktadırlar. Markov karar süreçlerinde kararlar sürecin belirli noktalarında veriliyorsa kesikli süreçler, zaman içerisindeki rassal noktalarda veriliyorsa sürekli zamanlı süreçler olarak tanımlanmaktadır. Karar dönemlerinin kümesi sonlu veya sayılabilecek kadar sonsuz olduğunda karar problemi sonlu zamanlı problem, diğer durumda ise sonsuz zamanlı problem olarak nitelendirilmektedir [14]. Bu tez çalışmasında kesikli, sonlu zamanlı Markov zincirlerinden faydalanılmaktadır.

3.1.3 Kullanılan Ödül Kriteri

MKS'nin her adımında stratejiler kazandırdıkları ödül miktarına göre karşılaştırılmaktadırlar ve her adımın sonunda en yüksek ödülü kazandıran strateji seçilmektedir. Ödüller literatürde farklı kriterlere göre belirlenmektedirler. MKS'de beklenen toplam ödül, beklenen toplam indirgenmiş ödül ve beklenen ortalama ödül kriterleri stratejilerin karşılaştırılmasında kullanılmaktadır. Bunlar arasında beklenen toplam ödül en yaygın olarak kullanılan kriterdir. Beklenen toplam ödül kriteri sonlu zamanlı süreçlerde kullanılmaktadır. Bu kriterde her periyodun sonunda elde edilen ödüller toplanmaktadır.

3.1.4 Markov Karar Süreçlerinin Eniyilemesi

Markov karar süreçlerinde kullanılan yöntemler problemin yapısına göre değişmektedir. Sonlu zamanlı süreçlerde dinamik programlama yaklaşımı ve bu

yaklaşımına dayalı olarak geliştirilmiş olan değer iterasyonu yöntemi kullanılırken, sonsuz zamanlı süreçleri eniyilemede değer iterasyonu yönteminden ve doğrusal programlama yaklaşımından yararlanılabilmektedir. Bu tez çalışmasındaki sigorta probleminin çözümünde değer iterasyonu yöntemi kullanılmaktadır.

Değer iterasyonu sonlu zamanlı süreçlerde kullanılmaktadır. Sürecin her adımında sistem, sonlu sayıdaki durumlardan birinde bulunmaktadır. Süreç içinde, durumlar arası geçişler olasılık matrisine bağlı olarak gerçekleşmektedir. Sürecin sonlu bir n periyot sürdüğü durumlarda sistem i durumunda iken gelecek n geçişten beklenen toplam getirisi $v_i(n)$ olmaktadır. Sürecin bir adım daha ilerleyebileceği varsayıldığında son döneme $(n + 1)$ dönem kala sistemin beklenen getirisi Denklem (3.1)'deki gibi yazılabilmektedir [15].

$$v_i(n + 1) = \max_k \sum_{j=1}^N p_{ij}^k [r_{ij}^k + v_j(n)] \quad (3.1)$$

Denklem (3.1)'de n geriye kalan periyot sayısını, N Markov sürecinin bütün olası durumlarını, p_{ij}^k , k stratejisi altında i den j ye geçiş olasılığını, r_{ij}^k , k stratejisi altında i den j ye geçiş yapılırken elde edilen ödülü göstermektedir. Denklemde $v_j(n)$, sürecin bitimine n periyot kala beklenen optimal kazancı temsil etmektedir. Yukarıdaki eşitlikte karar vericinin $n, n - 1, \dots, 1$ aşamalarda $v_j(n)$ değerini eniyilediği ve sürecin $(n + 1)$. aşama ve i durumunda iken $v_i(n + 1)$ değerini eniyileyen hareket stratejisini araştırdığı görülmektedir [13]. Denklem (3.1)'de bütün stratejiler karşılaştırılarak beklenen getiriyi eniyileyen strateji seçilmektedir.

Sürecin bir periyot sürdüğü durumlarda geleceğin etkisinden söz edilmemektedir. Bu durumda karar ağaçlarında olduğu gibi stratejilerin anlık getirileri karşılaştırılarak karar verilmektedir. Ancak, süreç birden fazla periyot ilerliyorsa, sürecin anlık getirisine seçilen stratejiden elde edilen getiri de eklenmektedir. Periyot sayısı arttıkça en baştan başlanarak en üste doğru Denklem (3.1) kullanılarak çözüm

gerçekleştirilmektedir. Değer iterasyonunda çözüme başlanabilmesi için en alttaki periyoda bir başlangıç değeri, $v_j(0)$, atanması gerekmektedir.

Değer iterasyonunda her adımda en yüksek ödülün elde edildiği strateji seçilerek bir sonraki adıma geçilmektedir. Süreç sonlanana kadar adım adım ilerlemektedir. Değer iterasyonu yöntemi literatürde; ardışık yaklaşımlar, yinelemeli gevşetme (over-relaxation), geriye doğru indüksiyon, pre-Jacobi iterasyonu gibi isimlerle de yer almaktadır [14]. Optimallik ilişkisinin n aşama için iterasyonu, Bellman'a göre "fonksiyon uzayına yaklaşma" Howard'a göre ise "değer iterasyonu olarak adlandırılmaktadır.

3.2 Fayda Fonksiyonu

Karar var olan bir problemi çözmek ya da ele alınan bir konu ile ilgili yeni bir doğrultu belirlemek amacıyla izlenmesi planlanan yoldur. Bu izlenmesi planlanan yolla ilgili alternatiflerin söz konusu olması ve bu alternatiflerin sonuçlarının çoğunlukla belirsiz olması karar vermeyi karmaşık hale getirmektedir. Ancak günümüzde birçok önemli ekonomik karar belirsizlik altında verilmektedir. Belirsizlik altında verilen kararların sonucunda farklı olasılıklarla farklı sonuçlar meydana gelmektedir.

Bir ürünün (mal ya da hizmet) kullanıcının ihtiyaçlarını karşılama derecesine fayda denilmektedir. Verilen bir kararın sonucunda elde edilen çıktı bazı karar vericiler için faydalı olarak yorumlanırken bazıları için faydasız kabul edilebilmektedir. Bir diğer deyişle çıktının yorumlanması karar vericiden karar vericiye değişiklik göstermektedir. Bu yorum farklılıklarının verilen kararlara etkisini görmek ve kişilerin belirsizliğin yarattığı risklere karşı davranışlarını gözlemlemek için fayda kuramı geliştirilmiştir.

Belirsizlik altında kişilerin riske duyarlı kararlarını incelemek için geliştirilen fayda kuramı olasılık teorisinin kavram ve araçlarından yararlanmıştır. Böylelikle fayda kuramı deterministik yapı içinden çıkarılarak, rassal bir yapı içinde ele alınmıştır. Bu nedenle, geliştirilen "beklenen fayda teorisi" geleceğe yönelik olayları rassal yöntemler ile tahmin ederek, bu olaylara bağlı tüketim düzeylerinin yaratacakları faydaları esas alan rassal bir talep fonksiyonuna ulaşılmasını sağlamıştır.

Lotarya, belirli olasılıklarla farklı sonuçların meydana geldiği, kesin sonucun bilinemediği rassal bir değişkendir. İki tür lotarya bulunmaktadır. Birincisi basit lotaryadır. Basit lotarya tek aşamalı lotaryadır. Yani hangi olasılıkla hangi sonucun ortaya çıkacağı açıktır. Diğeri ise bileşik lotaryadır. Bu lotaryanın sonuçları da kendi içinde birer lotaryadır. Bileşik lotaryayı iki aşamalı lotarya olarak da tanımlayabiliriz. Bileşik lotaryalar basit lotarya olarak indirgenebilmektedir.

Kıyaslanan iki lotaryaya üçüncü bir lotaryanın eklenmesiyle yapılan yeni kıyaslamanın ilk iki lotaryanın sonucunda değişiklik yaratmaması durumu yani lotaryaların ayrık olması "bağımsızlık" olarak adlandırılmaktadır. Lotaryalardaki olasılıklarındaki küçük değişikliklerin sonucu değiştirmemesi durumu ise "süreklilik" olarak adlandırılmaktadır. Lotaryalar süreklilik ve bağımsızlık özelliği gösterdiği durumda beklenen fayda teorisi kullanılarak karşılaştırılabilmektedir. Bir fayda fonksiyonunun beklenen fayda değeri gerçel sayılar kümesinden ise bu beklenen fayda formu von Neumann-Morgenstern beklenen fayda fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Beklenen fayda fonksiyonu kesikli lotaryalar için Denklem 3.2'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$U(L) = u_1P_1 + u_2P_2 + \dots + u_NP_N \quad (3.2)$$

$U(L)$: L lotaryasının faydası

L : Lotarya

u_n : L lotaryasının n . sonucu

P_n : L lotaryasının n . sonucunun olma olasılığı

N : L lotaryasının bütün olası sonuçlarının sayısı

Sadece doğrusal fayda fonksiyonlarında beklenen değerin faydası ile faydanın beklenen değeri eşit olmaktadır. Bu bağlamda doğrusal fayda fonksiyonları riske duyarsızdır. Riske duyarsız fayda fonksiyonları beklenen karı büyüten ya da beklenen maliyeti en küçülten ve yöneylem araştırması çözüm yöntemlerinin kullanıldığı birçok problemde kullanılmaktadır. Kısacası riske duyarsız fayda fonksiyonunun geleneksel yöneylem araştırması uygulamalarının vazgeçilmez hedef fonksiyonu olduğunu söyleyebiliriz. Diğer fayda fonksiyonlarında ise faydanın beklenen değeri ile beklenen değerin faydası farklılık göstermektedir.

3.2.1 Riskten Kaçış

Fayda fonksiyonu genellikle parasal değerler söz konusu olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Bir lotaryanın beklenen değeri sabittir. Ancak kişilerin bu beklenen değeri yorumlama şekilleri farklılık göstermektedir [14]. Örneğin, 0,50 olasılıkla 5.000 TL'nin kazanıldığı ve aynı olasılıkla da 5.000 TL'nin kaybedildiği bir lotaryanın beklenen değeri sıfırdır. Riski seven bireylerde kazanç ağır basarken riskten kaçınan bireylerde kayıp değeri daha ağır basmaktadır.

Kişilerin rassal olaylara bakışları farklılık göstermektedir. Kişiler riske duyarlılıklarına göre 3 gruba ayrılmaktadırlar. Bu gruplar: “riskten kaçınan“ (risk averse), “riski

seven” (risk seeker) ve “riske duyarsız” (risk neutral) dır. Parasal durumların söz konusu olduğu lotaryalarda genellikle riskten kaçış gözlemlenmektedir.

3.2.2 Tek Geçişli Fayda Fonksiyonları

Kişilerin karar vermelerinde sahip oldukları servet belirleyici rol oynamaktadır. Yani kişiler sürekli karşlarına çıkan bir karar sürecinde sahip oldukları servet seviyelerine bağılı olarak her seferinde farklı kararlar verebilmektedir. Örneğin küçük bir serveti olan bir karar verici riskli A ve B alternatiflerinden A 'yı tercih ederken kendisine bırakılan mirastan sonra B alternatifini tercih edebilir. Yani kişinin servetine bağılı olarak riskli alternatifler içeren kararında değışim görülebilir. Tek geçişli fayda fonksiyonlarının özelliğı iki riskli alternatifin arasında yapılacak bir tercihte eğer bu şekilde bir değışiklik oluyorsa bu değışikliğin sadece bir kez gözlenmesidir [18]. Karar verici eğer tek geçişli fayda fonksiyonuna göre karar veriyor ve w_1 servet seviyesinde A 'yı, $w_2 > w_1$ servet seviyesinde B 'yi tercih ediyorsa w_1 'in altındaki bütün servet seviyelerinde A 'yı, w_2 'nin üstündeki tüm servet seviyelerinde B 'yi tercih edecektir. Bu durumda A ve B arasındaki tek geçişin $w^* \in [w_1, w_2]$ servet seviyesinde olduğunu ve w^* servet seviyesinde kişinin A ve B arasında kayıtsız olduğunu söyleyebiliriz.

Doğrusal ve üssel fayda fonksiyonlarında geçiş gözlemlenmemektedir. Riskten kaçışın olduğu durumlarda doğrusal fayda fonksiyonu, azalan riskten kaçışın olduğu durumlarda ise üssel fayda fonksiyonu yetersiz kalmaktadır. Bu iki fayda fonksiyonu da matematiksel analizi nispeten kolay olduğu için geçmişte tercih edilmiştir. Ancak biz bu çalışmada daha genel durumları modelleyebilen tek geçişli fayda fonksiyonlarını tercih ettik.

Literatürde kullanılan bazı fayda fonksiyonları tek geçişlilik özelliğine sahiptir. Tek geçişli fayda fonksiyonlarının sınıflandırılması 1987 yılında Farquhar ve Nakamura

tarafından yapılmıştır. Bir fayda fonksiyonunun tek geçiş kuralı göstermesi için aşağıdaki sınıflardan birinde yer alması gerekmektedir [18].

- I. *Karesel (the quadratics)* $u(w) = aw^2 + bw + c$
- II. *Üssel toplam (the sumex function)* $u(w) = ae^{bw} + ce^{dw}$
- III. *Doğrusal – artı – üssel (linear plus exponential)* $u(w) = aw + be^{cw}$
- IV. *Doğrusal – kez – üssel (linear times exponential)* $u(w) = (aw + b)e^{cw}$

3.2.3 Doğrusal-Artı-Üssel Fayda Fonksiyonu (Linear Plus Exponential Utility Function)

Karesel fayda fonksiyonları ortalama-varyans (mean-variance) yaklaşımının yoğun olduğu finans literatüründe oldukça yoğun olarak kullanılmaktadır. Ortalama-varyans yaklaşımı riskli bir yatırımın getirisini ortalama değer, riskini de varyans ile ölçmeyi amaçlarken bu ikisi arasındaki ödünleşmeye göre kişilerin kararlarını modelleyen bir yaklaşımdır. Hem ortalamanın getiriye temsil etmesi hem de varyansın riski ölçmesi konusu eleştirilere yol açmıştır. Ayrıca ortalama-varyans yaklaşımının kişisel fayda fonksiyonu ile örtüşen sonuçlar vermesi eleştirilmiştir [16]. Karesel fayda fonksiyonunun en önemli sıkıntısı her servet seviyesinde artan bir fonksiyon özelliğinde olmaması (ki bu durum fayda kuramı ile direkt çelişir) ve kişilerin servet seviyeleri arttıkça riskten daha kaçınır olduğunu varsaymasıdır.

Üssel toplam ve doğrusal-kez-üssel fayda fonksiyonları da uygulamadaki zorluklardan ötürü tercih edilmemektedir. Doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu da aslında uygulamada benzer zorluklar getirmektedir ve bu zorluklar bir sonraki kısımda değerlendirilecektir. Ancak doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu farklı riske duyarlılık davranışlarını modellemede diğer iki sınıfa göre çok daha esneklerdir. Ayrıca kişilerin servet seviyelerinin verilen kararlar üzerindeki etkisi bu fayda fonksiyonuyla

incelenebilir. Bu sebepten ötürü bu tez çalışmasında doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu kullanılmıştır. Bir karar verici

- i. Daha fazla parayı aza tercih ediyorsa,
- ii. Beklenen fayda kuramına göre hareket ediyorsa,
- iii. Tüm servet seviyelerinde riskten kaçış gösteriyorsa,
- iv. Servet seviyesi arttıkça riskten kaçış azalıyorsa,
- v. Tek geçiş kuralına göre tercih belirtiyorsa,
- vi. Çok yüksek servet seviyelerinde küçük lotaryalar için riske karşı duyarsızlaşıyorsa

doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu en uygun fayda fonksiyonu olmaktadır [18]. Doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu Denklem 3.3'deki gibi ifade edilmektedir.

$$u(x) = ax - be^{-cx} \quad (3.3)$$

Yukarıdaki denklemde $u(x)$, servet seviyesini, a fonksiyonun doğrusal kısmının parametresini b ve c ise üssel kısmın parametrelerini temsil etmektedir. Servet seviyesi karar vericinin sahip olduğu maddi varlığın düzeyini göstermektedir.

Doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonlarının birçok araştırmacı tarafından olumlu bulunan bir özelliği de risk uyumlu olmasıdır. Hatta bu fayda fonksiyonları risk uyumlu olan tek fayda fonksiyonları sınıfındadır. Bir fayda fonksiyonunun risk uyumlu olması şu anlama gelir: Eğer riskli iki alternatif arasında tercih yapılıyor ve bu tercihte tek geçişlilik gözlemleniyor ise yüksek servet seviyesinde beğenilen alternatifin beklenen değeri daha yüksektir. Bu özelliğe sahip bir tercih modellemesinin risk uyumlu olarak adlandırılması ortalama-varyans yaklaşımından esinlenerek ortaya çıkmıştır. Daha açık bir ifadeyle riskten kaçınmanın azalan karakterde olduğu durumlarda (ki doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonlarında bu durum geçerlidir) kişilerin daha yüksek beklenti ve daha yüksek risk taşıyan

alternatiflere yönelebileceği düşüncesiyle bu özelliğe sahip doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu risk uyumlu kabul edilmiştir. Ancak burada her ne kadar risk merkezli bir tanım yapılsa da riskin literatürde herkesçe kabul gören bir tanımının olmadığını da belirtelim.

Doğrusal olmayan fonksiyonlarda beklenen değerin faydası ile faydanın beklenen değeri eşdeğer değildir. Bundan dolayı bu fonksiyonlarda faydası hesaplanan bir lotaryaya karşılık gelen gerçek değeri hesaplamak için fonksiyonun tersinin alınması gerekmektedir. Bu dezavantajına rağmen doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonları daha önce belirtilen bütün avantajları ışığında bu çalışmada tercih edilmiştir.

4. TÜRKİYE'DE SİGORTACILIK

Riskten kaynaklanan maliyetleri en aza indirmek ve geleceği garanti altına almak için trafikte iki tür sigortadan faydalanılmaktadır. Bunlardan birincisi kasko sigortasıdır. Kasko sigortasında kaza yapan sigortalının kendi aracının maliyeti karşılanmaktadır. Sürücülerin kasko sigortası yaptırma zorunlulukları yoktur. Diğer sigorta türü ise trafik sigortasıdır. Bu sigorta türünde sigortalının hatalı bulunduğu kaza durumunda kazadan etkilenen 3. şahısların zararı karşılanmaktadır. Araç sahiplerinin trafik sigortası yaptırmaları yasalarla zorunlu hale getirilmiştir. Bu tez çalışmasında Zorunlu Trafik Sigortası ele alınmıştır.

Türkiye'de sistem, Trafik Sigortası Tarife ve Talimatı'nda "Hasarsızlık İndirimi ve Zamlı Prim Uygulaması" olarak adlandırılmıştır. Bu sistem, Avrupa'da "Bonus-Malus", Kuzey Amerika'da da "Experience Rating" veya "Merit Rating" olarak adlandırılmıştır [17]. Trafik sigortacılığında sürücüler kaza geçmişlerine göre sınıflara ayrılmaktadırlar. Bu sınıflandırmanın amacı az sayıda kaza yapan sürücülerini ödüllendirirken çok sayıda kaza yapan sürücülerini cezalandırmaktır. Türkiye'de uygulanan sınıf sayısı firmadan firmaya değişiklik göstermektedir. Sürücü her sigorta yılının sonunda o yıl yaptığı ve bildirdiği kaza sayısı kadar sınıf düşmektedir. Sürücü sigorta yılı içerisinde hiç kaza yapmamışsa ya da yapılan kazanın/kazaların bedelini kendisi karşılamışsa (bildirimde bulunmamışsa) bir üst sınıfa geçmektedir.

Zorunlu trafik sigortasında her sigorta yılının başında sürücüler prim ödemektedirler. Ödenen primler sürücülerin içinde bulunduğu indirim sınıfı, sürücünün yaşı, cinsiyeti, eğitim durumu, kullanılan aracın değeri gibi 20'den fazla parametre ile belirlenmektedir.

Sigortalı her kaza yaptığında sigorta firmasına bildirimde bulunup bulunmama karar problemi ile karşı karşıya gelmektedir. Eğer sigortalı bildirimde bulunursa sigorta

firması sigortalının kaza sonucu zarar verdiği 3. şahısların kaza maliyetini karşılamaktadır. Buna karşın sigortalının içinde bulunduğu sınıf düşürülerek bir sonraki yıl daha fazla prim ödemesi istenmektedir. Eğer sigortalı bildirimde bulunmayıp 3. şahısların zararını kendisi karşılırsa sınıf düşmesi söz konusu olmayacaktır. Hatta o yıl içerisinde başka kaza bildiriminde bulunmazsa sigortalının sınıfı yükselecek ve daha az miktarda prim ödeyecektir. Bu tez çalışmasında sigortalıların talep davranışı fayda kuramı ekseninde ve Markov karar süreci kullanılarak ele alınmıştır.

5. PROBLEMİN TANIMI VE MATEMATİKSEL MODEL

Bu tez çalışmasında sigortalılar için servet seviyesine bağlı olarak sigorta sözleşmesinin her adımındaki optimal karar belirlenmektedir. Kazalar rassal olarak meydana geldiğinden dolayı MKS kullanılmıştır. Kişilerin servet seviyelerinin verdikleri kararlar üzerindeki etkilerini incelemek için doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonundan yararlanılmıştır. Kararlar sürecin kesikli noktalarında, her periyodun sonunda verilmektedir. Ele alınan problemde sonlu zamanlı ya da belirli süreli sigorta sözleşmeleri kullanılmıştır. Sürücülerin sürekli aynı meblağlarda kaza yaptığı, geçiş olasılıkları ve primlerin sözleşme süresi boyunca sabit kaldığı varsayılmıştır.

Sözleşme süresi, sürücünün sigorta yaptırmak istediği toplam süreyi temsil etmektedir. Ele alınan Markov zinciri kesikli zamanlı olduğundan dolayı sözleşme süresi M eş parçaya ayrılmıştır ve bu parçaların her birine periyot adı verilmektedir. Sigortalı sözleşme süresinin her periyodunda sonlu sayıdaki N durumlarından birinde olmaktadır. Ayrıca n . periyotta herhangi bir i . durumundan j . durumuna geçiş olasılığı $P_{ij}(n)$, i 'den j 'ye geçişte elde edilen ödül $r_{ij}(n)$ olmaktadır. Sistemin i . durumda ilk n adımlık beklenen getirisi $v_i(n)$ olmaktadır.

Sistemin i . durumda olduğunu ve sürecin sonlanmasına $(n + 1)$ adım kaldığı durum ele alındığında, $(n + 1)$ adımın beklenen getirisi sürecin sonlanmasına n adım kaldığında sistemin beklenen toplam getirisi ile n . adımdan $(n + 1)$. adıma geçişten kazanılan anlık ödülün toplamına eşittir. Eğer süreç bir sonraki adımda i durumundan j durumuna geçiş yapıyorsa bu geçiş olasılığı $P_{ij}(n + 1)$, bu geçişten elde edilen kazanç $r_{ij}(n + 1)$ olmaktadır. Bu tez çalışmasında kişilerin beklenen toplam faydalarının eniyilemesi amaçlandığından dolayı, beklenen toplam getiri fayda fonksiyonu parametresi olarak ifade edilmektedir. $(n + 1)$ adım kala beklenen toplam fayda Denklem (5.1)'deki gibi hesaplanmaktadır [21].

$$u(v_i(n + 1)) = \sum_{j=1}^N P_{ij}(n + 1)u(r_{ij}(n + 1) + v_j(n)), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.1)$$

Markov karar süreçlerinde karar analizini kolaylaştırmak için stratejiler kullanılmaktadır. Denklem (5.1)'de beklenen toplam fayda değeri her bir strateji için ayrı ayrı hesaplanarak en yüksek faydanın sağlandığı strateji seçilmektedir. Markov sürecinde $(n + 1)$ adım için beklenen toplam en yüksek fayda Denklem (5.2)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$u(v_i(n + 1)) = \max_k \sum_{j=1}^N P_{ij}^k(n + 1)u(r_{ij}^k(n + 1) + v_j(n)), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.2)$$

$v_i(n + 1) = (n + 1)$ adımda i durumunda verilen optimal karar altındaki belirsizliğin değeri

$P_{ij}^k(n + 1) = (n + 1)$. adımda ve k stratejisi altında i . durumdan j . duruma geçiş olasılığı

$r_{ij}^k(n + 1) = (n + 1)$. adımda ve k stratejisi altında i . durumdan j . duruma geçiş yapılırken elde edilen ödül

$u(v_i(n + 1)) = (n + 1)$ adımın optimal karar altındaki beklenen faydası

$M =$ Sözleşme süresi

$n =$ Sözleşmedeki toplam periyot sayısı

$N =$ Tüm olası durumlar kümesi

$P =$ Geçiş olasılıkları matrisi

$R =$ Ödüller matrisi

$k =$ strateji sayısı

Son adım olan $(n + 1)$. adımın değeri kendinden önceki n adımın değerine, n . adımın değeri kendinden önceki $n - 1$ adımın değerine bağlıdır. Görüldüğü gibi sistem sondan çözülmeye başlandığında bütün adımlar birbirine bağlı olduğundan ve önceki adımların değeri bilinmediğinden çözüm elde etmek mümkün olmamaktadır.

Şimdi sistemin iç içe girmiş denklemlerden oluştuğunu göstermek için 3 durumlu, 3 periyotlu, tek stratejili ve sistemin 1. durumda olduğu örnek bir problem ele alalım. Geçiş olasılıkları ve geçişlerden elde edilen kazanç değerlerinin bilindiğini varsayalım. Belirli bir aksiyon altında ve son döneme 3 periyot kala beklenen toplam fayda Denklem (5.3)'teki gibi ifade edilebilir.

$$u(v_1(3)) = \sum_{j=1}^3 P_{1j}(3)u(r_{1j}(2) + v_j(2)) \quad (5.3)$$

Sistemin sonlanmasına 3 periyot kala beklene toplam faydası kendinden önceki 2 periyodun beklenen getirisi, $v_j(2)$, ile 2. periyottan 3. periyoda geçişten elde edilecek ödülün toplamına eşittir. Denklem (5.3)'te kapalı formda yazılan beklenen fayda değeri Denklem (5.4)'te açık formda yazılmıştır.

$$u(v_1(3)) = P_{11}(3)u(r_{11}(3) + v_1(2)) + P_{12}(3)u(r_{12}(3) + v_2(2)) + P_{13}(3)u(r_{13}(3) + v_3(2)) \quad (5.4)$$

Denklem (5.4)'te $v_1(2)$, $v_2(2)$, ve $v_3(2)$ değerleri bilinmemektedir. Yani sistemin ilk 2 periyotta, her bir sınıftaki beklenen değerleri bilinmemektedir. Bu değerleri hesaplamak için Denklem (5.5), Denklem (5.6) ve Denklem (5.7) oluşturulmuştur. Denklem (5.5) sistemin 2. periyotta 1. sınıfta olması, Denklem (5.6) sistemin 2. periyotta 2. sınıfta olması, Denklem (5.7) sistemin 2. periyotta 3. sınıfta olması durumlarını temsil etmektedir. Bu denklemler sistemin sonlanmasına 2 periyot kala beklenen toplam faydayı hesaplamaktadırlar.

$$u(v_1(2)) = P_{11}(2)u(r_{11}(2) + v_1(1)) + P_{12}(2)u(r_{12}(2) + v_2(1)) + P_{13}(2)u(r_{13}(2) + v_3(1)) \quad (5.5)$$

$$u(v_2(2)) = P_{21}(2)u(r_{21}(2) + v_1(1)) + P_{22}(2)u(r_{22}(2) + v_2(1)) + P_{23}(2)u(r_{23}(2) + v_3(1)) \quad (5.6)$$

$$u(v_3(2)) = P_{31}(2)u(r_{31}(2) + v_1(1)) + P_{32}(2)u(r_{32}(2) + v_2(1)) + P_{33}(2)u(r_{33}(2) + v_3(1)) \quad (5.7)$$

Sistemin ilk periyotta her bir sınıfta sahip olduğu beklenen değerler, $v_1(1)$, $v_2(1)$ ve $v_3(1)$ bilinmediğinden dolayı, sistemin 2 periyot sürdüğü durumdaki eşlenik değerleri hesaplanamamaktadır. Sistemin 1 periyot sürdüğü durumda beklenen fayda değerler Denklem (5.8), Denklem (5.9) ve Denklem (5.10)'da hesaplanmaktadır.

$$u(v_1(1)) = P_{11}(1)u(r_{11}(1) + v_1(0)) + P_{12}(1)u(r_{12}(1) + v_2(0)) + P_{13}(1)u(r_{13}(1) + v_3(0)) \quad (5.8)$$

$$u(v_2(1)) = P_{21}(1)u(r_{21}(1) + v_1(0)) + P_{22}(1)u(r_{22}(1) + v_2(0)) + P_{23}(1)u(r_{23}(1) + v_3(0)) \quad (5.9)$$

$$u(v_3(1)) = P_{31}(1)u(r_{31}(1) + v_1(0)) + P_{32}(1)u(r_{32}(1) + v_2(0)) + P_{33}(1)u(r_{33}(1) + v_3(0)) \quad (5.10)$$

Sürecin başlangıcında elde bulunan değerler, $v_1(0)$, $v_2(0)$, ve $v_3(0)$ bilindiğinden bu değerler denklemde yerine konularak süreç sondan başlanarak çözülmektedir. Sürecin 1 periyotluk çözümü gelecekte bağımsız, anlık getiriye bağlıdır. Dördüncü bölümde doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonuna yer verilmiştir. Bu fonksiyonun MKS denklemindeki açık formda ifadesi Denklem (5.11)'deki gibidir.

$$u(v_i(n+1)) = \sum_{j=1}^N P_{ij}(n+1) \left[a(r_{ij}(n+1) + v_j(n)) - be^{-c(r_{ij}(n+1) + v_j(n))} \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.11)$$

Dördüncü bölümde de belirtildiği gibi doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonunun tersi alınamamaktadır. Bu sebepten dolayı bir sonraki adımdaki değeri hesaplamak zor olmaktadır. Bu fayda fonksiyonunun birçok avantajına rağmen araştırmacılar tarafından tercih edilmemesinin en büyük sebebi tersinin alınmasının matematiksel açıdan karmaşık olmasıdır.

Doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonunda faydanın değeri servet seviyesine bağlı olarak hesaplanmaktadır. Kişilerin servet seviyesi $-\infty$ ile $+\infty$ arasında herhangi bir gerçel sayı olabilmektedir. Bu durumda sürecin başlangıcında elde bulunan servet miktarı sonsuz farklı değerde olabilmektedir. Ele alınan problemin çözümünü zorlaştıran en önemli sorun her strateji, her periyot ve her sınıf için sonsuz farklı çözümün alınması gerekmesidir. Bu tez çalışmasında bu sorunun çözümü için uygulanan yaklaşıma Bölüm 6'da yer verilmiştir.

5.1 Markov Karar Süreci Yaklaşımının Sigortacılık Problemine Uyarlanması

Trafik kaza sigortası primlerinin rassal yapısının MKS yöntemiyle modellenmesi literatürde kabul görmüş bir yaklaşımdır. Sigortacılıkta, sigorta mükelleflerinin sınıflara ayrılması MKS'deki durumlara, her sigorta yılı bir periyoda, her sigorta yılında ödenen prim ile karşılanan kaza bedelinin toplamı kazanç (kayıp) matrisine tekabül etmektedir. Sigortacılık probleminde strateji olarak kaza sayısına göre karar alındığını varsaydık. Örneğin, "sigorta yılı içinde bir kaza olursa sürücü kendisi karşılansın, daha fazla sayıda kaza olursa sigorta firmasına talepte bulunsun" gibi stratejiler belirledik. Bu stratejinin tam listesi ilerleyen kısımlarda verilecektir.

Kişilerin servet seviyeleri için sonsuz farklı değer olabileceğinden bahsetmiştik. Her bir sınıf için sonsuz farklı servet seviyesi oluşmaktadır. Sigortalının içinde bulunduğu sınıf ve servet seviyesi ikilisi sigortalının durumunu belirtir. Böylelikle sonsuz sayıda durum (sınıf-servet seviyesi ikilisi) oluşmaktadır. Sonsuz sayıdaki durumların çözümü mümkün olmadığından bu çalışmada sigortalının başlangıçta elinde bulunan servet

seviyesi değerlerini alttan ve üstten sınırlandırdık. Bölüm 6’da sigorta problemini bir sigorta firmasından alınan veriler aracılığı ile daha ayrıntılı inceledik.

6. NÜMERİK ÇALIŞMA

Türkiye’de bir sigorta firmasından elde edilen geçiş olasılıkları ve primler temel alınarak MKS’nin uygulamasını gerçekleştirdik. Bu veriler 121.405 tane sigortalının bir yıllık kaza sayılarından faydalanılarak hesaplanmıştır. Firmadan elde edilen verilere göre sigortalılar 7 farklı grupta sınıflandırılmaktadır. Sürücü ilk sigorta yaptırdığında 4. sınıftan başlamaktadır. MKS problemini Visual BASIC’te hazırladığımız kodla çözdük. Değişik parametre kümeleri için analizleri Intel(R)core(TM) i3-2.20 GHz 4GB 64 bit bilgisayarda yaptık. Çalışmada ele alınan örnekte 20.000 TL değerinde bir araç için analizler gerçekleştirdik. Bu bölümde çalışmada kullanılan parametreleri ayrıntılı olarak inceledik.

6.1 Geçiş Olasılıkları

Geçiş olasılıkları bir sigorta sınıfındaki sürücünün bir periyot sonra hangi olasılıkla hangi sınıfa gideceğini gösterir. Sigortalı, sigorta yılı içerisinde hiç kaza bildiriminde bulunmazsa bir üst sınıfa yükselmektedir. Sürücünün iki ve daha fazla sayıda sınıf atlama mümkün değildir. Sigortalı yıl içinde bildirimde bulunduğu kaza sayısı kadar alt sınıfa düşmektedir. Yani sebep olduğu maliyetten bağımsız olarak her bir kazada bir sınıf düşmektedir. İlk ve son sınıflar dışındaki sınıflarda sigortalının bir sonraki yıl aynı sınıfta kalması mümkün değildir.

Tablo 1: Geçiş olasılıkları

	1	2	3	4	5	6	7
1	0,3684	0,6316	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,2907	0,0000	0,7093	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0460	0,1595	0,0000	0,7945	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0010	0,0091	0,0496	0,0000	0,9403	0,0000	0,0000
5	0,0012	0,0024	0,0166	0,1265	0,0000	0,8533	0,0000
6	0,0005	0,0005	0,0014	0,0114	0,1243	0,0000	0,8620
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0023	0,0106	0,1091	0,8780

Tez çalışması kapsamında Türkiye’de bir sigorta firmasından alınan geçiş olasılıklarını ve prim miktarlarını kullanılarak zorunlu trafik sigortası için en iyi stratejileri belirledik. Tablo 1’de sigorta firmasından alınan geçiş olasılıkları yer almaktadır. Buna göre 5. sınıfta bulunan bir sigortalı 0,8533 olasılıkla hiç kaza bildiriminde bulunmadığı için 6. sınıfa, 0,1265 olasılıkla bir kaza bildiriminde bulunduğu için 4. sınıfa, 0,0166 olasılıkla 2 kaza bildiriminde bulunduğu için 3. sınıfa, 0,0024 olasılıkla 3 kaza bildiriminde bulunduğu için 2. sınıfa, 0,0012 olasılıkla 4 ya da 5 kaza bildiriminde bulunduğu için 1. sınıfa geçiş yapmaktadır. Bir yıl içerisinde 5’ten fazla kaza bildiriminde bulunma olasılığı sıfıra çok yakın olduğu için bu değeri sıfır kabul ettik. Benzer şekilde, 1. sınıfta bulunan bir sigortalı 0,6316 olasılıkla hiç kaza bildiriminde bulunmadığı için 2. sınıfa geçiş yaparken, 0,3684 olasılıkla 1 ya da daha fazla sayıda kaza bildiriminde bulunduğu için 1. sınıfta kalmaktadır. En düşük sınıftaki sigortalının hangi olasılıklarla 1, 2, 3, 4 ya da 5 kaza bildiriminde bulunduğu dair veriler olmadığından bu verileri diğer sınıflardaki olasılık verileri ile orantılayarak Tablo 2’deki gibi hesapladık.

Tablo 2: Bilinmeyen geçiş olasılıkları

1. SINIF	
0 kaza bildirim olasılığı	0,6316
1 kaza bildirim olasılığı	0,2859387
2 kaza bildirim olasılığı	0,0742341
3 kaza bildirim olasılığı	0,0054988
4 kaza bildirim olasılığı	0,0013747
5 kaza bildirim olasılığı	0,0013747
	1,0000

Kaza bildirim sayılarına dair bazı geçiş olasılıkları olmayan 2, 3, 4, ve 5. sınıflara ait verileri de 1. sınıftaki veriler gibi orantılayarak elde ettik. En düşük sınıftaki sürücünün sigorta yılını kaza bildiriminde bulunmadan geçirme olasılığı 0,6316 iken 7. sınıftaki sürücünün yılı bildirimsiz geçirme olasılığı 0,8780 olmaktadır. Elde ettiğimiz veriler üst sınıflardaki sürücülerin kaza bildirim olasılıklarının daha küçük olduğunu

göstermektedir. Verilerden elde ettiğimiz ilginç bir sonuç ise en küçük kaza bildirim olasılığının 4. sınıfta olmasıdır. Bu sınıfta çoğunlukla ilk kez sigortası yaptırılan, yani yeni trafiğe çıkmış araçlara sahip sigortalılar bulunmaktadır. Bu sınıfta kaza bildirim sayısının düşük olmasının sebebinin araç sahiplerinin araçların değerlerini düşürmemek için trafikte daha hassas davranması ve bunun sonucunda daha az sayıda kaza yapması olduğu düşünülebilir.

6.2 Primler

Bu çalışmada kullandığımız verileri elde ettiğimiz firmada primler 20'den fazla parametrenin kombinasyonu ile belirlenmektedir. Bu parametre sayısı ile prim miktarını belirlemek çok karmaşık olduğundan firmanın eskiden kullandığı, sadece aracın değerine bağlı olarak belirlenen prim sistemini çalışmamızda kullandık. Bu çalışmada primleri sigortalının aracının %5 değeri üzerinden Tablo 3'teki oranları kullanarak hesapladık. Zorunlu trafik sigortasında 3. şahısların hasarı karşılandığı halde primlerin sigortalının kendi aracının değeri üzerinden belirlenmesinin sebebi ise karşı tarafa verilen zararın aracın motor gücü ile orantılı olması ve bu motor gücünün de aracın değerini belirlemesidir. Sigortalılar her sınıfta aracın değeriyle orantılı olarak prim ödemektedirler.

Tablo 3: Prim Sistemi

Sınıf	İndirim oranı (%)	Artırım oranı (%)
7	30	-
6	20	-
5	10	-
4	-	-
3	-	15
2	-	30
1	-	45

Bu çalışmada 4. sınıfta bulunan sigortalı aracın değerinin %5'i kadar prim ödemektedir. Bir üst sınıfta, 5. sınıfta, bulunan sigortalı 4. sınıftaki sigortalının ödediği prim üzerinden %10 indirim ile prim ödemektedir. Buna karşın 3. sınıftaki sigortalı ise 4. sınıftaki sigortalının ödediği prim üzerinden %15 daha yüksek miktarda prim ödemektedir. Özetle, yüksek sınıflardaki sigortalılar daha az miktarlarda prim öderken, düşük sınıflardaki sigortalılar daha yüksek miktarlarda prim ödemektedirler. 20.000 TL değerindeki bir araç için yıllık ödenen prim miktarlarını Tablo 4'teki gibi hesapladık.

Tablo 4: Prim miktarları

Sınıf	Primler
1.	1450
2	1300
3	1150
4	1000
5	900
6	800
7	700

6.3 Kaza maliyetleri

Bir sürücünün sebep olduğu kaza maliyetleri için sonsuz farklı alternatif söz konusu olabilmektedir. Bütün bu alternatiflerin incelenmesi mümkün olmadığından dolayı yaptığımız çalışmada kaza maliyetinin sabit olduğunu varsaydık. Bir diğer deyişle sürücünün bir sigorta yılı içerisinde ya hiç kaza yapmadığını ya da yaptığı kazaların eş maliyetlerde olduğunu varsaydık. Bunun yanında sigortalının belli bir maliyet düzeyinden fazlasını karşılaması, talepte bulunması sonucu katlanacağı ek maliyetten daha yüksek kayba sebep olmaktadır.

Kaza maliyetine bağlı olarak sürücünün kararlarındaki değişimi gözlemlemek amacıyla kaza maliyetleri belirledik. Sürücünün riske duyarlılığını incelemek için kaza

maliyetlerinin en düşük prim miktarına eşit ya da daha düşük olduğunu varsaydık. Örneğin 20.000 TL değerinde bir araç için ödenebilecek en düşük prim miktarı 700 TL olduğundan karşılanabilecek en yüksek kaza bedelini 700 TL olarak hesapladık. Bu çalışmada 20.000 TL değerinde bir araç için 50, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 600 ve 700 TL değerlerini analizde kaza maliyeti olarak ele aldık.

6.4 Başlangıç Servet Seviyesi

Servet seviyesi kişinin sahip olduğu varlık düzeyini belirtmektedir. Doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu varsayımları altında hareket eden bireylerin riske karşı davranışı kişinin servet seviyesine bağlı olarak değişebilmektedir. Sigortacılık probleminde sigortalının sahip olabileceği servet seviyesi sonsuz farklı değer alabilmektedir. Yani Markov karar sürecinin sonsuz farklı başlangıç servet düzeyi söz konusu olmaktadır. Servet seviyesi için sonsuz farklı düzeyi hesaplamamız mümkün olmadığından sigortalının servet seviyesini sınırlandırma yoluna gittik. Sigortalıların servet seviyelerini üstten 1.000.000 TL ile alttan ise 0 TL ile sınırlandırdık. Geliştirdiğimiz modelde servet seviyesinin eksi değer almasına izin vermediğimiz için servet seviyesinin bazı değerleri yapay olmaktadır. Bu yapay değerlerin sayısı her periyotta farklılık göstermektedir. Periyot sayısı arttıkça analizlerdeki yapay değer sayısı da artmaktadır. Örneğin 1. periyotta, 50 TL kaza bedeli olan ve 100 TL servet seviyesindeki bir kişi için yapay sonuç alınmazken 3. periyotta ortaya çıkan bazı senaryolar yapay olabilmektedir. Problemi bu yapaylıktan kurtarmak için belli bir servet seviyesinin altındaki sonuçları analizlerde kullanmadık. Bu çalışmada en yüksek kaza bedelinin en yüksek prim miktarı ile toplamının periyot sayısı ile çarpımından elde edilen 21.500 değerinden daha yüksek olan 22.000 değerine kadar olan sonuçlar bazı periyotlar için yapay olabilmektedir. Bu yüzden 22.000 servet seviyesine kadar olan sonuçlar analizlerde kullanılmazken bu servet seviyesinin üstünde elde edilen sonuçları analizimize dahil ettik.

6.5 Fayda Fonksiyonu Parametreleri

Çalışmamızda kullanılan doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$u(x) = ax - be^{-cx} \quad (6.1)$$

Doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonunu doğrusal fayda fonksiyonundan ayıran kısım üssel kısımdır. Doğrusal fayda fonksiyonları riske duyarsız olduklarından dolayı doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonlarında riske duyarlılığı sağlayan fonksiyonun üssel kısmıdır. Bu sebepten dolayı Denklem 6.5'te fayda fonksiyonunun kararlar üzerindeki etkinliğini üssel kısım sağlamaktadır. Üssel kısmın etkisini servet seviyesi ile birlikte b ve c parametreleri belirlemektedir. Doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonunda üssel kısmın önüne gelen b parametresinin değeri arttıkça üssel kısmın etkisi de artmaktadır. Fayda fonksiyonunda c parametresi üssel kısmın kuvveti olarak bulunmaktadır. Riskin kişilerin kararları üzerindeki etkisinin incelenebilmesi için kişilerin riske duyarlı olması gerekmektedir. Bundan dolayı c parametresi pozitif değer almaktadır. Üssel kısmın etkisini artırmak için küçük c değerlerini analizlerde kullandık.

Örnek çalışmada fayda fonksiyonunun etkisini incelemek amacıyla farklı fayda fonksiyonu parametrelerini kullanarak hesaplamalar yaptık. Fayda fonksiyonunda doğrusal kısmın sonuçlar üzerinde değişiklik yaratması beklenmediğinden dolayı doğrusal kısmın parametresi olan a değerini 1 aldık. Üssel kısmının etkisini artırmak amacıyla b ve c parametreleri için farklı değerler alarak analizler yaptık. Bu analizlerde b parametresi için 1, 10, 100 ve 1000 değerleri, c parametresi için ise 0,1, 0,001 ve 0,00001 değerlerini kullandık.

Fayda fonksiyonunu bu çalışmada kullanmamızın ana nedeni daha öncede belirttiğimiz üzere kişilerin riske duyarlı olduğu durumları ele alıp daha gerçekçi olacağını umduğumuz sonuçlar elde etmektir. Literatürde kişilerin herhangi bir w servet seviyesinde riske duyarlılıkları, riskten kaçınma fonksiyonu, $r(w)$, ile ölçülür Riskten kaçınma fonksiyonu aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$r(w) = -\frac{U''(w)}{U'(w)}$$

Görüleceği üzere $r(w)$ doğrusal fayda fonksiyonunda sıfır değerini alırken yani kişi riske duyarsız hareket ederken, içbükey fayda fonksiyonlarında $U''(w) < 0$ olacağı için pozitif değer almaktadır. Pozitif $r(w)$ değeri karar vericinin riskten kaçındığı anlamına gelir. Fonksiyonun pozitif değeri arttıkça kişinin riskten kaçınmasının arttığı varsayılır.

Doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu için w servet seviyesindeki riskten kaçınım fonksiyonunu şu şekilde hesaplayabiliriz.

$$r(w) = -\frac{U''(w)}{U'(w)} = \frac{-bc^2e^{-cw}}{1 + bce^{-cw}} = \frac{bc^2}{e^{cw} + bc}$$

Daha öncede belirttiğimiz üzere bu çalışmada servet seviyesi pozitif değerler almaktadır, $w > 0$. Bu varsayım altında riskten kaçınma fonksiyonunun w 'ye göre davranışını incelersek:

$$\frac{dr(w)}{dw} = -\frac{bc^3e^{cw}}{(e^{cw} + bc)^2} < 0$$

sonucu gözlemlenir. Yani bu kişi zenginleştikçe riskten daha az kaçınmaktadır. Aynı analizi b parametresi için yaparsak

$$\frac{dr(w)}{db} = \frac{c^2 e^{cw}}{(e^{cw} + bc)^2} > 0$$

olduğu görülür. Yani b parametresinin değerinin artması aslında kişinin riske daha duyarlı (riskten daha çok kaçınan) olduğu anlamına gelmektedir. Benzer şekilde c parametresini ele alırsak

$$\frac{dr(w)}{dc} = -\frac{b^2 c^2 + bce^{cw}[2 - cw]}{(e^{cw} + bc)^2}$$

durumu elde edilir. Yani c parametresinin artması üssel kısmın etkisini güçlendirmekle beraber riskten kaçınma davranışı konusunda her servet seviyesinde aynı etkiyi göstermemektedir.

Yukarıda gördüklerimiz ışığında c parametresinin bizim çalışmamızda riskten kaçınma fonksiyonu üzerindeki etkisini ayrıntılı bir biçimde irdeleyelim. Riskten kaçınma fonksiyonunun c parametresine göre değişimi $b^2 c^2 + bce^{cw}[2 - cw]$ ifadesinin işaretine göre $[22.000, 1.000.000]$, $b \in [1, 1000]$, $c \in [0,00001, 0,1]$ durumları söz konusudur. Bu sebeple $b^2 c^2 + bce^{cw}[2 - cw]$ ifadesi aslında her zaman negatif değer almaktadır. Bu kısımdaki tartışmamızı kısaca özetlersek: Kişilerin farklı servet seviyelerinde riske duyarlılıklarını ölçen $r(w)$ fonksiyonu nümerik analizimizde servet seviyesini w 'ye göre azaltmakta, parametreler b ve c göre artmaktadır. Yani daha yüksek servet seviyesindeki bireyler riske daha duyarsızken, yüksek b ve c değerleri riske daha duyarlı davranışlar modellemektedir.

6.6 Belirlenen Stratejiler

Markov karar süreçlerinde karar analizini kolaylaştırmak için stratejilerden faydalanılmaktadır. Sürecin her adımında bütün stratejiler için değerler karşılaştırılarak her adımda hangi stratejinin daha iyi sonuç verdiği belirlenmektedir. Zorunlu trafik sigortası problemi için 6 tane strateji belirledik. Bu stratejiler:

β_1 : Kaç kaza olursa olsun talepte bulunma stratejisi,

β_2 : 1 kaza olursa karşılama, daha fazlası için talepte bulunma stratejisi,

β_3 : 2 kaza olursa hepsini karşılama, daha fazlası için talepte bulunma stratejisi,

β_4 : 3 kaza olursa hepsini karşılama, daha fazlası için talepte bulunma stratejisi,

β_5 : 4 kaza olursa hepsini karşılama, daha fazlası için talepte bulunma stratejisi,

β_6 : Bütün kazaların zararlarının sigortalı tarafından karşılanması stratejisi,

Örneğin β_2 stratejisini uygulayan bir sigortalı sigorta yılı içerisinde 1 ve daha az sayıda kaza yaparsa kaza sonucu zarar gören 3. şahısların zararını kendisi karşılayacaktır. Sigortalı birinci kazadan sonra yaptığı kazalarda sigorta firmasından talepte bulunacaktır.

6.7 Çözüm Yaklaşımı

Sigorta problemi sondan başlanarak çözülmektedir. Yani 10 yıllık bir sigorta süreci ve 10. yılın sonunda elde bulunan meblağın hesaplanması için sürecin sonundan itibaren hesaplamalar yapılmaktadır. Çözüm sürecinde uygulanan adımlar;

Adım 1: Bütün sınıflar ve her servet seviyesi için ayrı ayrı başlangıç değerleri atanmaktadır.

Adım 2: Belirlenen her bir başlangıç değerine karşılık gelen fayda fonksiyonu değeri hesaplanmaktadır.

Adım 3: Her bir sınıfta ortaya çıkabilecek bütün servet seviyeleri için fayda değerleri hesaplanır.

Adım 4: En yüksek fayda değerine karşılık gelen strateji belirlenmektedir.

Adım 5: En iyi stratejinin fayda değerine karşılık gelen servet seviyeleri hesaplanmaktadır.

Adım 6: 5. adımda belirlenen servet seviyesi bütün stratejilerde bir sonraki adım için başlangıç değeri olarak atanmaktadır.

Doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu tersi alınmayan bir fonksiyon olduğundan dolayı 5. adımdaki işlemler oldukça zaman almaktadır. Bu adımda servet seviyesinin yerine gelebilecek bütün değerler tek tek denklemde yerine konularak fayda değerine en yakın servet seviyesi belirlenmeye çalışıldı. Çözüm sürecinde bu servet seviyelerini 0,001 hassasiyette elde ettik.

Servet seviyesinin üst sınırını 1.000.000 alt sınırını ise 0 olarak belirlenmiştik. Her bir durum (servet seviyesi-sınıf ikilisi) için ayrı ayrı çözüm yapılması gerekmektedir. 1.000.000 farklı başlangıç servet seviyelerinin her biri için bütün sınıfların bütün periyotlarında ayrı ayrı hesaplamalar yapılması gerekmektedir. Yedi sınıflı, on periyotlu bir sigorta süreci için 70.000.000 adet çözüm yapılması gerekmektedir. Bu çözümlerin bulunması oldukça zaman almaktadır. Yüksek bilgisayar zamanı ile farklı parametreler için ayrı ayrı çözüm almak problemin çözümünü zorlaştırmaktadır. Bundan dolayı zamandan tasarruf yapmak ve çözüm sürecinin hızlanmasını sağlamak amacıyla servet seviyelerini 50'nin katları olarak belirledik. Kaza bedelleri ve prim miktarları da 50'nin katları olduğu için sonuçlar da 50'nin katı olmaktadır. Bu durumda 50'nin katı olmayan servet seviyelerinin analize vereceği bir katkı

olmamaktadır. Bu basitleştirmeye rağmen çözüm süreleri parametrelere bağlı olarak 23-70 saat arasında olmaktadır.

6.8 Sonuçlar

Daha önceki bölümlerde riskten kaçışın kişilerin kararları üzerinde etkili olduğuna değinmiştik. Çalışmanın bu bölümünde fayda fonksiyonu parametrelerine farklı değerler vererek karar vericilerin risk altındaki davranışlarını inceledik. Riskten kaçınma fonksiyonunda $[22.000, 1.000.000]$ servet seviyesi aralığında, $b \in [1, 1000]$, $c \in [0,00001, 0,1]$ değerlerini ele alarak hesaplamalar yaptık.

Yaptığımız nümerik çalışmada kullandığımız servet seviyesi aralığı çok yüksek olduğundan çözümü hızlandırmak ve zamandan kazanç sağlamak için servet seviyelerini 50'nin katları olarak hesaplamalar yaptık. Periyot sayısının alınan kararlar üzerindeki etkisini incelemek amacıyla periyot sayısını 10 olarak ele aldık. Bu çalışmada her bir periyot bir yılı temsil etmektedir. Nümerik çalışmadaki problemde kullandığımız veriler sigortacılık alanında hizmet veren uzman bir firmadan elde edilen gerçek veriler olduğundan sınıf sayısında bu gerçek verilere sadık kalarak sınıf sayısını 7 aldık.

6.8.1 Kaza Maliyetleri, Servet Seviyesi ve Sigorta Sınıflarına Göre Duyarlılık Analizleri

Kaza bedellerinin kişilerin kararları üzerindeki etkisini incelemek amacıyla nümerik çalışmada farklı meblağlarda kaza bedelleri ele alarak hesaplamalar yaptık. Bu çalışmada kaza bedellerini 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500, 600 ve 700 olarak aldık. Daha öncede değindiğimiz gibi bütün çalışmada sınıf sayısını 7 olarak ele aldık. Bu bölümde nümerik çalışmadan elde edilen sonuçlara yer verilmiştir.

Nümerik çalışmanın sonucunda elde ettiğimiz verilere göre fayda fonksiyonu parametrelerinden b değerinin 1, c değerini 0,00001 ve kaza bedelinin 50 olduğu durumda yapılan analizde bütün sınıflar için bulunan sonuçlar Tablo 5'te yer almaktadır. Bu sonuçlarda servet seviyesine bağlı değişim gözlenmediğinden dolayı tek bir servet seviyesi için sonuçlar Tablo 5'te gösterdik. Diğer servet seviyelerinin tamamı için Tablo 5'ile örtüşen sonuçlar elde ettik.

Tablo 5: $b=1$, $c=0,00001$, kaza bedeli=50 için seçilen stratejiler

	PERİYOT									
SINIF	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Yukarıdaki tabloda satırlar sınıfları, sütunlar periyotları temsil etmektedir. Tablo 5'teki sonuçlarda bütün sınıflarda sözleşme bitimine bir yıl kala 1. strateji (kaza bedeli ne olursa olsun talepte bulun) daha iyi sonuç verirken daha uzun süreli süreçlerde 2. strateji (1 kaza olursa karşılama daha fazlası için talepte bulunma) daha iyi sonuç vermiştir. Hiçbir sınıfta servet seviyesine bağlı olarak stratejiler arasında geçiş gözlemlenmedi.

Kaza bedellerinin 100, 150, 200, 300, 400, 500, 600 ve 700 olduğu durumlara ilişkin sonuçlar için tablolara yer vermedik. Bu durumlarda elde edilen sonuçlar ise şöyle

olmaktadır: Kaza bedelinin 50 olduğu durumdan farklı olarak kaza bedelinin 100 olduğu durumda yedinci sınıfta sigorta sürecinin bitimine 1 yıl kalan durumlarda 1. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini, bitime 2 yılın kaldığı durumlarda ise 1. ve 2. stratejilerin birbirine eşit sonuç verdiğini gözlemledik. Sigorta sürecinin 7. sınıfında sözleşmesinin bitimine 2 yıldan daha uzun sürenin kaldığı durumlarda 50 kaza bedelindekiyle benzer şekilde 2. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini gözlemedik. Sürecin 7. sınıf dışındaki bütün sınıflarda 50 kaza bedeli ile aynı sonuçları gözlemledik. Stratejilerde birbirlerine eşit sonuçların olduğu durumları tabloda sıfır değeri ile gösterdik.

Kaza bedeli 150 alınarak yapılan çözümlerde 50 kaza bedeline göre 1. ve 7. sınıflarda farklılık oluştuğunu gözlemledik. Birinci sınıfta sigorta sözleşmesinin bitimine 1 ve 2 yılın kaldığı sigorta süreci için 1. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini daha uzun süreli sigorta süreçlerinde 2. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini gözlemledik. Kaza bedeli 150 olduğu durumda 7. sınıfta sözleşme süresi kaç yıl olursa olsun 1. stratejinin daha iyi sonuç verdiği sonucuna ulaştık. Kaza bedelinin 200 olduğu durumda 150 kaza bedelindeki sonuçlardan farklı olarak 5. ve 6. sınıflarda sözleşme süresinin bitimine 1 ve 2 yılın kaldığı durumlarda 1. stratejinin, daha uzun süreli durumlarda 2. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini gözlemledik.

Kaza bedeli 300 alınarak yapılan analizlerde 1. sınıfta sözleşme süresinin bitimine kalan son 3 yıllık süreçte 1. stratejinin, daha uzun süreli durumlarda 2. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini gözlemledik. Benzer şekilde 2, 3, 4, 5 ve 6. sınıflarda bitime iki yıla kadar zaman olan durumlarda 1. strateji daha iyi sonuç verirken daha uzun süreli durumlarda 2. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini gördük. 7. sınıfta bütün periyotlar için 1. stratejinin daha iyi sonuç verdiği sonucuna ulaştık.

Kaza bedeli 400 alınarak yapılan çözümlerde 1. sınıfta sözleşme süresinin bitimine 4 yıla kadar zamanın kaldığı, 2, 3 ve 4. sınıflarda 2 yıla kadar zamanın kaldığı, 5. sınıfta

ise 3 yıla kadar zamanın kaldığı durumlarda 1. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini gözlemledik. Daha uzun süreli sözleşmelerde 2. stratejinin daha iyi sonuç verdiği sonucuna ulaştık. Diğer sınıflardan farklı olarak 6. ve 7. sınıflarda bütün periyotlar için 1. strateji tercih edilmiştir. Kaza bedeli 500 alınarak yapılan çözümlerde ise 1, 2, 3, 6 ve 7. sınıflarda 400 kaza bedeli alınarak elde edilen sonuçlarla aynı sonuçları elde ettik. Ancak 5. sınıfta sözleşme süresinin bitimine 4 yıla kadar, 4. sınıfta ise 3 yıla kadar zamanın kaldığı durumlarda 1. strateji, daha uzun süreli sözleşmelerde 2. strateji tercih edilmiştir. En yüksek iki sınıfta (6 ve 7) sonuçların 500, 600 ve 700 kaza bedellerinde değişmediğini gözlemledik. Bu iki sınıf için sigorta sürecinin bitimine kaç yıl kalırsa kalsın 1. stratejinin daha iyi olduğu sonucuna ulaştık.

Kaza bedelini 600 alarak yaptığımız analizde 1. sınıfta sürecin bitimine 5 yıl, 2. ve 3. sınıflarda 3 yıl, 4. sınıfta 4 yıl ve 5. sınıfta 8 yıl kalmasından itibaren 1. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini gözlemledik. Sürecin bitimine daha uzun sürelerin kaldığı durumlarda 2. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini gördük. Kaza bedelini en yüksek değer olan 700 alarak yatığımız çözümlerde ise 1. sınıfta sürecin bitimine 6, 2. ve 3. sınıflarda 3, 4. sınıfta 4 yıl kalmasından itibaren 1. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini gözlemledik. Sözleşme süresinin bitimine daha uzun sürenin kaldığı durumlarda 2. stratejinin daha iyi sonuç verdiği sonucuna ulaştık. 5. sınıfta bütün periyotlarda 1. stratejinin daha iyi sonuç verdiğini gördük.

Yukarıda ayrıntılı olarak ifade ettiğimiz sonuçları kısaca özetlersek; yaptığımız nümerik çalışmanın sonucunda kaza bedelleri arttıkça talepte bulunma eğiliminin arttığını, uç sınıflarda (1 ve 7) talepte bulunma limitinin daha düşük olduğunu, sigortalıların servet seviyelerinin alınan kararlar üzerinde etkisinin olmadığını, verilen kararların sınıflara göre farklılık gösterdiğini gözlemledik. Bir diğer ifadeyle fayda fonksiyonunun b ve c parametreleri sabit kalmak koşuluyla kaza bedeli ve servet seviyesini değiştirerek elde ettiğimiz çözümlerde servet seviyesindeki değişimin karar vericilerin risk duyarlılıkları üzerinde bir değişiklik yaratmadığını gözlemledik. Ancak

kaza bedellerinin karar vericilerin riske duyarlılığını değiştirdiği ve buna bağlı olarak seçilen stratejilerin değişiklik gösterdiği sonucuna ulaştık.

Nümerik alışmamızda uç sınıflarda (1 ve 7) talep limitinin orta sınıflara oranla daha düşük olduğu sonucuna ulaştık. Elde ettiğimiz bu sonuç Hasting'in [2] çalışmasındaki sonuçlarla örtüşmektedir. Hasting'in çalışmasında da uç sınıflarda talep limitin daha düşük olduğu gözlemlenmiştir.

6.8.2 Fayda Fonksiyonu Parametrelerine Duyarlılık Analizi

Daha önceki bölümde fayda fonksiyonu parametrelerini sabit tutarak servet seviyesi, kaza bedeli ve sigorta sınıflarına göre karar vericilerin riske duyarlılıklarını analiz ettik. Bu bölümde fayda fonksiyonunun üssel kısmının alınan kararlar üzerindeki etkisini incelemek için, bu kısmın parametrelerine farklı değerler atayarak riskteki değişimleri analiz ettik. Yaptığımız nümerik çalışmada fayda fonksiyonunun b parametresi için 1, 10, 100 ve 1000 değerlerini, üssel kısmının derecesini belirleyen c parametresi için ise 0,1, 0,001 ve 0,00001 değerlerini kullandık. özümleri 0 ile 1.000.000 arasındaki servet seviyeleri için aldık.

Yaptığımız çalışmanın ilk aşamasında doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonunun b parametresi için farklı değerler kullanılarak riskin değişmesi durumunda karar vericilerin kararlarındaki değişimi inceledik. Bu analizlerde kaza bedeli ve c parametresini sabit tutarak farklı b parametresi değerlerinin sebep olduğu riskteki değişimin seçilen strateji üzerindeki etkisini araştırdık. Bütün periyotlar, c ve b değerleri için 50 kaza bedelinde alınan sonuçlar Tablo 6'da, 100 kaza bedeli için alınan sonuçlar Tablo 7'de, 150 kaza bedeli için alınan sonuçlar Tablo 8'de, 200 kaza bedeli için alınan sonuçlar Tablo 9'da, 300 kaza bedeli için alınan sonuçlar Tablo 10'da, 400 kaza bedeli için alınan sonuçlar Tablo 11'de, 500 kaza bedeli için alınan sonuçlar Tablo 12'de, 600 kaza bedeli için alınan sonuçlar Tablo 13'te ve 700 kaza bedeli için

alınan sonuçlar Tablo 14’te yer almaktadır. Örneğin Tablo 8’de kaza bedeli 150 ve c değeri 0,0001 olduğunda riskteki değişimin verilen kararları etkileyip etkilemediğini araştırdık. Araştırmanın sonucunda bütün b değerleri için aynı sonuca ulaştık. Yani b parametresinin değeri ne olursa olsun karar vericinin hep aynı stratejiyi izlediğini gözlemledik. Buna göre 1. sınıfta sözleşme süresinin bitimine 2 yıl kalmasından itibaren 1. strateji tercih edilirken sürecin bitimine 2 yıldan fazla bir süre kaldığı durumda 2. stratejinin tercih edildiğini gözlemledik. En yüksek sınıfta sözleşme süresinin bitimine ne kadar süre kalırsa kalsın 2. strateji tercih edilirken diğer sınıflarda sözleşme süresinin bitimine bir yıl kala 1. strateji, daha uzun süreli durumlarda 2. strateji tercih edilmiştir. Özetle, farklı c parametre değeri ve kaza bedeli kombinasyonlarında b parametresine bağlı olarak kararlarda değişim gözlemlemedik. Yani b parametresinin risk üzerinde yarattığı değişimin karar vericinin kararlarını etkilemediği sonucuna ulaştık.

Bir sonraki adımda, fayda fonksiyonunun üssel kısmının karar vericilerin kararları üzerindeki etkisini incelemek amacıyla c parametresinin risk duyarlılığı üzerindeki etkisini gözlemlemeye çalıştık. Aşağıdaki tablolarda yatay satır c değeri ve sınıf kombinasyonlarını, dikey sütun ise periyotları göstermektedir. Tablolarda görüldüğü üzere c parametresi değerinin riskte yarattığı değişime bağlı olarak verilen kararlarda değişim gözlemlenmemiştir. Yani c parametresi değeri ne olursa olsun sınıf ve kaza bedeli sabit kalmak koşuluyla bütün c değerleri için aynı sonuçları elde ettik.

Tablo 6 kaza bedelinin 50 TL olduğu durumda bütün c değerler, periyotlar ve sınıflar için alınan kararları göstermektedir. Diğer tablolar da benzer şekilde sabit kaza bedelleri için alınan kararları göstermektedir.

Tablo 6: 50 kaza bedeli için sonuçlar

Kaza bedeli 50		Yıllar (Periyotlar)									
Sınıf	c değeri	1.yıl	2.yıl	3.yıl	4.yıl	5.yıl	6.yıl	7.yıl	8.yıl	9.yıl	10.yıl
1	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Tablo 7 kaza bedelinin 100 TL olduğu durumda bütün *c* değerleri, periyotlar ve sınıflar için alınan kararları göstermektedir.

Tablo 7:100 kaza bedeli için sonuçlar

Kaza bedeli100		Yıllar(Periyotlar)									
Sınıf	<i>c</i> değeri	1.yıl	2.yıl	3.yıl	4.yıl	5.yıl	6.yıl	7.yıl	8.yıl	9.yıl	10.yıl
1	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7	0,1	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2

Tablo 8 kaza bedelinin 150 TL olduğu durumda bütün c değerleri, periyotlar ve sınıflar için alınan kararları göstermektedir.

Tablo 8: 150 kaza bedeli için sonuçlar

Kaza bedeli 150		Yıllar(Periyotlar)									
Sınıf	c değeri	1.yıl	2.yıl	3.yıl	4.yıl	5.yıl	6.yıl	7.yıl	8.yıl	9.yıl	10.yıl
1	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
2	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tablo 9 kaza bedelinin 200 TL olduğu durumda bütün c değerleri, periyotlar ve sınıflar için alınan kararları göstermektedir.

Tablo 9: 200 kaza bedeli için sonuçlar

Kaza bedeli 200		Yıllar(Periyotlar)									
Sınıf	c değeri	1.yıl	2.yıl	3.yıl	4.yıl	5.yıl	6.yıl	7.yıl	8.yıl	9.yıl	10.yıl
1	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
2	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	0,1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
6	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
7	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tablo 10 kaza bedelinin 300 TL olduğu durumda bütün c değerleri, periyotlar ve sınıflar için alınan kararları göstermektedir.

Tablo 10: 300 kaza bedeli için sonuçlar

Kaza bedeli 300		Yıllar (Periyotlar)									
Sınıf	c değeri	1.yıl	2.yıl	3.yıl	4.yıl	5.yıl	6.yıl	7.yıl	8.yıl	9.yıl	10.yıl
1	0,1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
2	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
4	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
5	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
6	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
7	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tablo 11 kaza bedelinin 400 TL olduğu durumda bütün c değerleri, periyotlar ve sınıflar için alınan kararları göstermektedir.

Tablo 11: 400 kaza bedeli için sonuçlar

Kaza bedeli 400		Yıllar (Periyotlar)									
Sınıf	c değeri	1.yıl	2.yıl	3.yıl	4.yıl	5.yıl	6.yıl	7.yıl	8.yıl	9.yıl	10.yıl
1	0,1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
2	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
4	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
5	0,1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
6	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tablo 12 kaza bedelinin 500 TL olduğu durumda bütün c değerleri, periyotlar ve sınıflar için alınan kararları göstermektedir.

Tablo 12: 500 kaza bedeli için sonuçlar

Kaza bedeli 500		Yıllar (Periyotlar)									
Sınıf	c değeri	1.yıl	2.yıl	3.yıl	4.yıl	5.yıl	6.yıl	7.yıl	8.yıl	9.yıl	10.yıl
1	0,1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
2	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	0,1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
4	0,1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
5	0,1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
6	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tablo 13 kaza bedelinin 600 TL olduğu durumda bütün c değerleri, periyotlar ve sınıflar için alınan kararları göstermektedir.

Tablo 13: 600 kaza bedeli için sonuçlar

Kaza bedeli 600		Yıllar (Periyotlar)									
Sınıf	c değeri	1.yıl	2.yıl	3.yıl	4.yıl	5.yıl	6.yıl	7.yıl	8.yıl	9.yıl	10.yıl
1	0,1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
2	0,1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
3	0,1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
4	0,1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
5	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
6	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tablo 14 kaza bedelinin 7000 TL olduğu durumda bütün c değerleri, periyotlar ve sınıflar için alınan kararları göstermektedir.

Tablo 14: 700 kaza bedeli için sonuçlar

Kaza bedeli 700		Yıllar (Periyotlar)									
Sınıf	c değeri	1.yıl	2.yıl	3.yıl	4.yıl	5.yıl	6.yıl	7.yıl	8.yıl	9.yıl	10.yıl
1	0,1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
2	0,1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
3	0,1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
4	0,1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
	0,001	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
	0,00001	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
5	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,00001	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Özetle, fayda fonksiyonu parametrelerinin riskte yarattığı değişimin karar vericilerin kararını etkilemediği sonucuna vardık. Yukarıdaki tablolarda seçilen stratejilerde görülen değişimler periyotlar ve kaza bedellerindeki farklılıklardan kaynaklanmaktadır.

Sayısal çalışmanın başında 5 strateji belirlemiştik, ancak yapılan çözümlerde sadece iki stratejinin karar olarak seçildiğini gözlemledik. Diğer stratejilerin hiçbir durumda tercih edilmediğini gözlemledik. Sonuçlarda herhangi bir değişiklik yaratmadığı için (yani sonuçlar yukarıdaki tablo değerleri ile aynı çıktığı için) diğer b parametresi değerleri kullanılarak yapılan çözümlerin sonuçlarına yer verilmemiştir. Başka bir ifadeyle b parametresinin 1, 10, 100 ve 1000 olduğu durumlarda da Tablo 6, Tablo 7, Tablo 8, Tablo 9, Tablo 10, Tablo 11, Tablo 12, Tablo 13 ve Tablo 14'teki sonuçlarla aynı sonuçlar elde edilmektedir.

7. DEĞERLENDİRME VE YORUM

Bu tez çalışmasında, Türkiye’de sürücülerin yaptırması yasalarla zorunlu hale getirilmiş “zorunlu trafik sigortası” sistemini ele aldık. Sigortalıların kaza sonrasındaki karar verme sürecini Markov karar süreci olarak modelledik. Karar verme sürecinde riske karşı duyarlılığını incelemek amacıyla fayda fonksiyonundan yararlandık. Sigortalıların karar verme sürecini kolaylaştırmak, en iyi kararı vermek ve karar verme sürecini hızlandırmak için stratejiler belirledik.

Servet seviyesinin sigortalıların kararları üzerindeki etkisini incelemek amacıyla çalışmamızda doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu kullandık. Tez çalışmasında ele aldığımız nümerik problemde Türkiye’deki bir sigorta firmasından elde ettiğimiz geçiş olasılıkları ve prim miktarlarını kullandık. Sigorta sürecinin 10 yıl sürdüğü bir problem için en uygun stratejileri belirlemeye çalıştık. Ayrıca sigortalıların riske, periyot sayısına ve sınıflara göre kararlarındaki değişimleri gözlemledik. Karar vericilerin riske duyarlılıklarını gözlemek amacıyla fayda fonksiyonu parametrelerinde ve servet seviyelerinde değişiklik yaparak seçilen stratejilerdeki değişimi gözlemlemeye çalıştık.

Bu çalışmada doğrusal-artı-üssel fayda fonksiyonu için farklı parametre değerleri kullanılarak riskteki değişimin verilen kararları etkileyip etkilemediği araştırılmıştır. Yapılan analizlerde fayda fonksiyonu parametrelerin sigortalıların kararlarını etkilemediği sonucuna vardık. Aynı servet seviyesinde farklı sınıflarda bulunan sigortalıların farklı kararlar verdiğini gözlemledik. İlk ve son sınıflarda bulunan sigortalıların talepte bulunma eğilimlerinin daha yüksek olduğu orta sınıflarda ise bu eğilimin daha az olduğunu gözlemledik.

Yaptığımız çalışmada farklı miktarlarda kaza bedelleri kullanarak bu kaza bedellerinin karar vericilerin kararları üzerine etkilerini inceledik. Kaza bedeli arttıkça sigortalıların talepte bulunma eğilimlerinde artış gözlenmiştir. Ayrıca sigortalıların kararlarında sözleşme süresine bağlı olarak değişiklikleri gözlemledik. Elde ettiğimiz veriler ışığında sigortalıların sözleşme süresi arttıkça talepte bulunma eğilimlerinde azalma gözlemledik. Yani uzun süreli sözleşme yapan sigortalıların daha az sözleşme süresi olan sigortalılara oranla daha yüksek meblağlarda kaza bedeline bildirimde bulunmadan katlanmayı kabul ettikleri sonucuna vardık.

Nümerik çalışmada 0 ile 1.000.000 servet seviyeleri için analizler yapılarak farklı servet seviyelerinde sigortalıların kararlarının değişip değişmediğini inceledik. Çalışmamızın sonucunda sigorta probleminde servet seviyesinin verilen kararlar üzerinde etkili olmadığı sonucuna vardık. Bir diğer deyişle servet seviyesi arttıkça riske duyarlılık azalmasına rağmen stratejiler arasında (sigortalıların kararları arasında) geçiş gözlemedik.

Kaynakça

- [1] C. H. v. Lanzenuer, «Optimal Claim Decisions by Policyholders in Automobile Insurance with Merit-Rating,» *Operations Research*, cilt 22, no. 5, pp. 979-990, 1974.
- [2] N. A. J. Hasting, «Optimal Claiming On Vehicle Insurance,» *Operational Research Quarterly*, cilt 27, no. 4, pp. 805-813, 1976.
- [3] J. M. Norman ve D. C. S. Shearn, «Optimal Claiming on Vehicle Insurance Revisited,» *The Journal of the Operational Research Society*, cilt 31, no. 2, pp. 181-186, 1980.
- [4] I. Dimitriyadis ve A. Tektaş, «A note on the behavior of the insureds in auto-insurance systems in Turkey,» *European Journal of Operational Research*, cilt 106, no. 1, pp. 39-44, 1998.
- [5] N. P. Dellaert, J. B. G. Frenk ve A. Kouwenhoven, «Optimal claim behaviour for third-party liability insurances or to claim or not to claim: That is the question,» *Mathematics and Economics*, pp. 59-76, 1990.
- [6] N. P. Dellaert, J. B. G. Frenk ve L. P. von Rijsoo, Optimal claim behaviour for vehicle damage insurances, 1993.
- [7] G. De Leve ve P. J. Weeda, «Driving with Markov Programing,» *The ASTIN Bulletin*, no. 5, pp. 62-86, 1968.
- [8] J. Kolderman ve A. Volgenant, «Optimal Claiming in an Automobile Insurance System with Bonus-Malus Structure,» *The Journal of the Operational Research Society*, cilt 36, no. 3, pp. 239-247, 1985.
- [9] H. Levy ve I. Venezia, «Optimal claims in automobile insurance,» *Review of Economic Studies*, pp. 539-549, 1980.

- [10] P. A. Diamond ve J. E. Stiglitz, «Increases in Risk and Risk Aversion,» *Journal of Economic Theory*, pp. 337-360, 1974.
- [11] M. Rothschild ve J. E. Stiglitz, «Increasing Risk: I. A Definition,» *Journal of Economic Theory*, pp. 225-243, 1970.
- [12] H. A. Taha, *Operations Research: An Introduction*, USA: Prentice Hall, 1996.
- [13] R. A. Howard, *Dynamic Programming and Markov Processes*, USA: Massachusetts Institute of Technology Press, 1960.
- [14] M. L. Puterman, *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming*, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- [15] M. G. Devries, *A Dynamic Model for Product Strategy Selection*, USA: The University of Michigan, 1963.
- [16] S. Potchschild, «Increasing Risk: I. A defination,» *Journal of Economic Theory*, pp. 225-243, 1970.
- [17] D. Kliger ve B. Levikson, «Pricing No Claims Discount System,» *Insurance: Mathematics and Economics*, cilt 31, p. 191, 2002.
- [18] Ş. Gümüşçüoğlu ve H. H. Tütek, *Sayısal Yöntemler: Yönetmel Yaklaşım*, İstanbul: Beta Bası Yayım, 2005.
- [19] Ö. Önalın, *Stokastik Süreçler*, İstanbul: Avcıol Basım Yayın, 2010.
- [20] R. P. Saldana ve M. C. C. Chango, «On Random Walk Models and Markov Chains,» %1 içinde *Proceedings of the Philippine Computing Science Congress*, 2000.
- [21] N. Cinemre, *Yöneylem Araştırması*, İstanbul: Evrim Yayınevi, 2011.

- [22] O. Madani, Complexity Results for Infinite-Horizon Markov Decision, USA: University of Washington, 2000.
- [23] A. Leon-Garcia, Probability and Random Processes for Electrical Engineering, USA: Addison-Wesley Publishing Company, 1994.
- [24] B. Render ve R. M. Stair JR, Quantitative Analysis for Management, USA: Prentice Hall, 1999.
- [25] İ. Z. Akyurt, *Markov Zincirleri Ve Trafik Sigortası Hasarsızlık İndirimi veya Zamlı Prim sisteminin Markov Zinciri İle İfade Edilerek Analiz Edilmesi*, İstanbul: İstanbul Üniversitesi, 2005.
- [26] <http://www.tcmb.gov.tr/research/discus/dpaper57.pdf>, «Gelecek Alışverişi,» [Çevrimiçi]. [Erişildi: 2013].
- [27] W. L. Winston, Operations Research, USA: Thomson Learning, Inc., 2004.
- [28] D. E. Bell, «One-switch utility functions and a measure of risk,» *Management Science*, cilt 34, pp. 1416-1424, 1988.
- [29] D. E. Bell, «Risk, Return, and Utility,» *Management Science*, pp. 23-30, 1995.
- [30] D. E. Bell ve P. C. Fishburn, «Strong One-Switch Utility,» *Management Science*, pp. 601-604, 2001.
- [31] D. J. White, Markov Decision Processes, University of Manchester , 1993.
- [32] J. Lemaire, «Driver versus company, optimal behaviour of the policy holder,» *Scandinavian Actuarial Journal*, pp. 209-2019, 1976.
- [33] J. Lemaire, «Automobile Insurance, Actuarial Models,» Boston, 1985.
- [34] R. A. Howard ve J. E. Matheson, «Risk-Sensitive Markov Decision Processes,» *Management Science*, cilt 18, no. 7, pp. 356-369, 1972.

- [35] I. King, «A simple Introduction to Dynamic Programming in Macroeconomic Models,» *Economics Working Paper Series 230*, 2002.
- [36] A. Özdemir, *İşletme Sorunlarının Çözümünde Markov Karar Süreçlerinin Kullanılması ve Bir Uygulama*, İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi, 2008.
- [37] T. Varol, *Ardışık Karar Verme Modelleri ve Bir POMDP Uygulaması*, İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi, 2010.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı : GÜLEL, Derya

Uyruğu :T.C.

Doğum tarihi ve yeri : 24.10.1987 Şanlıurfa

Medeni hali : Evli

Telefon : 0543 369 0112

e-mail : derya_gulel@hotmail.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Y. Lisans	TOBB ETÜ Endüstri Mühendisliği	2014
Lisans	Başkent Üniversitesi Endüstri Mühendisliği	2010

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

Lacksonen T, Rathinam B, Pakdil F, Gülel D. Cultural Issues Implementing Lean Production, Institute of Industrial Engineers Annual Conference, Cancun, Mexico, 2010.

Pakdil F, Gülel D, Armutlu N. Örgütte Kültür Değiştikçe Yalınlık Seviyesi Değişir Mi? Hizmet ve Üretim İşletmelerinden Bir Kesit, XXX. Ulusal Yöneylem Araştırması

ve Endüstri Mühendisliği Kongresi (YA/EM), Sabancı Üniversitesi, 30 Haziran-2 Temmuz 2010.

Gülel D, Bakır N.O, Tekin S, Optimal Claiming Behavior for Third-Party Auto Insurance Market in Turkey, 9th International Statistics day symposium, Antalya, 2014