

BULANIK SİSTEM MODELLEME

ELİF BURCU DİLDEN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ**

**TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

TEMMUZ 2014

ANKARA



Fen Bilimleri Enstitüsü onayı

Prof. Dr. Osman EROĞUL

Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

Prof. Dr. Tahir HANALIOĞLU

Anabilim Dalı Başkanı

Elif Burcu DİLDEN tarafından hazırlanan BULANIK (DERECELİ) SİSTEM MODELLEME adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. İ. Burhan TÜRKŞEN

Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

Başkan: Prof. Dr. İ. Burhan TÜRKŞEN

Üye: Prof. Dr. Tahir HANALIOĞLU

Üye: Yrd. Doç. Dr. Murat ÖZBAYOĞLU

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki tüm bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı bildiririm.

.....

Elif Burcu DİLDEN

Üniversitesi : TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Enstitüsü : Fen Bilimleri
Anabilim Dalı : Endüstri Mühendisliği
Tez Danışmanı : Prof. Dr. İsmail Burhan TÜRKŞEN
Tez Türü ve Tarihi : Yüksek Lisans- Temmuz 2014

Elif Burcu DİLDEN

BULANIK (DERECELİ) SİSTEM MODELLEME

ÖZET

Bir sistemin yapısını incelemek, girdi/çıkı arasında ilişkiyi belirlemek ve tahmin modelleri oluşturabilmek oldukça önemlidir. Aristo mantığı ile yapılan sistem modellemelerinde, katı sınırlar vardır. Çalışmamızda katı sınırlar, bulanık (dereceli) mantık kullanılarak esnekleştirilmiş sistem modellemesi yapılmıştır. Bulanık fonksiyonlar (BF) [4] yaklaşımı temel alınarak, bulanık c- ortalamalar (BCO) algoritması ile üyelik değerleri elde edilmiş ve bulanık regresyon modelleri kurulmuştur. Türkşen tarafından sezgisel olarak öne sürülen bulanık fonksiyonlar (BF) yaklaşımının çıkarsaması yapılarak, Bulanık Normal Denklemler (BND) tanımlanmıştır. Bulanık normal denklem sistemiyle üyelikler ve üyeliklerin farklı dönüşümlerinin girdi matrisi içerisine eklenmesinin analitik çözümü gösterilmiştir. Apple şirketi hisse kapanış fiyatları temel alınarak, ertesi gün kapanış fiyatları bulanık fonksiyonlar yaklaşımı ile tahmin edilmiştir. Aynı veri kümesi için bulanık normal denklemler tanımlanmıştır. İkinci bir veri kümesi, Beton Basınç Sertliği, üzerinde aynı bulanık normal denklem sistemi tanımlanmış ve bulanık regresyon modelleri oluşturulmuştur. BF yaklaşımı ile kurulan farklı bulanık regresyon modellerinin sonuçları belirlenen performans ölçütleri olan yapay sinir ağı (YSA) ve adaptif ağı yapısına dayalı bulanık çıkarım sistemi (ANFIS) ile karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bulanık sistemler, bulanık c- ortalamalar algoritması, bulanık normal denklemler, ertesi gün borsa fiyat tahmini

University : TOBB University of Economy and Technology
Institute : Institute of Natural and Applied Sciences
Science Program : Industrial Engineering
Supervisor : Proffesor İsmail Burhan TÜRKŞEN
Tez Türü ve Tarihi : M.Sc. - July 2014

Elif Burcu DİLDEN

FUZZY SYSTEM MODELING

ABSTRACT

While constructing a system model to find out input/ output relation, fuzzy functions (FF) method use Fuzzy c- means (FCM) algorithm to determine membership values. Instead of determining fuzzy rule bases (FRB) for each cluster, by using FF method each cluster is explained by functions. Proposed FF approach says that membership values and their user defined transformations should be add into the input matrices as independent variable with the real inputs. This suggestion is heuristic. In this study, we defined Fuzzy Normal Equations (FNE). Our proposed fuzzy normal equations explain the detail of how to add various transformations of membership values into the input matrices in fuzzy functions approach. We have modelled two real life data sets. One of them is Concrete Compressive Strength and the other one is Apple's Closing Stock Price data set. Fuzzy model performances compared with two benchmark strategies: Artificial neural networks (ANN) and adaptive neuro fuzzy systems (ANFIS).

Key Words: Fuzzy c- means, fuzzy normal equations, next day's closing price prediction, fuzzy functions

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca beni her zaman destekleyen ve yardımcı olan değerli danışman hocam Prof. Dr. İ. Burhan TÜRKŞEN'e, her zaman sorularımı dinleyerek bana yardımcı olan değerli hocam Prof. Dr. Tahir HANALIOĞLU'na, Bilgisayar Mühendisliği Bölümünden değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Murat ÖZBAYOĞLU'na, çok sevdiğim sevgili hocam Yrd. Doç. Dr. Berrin AYTAÇ'a, kıymetli tecrübelerinden faydalandığım TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü öğretim üyelerine teşekkürlerimi sunarım.

Her zaman yanımda duran, beni destekleyen, esprileri ve hayat görüşleriyle bana her zaman ışık tutarak mutluluk veren, umutsuzluğa düştüğümde bana inanan Canım Annem Betül DİLDEN ve Canım Babam Ertan DİLDEN'e, benden çok küçük olmasına rağmen bana verdiği büyük sevgi ve desteğiyle Canım Kardeşim Zeynep Cansu DİLDEN'e çok teşekkür ederim.

Canım Ablacığım Bahar ÇELİKKOL ERBAŞ'a her zaman beni dinlediği, yardımcı olmaya çalıştığı ve geçirdiğimiz güzel zamanlar için çok teşekkür ederim. Eğer o yanımda olmasaydı ne yapardım bilmiyorum.

Ankara'da bana çok güzel anılar bırakan ve dostluklarıyla beni sarmalayan can dostlarım Burcu ERDİNÇ ve Özlem BATĞI'ya, yüksek lisans eğitimi boyunca birbirimize hep destek olduğumuz canım arkadaşım Büşra KELEŞ'e çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ÖZET..... | iii |
| ABSTRACT..... | iv |
| TEŞEKKÜR..... | v |
| İÇİNDEKİLER..... | vi |
| ÇİZELGELER..... | x |
| ŞEKİLLER..... | xii |
| KISALTMALAR..... | xv |
| SEMBOL LİSTESİ..... | xvi |
| 1. GİRİŞ..... | 1 |
| 2. LİTERATÜR TARAMASI VE ALTYAPI..... | 3 |
| 2.1. Belirsizlik ve Bulanık Mantık..... | 3 |
| 2.2. Bulanık Sistemler..... | 6 |
| 2.2.1. Bulanık Sistemlerde Kural Tabanlı Çıkarılma..... | 6 |
| 2.3. Bulanık Sistemler İçin Regresyon Yaklaşımları..... | 9 |
| 2.3.1. Bulanıklığı En Küçükleyen Bulanık Regresyon Yaklaşımı..... | 10 |
| 2.3.2. Bulanık En Küçük Kareler Yaklaşımı..... | 11 |
| 2.3.3. Diğer Yaklaşımlar..... | 11 |
| 2.3.4. Bulanık Fonksiyonlar (BF) Temeline Dayalı Bulanık Regresyon Yaklaşımları..... | 14 |
| 2.4. Bulanık Öbekleme..... | 15 |
| 2.4.1. Bulanık c- ortalamalar (BCO) Öbeklemesi..... | 16 |
| 2.5. Öbek Geçerlilik İndeksleri (ÖGİ)..... | 21 |
| 3. BULANIK FONKSİYONLAR VE BULANIK NORMAL DENKLEMLER YAKLAŞIMI..... | 25 |
| 3.1. En Küçük Kareler Yöntemi ve Bulanık Fonksiyonların Temeli..... | 26 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.2. Bulanık Fonksiyonlar (BF) Yaklaşımı..... | 29 |
| 3.3. Bulanık Normal Denklemler..... | 31 |
| 4. BULANIK REGRESYON UYGULAMALARIDA KULLANILAN VERİ KÜMELERİNİN TANIMI..... | 34 |
| 4.1. Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi..... | 34 |
| 4.2. Apple Bilgisayarları Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi..... | 36 |
| 4.3. Analizlerde Kullanılan Performans Ölçütleri..... | 43 |
| 5. BULANIK FONKSİYONLAR YAKLAŞIMI İLE BETON BASINÇ SERTLİĞİ VERİ KÜMESİ İÇİN KURULAN BULANIK REGRESYON MODELLERİ..... | 45 |
| 5.1. Bulanık (Dereceli) Normal Denklemler..... | 45 |
| 5.1.2. Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi İçin Tanımlı Bulanık Normal Denklemler..... | 45 |
| 5.2. Bulanık Regresyon Modelleri..... | 48 |
| 5.2.1. Genel Tarama Yaklaşımı ile Bulanık c- Ortalamalar (BCO) Algoritmasının Belirlenen En İyi Parametre Değerleri..... | 48 |
| 5.2.2. Öbek Geçerlilik İndeksleri (ÖGİ) ile Bulanık c- Ortalamalar (BCO) Algoritmasının Belirlenen En İyi Parametre Değerleri..... | 50 |
| 5.2.3. Öbek Geçerlilik İndekslerinin Grafikselsel Yorumu..... | 51 |
| 5.3. Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi İçin Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri Ve Uygulamaları..... | 53 |
| 5.3.1. Öbek Sayısı 2, Bulanıklık Derecesi 1.6 İken Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri..... | 54 |
| 5.3.2. Öbek Sayısı 5, Bulanıklık Derecesi 2.2 İken Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri..... | 59 |
| 5.3.3. Öbek Sayısı 4, Bulanıklık Derecesi 1.6 İken Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri..... | 66 |
| 5.4. Sonuç..... | 73 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6. BULANIK FONKSİYONLAR YAKLAŞIMI İLE APPLE ŞİRKETİ HİSSE KAPANIŞ FİYATLARI VERİ KÜMESİ İÇİN KURULAN BULANIK REGRESYON MODELLERİ..... | 74 |
| 6.1. Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi İçin Tanımlı Bulanık Normal Denklemler..... | 74 |
| 6.2. Bulanık Regresyon Modelleri..... | 77 |
| 6.2.1. Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatları İçin Genel Tarama Yaklaşımı ile Bulanık c- Ortalamalar Algoritmasının Belirlenen En İyi Parametre Değerleri..... | 78 |
| 6.2.2. Öbek Geçerlilik İndekslerinin Grafikselsel Yorumu..... | 80 |
| 6.3. Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi İçin Bulanık Regresyon Modelleri ve Uygulamaları..... | 82 |
| 6.3.1. Öbek Sayısı 2, Bulanıklık Derecesi 2.4 İken Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri..... | 83 |
| 6.3.2. Öbek Sayısı 3, Bulanıklık Derecesi 1.8 İken Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri..... | 88 |
| 6.4. Sonuç..... | 94 |
| 7. BULANIK FONKSİYONLAR YAKLAŞIMI İLE KURULAN TİP-1 BULANIK REGRESYON MODELLERİNİN DİĞER STRATEJİLERLE PERFORMANS KARŞILAŞTIRMASI | 95 |
| 7.1. Adaptif Ağ Yapısına Dayalı Bulanık Çıkarsama Sistemi (ANFIS)..... | 95 |
| 7.2. Yapay Sinir Ağları (YSA)..... | 97 |
| 7.3. Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi İçin Karşılaştırmalar ve Sonuçları..... | 100 |
| 7.4. Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi İçin Karşılaştırmalar ve Sonuçları..... | 102 |
| 7.5. Sonuç..... | 104 |
| 8. SONUÇLAR VE TARTIŞMA..... | 105 |
| KAYNAKLAR..... | 106 |

| | |
|---------------|-----|
| EKLER..... | 110 |
| ÖZGEÇMİŞ..... | 123 |

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

| Çizelge | Sayfa |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Çizelge 2.1 Havadaki bulut oranı ve güneşli olma derecesi..... | 5 |
| Çizelge 2.2 Uzaklık Ölçütleri..... | 19 |
| Çizelge 4.1 Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi Değişkenleri..... | 35 |
| Çizelge 4.2 Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi Değişkenleri..... | 38 |
| Çizelge 4.3 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi değişkenleri için yapılan birim kök testi ve sonuçları..... | 39 |
| Çizelge 4.4 Durbin Watson Test İstatistiği Kritik Değerleri..... | 41 |
| Çizelge 4.5 Apple şirketinin ertesi güne ait kapanış fiyatı tahmini için kurulacak bulanık regresyon modelleri için seçilen girdiler..... | 42 |
| Çizelge 5.1 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için genel tarama ile kurulan bulanık regresyon modelleri ve performans sonuçları..... | 49 |
| Çizelge 5.2 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için genel tarama sonucuna göre en iyi öbek sayısı (c^*) ve bulanıklık derecesi (m^*) değerleri..... | 50 |
| Çizelge 5.3 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için öbek geçerlilik indeksleri ile bulunan öbek sayısı ve bulanıklık dereceleri..... | 53 |
| Çizelge 5.4 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için farklı bulanık regresyon modelleri ve performans ölçütleri değeri ($c^*=2, m^*=1.6$)..... | 56 |
| Çizelge 5.5 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan farklı bulanık regresyon modelleri ve performans ölçütleri değeri ($c^*=5, m^*=2.2$)..... | 61 |
| Çizelge 5.6 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan farklı bulanık regresyon modelleri ve performans ölçütleri değeri ($c^*=4, m^*=1.6$)..... | 68 |
| Çizelge 6.1 Apple şirketi hisse kapanış veri kümesi için kurulacak bulanık regresyon modelleri için seçilen girdiler..... | 74 |
| Çizelge 6.2 Apple şirketine ait hisse kapanış veri kümesi için genel tarama ile kurulan bulanık regresyon modelleri ve performans sonuçları..... | 78 |
| Çizelge 6.3 Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatları veri kümesinin genel tarama sonucuna göre en iyi öbek sayısı (c^*) ve bulanıklık derecesi (m^*) değerleri.... | 79 |
| Çizelge 6.4 Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatları veri kümesinin öbek geçerlilik indeksleri ile bulunan en iyi öbek sayısı ve bulanıklık dereceleri..... | 81 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Çizelge 6.5 Apple şirketine hisse kapanış fiyatı veri kümesi için kurulan farklı bulanık regresyon modelleri ve performans ölçütlerinin sonuçları ($c^*=2$, $m^*=2.4$)..... | 85 |
| Çizelge 6.6 Apple şirketi hisse kapanış fiyatı veri kümesine ait farklı bulanık regresyon modelleri ve performanslarının sonucu ($c^*=3$, $m^*=1.8$)..... | 90 |
| Çizelge 7.1 Adaptif ağ yapısına dayalı bulanık çıkarsama sistemi (ANFIS) (T-S) eksiltici öbekleme (EÖ) yöntemi..... | 97 |
| Çizelge 7.2 İki katmanlı YSA parametreleri..... | 99 |
| Çizelge 7.3 Beton Basınç Sertliği Verisi İçin Kurulan Yapay Sinir Ağları..... | 100 |
| Çizelge 7.4 Beton Basınç Sertliği için kurulan ANFIS modeli..... | 101 |
| Çizelge 7.5 Beton Basınç Sertliği için BF yaklaşımı ile kurulan bulanık regresyon modelleri..... | 101 |
| Çizelge 7.6 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için karşılaştırma stratejileri ve bulanık regresyon modellerinin performansı..... | 101 |
| Çizelge 7.7 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için kurulan yapay sinir ağları..... | 102 |
| Çizelge 7.8 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları için kurulan ANFIS modeli..... | 103 |
| Çizelge 7.9 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları için BF yaklaşımı ile kurulan bulanık regresyon modelleri..... | 103 |
| Çizelge 7.10 Karşılaştırma stratejileri ve bulanık regresyon modellerinin performansı..... | 103 |

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

| Şekil | Sayfa |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Şekil 5.1 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için Bezdek'in Parçalama (BP) öbek geçerlilik indeksine göre en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesi..... | 51 |
| Şekil 5.2 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için Bezdek'in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre en iyi öbek ve bulanıklık derecesi..... | 52 |
| Şekil 5.3 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için Genel Taramaya göre kurulan bulanık regresyon modellerinin R^2 değerleri ($c^*=2, m^*=1.6$)..... | 56 |
| Şekil 5.4 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellere ait ortalama Hata Kök Ortalamaları Karesi değişimi ($c^* = 2, m^* = 1.6$)..... | 57 |
| Şekil 5.5 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellerin ortalama hatalarının değişimi ($c^* = 2, m^* = 1.6$)..... | 58 |
| Şekil 5.6 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için klasik regresyonla tahmin edilen ve gerçek gözlem değerleri..... | 58 |
| Şekil 5.7 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 2 ile tahmin edilen çıktı ve gerçek gözlem değerleri ($c^* = 2, m^* = 1.6$)..... | 59 |
| Şekil 5.8 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için Bezdek'in Parçalama (BP) indeksine göre kurulan bulanık regresyon modellerinin R^2 değerleri ($c^* = 5, m^* = 2.2$)..... | 62 |
| Şekil 5.9 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellere göre Hata Kareleri Kök Ortalaması (HKOK) değişimi ($c^*=5, m^*=2.2$)..... | 63 |
| Şekil 5.10 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellere göre Ortalama Hataların değişimi (OKH) ($c^*=5, m^*=2.2$)..... | 63 |
| Şekil 5.11 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 3 ile birinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=5, m^*=2.2$)..... | 64 |
| Şekil 5.12 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 3 ile ikinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=5, m^*=2.2$)..... | 64 |
| Şekil 5.13 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 3 ile üçüncü öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=5, m^*=2.2$)..... | 65 |
| Şekil 5.14 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 3 ile dördüncü öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=5, m^*=2.2$)..... | 65 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 5.15 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 3 ile beşinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=5$, $m^*=2.2$)..... | 66 |
| Şekil 5.16 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için Bezdek'in Entropi (BE) indeksine göre kurulan bulanık regresyon modellerinin R^2 değerleri ($c^*=4$, $m^*=1.6$)..... | 69 |
| Şekil 5.17 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellere ait Hata Kareleri Kök Ortalaması (HKOK) değişimi ($c^*=4$, $m^*=1.6$)..... | 69 |
| Şekil 5.18 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellere ait ortalama karesel hatanın değişimi (OKH) ($c^*=4$, $m^*=1.6$)..... | 70 |
| Şekil 5.19 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon model 4 ile birinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=4$, $m^*=1.6$)..... | 71 |
| Şekil 5.20 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 4 ile ikinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=4$, $m^*=1.6$)..... | 71 |
| Şekil 5.21 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon model 4 ile üçüncü öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=4$, $m^*=1.6$)..... | 72 |
| Şekil 5.22 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 4 ile dördüncü öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=4$, $m^*=1.6$)..... | 72 |
| Şekil 6.1 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için hesaplanan Bezdek'in Parçalama (BP) öbek geçerlilik indeksine göre en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesi..... | 80 |
| Şekil 6.2 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için Bezdek'in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesi..... | 81 |
| Şekil 6.3 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesinin genel taramaya göre kurulan bulanık regresyon modellerinin R^2 değerlerinin görünümü ($c^*=2$, $m^*=2.4$)..... | 85 |
| Şekil 6.4 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için kurulan bulanık regresyon modellerine ait ortalama Hata Kök Ortalamaları Karesi (HKOK) değişimi ($c^*=2$, $m^*=2.4$)..... | 86 |
| Şekil 6.5 Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatı veri kümesi için kurulan bulanık regresyon modellerin ortalama karesel hatalarının (OKH) değişimi ($c^*=2$, $m^*=2.4$).... | 87 |
| Şekil 6.6 Apple şirketi hisse kapanış fiyatı veri kümesine ait bulanık regresyon modeli 2 ile tahmin edilen ve gerçek gözlem değerleri ($c^*=2$, $m^*=2.4$)..... | 87 |
| Şekil 6.7 Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatları veri kümesi için Bezdek'in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre bulunan en iyi parametrelerle kurulan bulanık regresyon modellerinin R^2 değişimi ($c^*=3$, $m^*=1.8$)..... | 90 |

- Şekil 6.8** Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatı veri kümesi için Bezdek'in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre bulunan en iyi parametre değerleri ile kurulan modellere göre Hata Kareleri Kök Ortalaması (HKOK) değişimi ($c^*=3$, $m^*=1.8$).....91
- Şekil 6.9** Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatı veri kümesi için Bezdek'in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre bulunan en iyi parametre değerleri ile kurulan modellere göre Ortalama Karesel Hataların (OKH) değişimi ($c^*=3$, $m^*=1.8$).....92
- Şekil 6.10** Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 8 ile birinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahmini ($c^*=3$, $m^*=1.8$).....92
- Şekil 6.11** Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 8 ile ikinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahmini ($c^*=3$, $m^*=1.8$).....93
- Şekil 6.12** Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 8 ile üçüncü öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahmini ($c^*=3$, $m^*=1.8$).....93
- Şekil 7.1** Girdi katmanı, gizli katmanı ve çıktı katmanından oluşan YSA yapısı.....98

KISALTMALAR

| Kısaltmalar | Açıklama |
|--------------------|----------------------------------------------------|
| ANFIS | Adaptif ağ yapısına dayalı bulanık çıkarım sistemi |
| BKT | Bulanık kural tabanı |
| BF | Bulanık fonksiyonlar |
| T-S BKT | Takagi sugeno bulanık kural tabanı |
| Z- BKT | Zadeh bulanık kural tabanı |
| BÇS | Bulanık çıkarsama sistemi |
| EKK | En küçük kareler yöntemi |
| EÖ | Eksiltici öbekleme |
| AB | Ağ Bölme |
| ÖGİ | Öbek geçerlilik indeksi |
| BCO | Bulanık c- ortalamalar algoritması |
| BCRM | Bulanık c- regresyon modeli |
| BP | Bezdek parçalama öbek geçerlilik indeksi |
| BE | Bezdek entropi öbek geçerlilik indeksi |
| XB | Xie- Beni öbek geçerlilik indeksi |
| FS | Fukuyama- Sugeno öbek geçerlilik indeksi |
| YSA | Yapay Sinir Ağları |
| DVM | Destek Vektör Makinaları |
| EMA | Üstel hareketli ortalama |
| HA | Hareketli Ortalama |
| HKOK | Hata kareleri kök ortalaması |
| OKH | Ortalama karesel hata (mean squared error) |
| BND | Bulanık normal denklemler |

SEMBOL LİSTESİ

Sembol

μ : üyelik değerleri

U : üyelik değerlerini oluşturan örüntü matrisi

c : öbek sayısı

m : bulanıklık derecesi

x : girdi vektörü

y : çıktı vektörü

d : uzaklık

$\mu(x)$: ilgili fonksiyonların üyelik fonksiyonu

Alt Simgeler

i, j : öbek sayısını belirten indis

k, nv : gözlem sayısını belirten indis

Üst Simgeler

t : iterasyon sayısının belirten indis

1.GİRİŞ

Belirsizlik birçok formda ortaya çıkabilir. Örneğin insan hatalarından, görmezlikten gelindiği, bilgi eksikliğinden ya da belirsizliği ölçmek için yeterli bir ölçü olmadığından kaynaklanabilir. Çok az sistem için veri kümesi ve bilgi tam olarak elde edilebilir [2].

Belirsizliği ifade edebilmek için, olasılık teorisinden faydalanılır. Olasılık teorisi rassal belirsizlikle ilgilenir. Olasılık teorisinin temel kuralları, 16. yy'da Gerolamo Cardano tarafından oynanan şans oyunları sırasında keşfedilmiştir. 19. yy sonlarından, 20. yy sonlarına kadar istatistiksel yöntemler de belirsizliği olasılık teorisi temeline dayandırarak açıklamıştır [2].

Pek çok klasik istatistiksel yöntemlerle, belirsizliğin rasgele (rassal) olduğu sistemler için modelleme yapılır. Bu klasik istatistiksel yöntemler örneğin regresyon analizi, lojistik regresyon, vb., gerçek ve gözlenen değerler arasındaki hatanın örneklem hatasından ya da ölçüm hatasından kaynaklandığını varsayar. Örneklem hataları, tüm gözlem değerlerini kullanmak yerine örneklem seçmekten kaynaklanırken ölçüm hataları ise verileri ölçmek için yetersiz kalan araçlar/ yöntemler kullanmaktan kaynaklanmaktadır.

Olasılık teorisinden farklı olarak belirsizlik ilk olarak 1965 yılında Zadeh [3] tarafından ortaya atılan bulanık küme ve sonrasında uzantısı olan mantık teorisi ile açıklanmıştır. Zadeh belirsizliği rassalıktan farklı olarak bulanıklık (fuzziness) ile açıklar. Temel olarak günlük hayatta dile getirilen pek de keskin sınırlara sahip olmayan ifadelerin, matematiksel ifadelere dönüştürerek bir sistemin tasarlanmasına yardımcı olur. Bulanık sistemlerde belirsizlikler insanlardan kaynaklı, kesin olmayan veri kümelerinden kaynaklanır. İstatistiksel yöntemlerin aksine, bulanık yöntemler bulanık veri kümeleri ve katı (crisp) veri kümeleri ile çalışabilir [11].

Zadeh'in tanımladığı üyelik fonksiyonları ile katı sınırlar yok edilerek esnekleştirilir. Bulanık küme teorisi ile kabul/ red sınırından çıkılarak, belirli bir dereceye kadar red ya da kabul sınırına gidilir.

Bulanık küme ve mantık teorisi ile sistem çıkarsaması yapabilmek için pek çok bulanık (dereceli) yöntem geliştirilmiştir. Bulanık Kural Tabanları (BKT) ile çıkarsama, bulanık

regresyon yöntemleri, Uyarlanabilir Bulanık Çıkarsama Sinir Yöntemi (UBÇS), Bulanık c- Regresyon Yöntemi (BCRM), Bulanık Fonksiyonlar (BF) yaklaşımı örnekler olarak verilebilir.

Bu çalışmada modellenecek sistemler için bulanık fonksiyonlar (BF) yaklaşımı kullanılacaktır. Türkşen [15] tarafından önerilen bu yaklaşım, literatürde bulunan diğer bulanık fonksiyonlar yaklaşımından farklıdır. Detaylar çalışma içerisindeki bölümlerde verilecektir.

Çalışmanın ikinci bölümünde literatür taraması ve altyapı, üçüncü bölümünde bulanık fonksiyonlar ve bulanık normal denklemler yaklaşımı, dördüncü bölümünde kullanılan veri kümelerinin tanımı ve modellerin karşılaştırılması için kullanılan performans ölçütleri, beşinci ve altıncı bölümde veri kümeleri için kurulan bulanık regresyon modelleri ve karşılaştırmaları, yedinci bölümde Yapay Sinir Ağları (YSA) ve Uyarlanabilir Bulanık Çıkarsama Sinir yöntemi (UBÇS) ile bulanık regresyon modellerinin karşılaştırılması ve son olarak bölüm sekizde ise sonuçlar ve geleceğe yönelik tartışmalar ele alınmıştır.

2.LİTERATÜR TARAMASI VE ALTYAPI

2.1.Belirsizlik ve Bulanık Mantık

Bir sistemin karmaşıklığı, elde edilmiş olan bilgi ve karar verilemeyen belirsizlikle orantılıdır [1].Bir sisteme ait olan bilgi ne kadar yüksekse, belirsizlik o kadar azdır denilebilir. Klir ve Folger bunu bir örnekle açıklamaktadır. Normal vitesli bir araba kullanmak, otomatik vitesli araba kullanmaktan daha karmaşık ve zordur. Çünkü normal vitesli araba kullanılırken, yol ve trafik hakkında daha fazla bilgiye ihtiyaç vardır. Ayrıca, bilinmeyen yollarda araba kullanmak da daha zordur. Yol, trafik, araç sayısı ve yoğunluk hakkında bilgi sahibi olmadığımız için, ne zaman duracağımıza ya da döneceğimize karar vermek zorlayıcıdır [1]. Birçok sistemde, bilginin kesinliğinden emin olabilmek için masraflar da bu yönde artırılır, ancak bu yolla problemin çözümü daha kolay hale gelmektedir. Bundan dolayı, bir miktar bilgi kesinliğinden vazgeçilerek belirsizlik artırılabilir. Belirsizlik pek çok formda olabilir. Belirsizlik; bilgi eksikliğinden, görünmezlikten, rassalık çeşitlerinden, rassal olmayan sebeplerden, dereceli bilgilerden, belirsizliği ölçmek için yetersiz kalan pek çok ölçütten kaynaklanmaktadır [2].

Belirsizlikle başa çıkabilmek için, pek çok yöntem geliştirilmiştir. Bu yaklaşımların içerisinde en başta olasılık gelmektedir. Olasılık, rassal gerçekleşen belirsizliği açıklayan bir temel olarak görülmektedir. Olasılığın temelleri 16. Yüzyılda oynanan bir şans oyununda ortaya çıkmıştır [2]. Olasılık, bir olayın ne sıklıkta gerçekleşeceğini göstermektedir. Örneğin, bir takımın maçı kazanma olasılığı 0.8 olarak ifade edilirse bu demektir ki o takım maçı %80 olasılıkla kazanacaktır.

Zadeh, 1965 yılında yayınlamış olduğu makalesiyle, bulanık (dereceli) küme teorisini bilim dünyası ile tanıştırmıştır. Zadeh, bulanık (dereceli) kümeleri, sınırları dereceli kümeler olarak tanımlamıştır [3]. Bulanık (dereceli) kümelerin en belirgin özelliği “üyelik fonksiyonları” ile hesaplanan üyelik değerleri ile dereceli olarak bir kümeye

üyelikleri tanımlanır. Rassal olmayan belirsizliği (belirleyici) dereceli olarak tanımlanır [4].

Zadeh'in yayınladığı makalenin özelliği, belirsizliği açıklayan, olasılık teorisinin temellerini oluşturan Aristo- iki değerli- mantığın bazı durumlarda uygulanmasını sorgulamasıdır. A bir bulanık (dereceli) küme ve x onun bir elemanı olsun. “x, A'nın bir elemanıdır” önermesi klasik mantıkta olduğu gibi doğru ya da yanlış olmak zorunda değildir. Fakat bir dereceye kadar ‘doğru’ ya da ‘yanlış’ olarak x, A bulanık (dereceli) kümesinin elemanı olabilir. Genel olarak bulanık (dereceli) kümeler, üyelik dereceleri ile [0,1] birim aralığında belirli bir dereceye kadar kabul veya red edilirler. Üyelik dereceleri ile dilsel olarak söylenen/yazılan belirsizliği ifade etmek daha anlamlı bir temsil olur. Üyelik değerleri, gözlemlerin hangi dereceye kadar tanımlı bir bulanık (dereceli) kümeye ait olduğunu ifade eder. Herhangi bir x elemanı, evrensel bir küme X' in bir elemanı ve A kümesi evrensel küme içinde tanımlı bir bulanık (dereceli) küme olarak tanımlansın. Her bulanık (dereceli) küme bir üyelik fonksiyonu, $\mu_A(x)$, tarafından tanımlanır ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0,1] \quad (2.1)$$

Üyelik fonksiyonu, evrensel küme X içerisindeki x elemanlarını [0,1] aralığında bir değere atar. Aynı zamanda A bulanık (dereceli) kümesini üyelik değerleri ile belirtir [4].

Klir ve Folger [1] çalışmalarında bulanık (dereceli) belirsizliği havanın tanımı ile ilgili örneklerle açıklamışlardır. Havanın güneşli ya da bulutlu olduğunu tespit etmek için, havadaki bulut miktarı temel alınmıştır. Havayı ‘güneşli’ olarak tanımlarken, gökyüzündeki bulutların oranının %0 olduğu anlamı ifade edilmez. Bu bir keyfi tanımlama değildir ancak gökyüzündeki bulutların oranının %100 olduğu da söylenemez. Hatta ‘güneşli’ derken, bulutların oranı %80 bile olabilir. Örneğin, bazı aralıklarda, %10- %20, bulut oranı güneşli olarak kabul edilebilir. Ancak akıllara şöyle bir soru gelmektedir: Havanın güneşli olduğunu söylemek için, bulutluluk oranı sınırı

nerede çizilmelidir? Eğer bulutluluk oranı %25 ve bu değerden daha az ise güneşli tanımı yapılırsa, bulutluluk oranı %26 olduğu zaman nasıl bir tanımlama yapılacaktır? %1'lik farkla havanın güneşli olup olmadığı tanımını yapmak gerçekçi olmayacaktır. Bu çelişkili durum için, üyelik değerleri yardımıyla, bulutluluk oranına bakılarak dereceli olarak havanın güneşli olup olmadığı açıklanabilir. Bulanık (dereceli) kümelerde üyelik değerleri [0,1] aralığında sürekli değer alır. Bahsedilen örnek için aşağıdaki tabloda havadaki bulutluluk oranı ve güneşli tanımına atanan üyelik derecelerinin değerleri verilmiştir:

Çizelge 2.1 Havadaki bulut oranı ve güneşli olma derecesi

| Bulut oranı | %0 | %20 | %30 | %75 | %85 | %95 | %100 |
|-----------------------|----|-----|-----|------|------|------|------|
| Güneşli olma derecesi | 1 | 0.8 | 0.7 | 0.25 | 0.15 | 0.05 | 0 |

Çizelge 2.1.'de güneşli olma derecesi ile havadaki bulut oranının ilişkisi gösterilmiştir. Belirsiz olan güneşlilik kavramı, bulutların oranına bakılarak üyelik dereceleri ile açıklanmıştır. Bulanık (dereceli) mantığın, klasik mantıktan temel farkı, belirsizliği dereceli olarak değerlendirmesidir.

Üyelik fonksiyonlarının nasıl bulunacağı sorusuna pek çok cevap vardır. Üyelik fonksiyonları belirsiz bir küme için – örneğin; uzun insanlar, büyük fayda, küçük iyileştirme vb.- öznel olarak sistem uzmanları tarafından tanımlanabilir. Bir sistem tasarlarken ve işletirken ya da otomatik karar mekanizmaları geliştirirken belirsiz kümelerin tanımı oldukça önemlidir. Üyelik fonksiyonları istatistiksel veri kümesine dayanarak da bulunabilir. Kısaca üyelik fonksiyonları uzmanlar tarafından öznel olarak tanımlanabilirken, belirli bir kritere göre ya da veri kümesi yapısına uygun olarak da belirlenebilmektedir.

2.2. Bulanık Sistemler

Sistem, grup halinde etkileşim ya da bağımlılık gösteren kümenin bir bütün ya da o kümenin elemanlarının birbirleriyle olan ilişkisini ortaya koyan bileşke şekli olarak tanımlanır [5]. Mühendislik uygulamaları, elde edilen tüm bilgiyi etkin şekilde kullanır. Birçok pratik sistemlerde bilgi edinmek için, uzman görüşü ya da bazı fizik kurallarına göre geliştirilen matematiksel modeller kullanılır. Uzman görüşünün giderek önem kazanması, oluşturulacak olan sistemlerde şu sorunun sorulmasına yol açmıştır: Uzman görüşü, matematiksel model içerisine nasıl ilave edilecek ve aktarılacaktır? Bu sorunun cevabı olarak ortaya çıkan bulanık (dereceli) sistemler, amaç olarak uzman görüşü ve matematiksel yaklaşımları örtüştürmeye çalışır [6].

2.2.1. Bulanık Sistemlerde Kural Tabanlı Çıkarsama

Bulanık sistemlerin kural tabanları kullanarak yapılan çıkarsamalarında, girdi/ çıktı arasındaki ilişki esnek sınırlar altında EĞER-İSE dilsel ifadeleri yardımıyla bulanık (dereceli) kümeler tanımlayarak yapılır [7]. Bulanık kural tabanları kurulurken, “sol taraf” a ait üyelik derecesini belirlemek için VE-VEYA dilsel etiketleri, çıkarsama işlemcisi “İSE” ile birleştirilerek kullanılırlar. Bulanık kural tabanları (BKT) ile sistem çıkarsaması yapılırken, kaç tane kural tanımlanması gerektiği, tanımlanan kuralların üyelik fonksiyonlarının tipi (üçgensel, yamuksal, vb.) için sistemi bilen bir uzman görüşüne ihtiyaç duyulur. Üyelik fonksiyonları, Bölüm 2.4.1’ de açıklanacak olan Bezdek’in [8] tanımladığı bulanık c-ortalama algoritması (BCO) kullanılarak da üyelik fonksiyonlarının değerlerini BKT için bulunur. Kural tabanları ile bulanık sistem modellemesi yapılırken, genel olarak bulanık akıl yürütme ve çıkarsama yöntemi önem kazanır. Bulanık küme analizlerinde çoğunlukla Tip 1 bulanık (dereceli) sistem modelleri kullanılmaktadır. Ancak, son birkaç yıl içindeki çalışmalar da Tam Tip 2’den , ... ,Tam Tip n’ e kadar sistem modelleri kurulması önerilmiştir [9].

Genel olarak bilinen bulanık kural tabanı, Zadeh Bulanık Kural Tabanı, Z-BKT, aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

Zadeh bulanık kural tabanı (Z- BKT):

$$K: \text{AYNI ZAMANDA}_{i=1}^c [E\check{G}ER \quad VE_{j=1}^{nv} (x_j \in X_j \text{ ilş } A_{ji}) \text{ İSE } y \in Y \text{ ilş } B_i] \quad (2.2)$$

(2.2) de ifade edilen kural tabanı içerisinde yer alan parametre ve değişkenlerin anlamları aşağıdaki gibi ifade edilir:

- K: kural tabanı,
- c : sistem modellemesinde gereken kural sayısını,
- x_j : $j=1, \dots, nv$ 'a kadar devam eden j 'nci girdi değişkenini,
- nv : girdilerin sayısını,
- X_j : x_j 'nin tanım kümesini,
- A_{ji} : x_j değişkenine karşı gelen i 'nci kuralın üyelik fonksiyonu, $\mu_{A_{ji}}(x_j): X_j \rightarrow [0,1]$, tanımlı dilsel etiketi,
- y : çıktı değişkenini,
- Y : y 'nin tanım kümesini,
- B_i : çıktı değişkeni y 'yi temsil eden i 'nci kurala karşılık olan üyelik fonksiyonu, $\mu_{B_i}(y): Y \rightarrow [0,1]$, tanımlı dilsel etiketi,
- VE, her girdiye karşılık gelen üyelik değerlerinin kesişimini sağlayan ve her kurala karşılık gelen ateşleme derecesinin bulunmasını belirleyen mantıksal bağlaç/bağlayıcıyı,
- İSE (\rightarrow), mantıksal ÇIKARIM operatörü,
- EĞER, bulanık kurallarda girdi/çıktı mantıksal olabilirlik bağlacını,
- AYNI ZAMANDA, aynı zamanda uygulanması gereken ağırlıklandırılmış ya da ağırlıklandırılmamış girdi/çıktı ilişkilerini birleştiren mantıksal bağlaçlar kümesini belirtmektedir. $i=1, \dots, c$.

- İlş, Zadeh tarafından önerilen ilişkilerin “bulanık (dereceli)” olduğunu belirtmek için kullanılan bir tanımlamadır.

(2.2) ifadesinde bahsedilen kural tabanı için tanımlı evrensel küme, bu kümenin içinde tanımlı bulanık kümeler ve elemanlar olsun. Zadeh Kural tabanının sözel olarak ifade edilişi “EĞER hava sıcaklığı 25 derece VE nem oranı %50 İSE hava sıcaktır.” şeklindedir. Hava sıcaklığı ve nem oranı tanımlı bulanık kümeleri, yapılan hava tahmini de bulanık kümenin çıktısı olarak tanımlıdır.

Bulanık (dereceli) sistem modellemesi için kural tabanları oluşturulmadan önce, çıkarsama parametreleri olan; öbek sayısı c^* , mantıksal bağlayıcılar, VE-VEYA, her girdi ve çıktı için kullanılacak üyelik fonksiyonlarının tipinin belirlenmesi gerekir.

Takagi-Sugeno Bulanık Kural Tabanı Yapısı (TS- BKT)

Takagi- Sugeno kural tabanı yapısı (TS-BKT) [10], Zadeh kural tabanı (Z- BKT) yapısından farklıdır. Zadeh, her kurala karşılık gelen öncüller (sol taraf) ve ardılları (sağ taraf) tanımlamak için uzmanların belirlediği bulanık kümeleri kullanırken; TS-BKT yapısında öncüller Zadeh kural tabanında olduğu gibi uzmanlar tarafından belirlenen bulanık (dereceli) kümeler ile ardıllar ise, klasik regresyon doğrusu ile tanımlanır. TS-BKT bulanık kural tabanına ait ifade aşağıdaki gibidir:

$$K: AYNI ZAMANDA_{i=1}^c [EĞER VE_{j=1}^{nv} (x_j \in X_j \text{ ilş } A_{ji}) İSE y \in Y, y_i = a_i x^T + b_i] \quad (2.3)$$

(2.3)'de ifade edilen kural tabanı içerisinde yer alana parametre ve değişkenlerin anlamları aşağıdaki gibi ifade edilir:

- K: kural tabanını,
- c : sistem modellemesinde gereken kural sayısını,
- $x_j : j=1, \dots, nv$ kadar devam eden j 'nci girdi değişkenini,
- $X_j : x_j$ 'nin tanım kümesini,

- A_{ji} : x_j değişkenine karşı gelen i 'nci kuralın üyelik fonksiyonu, $\mu_{A_{ji}}(x_j) : X_j \rightarrow [0,1]$, şeklinde tanımlı dilsel etiketi,
- y_i : i 'nci kuralın çıktı değişkenini,
- Y : y 'nin tanım kümesini,
- α_i ve b_i : i 'nci kuraldaki klasik regresyon denklemine ait model katsayılarını,
- EĞER, bulanık kurallarda girdi/çıktı mantıksal olabilirlik bağlacını,
- İSE, her gözlemden elde edilen y_i çıktısını ağırlıklandıran her kurala ait çıktı y_i 'nin bulunmasını sağlayan mantıksal bağlacı,
- AYNI ZAMANDA, aynı zamanda uygulanması gereken ağırlıklandırılmış ya da ağırlıklandırılmamış girdi/çıktı ilişkilerini birleştiren mantıksal bağlaçlar kümesini belirtmektedir. $i=1, \dots, c$.
- İlş, Zadeh tarafından önerilen ilişkilerin "bulanık (dereceli)" olduğunu belirtmek için kullanılan bir tanımlamadır.

Bulanık sistem modellemesi için kural tabanları oluşturulmadan önce, çıkarsama parametreleri olan; en iyi öbek sayısı c^* , mantıksal bağlayıcılar, VE, VEYA, her girdi ve çıktı için kullanılacak üyelik fonksiyonlarının tipinin belirlenmesi gerekir.

2.3. Bulanık Sistemler İçin Regresyon Yaklaşımları:

Regresyon analizi, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklamak için kullanılır. Bağımlı değişken, y , bağımsız değişkenlerin bir fonksiyonu olarak ifade edilir ve her bağımsız değişkenin etkisi, bu değişkenlere ait katsayılarla ölçülür. Klasik doğrusal bir regresyon modeli aşağıdaki gibidir:

$$y = f(x, a) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + \varepsilon \quad (2.4)$$

Klasik regresyon analizinde, gerçek ve tahmin edilen değerler arasındaki hatalar (artıklar), rassal değişken olarak kabul edilir. Tahmin edilen çıktı değerinin alt ve üst sınırları bulunabilir ve tahmin edilen değerin bu aralıklarda olması olasılığı- güven aralığı- hesaplanabilir. Diğer bir ifadeyle klasik regresyon olasılık teorisine dayanır. Ancak bulanık (dereceli) regresyonda hata terimleri (artıklar), sistemdeki belirsizliğe göre ifade edilir. ıktı değerinin belirli bir aralıktaki tüm değerleri alabileceği varsayılır. Bu nedenlerden dolayı, bulanık regresyon olabirlik (possibilistic) ve bulanık küme teorisine dayanır [2].

2.3.1. Bulanıklığı En Küçükleyen Bulanık Regresyon Yaklaşımı:

Literatürde amaçlarına göre farklı bulanık (dereceli) regresyon yaklaşımları bulunur. İlk olarak bulanık regresyon yaklaşımı Tanaka ve arkadaşları tarafından önerilmiştir [11]. Tanaka'nın önerdiği bulanık (dereceli) regresyon modelinde, regresyon katsayıları üyelik değerleri ile ifade edilen bulanık sayılardır ve veri kümesine göre üçgensel, yamuksal olarak tanımlanır. Regresyon modeli katsayıları bulanık (dereceli) katsayılar olduğundan, tahmin edilen bağımsız değişken, \hat{y} , bulanık sayı olacaktır. Bu regresyon modelinde amaç fonksiyonu bulanıklığı (dereceliği) en küçüklemek olan doğrusal model olarak tanımlanır. Problem özümü doğrusal programlama yöntemleriyle yapılır. Sunulan yaklaşımın yetersizliği, çıktı tahmini için En Küçük Kareler (EKK) yönteminden yararlanmamasıdır [12].

Tanaka'nın önerdiği bulanık regresyon yönteminin ardından Celmins[13], Chang ve arkadaşları [12], Redden ve Woodall [14] tarafından da amacı bulanıklığı en küçüklemek olan geliştirilmiş regresyon yaklaşımları önerilmiştir. Tanaka ve Ishibuchi bulanık regresyon katsayıları için karesel üyelik fonksiyonları kullanımını önermiştir. Daha sonrasında, Tanaka ve arkadaşları temeli olasılık teorisine dayanan üstel regresyon yaklaşımı önermiştir. Burada önerilen tüm geliştirilmiş regresyon yaklaşımlarında amaç, bulanıklığı (dereceliği) en küçüklemektir ve problem çözümü doğrusal programlama yöntemi kullanılarak bulunur [12].

Yukarıda açıklanan yaklaşımlardan farklı olarak, çalışmamız içerisinde de kullanılan yöntem olan Bulanık Fonksiyon (BF) yaklaşımında regresyon fonksiyonundaki katsayılar klasik (katı) sayılardır [15]. Üyelik değerleri, öbekleme algoritmaları kullanılarak veri kümesi üzerinden hesaplanır ve girdi matrisi içerisine gerçek tahmin ediciler olarak ilave edilir. Regresyon modeli katsayıları En Küçük Kareler (EKK) yöntemine göre hesaplanır. Bulanık fonksiyonlar yaklaşımı Bölüm 3’de detaylı olarak anlatılacaktır.

2.3.2. Bulanık En Küçük Kareler Regresyon Yaklaşımı:

Bu bölümde, En Küçük Kareler (EKK) yöntemini kullanarak, uzaklığı en küçük yapma ve uyumluluğu en büyük yapma ölçütlerine göre iki farklı bulanık regresyon modelinden bahsedilecektir.

Uzaklık ölçütü bakımından, Diamond 1998 [16] yılında en küçük kareler yaklaşımını ilk defa bulanık (dereceli) regresyon modellerinde uygular ve metodu günümüzde halen popülerdir. Model katsayılarını üçgensel bulanık (dereceli) sayı olarak tanımladıktan sonra, ikisi arasında L^2 adını verdiği bir ölçüt tanımlar. Tanımlanan uzaklık ölçütü ile hataların artık kareler toplamını kullanılır ve modelin etkinliği artırılır. Hong ve arkadaşları [17], regresyon katsayılarını koşul koyarak üçgensel bulanık (dereceli) sayı olarak tanımlar. Sanchez ve Gomez tarafından 2003 yılında yapılan çalışmada [18], yaklaşık üçgensel üyelik fonksiyonları kullanılır [19]. Uyumluluk (compatibility) ölçütü bakımından Celmins 1987 yılında yaptığı çalışmada [20] uyumluluk ölçütü tanımlamıştır. Celmins modelinde, veri kümesi ile modeli arasındaki uyumluluğu en büyük yapmayı amaçlar.

2.3.3. Diğer Yaklaşımlar:

Daha önceki bölümlerde açıklanan bulanık (dereceli) regresyon yaklaşımlarının yanı sıra, Hathaway ve Bezdek [20] tarafından da bir bulanık regresyon yaklaşımı önerilmiştir. Bulanık c- Regresyon Modeli (BCRM) adını verdikleri algoritmalarında amaç, veri kümesi içinde birbirine benzeyen gözlemleri bir araya toplarken, c adet regresyon modeline ait parametrelerin tahminlerini bulmaktır.

BCRM öbekleme algoritmasında her regresyon modeli aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$y_k = f_i(x_k, \beta_i) \quad (2.5)$$

(2.5)'de gösterilen ifadede, $x_k = [x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{nv,k}] \in R^{nv}$ k'nci gözlem değerini, $\beta_i \in R^{nv}, i = 1, \dots, c$, f_i fonksiyonların parametrelerini, c toplam fonksiyon sayısını göstermektedir. Fonksiyonların performansları aşağıdaki gibi ölçülür:

$$E_{ik}(\beta_i) = ((y_k - f_i(x_k, \beta_i)))^2 \quad (2.6)$$

Fonksiyonların hatalarının en küçükleyen amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$E(U, \beta_i) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m E_{ik}(\beta_i) \quad (2.7)$$

(2.7) ifadesinde m, bulanıklık derecesini gösterir ve $m \in (1, \infty)$ 'dur. Bulanıklık derecesi, m, öbekler için hesaplanan fonksiyonların örtüşmesi için önemlidir. Algoritmanın performansı bakımından m parametresi değerinin sonuçlar üzerinde etkisi vardır.

BCRM algoritmasında üyelik değerleri, μ_{ik} , doğrusal ya da polinom regresyon fonksiyonlarını ağırlıklandırır. Üyelik değerleri, $f_i(x_k, \beta_i)$ modeli ile tahmin edilen çıktının, gerçek çıktı değeri y_k 'ya ne kadar yakın olduğunu temsil eder. Hathaway ve Bezdek [20] çalışmalarında üyelik değerlerini, Bölüm 2.4.1'de bahsedilecek bulanık c-ortalama (BCO) algoritmasından farklı olarak aşağıdaki gibi hesaplar:

$$\mu_{ik} = \left[\sum_{j=1}^c \left(\frac{E_{ijk}}{E_{jk}} \right)^{1/m-1} \right]^{-1}, \forall i, j = 1, \dots, c < n \quad (2.8)$$

Verilen bir girdi vektörü $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ olsun. Öbek sayısı c , bulanıklık derecesi m olan, sona erdirme aralığı, ε , en büyük iterasyon sayısı ve (2.5)'deki gibi tanımlanmış yapıya sahip, amaç fonksiyonu (2.7)'de tanımlı en iyileme problemine ait algoritma basamakları aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

Adım 0: Örüntü (üyelik) (partition) matrisi, U , rassal olarak belirlenir.

İterasyon sayısı, $t=1, \dots$, en büyük iterasyon değerine kadar.

Adım 1: (2.7)'de tanımlı fonksiyonun model parametreleri, β_i , hesapla.

Adım 2: Örüntü (partition) matrisini $\mu_{ik} \in U$, (2.8)'deki ifadeyi kullanarak güncelle. Bu işlemi $|U^t - U^{(t-1)}| \leq \varepsilon$ olana kadar tekrarla. Yoksa Adım 1'e git.

Hathaway ve Bezdek yaklaşımlarında fonksiyonlara ait en iyi parametreleri, ağırlıklı en küçük kareler yöntemini kullanarak hesaplar [20]. Örüntü matrisi, U , içerisindeki üyelik değerlerini ağırlık olarak alırlar. Bu özel durum için, üyelik (örüntü) değerleri matrisi U , girdi matrisi X , ve çıktı matrisi y aşağıdaki gibi gösterilir:

$$X_i = \begin{bmatrix} x_{i,1}^T \\ x_{i,2}^T \\ \vdots \\ x_{i,n}^T \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, U_i = \begin{bmatrix} \mu_{i1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_{i2} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \mu_{in} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Her fonksiyon f_i , için β_i parametreleri ağırlıklı en küçük kareler yöntemi ile aşağıda gösterildiği gibi hesaplanır:

$$\beta_i = [X^T U_i X]^{-1} X^T U_i y \quad (2.10)$$

BCRM öbekleme yönteminde, doğrusal fonksiyonlar veri seti içerisindeki gizli yapıyı ortaya çıkarmak için kullanılır. Bilinen bulanık c- ortalamalar (BCO) algoritmasının geliştirilmiş hali olan bulanık c- regresyon model (BCRM) algoritması ile doğrusal olmayan yapılar da belirlenir.

Hathaway ve Bezdek'in önermiş olduğu yöntem detaylı olarak bu bölümde açıklanmış algoritmasının adımları verilmiştir. İlerideki bölümlerde anlatılacak olan bulanık fonksiyonlar yaklaşımı (BF) ile sistem modellemesi temel olarak Hathaway ve Bezdek'in çalışmasına benzemektedir. Ayrıca bölüm içerisinde adı geçen bulanık c- ortalamalar (BCO) algoritmasının yapısı ve detayları ilerideki Bölüm 2.4.1.'de verilecektir.

2.3.4. Bulanık Fonksiyonlar (BF) Temeline Dayalı Bulanık Regresyon Yaklaşımları:

1999 yılında Demirci tarafından önerilen bulanık fonksiyon yaklaşımı, bulanık eşitlikler temeline dayanır [21]. Üyelik değerleri, bulanık işlemciler (üçgensel norm, tümleyen norm, vb.) kullanılarak çıkarsama yapılır ve bulanık eşitlikler temelinde bulanık fonksiyonlar tanımlanır. Bulanık kontrol ve teori çerçevesinde bulanık eşitlikler ve

fonksiyonların başarılı bir şekilde uygulandığı Demirci'nin çalışmasında söylenir. Bu çalışmada Demirci tarafından tanımlanan bulanık fonksiyonlarla ilgili fazla detaylı bilgi verilmeyecektir. Gerekli bilgiler [21, 22] çalışmalarından edinilebilir.

Alışılmışın dışındaki bulanık fonksiyonlar yaklaşımı ilk olarak 2005 yılında Türkşen tarafından ortaya atılmıştır. Bulanık Fonksiyon (BF) yaklaşımı, bulanık sistem

çıkarsaması yapılırken ayrı ayrı tanımlanması gereken bulanık kural tabanlarını 'Bulanık Fonksiyonlar' ile tanımlama ihtiyacından doğmuştur [4].

Bulanık fonksiyonlar yaklaşımı girdiler arasındaki ilişkiyi, öbekleme algoritmalarından elde edilen üyelik değerleri ve kullanıcı tarafından tanımlı dönüştürülmüş hallerinin gerçek veri kümesi içerisine yeni açıklayıcı (bağımsız) değişkenler olarak ilave edilmesiyle, girdi-çıkı arasındaki ilişkiyi yerel fonksiyonlarla tahmin eder. Böylece veri kümelerinin her öbeğe göre yapısı belirlenir [4],[15].

Bulanık fonksiyonlar, farklı bulanık sistem analizleri için oluşturulabilmektedir. Eğer amaç gözlem değerlerini sınıflandırmak ise, sınıflandırma problemlerinde olduğu gibi, sistem modellemesinin amacı sınıflandırılmamış durumları en küçüklemektir. Eğer amaç verilen bağımsız değişkenler ile bağımlı değişken arasındaki ilişkiyi fonksiyonlarla tahmin etmekse, sistemin amacı tahmin hatasını en küçükleyen fonksiyonu bulmaktır.

Bulanık fonksiyonların temelini bulanık öbekleme algoritmaları oluşturur. Genel olarak Bulanık c- Ortalamalar algoritması (BCO), bulanık fonksiyonlar yaklaşımında üyelik değerlerinin bulunmasında kullanılır [4],[15].

Bulanık sistem modellemek isteyen uzmanlar bulanık fonksiyonları kullanarak, bulanık kural tabanlarına kıyasla birkaç adım daha kısa işlem yaparak, daha kolay bir sistem analizi gerçekleştirebileceklerdir. Uzmanlar bulanık küme ve mantık teorisindeki bulanık işlemcileri örneğin üçgensel norm (min) veya tümleyen (max) normu bilmek zorunda olmadan bulanık sistem modellemesi yapabileceklerdir [4],[15].

Bulanık fonksiyonların hesaplanması ve detaylı anlatımı Bölüm 4'de verilecektir.

2.4. Bulanık Öbekleme

Bulanık öbekleme, veri kümesini bulanık parçalara/ alt kümelere ayırma ya da benzerliklerine göre ayırmadır. Öbekleme yöntemi ile bulanık (dereceli) tahmin etme yöntemi kurarak, verilen girdilere göre çıktıyı tahmin eder [2].

Öbekleme, örüntü (pattern) tahmininin temellerinden biridir. Veri içerisindeki yapıların araştırılmasında anahtar rol oynar.

Sonlu bir veri kümesi, X , için yapılacak olan öbeklemenin zorluğu, X 'i temsil eden sınıfların/grupların bulunmasıdır. Klasik öbekleme analizinde, sınıflar/gruplar arasındaki ilişki bloklar içinde güçlü bloklar arasında zayıf olması istenir. Ancak bu gereklilik güncel uygulamalar için fazla katıdır (sert, strict) ve gerçekçi değildir [23].

Veri kümesi içerisindeki her bir ayrı noktanın benzerliği, Zadeh tarafından önerilen bulanık (dereceli) yaklaşımla açıklanır [3]. Zadeh'e göre, her gözlem her öbekte ortak bir nokta paylaşır ve bu ortak paylaşım üyelik fonksiyonları ile açıklanır. Üyelik fonksiyonları, üyelik değerlerini $[0,1]$ arasında bir değer almasını sağlar. Her gözlem, her öbeğin bir üyesidir. Üyelik değeri 1'e yakın bir değer alıyorsa gözlem değeri ve öbek arasındaki benzerlik yüksek dereceli, eğer üyelik değeri 0'a yakın bir değer alıyorsa gözlem değeri ve öbek arasındaki benzerlik zayıftır denir [8].

2.4.1. Bulanık c-Ortalamlar Öbeklemesi (BCO)

Bu bölümde, çalışma içerisinde kullanılan bulanık c-ortalamlar (BCO) algoritması verilmeden önce, algoritmanın anlaşılması için gerekli olan bazı tanımlamalara yer verilecektir.

Tanım 2.1. (Amaç Fonksiyonu): Amaç fonksiyonu $J(f)$ ya da J , hata ya da matematiksel bir ölçüttür. Öbekleme algoritmasının yapısına göre amaç evrensel minimum ya da maksimum J 'yi bulmaktır.

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ olarak tanımlı n tane gözlemi gösterebilir. Her k gözlemi, $k=1, \dots, n$ 'e kadar devam eden nv adet girdiyi ifade eden bir vektör $x_k = [x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{nv,k}]^T \in R^{nv}$ olarak tanımlansın. $n \times nv$ boyutlu vektörlerin gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$X = \begin{bmatrix} x_{1x1} & \cdots & x_{1xnv} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{nx1} & \cdots & x_{nxcnv} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Bir bulanık öbekleme algoritması, verilmiş olan X veri kümesini c adet örtüşen öbeklere ayrıştırır ve bulanık örüntü (üyelik) (partition) matrisini, U , oluşturur.

Tanım 2.2 (Bulanık Örüntü (Üyelik) Matrisi): Bulanık örüntü matrisi, U , her gözlem x_k , $k = 1, \dots, n$ değerinin her öbek i , $i = 1, \dots, c$ içerisindeki üyelik derecesini (üyelik değerlerini) gösteren matristir. k 'nci vektörün, i 'nci öbek içerisindeki üyelik derecesi $\mu_{ik} \in U$ olarak gösterilir ve matris aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$U = \begin{bmatrix} \mu_{1,1} & \cdots & \mu_{c,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{1,n} & \cdots & \mu_{c,n} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Bulanık öbekleme algoritmalarında, her öbek “öbek merkezi” ya da “öbek modeli (prototype)” adı verilen vektörlerle ifade edilir.

Tanım 2.3 (Öbek Merkezleri/ Modeli): nv adet girdiye sahip X veri kümesi vektörleri, bulanık öbekleme algoritmaları ile c adet öbeğe ayrıştırılır. Ayrıştırılan öbeklerin merkezleri $V = \{v_1, v_2, \dots, v_c\} \in R^{nv}$, nv adet vektörlere ayrıştırılırlar. Her öbek merkezi (v_i), nv adet farklı gözlemin merkezidir.

Bulanık c -ortalamalar algoritması (BCO), amaç fonksiyonunu en iyilemeye çalışır ve bunu yaparken de uzaklık ölçütünü esas alır. Algoritma çalıştırılmadan önce, veri kümesinin kaç tane öbeğe ayrılacağı bilindiği varsayılır. Gerçek hayatta pek mümkün olmayan bu yaklaşıma alternatif bir çözüm olarak Öbek Geçerlilik İndeksleri (ÖGİ) geliştirilmiştir. Veri kümesindeki öbek sayısına ÖGİ kullanılarak karar verilir. Öbek geçerlilik indekslerine ait detaylı bilgiler, Bölüm 2.5’de verilecektir.

Her öbek c , v_i öbek merkezi ile temsil edilsin. BCO algoritması, bilinen öbek sayısı, c , ve bulanıklık derecesi, m , parametresi ile amaç fonksiyonunu en küçüklemeye çalışır:

$$\min J(X; U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m d^2(x_k, v_i) \quad (2.13)$$

(2.13)'de bulanıklık derecesi m , $m \in (1^+, \infty)$ arasında değer alır. Bulanıklık derecesi, öbeklerin üst üste örtüşmesini sağlayan bir parametredir. Eğer $m=1$ değerini alırsa, öbekler arasında örtüşme yok demektir, klasik küme teorisine geçiş olur. $d^2(x_k, v_i)$, k 'nci gözlem ile i 'nci öbek arasındaki mesafeyi ölçer. Eğer gözlem değerleri öbek merkezleri ile aynı noktada yer alırsa, mesafe sıfır olacaktır. Gözlem değerlerinin konumları, amaç fonksiyonunun artıp- azalmasına neden olacaktır. En iyi çözümde, amaç fonksiyonuna olan uzaklık en küçük olacaktır. Yerel minimum noktalarından kaçınmak için, iki adet kısıt örüntü matrisi U ' ya eklenir:

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \quad \forall k > 0 \quad (2.14)$$

$$0 < \sum_{k=1}^n \mu_{ik} < n, \quad \forall i > 0 \quad (2.15)$$

(2.14) kısıtı, örüntü matrisi U (2.12) içindeki her satırın toplamının 1 olacağını söyler. Her gözlem her öbeğe belirli bir üyelik derecesi ile üyedir ve toplam öbeklere olan üyeliğinin 1 olması gerekir. Yani her gözlem değeri en az bir tane öbeğe üyedir.

(2.15) kısıtı, üyelik derecelerinin (üyelik değerleri) sütun sayısı, gözlem değerlerinin vektör sayısı n ' i geçemez demektir.

Mesafe ölçütüne ait hesaplama formülü aşağıdaki gibidir:

$$d^2 = (x_k, v_i) = (x_k - v_i)^T A_i (x_k - v_i) \geq 0 \quad (2.16)$$

(2.16)'da norm matrisi $A_i, i = 1, \dots, c$, pozitif tanımlı simetrik matristir. Bulanık c-ortalamalar (BCO) algoritması, Öklid uzaklığını esas olarak çalışır. Bu nedenle norm matrisi, A_i , birim matrise eşittir. Diğer taraftan, uzaklık ölçütü olarak Gustafson ve

Kessel (1979)' de Mahalanobis uzaklığını, norm matrisi A_i , her öbek için kovaryans matrisinin tersidir [4].

Çizelge 2.2' de görüldüğü üzere, BCO algoritmasında kullanılabilir farklı uzaklık ölçütleri verilmiştir:

Çizelge 2.2 Uzaklık Ölçütleri

| Uzaklık Ölçütü | Fonksiyon |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Öklid Mesafesi | $d_2(a, b) = \left[\sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ |
| Minkowski Mesafesi | $d_p(a, b) = \left[\sum_{i=1}^n a_i - b_i ^p \right]^{\frac{1}{p}}, \quad p > 0$ |
| Maksimum Mesafe | $d_\infty = (a, b) = \max_{i=1}^{nv} a_i - b_i $ |
| Mahalanobis Mesafesi | $d_A(a, b) = \sqrt{(a - b)^T A (a - b)}$ |

Tanımlanan amaç fonksiyonu (2.13), kısıtlar (2.14)- (2.15) ile bulanık c-ortalamalar (BCO) algoritması amaç fonksiyonu en küçükleme olan kısıtlı bir en iyileme problemidir:

$$\min J(X; U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m d^2(x_k, v_i)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \quad \forall k > 0$$

$$0 < \sum_{k=1}^n \mu_{ik} < n, \quad \forall i > 0 \quad (2.17)$$

$$0 \leq \mu_{ik} \leq 1, \quad \forall i, k$$

(2.17)'de yer alan kısıtlı en iyileme problemi, lagrange çarpanı yöntemi ile kısıtsız en iyileme problemi haline gelir. Bilinmeyen lagrange çarpanı, λ , kısıtları etkisiz hale getirmek için kullanılır:

$$\max W(U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m d^2(x_k, v_i)_A - \lambda (\sum_{i=1}^c \mu_{ik} - 1) \quad (2.18)$$

Lagrange çarpanları yönteminde, primal parametrelere göre amaç fonksiyonu en küçüklenirken, dual parametrelere göre ise en büyüklenir. (2.18)' de belirtilen lagrange fonksiyonunun U ve V' ye göre türevleri alınarak en iyi üyelik derecesini ve öbek merkezlerinin hesaplanacağı formüller aşağıdaki gibi bulunur:

$$\mu_{ik}^{(t)} = \left[\sum_{j=1}^c \left(\frac{d(x_k, v_i^{(t-1)})}{d(x_k, v_j^{(t-1)})} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right]^{-1} \quad (2.19)$$

$$v_i^{(t)} = \frac{\left(\sum_{k=1}^n (\mu_{ik}^{(t)})^m x_k \right)}{\sum_{k=1}^n (\mu_{ik}^{(t)})^m} \quad \forall i = 1, \dots, c \quad (2.20)$$

Bulanık c- ortalamalar algoritmasının çalışma adımları aşağıdaki gibidir:

Verilen veri vektörü, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, öbek sayısı c , bulanıklık derecesi m , sona erdirmeye aralığı ε olsun. Örüntü (üyelik) (partition) matrisi, U , başlangıç için rasgele seçilir.

Adım 1: (2.20)'yi kullanarak, başlangıç öbek merkezlerini hesapla.

Adım 2: İterasyon sayısı, $t=1, \dots$, en büyük iterasyon değerine kadar.

Adım 2.1: Her girdi gözlemi k için i 'nci öbeğe olan üyelik derecesini, $\mu_{ik}^{(t)}$, (2.19)'u kullanarak hesapla. x_k girdi vektörü, $v_i^{(t-1)}$ (t-1)'nci iterasyondan gelen öbek merkezleridir.

Adım 2.2: t iterasyonundaki her öbek i için (2.20)'yi kullanarak öbek merkezlerini hesapla. x_k girdi matrisi, üyelik değerleri t 'nci iterasyondaki $\mu_{ik}^{(t)}$ üyelik değerleridir.

Adım 2.3: Sona erdirmeye aralığı $|v_i^t - v_i^{(t-1)}| \leq \varepsilon$ sağlandığı zaman algoritmayı durdur. Yoksa, Adım 1'e geri dön.

2.5.Öbek Geçerlilik İndeksleri (ÖGİ)

Öbekleme algoritmalarının sonuçlarının değerlendirilmesi, geçerlilik indeksleri ile yapılır. Genel olarak, öbek geçerlilik indeksleri üç yaklaşımda toplanır:

- **Dışsal Ölçüt:** Öbekleme algoritmasının performansı, veri kümesinin önceden tanımlanmış altyapısına göre ölçülür. Bu yaklaşımda, sezgisel olarak öbek yapısı belirlenir.
- **İçsel Ölçüt:** Öbekleme algoritmasının performansı, veri kümesinin kendi içindeki vektör yapılaşması ile ölçülür. Örneğin yakınlık matrisi, vb.
- **Göreceli Ölçüt:** Burada amaç, öbekleme algoritmasının farklı parametre ve başlangıç değerleri ile çalıştırarak öbekleşme yapılarını karşılaştırmaktır.

1996 yılında Berry ve Linoof [24] tarafından öbeklerin değerlendirilmesi için iki yaklaşım önerilmiştir:

- **Uyumluluk (Compactness):** Her öbeğe ait gözlemler, birbirlerine olabildiğince yakın olmalıdır. Yani öbek elemanlarının birbirlerine olan benzerlikleri ölçülür. Genel uyumluluk ölçütü varyans (çeşitlilik) olarak verilebilir ve en küçüklenmelidir.

- **Ayrılık (Seperation):** Öbekler arasındaki farklılığı/ ayrıklığı ölçer. Yani öbekler arasındaki farklılık ölçülmek istenir. İki farklı öbek arasındaki mesafeyi ölçmenin üç ayrı yaklaşımı şöyledir:

Tek Bağlantı: Yakın öbekler arasındaki mesafeyi ölçer.

Tam Bağlantı: En uzak öbekler arasındaki mesafeyi ölçer.

Merkezlerin Karşılaştırılması: Öbek merkezleri arasındaki mesafeyi ölçer.

En başta bahsedilen ilk iki yaklaşım, dışsal ve içsel ölçüt, istatistik temeline dayanır ve performans ölçümü yapmanın yüksek işlem maliyeti vardır. Diğer taraftan üçüncü yaklaşım, göreceli ölçüt, belli varsayım ve parametre değerleri altında öbek performanslarını ölçer.

Bulanık (dereceli) öbeklemede temel anlayış, bir öbeğe en yüksek üyelik değeri ile ait olan veri vektörlerinin öbek şeklini bulmaktır. Bulanık öbekleme, örüntü matrisi (partition matrix) temeline dayanır. Örüntü (partition) matrisi, $U=[\mu_{ij}]$ olarak tanımlıdır ve burada μ_{ij} , x_i 'nci vektörün j 'nci öbeğe olan üyelik derecesini gösterir.

Bulanık öbeklemede öbeklerin geçerlilikleri, ya sadece üyelik değerleri ile ya da örüntü matrisi (partition), U , ve veri kümesini kullanır [25].

Sadece üyelik değerlerini kullanan öbek geçerlilik indeksleri: Bezdek [8,26] çalışmasında, *parçalama katsayısı (BP)* adını verdiği öbek geçerlilik indeksini aşağıdaki gibi tanımlamıştır:

$$BP = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^c \mu_{ij}^2 \quad (2.21)$$

BP, parçalama katsayısı, $[1/c, 1]$ arasında değer alır. (2.21)'de yer alan ifadede c öbek sayısını gösterir. BP indeksinin 1'e yaklaşması, öbekleşmenin klasik (katı) olduğunu gösterir. Üyelik derecelerinin örüntü (üyelik) (partition) matrisindeki değeri $\mu_{ij}=1/c$ ise, BP düşük bir değer alır. Bu yüzden, BP'nin $1/c$ 'ye yakın değerler alması öbekleşmenin bulanık (dereceli) olduğunu gösterir. BP'nin hesaplanan değerleri, $1/c$ 'ye yakın değerler

çıkılmazsa veri kümesinde öbekleşmeye eğilim olmadığı ya da öbekleme algoritmasının öbekleri ortaya çıkarmada başarısız olduğu da söylenebilir.

Bölümleme Entropi (BE) katsayısı da sadece üyelik değerlerini kullanarak öbek performanslarının geçerliliğini ölçer. Aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$BE = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^c u_{ij} \log_a(u_{ij}) \quad (2.22)$$

(2.22)'de a logaritmanın tabanını gösterir. Bölümleme Entropisi, BE, öbek sayısı 1'den büyük değerler için hesaplanır ve $[0, \log_a(c)]$ aralığında değer alır. Aralık üst sınırı $\log_a(c)$ 'ye yakın olan BE değerleri, öbekleşmenin klasik (katı) olduğunu ya da öbekleme algoritmasının öbekleri ortaya çıkarmada başarısız olduğu söylenebilir.

Üyelik değerlerini ve veri kümesini kullanan indeksler: Xie- Beni indeksi [27] XB, aynı zamanda uyumluluk (compactness) ve ayrışma (seperability) geçerlilik fonksiyonu olarak da tanımlanır.

Bir veri kümesi $X = \{x_j; j = 1, \dots, n\}$ olsun. $v_i = (i = 1, \dots, c)$ her öbeğin öbek merkezini, μ_{ij} , j 'nci gözlemin i 'nci öbeğe olan üyelik derecesini gösterebilir.

x_j , j 'nci gözlem ve i 'nci öbeğe olan uzaklığı d_{ij} olarak tanımlansın. j 'nci gözlemin i 'nci öbeğe olan uzaklığı d_{ij} üyelik değerleri ile ağırlıklandırılır ve aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$d_{ij} = \mu_{ij} \|x_j - v_i\| \quad (2.23)$$

X veri kümesinde, i 'nci öbekte meydana gelen sapmaların karesi σ_i ile gösterilsin. Tüm öbeklerde meydana gelen sapmaların toplamı σ ile gösterilsin ve veri kümesinin toplam sapması olarak adlandırılınsın.

i 'nci öbeğin uyumluluğu (compactness), $\pi = (\sigma_i / n_i)$ olarak tanımlasın. n_i , i 'nci öbeğe ait olan gözlem değerlerinin sayısını gösterir. Ayrıca ayrışma (separation), öbek merkezleri arasındaki en küçük uzaklık olarak tanımlanırsa, aşağıdaki gibi gösterilir:

$$dmin = \min \|v_i - v_j\| \quad (2.24)$$

Xie- Beni, XB, indeksi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$XB = \frac{\pi}{N.dmin} \quad (2.25)$$

(2.25) ifadesinde N, veri kümesindeki gözlem sayısıdır.

Üyelik değerlerini ve veri kümesini kullanan bir başka öbek geçerlilik indeksi de Fukuyama-Sugeno indeksidir ve aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$FS_m = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^c \mu_{ij}^m \left(\|x_i - v_j\|_A^2 - \|v_j - v\|_A^2 \right) \quad (2.26)$$

(2.26) ifadesinde v , öbek merkezlerinin ortalaması, A 1×1 boyutlu pozitif tanımlı matris olarak tanımlıdır. Eğer A birim matris I 'ya eşit olursa, uzaklık Öklid mesafesi olacaktır. Tanımlı ifadedeki ilk uzaklık uyumluluğu (compactness), ikinci uzaklık ise her öbeğin öbeklerin ortalamasına olan uzaklığını ölçmektedir. Ayrıca bilinmektedir ki Fukuyama-Sugeno indeksi veri kümesi içindeki öbekleşmeyi iyi ifade edemediğinden, pek fazla yaygın olmayan bir indekstir [4].

3.BULANIK FONKSİYONLAR VE BULANIK NORMAL DENKLEMLER YAKLAŞIMI

Bulanık fonksiyonlar (BF) literatürde pek çok araştırmacı tarafından kullanım amacına göre farklı tanımlanmıştır. Bulanık küme teorisinin yapı taşlarını ortaya çıkaran Profesör L.A. Zadeh, 1965 yılında yayınladığı çalışmalarında [3,7] bulanık fonksiyonları, klasik işlemcilerin birer uzantısı olan bulanık işlemciler olarak tanımlar. 1972 yılında Siy ve Chen [28], bulanık fonksiyonları çok terimli (polinom) olarak bulanık kümeler üzerinde farklı bulanık işlemcilerin uygulanması olarak tanımlar. 1993 yılında Sasaki [29] ve 1999 yılında Demirci [22], bulanık fonksiyonları yeniden tanımladılar. Bu tanımlamaya göre bulanık fonksiyonlar, bulanık bağıntıların özel tanımlı hali; bulanık değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklayan fonksiyonlar olarak tanımlandı. 2008 yılında Türkşen [15] tarafından ortaya atılan bulanık fonksiyonlar yaklaşımı literatürde bulunan diğer yaklaşımlardan farklı olarak, her öbeğe ait yerel fonksiyonlar bularak girdi- çıktı arasındaki ilişkiyi tahmin etmektedir.

2008 yılında Türkşen tarafından önerilen Bulanık (Dereceli) Fonksiyon (BF) regresyon yaklaşımı temel olarak, Bulanık c- ortalamalar (BCO) algoritmasından faydalanır. Öbekleme algoritması ile elde edilen üyelik değerleri, sistem girdileri ile birlikte düşünülür ve her öbeğe ait yerel bulanık fonksiyonlar bulunur [15].

Bulanık fonksiyonlar yaklaşımı bu zamana kadar önerilen bulanık sistem modellemesi yöntemlerine göre üyelik değerlerini bulanık sistem modelleri içerisinde çok farklı ele alır. Üyelik değerleri, sistemlerin davranışı hakkında gerekli bilgiyi veren “atomlar” olarak düşünülebilir. Sistem davranış bilgisi, bulanık fonksiyonlar aracılığı ile elde edilir. Çalışmamızda, EĞER- İSE bulanık kural tabanı yerine “bulanık fonksiyonlar” yaklaşımı kullanılarak bulanık sistem modellemesi yapıldı.

3.1. En Küçük Kareler Yöntemi ve Bulanık Fonksiyonların Temeli

Önerilen bulanık fonksiyonlar yaklaşımı, klasik regresyon temeline dayanır. Klasik regresyonda model katsayıları bulunurken En Küçük Kareler (EKK) yöntemi kullanılır. EKK' da amaç, hata terimini en küçükleyen regresyon model katsayılarını bulmaktır. Regresyon modelinde yer alan hata terimi, gerçek gözlem değerleri ile tahmin edilen değerler arasındaki farkı ölçer ve aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$\text{Hata terimi} = \sum_{i=1}^n e_i = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \quad (3.1)$$

Regresyon modelinin katsayılarının bulunabilmesi için, hata terimi toplamının karesi alınır. Bilinmeyen her model katsayısı için ayrı ayrı türevler alınarak, bulunan eşitlikler sıfıra eşitlenir. Böylece Normal Denklemler elde edilir. Normal denklemler, modelde yer alan değişken sayısına göre ya her bilinmeyen için eşitliği bulunarak ya da tanımlı matris sistemi ile bir arada çözdürülerek, regresyon modeli katsayılarının değeri hesaplanır. Regresyon model katsayılarının matris ile hesaplanması aşağıdaki formülasyondaki gibidir:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (3.2)$$

Varsayalım ki elimizde bir regresyon denklemi olsun:

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \dots + \beta_nx_n + \varepsilon \quad (3.3)$$

Çıktı ve girdi değerleri $i=1, \dots, n'$ e kadar olsun. (3.1)' de gösterilen her bir ifadenin görüntüsü aşağıdaki gibidir:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} \cdots & x_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Yeni bulanık fonksiyonlar yaklaşımında, girdi matrisi içerisine öbeleme algoritmalarından elde edilen üyelik değerleri de eklenir. Böylece her öbeği temsil eden bulanık fonksiyonlar bulunur. Türkşen'in [15] 2008 yılında önerdiği yeni girdi matrisini görüntüsünün bir örneği aşağıdaki gibidir:

$$X^* = \begin{bmatrix} 1 & \mu_{11} & x_{11} \cdots & x_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \mu_{ji} & x_{n1} \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, c \quad j = 1, \dots, n \quad (3.5)$$

Yeni X^* matrisi sadece üyeliklerin yeni girdi matrisine eklenmesini değil, üyeliklerin çeşitli dönüşümlerinin (transformasyonlarının) eklenmesini de önerir. Üyelikler ve üyeliklerin farklı dönüşümleri girdi matrisi içerisine eklenerek, veri kümesinin ve belirsizliğin daha iyi ifade edildiği bulanık regresyon modelleri kurulabilecektir. Girdi matrisi içerisine eklenen dönüşümler üyeliklerin karesi, üsteli, logaritmik dönüşümü, küpü olabilir. Veri kümesinin karakteristik özelliklerine göre farklı dönüşümler, bulanık fonksiyonlar (BF) yöntemini kullananlar tarafından eklenebilir. Üyelikler ve üyeliklerin çeşitli dönüşümleri girdi matrisi içerisine aşağıdaki gibi eklenir:

$$X^* = \begin{bmatrix} 1 & \mu_{11} & \mu_{11}^2 & x_{11} \cdots & x_{1k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \mu_{ji} & \mu_{ji}^2 & x_{n1} \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}, \quad X^* = \begin{bmatrix} 1 & \mu_{11} & \log(\mu_{11}^2) & x_{11} \cdots & x_{1k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \mu_{ji} & \log(\mu_{ji}^2) & x_{n1} \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Türkşen [15] metodu ile kurulacak regresyon modelleri bulanık fonksiyonlar yaklaşımına dayanır. Bu yöntem ile hesaplanan yerel fonksiyonlar ile veri kümesine ait öbek sayısı kadar bulanık fonksiyon bulunur. Böylece tahmini gözlem değerleri daha gerçekçi hesaplanır.

Bulanık fonksiyonlar yaklaşımı ile regresyon modelinin katsayıları aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\hat{\beta} = (X^{*'}X^*)^{-1}X^{*'}y \quad (3.7)$$

Veri kümesi, bulanık öbeleme algoritmaları kullanılarak bölümlere ayrılır. Algoritma sonucunda elde edilen üyelik değerleri ve kurulan farklı bulanık regresyon modelleri sonucuna göre en iyi bulanık sistem performansı tek öbekli iken gerçekleşiyorsa klasik regresyona geri dönlür. Öbek sayısı 1' den fazla olduğu zaman, her öbek için hesaplanan bulanık fonksiyonların ortalaması alınarak sistem performansı hakkında bilgi verilir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, tüm gözlem değerleri için tek bir fonksiyon bulunmamaktadır. Bölümlere ayrılmış gözlem değerleri, üyelik değerleri yardımı ile örtüştürülerek, klasik regresyona oranla daha gerçekçi sonuçlar bulmayı sağlar. Araştırmacılar tarafından pek çok farklı bulanık sistem performans kriterleri belirlenebilir. Bunlar belirleme katsayısı, hata kareleri kök ortalaması, ortalama karesel hata vb. olabilir [4].

Önerilen yöntem bulanık sistem modellemesi için kullanılan diğer yöntemlere göre oldukça pratiktir. Araştırmacılar sadece hangi öbeleme algoritmasını kullanacaklarına ve algoritmanın bilinmeyen parametlerinin (en iyi öbek sayısı, en iyi bulanıklık derecesi) değerlerine karar vererek bulanık sistem modellemesinin en küçük kareler yöntemi temeline dayandırarak gerçekleştireceklerdir.

Üyelik değerlerinin girdi matrisi içerisine eklenmesi önerisi, Türkşen'in [15] bulanık fonksiyonlar yaklaşımında sezgiseldir. Önerilen bulanık fonksiyonlar yaklaşımı, En Küçük Kareler (EKK) yöntemini temel alarak regresyon denkleminin katsayılarını bulmaktadır. Regresyon denkleminde üyeliklerin de girmesi gerektiği önerisi getirilmiştir

ancak bu gösterim literatürde şimdiye kadar hep matrislerle ifade edilmiştir. Oysa klasik regresyonda olduğu gibi, bulanık fonksiyonlar yaklaşımı kullanarak kurulan regresyon modellerinin de denklem sistemi olarak gösterilmesi gerekmektedir.

3.2. Bulanık Fonksiyonlar (BF) Yaklaşımı:

Bulanık fonksiyonlar yaklaşımı, tanımlı her Bulanık Kural Tabanını (BKT) fonksiyonlarla ifade etme isteğinden ortaya çıkmıştır. Bulanık fonksiyonlarla kurulan modellerin daha iyi performans sergilemesinin nedeni, her örneğin aitlik (üyelik) derecesinin ve öbeklenen her gözlem değeri için tanımlı yerel bulanık fonksiyonların etkisini de incelemesidir. Bulanık fonksiyonlar yaklaşımı ile bulanık sistem modellemek isteyen uzmanlar, bulanık mantık hakkında çok derin bilgiye sahip olmadan daha kolay bir sistem modellemesi yapabileceklerdir [15].

Bölüm 3. 1' de bahsedildiği gibi, Bulanık Fonksiyonları (BF) yaklaşımı ile kurulacak olan regresyon modellerinde üyelik fonksiyonları sistem girdi/ çıktısı arasındaki ilişkiyi açıklayan yapıtaşlarıdır. Üyelik fonksiyonları Bölüm 2.4.1'de açıklanan Bulanık c-ortalama algoritması (BCO) ya da literatürde bulunan diğer öbekleme algoritmalarından (BCRM, vb.) faydalanarak bulunur. Bulanık fonksiyonlar ile kurulacak olan regresyon modellerinde En Küçük Kareler (EKK) yöntemi ya da Destek Vektör Makinası (Support Vector Machine) (DVM) kullanılarak sistem çıktısı tahmin edilebilir.

Bölüm 2.4' de BCO algoritmasının yapısından ve algoritmanın adımlarından bahsedilmiştir. En iyi model ve katsayıların bulunabilmesi için veri kümesi eğitim ve test kümelerine ayrılır.

BCO algoritması karar verilen en iyi bulanıklık derecesi (m^*) ve öbek sayısı (c^*) için çalıştırılarak üyelik değerleri elde edilir. Her öbek için bulanık fonksiyonlar (BF) $f(\varphi_i, \widehat{W}_i)$ ile eğitim örnekleminde çıktılar elde edilir. Böylece, her öbek için, bir bulanık model çıktısı $\hat{y}_i = f(\varphi_i)$ her gözlem değeri için bulunur. Katı bir çıktı elde etmek için çıktı üyelik değeri ile ağırlıklandırılarak, ağırlıklı ortalaması alınır.

Böyle seçilmiş eğitim kümesi $x_k^e, k = 1, \dots, nd$ olsun.

Bulanık Fonksiyonlar İçin Eğitim Algoritmasının Adımları:

Adım 1: Öbek sayısı c ve bulanıklık derecesi m parametrelerini belirleyerek Bulanık c - ortalamalar (BCO) algoritması ile girdi/ çıktı değişkenleri için öbek merkezlerinin belirlenmesinde kullanılacak üyelik değerlerini hesapla.

$$\mu_{ik}^e = \left(\sum_{j=1}^c \left[\frac{\|x_k^e - v_i(x)\|}{\|x_k^e - v_j(x)\|} \right]^{\frac{2}{m-1}} \right)^{-1}, \quad \forall 1 \leq i \leq c \quad 1 \leq k \leq nd \quad (3.8)$$

Adım 2: Eğitim veri kümesi için hesaplanan μ_{ik}^e ve kullanıcı tarafından tanımlanmış dönüşümleri, gerçek gözlem değerlerini öbeklerle temsil edecek $x^e \rightarrow \varphi_i(x^e, \mu_i^e)$, R^{nv+nm} uzayına taşır.

Adım 3: Bulanık fonksiyon (BF) ile tahmin edilen parametreleri kullanarak (3.9) yapısında EKK ile çıktı elde edilir.

$$f(\varphi_i, \widehat{W}_i) = \varphi_i(x, \mu_i) | \widehat{W}_{0i} + \widehat{W}_{1i}(\mu_i) + \dots + \widehat{W}_{nm,i}(\mu_i) + W_{nm+1,i}x_1 + \dots + \widehat{W}_{nm+nv,i}x_{nv} \quad (3.9)$$

Seçili test kümesi $x_k^v, k = 1, \dots, nd$ olsun.

Bulanık Fonksiyonlar İçin Çıkarsama Algoritmasının Adımları:

Adım 1: Öbek sayısı c ve bulanıklık derecesi m parametrelerini belirleyerek Bulanık c - ortalamalar (BCO) algoritması ile girdi/ çıktı değişkenleri için öbek merkezlerini belirlenmesinde kullanılacak üyelik değerlerini hesapla.

$$\mu_{ik}^e = \left(\sum_{j=1}^c \left[\frac{\|x_k^v - v_i(x)\|}{\|x_k^v - v_j(x)\|} \right]^{\frac{2}{m-1}} \right)^{-1}, \quad \forall 1 \leq i \leq c \quad 1 \leq k \leq nd \quad (3.10)$$

Adım 2: Eğitim veri kümesi için hesaplanan μ_{ik}^e ve kullanıcı tarafından tanımlanmış dönüşümleri, gerçek gözlem değerlerini öbeklerle temsil edecek $x^v \rightarrow \varphi_i(x^v, \mu_i^v)$, R^{nv+nm} uzayına taşır.

Adım 3: Bulanık fonksiyon (BF) ile tahmin edilen parametreleri kullanarak (3.11) yapısında EKK ile çıktı elde edilir.

$$f(\varphi_i, \widehat{W}_i) = \varphi_i(x, \mu_i) | \widehat{W}_{0i} + \widehat{W}_{1i}(\mu_i) + \dots + \widehat{W}_{nm,i}(\mu_i) + \widehat{W}_{nm+nv,i}x_{nv} + \dots + W_{nm+1,i}x_1 \quad (3.11)$$

Adım 4: Adım 3' de elde tahmin edilen her çıktıyı üyelik değerleri ile ağırlıklandır ve hepsinin ağırlıklı ortalamasını alarak katı çıktıyı elde et.

$$\hat{y}_k = \frac{\sum_{i=1}^c \hat{y}_{ik} \mu_{ik}}{\sum_{i=1}^c \mu_{ik}} \quad (3.12)$$

3.3. Bulanık Normal Denklemler:

Matrisler ile ifade edilen bulanık fonksiyonlar yaklaşımının temelini açıklayan Bulanık (Dereceli) Normal Denklemler, Türkşen yöntemi [15] ile kurulan bulanık sistemlere analitik bir çözüm olanağı sunar ve metodun temelinde yatan prensipleri ortaya çıkarmaktadır.

Üyelik değerlerinin girdi olarak alınması ile regresyon denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 \mu_{ji} + b_2 x_i + \dots + b_n x_n, \quad j = 1, \dots, c^* \quad i = 1, \dots, n \quad (3.13)$$

En küçük kareler (EKK) yöntemini esas alan bulanık fonksiyonlar yaklaşımı da hata terimini en küçükleyen regresyon katsayılarını bulmayı hedefler. Hata terimi aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1\mu_{ji} - b_2x_i - \dots - b_nx_n)^2 \quad (3.14)$$

Klasik regresyon yaklaşımında olduğu gibi (3.14) ifadesinde gösterilen hata terimini en küçükleyen regresyon model katsayıları, her bir bilinmeyen parametreye göre türev alınıp sifıra eşitlenerek elde edilen Bulanık (Dereceli) Normal Denklemlerin ortak çözümü ile elde edilir. Bulanık (Dereceli) Normal Denklemler' in daha iyi anlaşılabilmesi için aşağıdaki örnekler incelenmelidir.

Varsayalım ki elimizde tek bir girdi olan bir regresyon denklemi olsun. Regresyon katsayıları, bulanık fonksiyonlar yaklaşımı ile elde edilmek istensin. Regresyon denklemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1\mu_{ji} + b_2x_i + \varepsilon_i \quad (3.15)$$

(3.15)' de ifade edilen regresyon denkleminin hata terimi aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1\mu_{ji} - b_2x_i)^2 \quad (3.16)$$

Bilinmeyen her bir parametre için türev alınıp sifıra eşitlendiği zaman, aşağıdaki bulanık normal denklemler elde edilir:

$$\sum_{i=1}^n y_i = nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n \mu_{ji} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{1i} \quad (3.17)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \mu_{ji} = b_0 \sum_{i=1}^n \mu_{ji} + b_1 \sum_{i=1}^n \mu_{ji}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n \mu_{ji} x_{1i} \quad (3.18)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_{1i} = b_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} \mu_{ji} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 \quad (3.19)$$

(3.17), (3.18) ve (3.19)' da bulunan denklem sistemleri çözdürülerek regresyon modelinin bilinmeyen katsayıları bulunur.

Bulanık fonksiyonlar yöntemi kullanılarak oluşturulan bulanık regresyon modellerinde Bölüm 3.1' de belirtildiği gibi üyelikler ve üyeliklerin farklı dönüşümleri de modele eklenir. Üyelikler ve üyeliklerin farklı dönüşümlerinin regresyon modeline eklenmiş hali aşağıdaki gibidir:

$$y_i = b_0 + b_1 \mu_{ji} + b_2 \mu_{ji}^2 + b_3 x_i + \dots + b_n x_n \quad (3.20)$$

$$y_i = b_0 + b_1 \mu_{ji} + b_2 \log(1 - \mu_{ji}) / \mu_{ji} + b_3 x_i + \dots + b_n x_n \quad (3.21)$$

Kurulacak bulanık regresyon modeline eklenen dönüşümlere göre, yeniden bulanık regresyon modelleri yazılır ve bilinmeyen parametrelere göre türevler alınarak Bulanık Normal Denklemler elde edilir.

Bulanık normal denklemler tanımıyla amaç, sezgisel olarak Türkşen tarafından tanımlanan [15] girdi matrisi içerisine eklenen üyelikler ve üyeliklerin çeşitli dönüşümlerinin denklem sistemi çözümünden geldiğini göstermektir. Daha önce yapılan çalışmalar incelendiğinde, böyle bir denklem sistemi tanımlanmamıştır. Bulanık Fonksiyonlar (BF) yaklaşımı ile bulanık (dereceli) çıkarsama yapmanın temeli ve analitik çözümü göz önüne serilmiştir.

Çalışmamızda kullandığımız iki veri kümesine ait bulanık normal denklemler ve bulanık normal denklemlerle elde edilen bulanık regresyon katsayıları Bölüm 5 ve Bölüm 6' da detaylı olarak verilecektir.

4. BULANIK REGRESYON UYGULAMALARINDA KULLANILAN VERİ KÜMELERİNİN TANIMI

Bu çalışmada iki veri kümesi *Beton Basınç Sertliği* ve *Apple şirketi hisse kapanış fiyatları* bulanık regresyon uygulamalarında kullanılmıştır. Veri kümelerine ait detaylı bilgiler aşağıdaki bölümlerde verilmiştir.

4.1. Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi

Beton Basınç Sertliği veri kümesi 2007 yılında Cheng- Yen tarafından çalışılmış gerçek hayat gözlemlerinden oluşan bir veri kümesidir. Veri kümesi UCI Machine Learning Data- Repository internet sitesinden elde edilmiştir [30]. Beton, inşaat mühendisliğinde çok önemli bir materyaldir ve inşa edilecek olan binanın dayanıklılığı, binanın planının oluşturulması bakımından betonun sağlamlığı büyük önem taşır. Kurulacak olan bulanık regresyon modeli çok girdili ve tek çıktılıdır. Çıktı olan beton sertliğini etkileyen bağımsız değişkenler çimento, yüksek fırın cüfuru, uçucu kül, su, süper akışkanlaştırıcı, iri çakıl, ince çakıl, beton yaşı olmak üzere sekiz tanedir. Her girdi ve çıktı gözlem değeri 1030 adet gözlem değeri taşımaktadır. Veri kümesinde kayıp gözlem bulunmamaktadır.

Çizelge 4.1. Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi Değişkenleri

| Değişken Adı | Sembol | Birim | Değişken Tipi | Değişkenin Modeldeki Türü |
|-------------------------------------------------------------|--------|------------------------------|---------------|---------------------------|
| Çimento (Cement) | x_1 | kg/ 1 metreküp karışım | Sürekli | Girdi |
| Yüksek Fırın Cüfuru (Blast Furnace Slag) | x_2 | kg/ 1 metreküp karışım | Sürekli | Girdi |
| Uçucu Kül (Fly Ash) | x_3 | kg/ 1 metreküp karışım | Sürekli | Girdi |
| Su (Water) | x_4 | kg/ 1 metreküp karışım | Sürekli | Girdi |
| Süper Akışkanlaştırıcı (Superplasticizer) | x_5 | kg/ 1 metreküp karışım | Sürekli | Girdi |
| İri Çakıl (Coarse Aggregate) | x_6 | kg/ 1 metreküp karışım | Sürekli | Girdi |
| İnce Çakıl (Fine Aggregate) | x_7 | kg/ 1 metreküp karışım | Sürekli | Girdi |
| Beton Yaşı (Age) | x_8 | Gün | Sürekli | Girdi |
| Beton Basınç Sertliği (Concrete Compressive Strength) | y | Mpa | Sürekli | Çıktı |

Çok fazla bağımsız değişkeni birlikte kullanmak, çıktı için yapılan tahmini yetersiz kılar örneğin değişkenler arasındaki yanıtıcı doğrusallığa ve işlem süresinde artışa neden olur [31]. Bu nedenlerden dolayı, sekiz adet bağımsız değişkenin değişken seçme yöntemlerine göre azaltılmasına karar verilmiştir. Ancak, bulanık değişken seçme teknikleri bulanık modeller için çok yetersiz ve sadece bazı bulanık yöntemler için geliştirilmiştir. Ayrıca, veri kümesi üzerinde bulanık öbekleme algoritmalarından biri olan Bulanık c- Ortalamalar (BCO) ile çalışılacaktır. BCO algoritması, hesaplanan üyelik değerlerini gerçek girdi olarak ekler ve klasik istatistik yöntemlerini kullanır. Bundan dolayı modeldeki bağımsız değişkenlere karar verebilmek için Minitab 16 programı kullanılarak korelasyon analizi yapıldı. Birbirleri ile en az ilişki içerisinde olan değişkenler tespit edildi. Bu değişkenler Çimento (x_1), Süper akışkanlaştırıcı (x_5), Beton yaşı (x_8) modele seçildi. Seçilmiş olan değişkenler, bulanık fonksiyonlar yaklaşımı kullanılarak farklı modeller oluşturuldu ve performans ölçütlerine göre en iyi model belirlendi. Kurulan farklı bulanık modeller Bölüm 6'da verilecektir. Yapılan korelasyon analizi ile ilgili sonuçlar EK A' da bulunmaktadır.

4.2. Apple Bilgisayarları Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi

Forbes'un yaptığı araştırmaya göre dünyanın en değerli markaları sıralamasında Apple şirketi 104,3 milyar dolarlık marka değeri ile birinci sırada yer almaktadır [32]. Bu bağlamda dünya çapında çok değerli olan bu şirkete ait tarihsel kapanış fiyatları Yahoo Finans sitesinden elde edilerek, ertesi güne ait kapanış fiyatı tahmini yapabilen bir bulanık regresyon modeli kuruldu [33]. Apple şirketine ait tarihsel verilere ait zaman periyodu, literatürdeki pek çok araştırma incelenerek [35- 41] son 1,5 yıla ait günlük kapanış fiyatları temel alınarak model oluşturuldu.

Hisse senetlerinin veya borsanın ertesi güne ait kapanış fiyatlarının tahmini ya da alınan hisselerin getirilerinin tahmini oldukça önemlidir. Kurulacak ekonomik modellerin oluşturulabilmesi için araştırmacılar makroekonomik değişkenler ve temel veya teknik analizlere başvurmaktadır. Temel analizciler, yatırım aracının değerini davranış ve şirketinin performansına bağlı bir değeri olduğunu söyler [37]. Temel analiz yaklaşımı,

nicel araçları- finansal oranlardan elde edilen finansal durumları- ya da nitel göstergeleri (*indicator*)- politika, pazarlama stratejisi, ürün yeniliği- kullanarak yatırım aracının değerini belirler. Temel analizde, yatırım aracının değerini belirleyen etmenler bulunmaya çalışılır ve bu değeri etkileyen etmenlere göre yatırım aracı ile ilgili kararlar verilir. Diğer taraftan teknik analizciler, yatırım aracının değerini eğilimler (*trend*) ve örüntü (*pattern*) belirleyen fiyatı, hacmi, açıklığı ve ilişkili olduğu market içindeki pazarlama hareketleri ile belirler [37]. Şirketlerin temel bilgilerini analiz etmektense, teknik analiz yaklaşımı dönüşüm noktalarını (*turning points*), hareketliliğini (*momentum*) ve yatırım aracının yönelimlerini (*directions of investment instrument*) hareketli ortalama, üstel hareketli ortalama, grafikler, getiri oranı, göreceli güçlülük indeksi (*relative strength index*), salıngaçlar (*oscillator*) gibi araçları kullanarak belirlemeye çalışır. Teknik analiz, yatırım aracının geçmiş günlerdeki hareketlerinden yola çıkarak gelecekte de aynı davranışların gerçekleşeceği varsayımıyla yatırım aracı hakkında karar verir [37].

Makroekonomik değişkenler ekonomideki mevcut eğilimler hakkında bilgi veren değişkenlerdir. Devlet, ekonomik büyümenin nedenini ekonomide ne zaman durağanlık olacağını, enflasyonun nasıl gerçekleştiğini, ekonomideki sorunların nasıl çözüleceğini belirleyebilmek için makroekonomik değişkenleri analiz etmek zorundadır. En temel makroekonomik değişkenler arasından tüketici fiyat indeksi, üretici fiyat indeksi, işsizlik oranı örnek olarak verilebilir.

Yapılan literatür çalışması sonucunda teknik analiz kullanılarak bulanık regresyon modeli kurulmasına karar verildi. Teknik analiz için gerekli değişkenler, Apple şirketinin günlük kapanış fiyatlarından hesaplanarak elde edildi. Bu bağlamda seçilen teknik göstergeler (*indicator*) Çizelge 4.2’de, ve onların tanımları EK B’ de verilmiştir.

Çizelge 4.2 Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi Değişkenleri

| Değişken Adı | Sembol | Sıklık | Modelin Zaman Aralığı | Örnekleme Aralığı | Değişkenin Modeldeki Türü |
|----------------------------------------------|---------------------|--------|-----------------------|-------------------------|---------------------------|
| %D Osilatör | DD_osc (x_1) | Günlük | t | 16.01.12- 16.01.2014 | Girdi |
| Üstel Hareketli Ortalama | D_EMA (x_2) | Günlük | t,t-1,t-2,t-3 | 16.01.12- 16.01.2014 | Girdi |
| Hareketli Ortalama | D_SMA (x_3) | Günlük | t,t-1 | 16.01.12- 16.01.2014 | Girdi |
| Bolinger Band | BB (x_4) | Günlük | t | 16.01.12- 16.01.2014 | Girdi |
| Moving Average Convergence Divergence (MACD) | MACD (x_5) | Günlük | t,t-1 | 16.01.12- 16.01.2014 | Girdi |
| Relative Strength Index | RSI (x_6) | Günlük | t | 16.01.12- 16.01.2014 | Girdi |
| %K Osilatör | SR10 (x_7) | Günlük | t,t-1 | 16.01.12- 16.01.2014 | Girdi |
| SR10 | SR10 (x_8) | Günlük | t | 16.01.12- 16.01.2014 | Girdi |
| Apple Hisse Kapanış Fiyatı | D-APP (y) | Günlük | t, t-1,t-2,t-3 | 16.01.12- 16.01.2014 | Çıktı |

Kurulacak olan bulanık regresyon modellerinden önce, ertesi gün kapanış fiyatını en iyi açıklayan bağımsız değişkenlerin bulunması için korelasyon analizinden daha farklı istatistiksel analizler yapıldı. Girdiler arasındaki korelasyonun çok yüksek olması, üstün

belirleme katsayısı (R^2) elde edilmesine, yanlış ya da eksik sonuçlar elde edilmesine neden olur.

EKK yöntemi kullanılarak regresyon modeli oluşturulurken, değişkenlerin varyanslarının ve ortalamalarının zaman içerisinde sabit olduğu varsayımı yapılır. Zamanla birlikte değişken varyans ve ortalamaya sahip olan değişkenler için “durağan olmayan” ya da “birim köklü değişkenler” terimi kullanılır. Zaman serisi verilerinde genellikle bu varsayım ihlal edilmektedir.

Girdilerin durağan olup olmadığının anlaşılması için Genişletilmiş Dickey Fuller birim kök (unit root) testi yapıldı. Birim kök testi sonuçlarına göre verilerin durağan/ durağan olmama durumlarını özetleyen tablo aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.3 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi değişkenleri için yapılan birim kök testi ve sonuçları

| Değişkenler | Birim Kök | P Değeri |
|-------------|-----------|---------------|
| Apple_Close | + | 0.7055 |
| EMA | + | 0.6932 |
| %D | - | 0.0000 |
| BB width | - | 0.0000 |
| SMA | + | 0.4918 |
| MACD_12_26 | - | 0.0000 |
| RSI | - | 0.0000 |
| SR10 | - | 0.0000 |
| %K | - | 0.0000 |

Birim kök testi için Eviews programından yararlanıldı. P değeri, kritik $\alpha = 0.05$ 'den büyük olan değişkenler için H_0 : Her bir değişken birim köke sahiptir hipotezi reddedilemedi. Çizelge 4.3'e bakacak olursak günlük kapanış fiyatı (Apple_Close), üstel hareketli ortalama (EMA), hareketli ortalama (HA) birim köke sahiptir ve bu değişkenler modele girmeleri gerektiğinde durağanlaştırılmalıdır.

İktisadi analizlerde değişkenler arasında ortaya çıkan bir başka problem ise otokorelasyondur. Otokorelasyon, çoklu regresyon analizinde hata teriminin birbirini izleyen değerleri arasında ilişki bulunması halidir. Bu durum, genel doğrusal regresyon modelinin önemli bir varsayımından sapmadır. Matematiksel olarak otokorelasyonun olmaması demek, i ve j noktalarındaki rassal hata terimlerinin arasındaki kovaryansın sifıra eşit olması demektir:

$$Cov(e_i, e_j) = E((e_i - E(e_i))(e_j - E(e_j))) = E(e_i e_j) = 0 \quad (4.1)$$

Kovaryans, $E(e_i e_j) \neq 0$ olduğu zaman i . ve j . değişkenler arasında otokorelasyon var demektir.

Otokorelasyona sahip olan değişkenler ile kurulan regresyon modelinin zayıf yanları aşağıdaki gibidir:

1. Parametre tahminleri sapmasız olmakla birlikte etkin değildir.
2. Hata teriminin varyansı olduğundan küçük tahmin edilmektedir.
3. EKK tahminine göre yapılan öngörüler etkin değildir.

Modeldeki otokorelasyonu kontrol etmek için *Durbin Watson* test istatistiği kullanılmıştır. Modeldeki artıkların varyanslarının zamanla birlikte değişip değişmediğinin kontrolü için *Eviews* içerisinde bulunan testlerden *Breusch-Pagan-Godfrey* testi seçilmiştir.

Durbin Watson test istatistiği (d) değişkenler arasında otokorelasyonun olup olmadığını anlamak için kullanılan istatistiksel bir testtir. Varsayalım ki gözlem değerlerimiz $t = 1, \dots, T$ 'ye kadar gitsin. d istatistiği $t-1$ gözlemi içine alarak aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{e}_t - \hat{e}_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^T \hat{e}_t^2} \quad (4.2)$$

(4.2)'de e_t , regresyon modelinde artıkları belirtir. Hesaplanan d istatistiği sıfır ile dört arasında değer alır. d istatistiğinin alabileceği kritik değerler ve anlamları Çizelge 4.4'de özetlenmiştir.

Çizelge 4.4 Durbin Watson Test İstatistiği Kritik Değerleri

| d değeri | Otokorelasyon |
|------------|--------------------------------|
| 4 | Mükemmel negatif korelasyon |
| 2 | Sıfır otokorelasyon |
| 0 | Mükemmel pozitif otokorelasyon |

Eğer d istatistiği sıfır değerini alırsa, artıklar arasında mükemmel pozitif korelasyon vardır. Eğer d istatistiği iki değerini alırsa, artıklar arasında otokorelasyon yoktur denir. Son olarak d istatistiği sıfır değerini alırsa artıklar arasında otokorelasyon yoktur denir.

Breusch-Pagan-Godfrey test istatistiği, değişen varyansı (heteroscedasticity) test etmek için kullanılan bir istatistiktir. Tahmin edilen bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait artıkların varyanslarının birbirine karşı test etmektedir. Varsayım kurulacak olan regresyon modeli aşağıdaki gibi tanımlı olsun:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + e \quad (4.3)$$

EKK yöntemi ile yapılan regresyon modeli tahminlerinde, artık terim (e) ortalamasının sıfır, varyansının da bağımlı değişkenlere bağımlı olmadığı varsayımı vardır. Eğer bu varsayım sağlanmıyorsa, artık terimler bağımlı değişkenlere göre varyanslarında farklılık göstereceklerdir. Böyle bir model artıkların bağımsız değişkenlere göre karesi alınarak, aşağıdaki regresyon modeli ile ifade edilir:

$$\hat{e}^2 = \gamma_0 + \gamma_1 x + v \quad (4.4)$$

Yukarıdaki regresyon modeli gösterimi *Breusch-Pagan-Godfrey* testinin temelini oluşturmaktadır. F istatistiği sonucunda bağımsız değişkenler anlamlı çıkarsa, sıfır (null) hipotezi olan değişken varyanslılık reddedilecektir.

H_0 : Değişken varyanslılık yoktur

H_1 : Değişken varyanslılık vardır.

Kurulacak olan bulanık regresyon modellerinde, bağımsız değişkenler teknik indekslerden yararlanılarak hesaplandı. Her bir gözlem fark (difference) alınarak durağan hale getirildi. Test istatistiklerine ait detaylı bilgiler ve analizler EK C'de bulunmaktadır.

Test istatistiklerinin sonuçlarına göre modele girmesi gereken bağımsız değişkenler aşağıdaki gibi bulunmuştur:

Çizelge 4.5 Apple şirketinin ertesi güne ait kapanış fiyatı tahmini için Kurulacak bulanık regresyon modelleri için seçilen girdiler

| Çıktı | Girdi 1 | Girdi 2 | Girdi 3 | Girdi 4 | Girdi 5 | Girdi 6 |
|--------------|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|
| D_APP (y) | D_APP(-1) (x ₁) | D_SMA (x ₂) | D_EMA (x ₃) | K_OSC (x ₄) | K_OSC(-1) (x ₅) | MA(1) (x ₆) |

Çizelge 4.5. içerisinde gösterilen değişkenler ile bulanık regresyon fonksiyonları yaklaşımı kullanılarak, farklı bulanık modeller kurulur.

Kurulan bulanık regresyon modelleri ve karşılaştırma stratejileri Bölüm 5,6 ve 7'da verilecektir.

4.3. Analizlerde Kullanılan Performans Ölçütleri:

Kurulacak olan bulanık regresyon modelleri için, bulanık mantık tabanlı bir performans ölçütü bulunmamaktadır. Bu nedenden dolayı, kurulan modeller klasik istatistiksel analiz yöntemlerinde kullanılan ölçütler olacaktır.

Belirleme katsayısı (R^2)

Regresyon modeli için seçilen bağımsız değişkenlerin çıktısı (bağımlı değişkeni) hangi oranda açıkladığını gösteren istatistiksel analiz yöntemidir. Bir regresyon modelinde, artıklar ve regresyon kareleri toplamı; toplam kareler toplamına eşit olmalıdır.

$$\text{Toplam Kareler Toplamı (TKT)} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 \quad (4.5)$$

$$\text{Regresyon Kareler Toplamı (RKT)} = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2 \quad (4.6)$$

$$\text{Artık Kareler Toplamı (AKT)} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4.7)$$

$$R^2 = 1 - \frac{AKT}{TKT} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (4.8)$$

R^2 değeri 1'e ne kadar yakınsa, modeldeki bağımsız değişkenler çıktısı o kadar iyi derecede açıklıyor demektir. Eğer R^2 değeri sıfıra yakınsa, modele seçilen bağımsız değişkenler çıktısı iyi açıklamıyor demektir. Bu durumda modele seçilen bağımsız değişkenleri yeniden değerlendirmek ya da seçim yapmak gerekir.

Hata Kareleri Kök Ortalaması (HKOK)

Gerçek gözlem değerleri ile model tarafından tahmin edilen çıktı arasındaki hatayı ölçen istatistiksel analiz yöntemidir. Genel olarak, tahmin edilen çıktı ile gerçek gözlem değerleri arasındaki standart sapmayı ölçmektedir. Hesaplanma formülü aşağıdaki gibidir:

$$HKOK = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2}{n}} \quad (4.9)$$

Ortalama Karesel Hata (OKH)

Tahmin edilen ve gerçek gözlem değerleri arasında hatanın ortalamasını ölçen istatistiksel analiz yöntemidir. Hesaplanma formülü aşağıdaki gibidir:

$$OKH = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad (4.10)$$

5. BULANIK FONKSİYONLAR YAKLAŞIMI İLE BETON BASINÇ SERTLİĞİ VERİ KÜMESİ İÇİN KURULAN BULANIK REGRESYON MODELLERİ

Bu bölümde *Beton basınç sertliği* veri kümesi için önerilen Bulanık Normal Denklemler tanımlanmıştır. Bölüm 2’de bahsedilen BCO algoritması kullanılarak elde edilen üyelik değerleri kullanılarak bulanık (dereceli) fonksiyonlar yaklaşımı ile çeşitli bulanık regresyon modelleri oluşturulmuştur. Kurulan modeller, performansları ve sonuçları detaylı olarak gösterilmiştir.

5.1. Bulanık (Dereceli) Normal Denklemler

Bulanık (dereceli) normal denklemler, bulanık fonksiyonlar yönteminin temelinde yatan yaklaşımı açıklayan bir denklem sistemidir.

Türkşen [15] tarafından öne sürülen bulanık fonksiyonlar yaklaşımı ile kurulan regresyon modellerinde üyelikler ve üyelik dönüşümlerinin girdi matrisi içerisine eklenmesi sezgisel olarak tanımlanmıştır [4].

Çalışmamızda daha öncesinde tanımlanmayan bu denklem sistemi ile regresyon modeli katsayılarının hesaplanmasının analitik çözüm sonuçlarıyla ifade edilmektedir.

5.1.2. Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi İçin Tanımlı Bulanık (Dereceli) Normal Denklemler

Beton basınç sertliği veri kümesinde sekiz değişken içerisinden çıktığı en iyi açıklayan değişkenler korelasyon analizi ile üç değişkene indirildi. Seçilen değişkenler çimento (x_1), süper akışkanlaştırıcı (x_5) ve beton yaşıdır (x_8). Bulanık regresyon modellerinde bilinmeyen model katsayıları bulunurken, klasik istatistiksel yöntem olan En Küçük

Kareler (EKK) yöntemi kullanılır. EKK yönteminde amaç hatayı en küçük yapan katsayıları tahmin etmektir.

Bulanık (dereceli) fonksiyonlar yaklaşımı (BF) ile her bir öbek için bulunacak olan fonksiyonlara ait katsayılar araştırılırken, bulanık regresyon modeli içerisinde üyelikler ve üyeliklerin farklı dönüşümleri girdi matrisi içerisinde eklenmesi Türkşen [15] tarafından önerilmiştir. Üyelikler ve üyeliklerin farklı dönüşümlerinin girdi matrisi içerisinde gerçek girdiler olarak eklenmesinin amacı her öbek için uygulanacak olan Bulanık Kural Tabanları (BKT) yerine, Bulanık Fonksiyonlar (BF) tahmin etmektir. Bulanık fonksiyonlar yaklaşımı ile her bir öbeği temsil eden fonksiyonlar bulunur. Ancak önerilen bu yaklaşım sezgiseldir. Çalışmamızda tanımlı bulanık normal denklemler aracılığı ile sezgisel olarak girdi matrisine eklenen üyelikler ve farklı dönüşümlerinin temelinde yatan yaklaşım ifade edilebilmektedir.

Seçilen üç değişken olan çimento (x_1), süper akışkanlaştırıcı (x_5) ve beton yaşı (x_8) ile bu değişkenlerin öbeğlendiğinde her bir değişkenin hangi öbeğe ne derece ait olduğunu gösteren üyelik değerleri ($\mu_{i,j}$) BF yaklaşımı ile kurulan regresyon denkleminde artıklar aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\sum_{i=1}^N e_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - b_0 - b_1\mu_{ij} - b_2x_{1,i} - b_3x_{5,i} - b_4x_{8,i})^2 \quad (5.1)$$

(5.1)'de yer alan ifade de, bilinmeyen regresyon modeli katsayıları EKK yöntemine göre hatayı en küçükmeye çalışır. Her bilinmeyen model katsayısı için elde edilen denklemler aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{i=1}^N y_i = nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^N \mu_{ji} + b_2 \sum_{i=1}^N x_{1i} + b_3 \sum_{i=1}^N x_{5i} + b_4 \sum_{i=1}^N x_{3i} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N y_i \mu_{ji} &= b_0 \sum_{i=1}^N \mu_{ji} + b_1 \sum_{i=1}^N \mu_{ji}^2 + b_2 \sum_{i=1}^N x_{1i} \mu_{ji} + b_3 \sum_{i=1}^N x_{5i} \mu_{ji} + \\ &b_4 \sum_{i=1}^N x_{3i} \mu_{ji} \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\sum_{i=1}^N y_i x_{1i} = b_0 \sum_{i=1}^N x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^N \mu_{ji} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^N x_{1i}^2 + b_3 \sum_{i=1}^N x_{5i} x_{8i} + b_4 \sum_{i=1}^N x_{8i} x_{1i} \quad (5.4)$$

$$\sum_{i=1}^N y_i x_{5i} = b_0 \sum_{i=1}^N x_{5i} + b_1 \sum_{i=1}^N \mu_{ji} x_{5i} + b_2 \sum_{i=1}^N x_{1i} x_{5i} + b_3 \sum_{i=1}^N x_{5i}^2 + b_4 \sum_{i=1}^N x_{8i} x_{5i} \quad (5.5)$$

$$\sum_{i=1}^N y_i x_{8i} = b_0 \sum_{i=1}^N x_{8i} + b_1 \sum_{i=1}^N \mu_{ji} x_{8i} + b_2 \sum_{i=1}^N x_{1i} x_{8i} + b_3 \sum_{i=1}^N x_{5i} x_{8i} + b_4 \sum_{i=1}^N x_{8i}^2 \quad (5.6)$$

Kurulacak olan modele seçilmiş üç girdi ve üyelik değeri için bulunan denklemler, “Bulanık (Dereceli) Normal Denklemler” olarak adlandırılır. Bu tanımlı denklem sistemi ilk defa çalışmamızda tanımlanmıştır. Klasik normal denklemlerden farkı, denklemlerin üyelik değerlerini ve dönüşümlerini de içermesidir. Farklı dönüşümler ve girdi sayılarına göre bulunacak olan denklem sayısında değişme olacaktır. Hata terimini en küçükleyen bulanık normal denklemler, aşağıdaki matris sistemine geçirilerek çözülür. Böylece EKK yöntemi kullanılarak, her öbek için bulunacak olan bulanık fonksiyonların model katsayıları bulunur.

$$\begin{bmatrix} n & \sum \mu_{1,i} & \sum x_{1,i} & \sum x_{5,i} & \sum x_{8,i} \\ \sum \mu_{1,i} & \sum \mu_{1,i}^2 & \sum x_{1,i} \mu_{1,i} & \sum x_{5,i} \mu_{1,i} & \sum x_{8,i} \mu_{1,i} \\ \sum x_{1,i} & \sum \mu_{1,i} x_{1,i} & \sum x_{1,i}^2 & \sum x_{5,i} x_{1,i} & \sum x_{8,i} x_{1,i} \\ \sum x_{5,i} & \sum x_{5,i} \mu_{1,i} & \sum x_{1,i} x_{5,i} & \sum x_{5,i}^2 & \sum x_{8,i} x_{5,i} \\ \sum x_{8,i} & \sum x_{8,i} \mu_{1,i} & \sum x_{1,i} x_{8,i} & \sum x_{5,i} x_{8,i} & \sum x_{8,i}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i \mu_{1,i} \\ \sum y_i x_{1,i} \\ \sum y_i x_{5,i} \\ \sum y_i x_{8,i} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

5.2. Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi İçin Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri

Bölüm 4.1’ de veri kümesi hakkında bilgi ve kurulacak olan bulanık regresyon modeline hangi değişkenlerin girmesi gerektiğinin belirlenmesi için yapılan değişken seçme analizi detaylı olarak verilmiştir.

Bölüm 2.4’ de bahsedildiği üzere bulanık c –ortalamlar (BCO) algoritması ile üyelik değerleri bulunmadan önce algoritmanın parametreleri olan optimal bulanıklık derecesi (m^*) ve öbek sayısı (c^*) bulunmalıdır.

Çalışmamızda, algoritmayı başlatmadan önce belirlenmesi gereken bu parametre değerlerini belirlemek için iki yaklaşımdan faydalanıldı. Bunlardan birincisi olan genel tarama ile her öbek sayısı ve bulanıklık derecesi için bulanık regresyon modelleri oluşturularak performans ölçütlerine göre en iyi sonucu veren parametre değerleri temel alınarak bulanık regresyon modelleri oluşturuldu. Diğer bir yaklaşım olarak literatürde tanımlı olan öbek geçerlilik indekslerinden (ÖGİ) bazıları kullanılarak optimal parametre değerlerine karar verildi.

5.2.1. Genel Tarama Yaklaşımı ile Bulanık c- Ortalamalar (BCO) Algoritmasının Belirlenen En İyi Parametre Değerleri

Beton basınç sertliği veri kümesi için değişken seçme analizi yapıldıktan sonra çıktığı en iyi açıklayan ve modelde olması gereken değişkenler çimento (x_1), süper akışkanlaştırıcı (x_5) ve beton yaşı (x_8) olarak bulunmuştu.

Genel tarama yapılırken seçilen üç değişken öncelikle standartlaştırılmıştır. Ardından bu değişkenler temel alınarak, öbek sayısı 2’den 7’ye kadar, bulanıklık derecesi (m) 1.4’ den 2.6’ya kadar 0.2’lik artışlarla artırılarak algoritma çalıştırılmış ve üyelik değerleri hesaplanmıştır. Seçilen performans ölçütleri olan belirleme katsayısı (R^2) ve hata

kareleri kök ortalaması (HKOK) ve ortalama hatalarına (OKH) göre en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesine karar verilmiştir. Performans karşılaştırması yapmak için kurulan bulanık regresyon modellerinde sadece üyelikler girdi matrisi içerisine eklenmiştir. En iyi bulanıklık derecesi ve öbek sayısına karar verildikten sonra, üyelikler ve üyeliklerin çeşitli dönüşümleri ile bulanık regresyon modelleri kurulmuştur.

Çizelge 5.1 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için genel tarama ile kurulan bulanık regresyon modelleri ve performans sonuçları

| Öbek Sayısı | Bulanıklık derecesi | Ortalama R ² | Ortalama HKOK |
|-------------|---------------------|-------------------------|---------------|
| c=2 | m=1.6 | 77.2 | 0.47 |
| c=2 | m=1.8 | 76.7 | 0.48 |
| c=2 | m=2.0 | 75.9 | 0.49 |
| c=2 | m=2.2 | 75.1 | 0.50 |
| c=3 | m=1.6 | 71.5 | 0.52 |
| c=3 | m=1.8 | 72.96 | 0.51 |
| c=3 | m=2.0 | 72.7 | 0.52 |
| c=3 | m=2.2 | 72.53 | 0.52 |
| c=4 | m=1.6 | 72.55 | 0.53 |
| c=4 | m=1.8 | 71.2 | 0.53 |
| c=4 | m=2.0 | 70.85 | 0.54 |
| c=4 | m=2.2 | 70.72 | 0.54 |
| c=5 | m=1.6 | 69.72 | 0.54 |
| c=5 | m=1.8 | 69.84 | 0.54 |
| c=5 | m=2.0 | 69.70 | 0.54 |
| c=5 | m=2.2 | 69.40 | 0.55 |
| c=6 | m=1.6 | 68.68 | 0.55 |
| c=6 | m=1.8 | 68.66 | 0.55 |
| c=6 | m=2.0 | 68.68 | 0.55 |
| c=6 | m=2.2 | 68.93 | 0.55 |

Kurulan regresyon modellerinde dikkat edilmesi gereken, modele eklenen üyelik değerlerinin modeldeki katsayılarının anlamlı olmasıdır. Bu bağlamda öbek sayısı 7 iken belirlenmiş kritik alfa değerine göre ($\alpha = 0.05$) girdi matrisi içerisine eklenen hiçbir üyelik değeri anlamlı bulunmadığından, öbek sayısı 7 ile bulanık regresyon modeli kurulmamıştır. Çizelge 5.1' e bakıldığı zaman belirleme katsayısının en yüksek değer aldığı model parametreleri öbek sayısı 2 ve bulanıklık derecesi 1.6 iken bulunmuştur.

Çizelge 5.2 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için genel tarama sonucuna göre en iyi öbek sayısı (c^*) ve bulanıklık derecesi (m^*) değerleri:

| Genel Tarama | |
|----------------------------|-----|
| Sonucu | |
| Öbek sayısı, c^* | 2 |
| Bulanıklık derecesi, m^* | 1.6 |

Genel tarama sonucuna göre BCO için gerekli parametre değerleri belirlenmiştir. Belirlenen en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesi için bir sonraki bölüm olan, Bölüm 5.3'de üyeliklerin farklı dönüşümlerini içeren bulanık regresyon modelleri kurulmuştur.

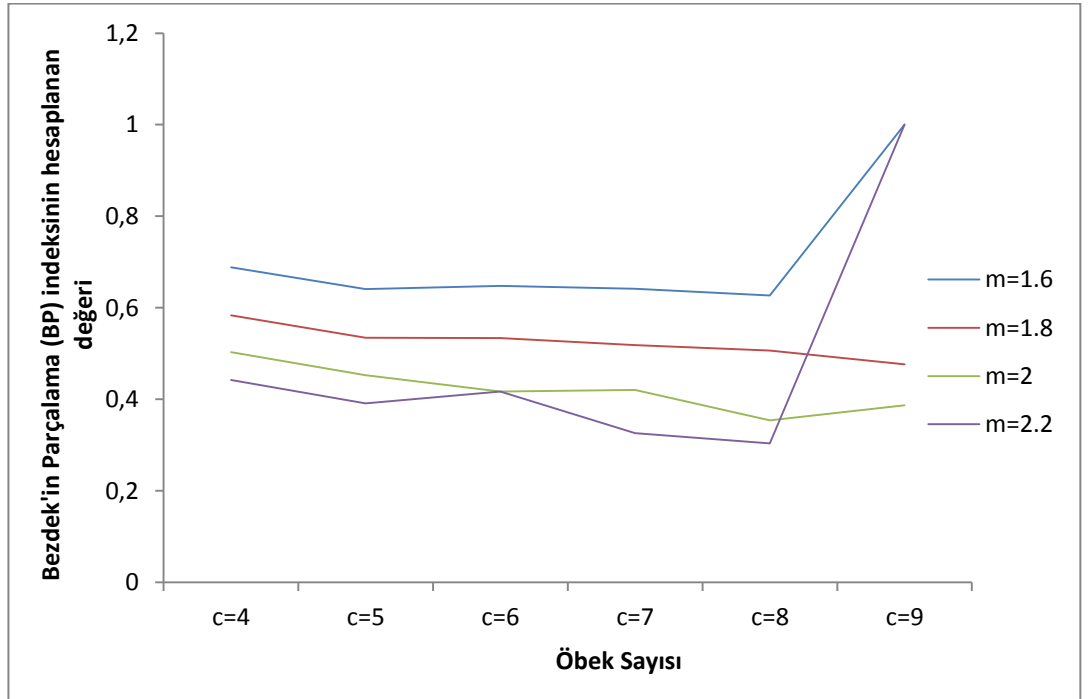
5.2.2. Öbek Geçerlilik İndeksleri (ÖGİ) ile Bulanık c- Ortalamalar (BCO) Algoritmasının Belirlenen En İyi Parametre Değerleri

Literatürde, Bulanık c- Ortalamalar (BCO) algoritmasının en iyi parametre değerini belirlemek için tanımlı pek çok Öbek Geçerlilik İndeksi (ÖGİ) vardır. Çalışmamızda Bezdek'in Parçalama İndeksi (BP), Bezdek'in Entropi İndeksi (BE) ve Xie- Beni öbek geçerlilik indeksi (XB) sonuçlarına bakılarak farklı öbek sayısı ve bulanıklık dereceleri için bulanık regresyon modelleri kurulmuştur.

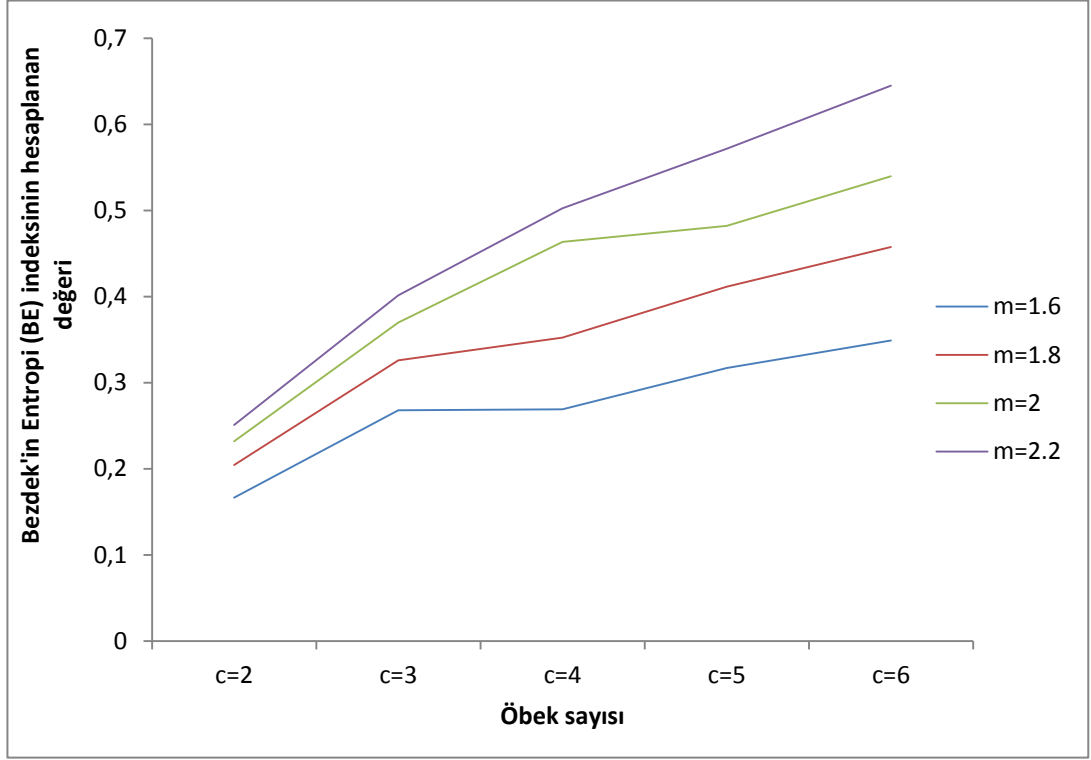
Öbek geçerlilik indeksleri ile ilgili detaylı bilgiler Bölüm 2.5’ de verilmiştir. Bu sebeple hesaplanma yöntemleri bu bölümde yeniden verilmeyecektir.

5.2.3 Öbek Geçerlilik İndekslerinin Grafikselleştirilmesi

Hesaplanan öbek geçerlilik indekslerine göre, ilk yerel minimumdan maksimuma geçilen nokta optimal (en iyi) öbek sayısı ve bulanıklık derecesini vermektedir. Bezdek kendi entropi indeksini (BE) açıklarken, indeks değerinin sıfır ile $\log_a(c)$ arasında değişmesi gerektiğini söylemektedir [26]. Hesaplanan entropi indeksi değeri eğer üst sınıra fazla yakınsa, bulanık öbekleşme yok demektir. Üst sınır değerleri incelendiği zaman, Beton Basınç Sertliği veri kümesi bulanık öbekleme için uygun bir veri kümesidir. Hesaplanan BE değerleri, üst sınır olan $\log_a(c)$ ’ye yakın değildir.



Şekil 5.1 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için Bezdek'in Parçalama (BP) Öbek Geçerlilik İndeksine göre en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesi



Şekil 5.2 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için Bezdek'in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre en iyi öbek ve bulanıklık derecesi

Şekil 5.1 incelendiği zaman, öbek sayısı 5 ve bulanıklık derecesi 2.2 iken ilk yerel minimumdan maksimuma geçiş noktası görülmektedir. Şekil 5.2 incelendiği zaman ilk yerel minimumdan maksimuma geçilen nokta öbek sayısı 4 ve bulanıklık derecesi 1.6 iken gerçekleşmektedir. BE indeksinde, hesaplanan değer üst sınıra yakın olmaması gerektiği için bulanıklık derecesi 1.6 olarak seçilmiştir. Grafıklere bakarak optimal değerleri belirlemenin kesin bir kuralı yoktur. ÖGİ kesin olan optimal parametre değerlerini vermemekle birlikte, optimal öbek sayısı (c^*) ve bulanıklık derecesinin (m^*) belirlenmesini kolaylaştıran bir yaklaşımdır. Aşağıdaki tabloda ÖGİ' ye göre bulunan optimal öbek sayısı ve bulanıklık dereceleri verilmiştir.

Çizelge 5.3 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için öbek geçerlilik indeksleri ile bulunan öbek sayısı ve bulanıklık dereceleri

| | Bezdek Parçalama İndeksi | Bezdek Entropi İndeksi | Xie- Beni İndeksi |
|-------------------------|--------------------------|------------------------|-------------------|
| Öbek sayısı, c* | 5 | 4 | 8 |
| Bulanıklık derecesi, m* | 2.2 | 1.6 | 2.0 |

Çizelge 5.3’ de gösterildiği üzere genel tarama ve öbek geçerlilik indeksleri ile bulunan en iyi bulanıklık derecesi ve öbek sayıları birbirinden farklıdır. Her indeks kendi hesaplanma yapısına göre farklı sonuçları en iyi olarak vermektedir. Bulanık fonksiyonlar (BF) yaklaşımı ile kurulacak bulanık regresyon modelleri, her indeksin kendine göre belirlediği parametre değerleri ile kurulacaktır.

5.3. Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi İçin Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri ve Uygulamaları

Bulanık fonksiyonlar yaklaşımı kullanılarak kurulacak olan bulanık regresyon modellerinde, girdi matrisi içerisine üyelikler ve üyeliklerin farklı dönüşümleri de eklenmektedir. Farklı dönüşüm eklenmesi ile amaç, çıktıyı ve bulanıklığı daha iyi açıklayan bir bulanık regresyon modeli kurmaktır.

Eklenecek olan dönüşümler için katı kurallar yoktur. Model kurulmadan önce kullanıcı tarafından üyeliklerin karesi, küpü, logaritmik dönüşünü, üsteli vb. eklenebilir ve performans ölçütlerinin durumuna bakılarak dönüşüm seçimine karar verilir.

Çalışmamızda dönüşüm eklemenin durdurma kuralı olarak belirleme katsayısı temel alınmıştır. Eklenen her dönüşümde belirleme katsayısının değerine bakılmıştır. Eğer

belirleme katsayısı R^2 'de büyük değişimler görölmüyorsa, dönüşüm ekleme durdurulmuştur.

Bulanık regresyon modelleri kurulmadan önce, Beton Basınç Sertliği veri kümesi ile kurulacak bulanık regresyon modellerinde çıktının daha iyi tahmin edilmesi için modele 1. Dereceden Taylor Serisi açılımı, modele seçilen üç değişkenin birbirleriyle olan etkileşimleri ve seçilen değişkenlerin kareleri, kurulan bulanık regresyon modelleri içinde yer almaktadır.

5.3.1. Öbek Sayısı 2, Bulanıklık Derecesi 1.6 iken Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri

Genel tarama sonucuna göre bulunan öbek sayısı ve bulanıklık derecesine göre üyelikler ve üyeliklerin farklı dönüşümlerinin de modele eklendiği bulanık regresyon modelleri kurulmuştur.

Bu bölümdeki tüm modellerde $c^* = 2$, $m = 1.6$ ve $N = 1030$ ' dur.

Model 1: Girdiler:

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_{1,k} + \beta_2 x_{5,k} + \beta_3 x_{8,k}$$

$$k = 1, \dots, N$$

Model 2: Üyelikler/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \mu_{i,k} + \beta_{2,i} x_{1,k} + \beta_{3,i} x_{5,k} + \beta_{4,i} x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 3: Üyelikler / Üyeliklerin Karesi/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \mu_{i,k} + \beta_{2,i} \mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i} x_{1,k} + \beta_{4,i} x_{5,k} + \beta_{5,i} x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 4: Üyelikler / Üyeliklerin Kökü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\sqrt{\mu_{i,k}} + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 5: Üyelikler / Üyeliklerin Logaritmik Dönüşümü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\log((1 - \mu_{i,k}/\mu_{i,k}) + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 6: Üyelikler /Üyeliklerin Karesi /Üyeliklerin Logaritmik Dönüşümü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\log((1 - \mu_{i,k}/\mu_{i,k}) + \beta_{4,i}x_{1,k} + \beta_{5,i}x_{5,k} + \beta_{6,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 7: Üyelikler / Üyeliklerin Üsteli / Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}e^{\mu_{i,k}} + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 8: Üyelikler/ Üyeliklerin Karesi/ Üyeliklerin Küpü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\mu_{i,k}^3 + \beta_{4,i}x_{1,k} + \beta_{5,i}x_{5,k} + \beta_{6,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 9: Üyelikler/ Üyeliklerin karesi/ Üyeliklerin küpü/ Üyeliklerin Üsteli/
Üyeliklerin Kökü/ Girdiler:

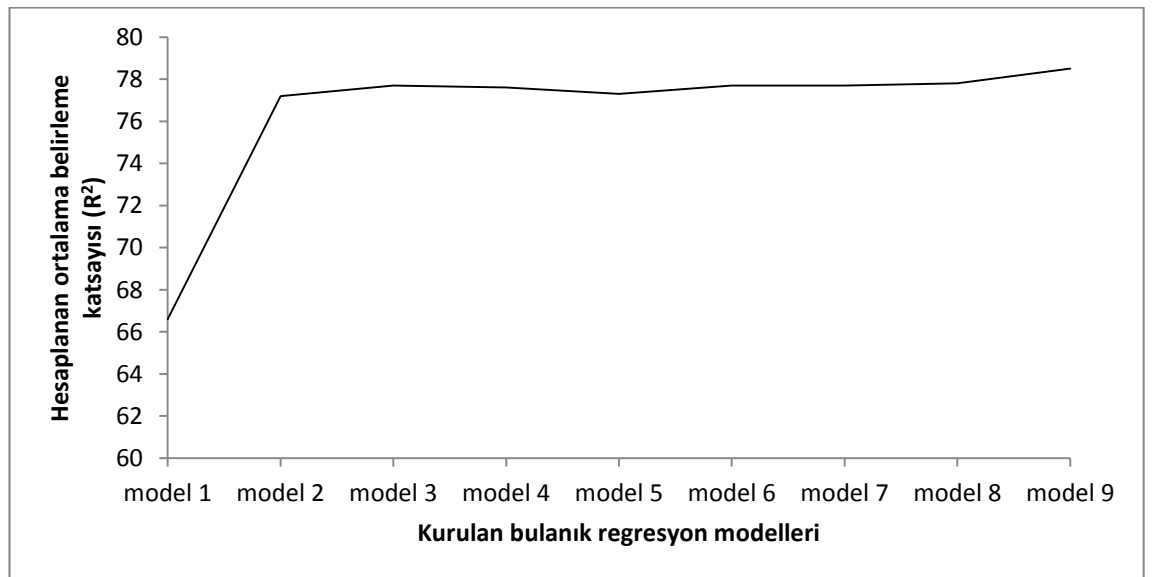
$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\mu_{i,k}^3 + \beta_{4,i}e^{\mu_{i,k}} + \beta_{5,i}\sqrt{\mu_{i,k}} + \beta_{6,i}x_{1,k} + \beta_{7,i}x_{5,k}$$
$$+ \beta_{8,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Kurulan 9 modelle ilgili ortalama belirleme katsayısı (R^2), hata kareleri kök ortalaması (HKOK) ve ortalama karesel hataları (OKH) sonuçlarını gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

Çizelge 5.4 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için farklı bulanık regresyon modelleri ve performans ölçütleri değeri ($c^*=2$, $m^*=1.6$)

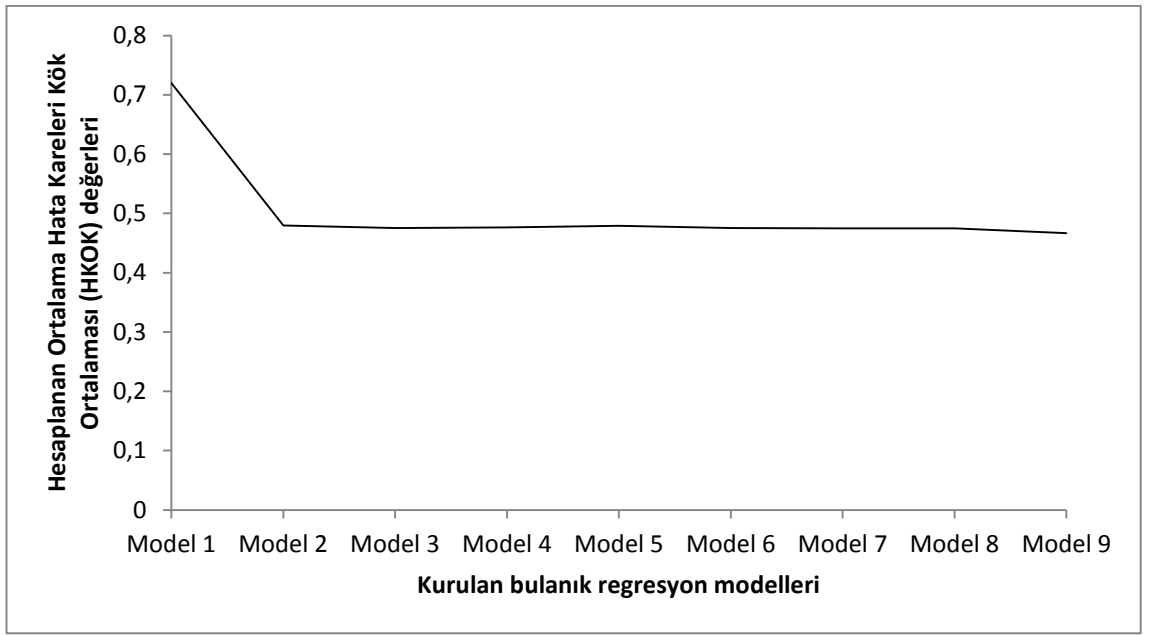
| | Ortalama R^2 | Ortalama OKH | Ortalama HKOK |
|---------|----------------|--------------|---------------|
| Model 1 | 66.6 | 0.67 | 0,72 |
| Model 2 | 77.2 | 0.227 | 0,479846 |
| Model 3 | 77.7 | 0.223 | 0,475316 |
| Model 4 | 77.6 | 0.224 | 0,476390 |
| Model 5 | 77.3 | 0.226 | 0,479038 |
| Model 6 | 77.7 | 0.222 | 0,475170 |
| Model 7 | 77.7 | 0.222 | 0,474953 |
| Model 8 | 77.8 | 0.222 | 0,474597 |
| Model 9 | 78.5 | 0.214 | 0,466893 |



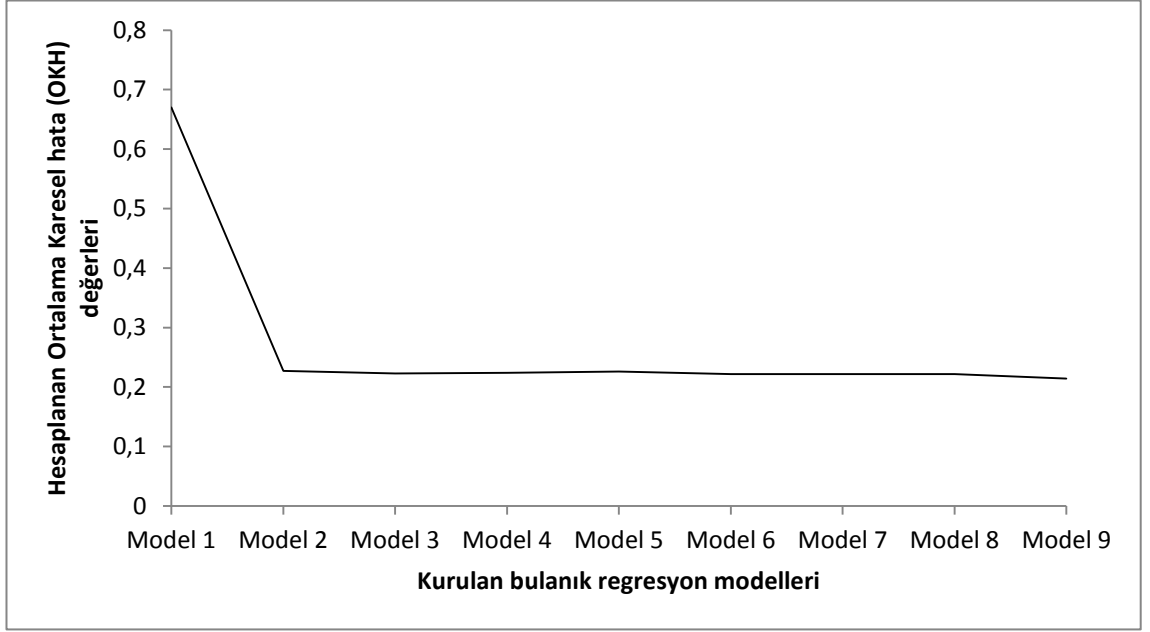
Şekil 5.3 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için Genel Taramaya göre kurulan bulanık regresyon modellerinin R^2 değerleri ($c^*=2$, $m^*=1.6$)

Belirleme katsayısı (R^2) değerine göre kurulan modeller incelendiği zaman, sadece üyeliklerin girdi matrisi içerisine eklendiği Model 2'nin kurulan bulanık regresyon modelleri içerisinde en iyi performansı verdiği görülmüştür.

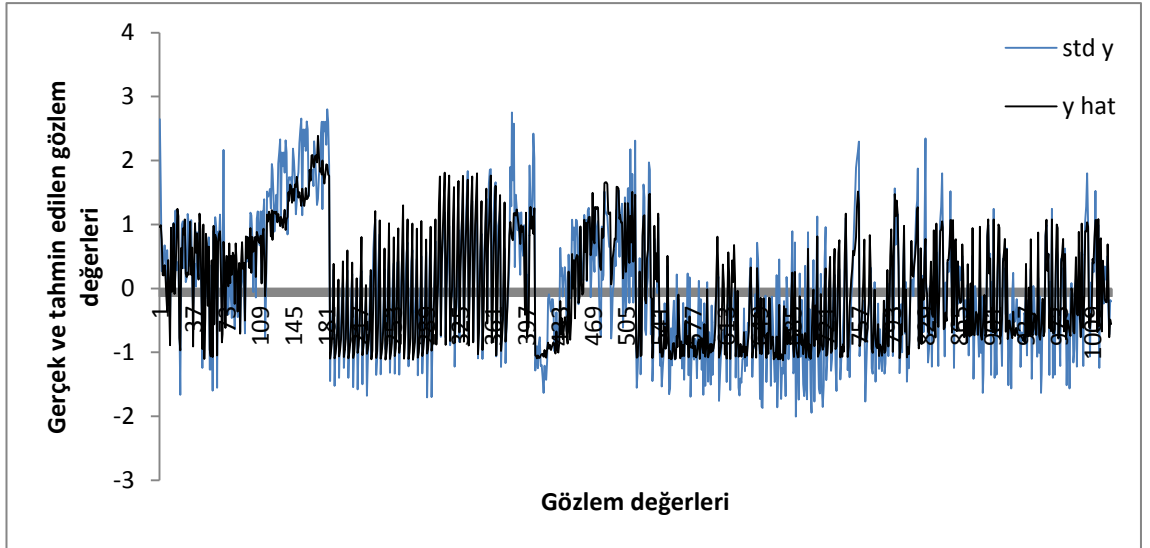
Kurulan modellerden yola çıkılarak söylenebilir ki, klasik regresyon modeline göre bulanık regresyon modeli çıktığı çok daha iyi tahmin eden bir modeldir.



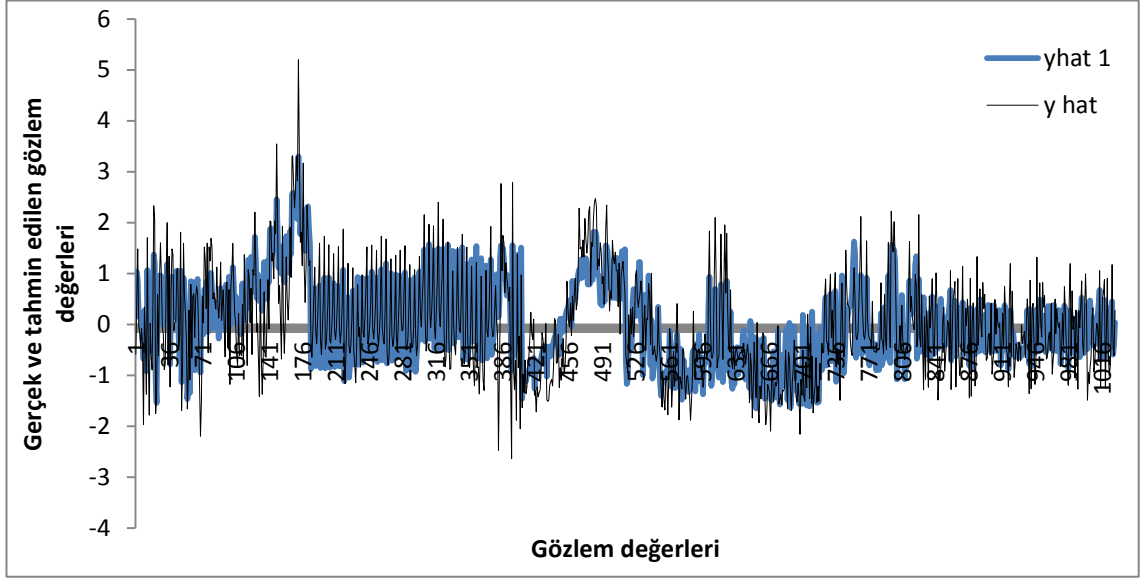
Şekil 5.4 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellere ait ortalama Hata Kök Ortalamaları Karesi değişimi ($c^* = 2, m^* = 1.6$)



Şekil 5.5 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellerin ortalama hatalarının değişimi ($c^* = 2, m^* = 1.6$)



Şekil 5.6 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için klasik regresyonla tahmin edilen ve gerçek gözlem değerleri



Şekil 5.7 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 2 ile tahmin edilen çıktı ve gerçek gözlem değerleri ($c^* = 2, m^* = 1.6$)

5.3.2. Öbek Sayısı 5, Bulanıklık Derecesi 2.2 iken Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri

Bezdek' in Parçalama öbek geçerlilik indeksine (BP) göre en iyi olarak seçilen öbek sayısı ve bulanıklık derecesi için bulanık regresyon modeller kurulmuştur.

Bu bölümdeki tüm modellerde $c^* = 5, m = 2.2$ ve $N = 1030$ ' dur.

Model 1: Girdiler:

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_{1,k} + \beta_2 x_{5,k} + \beta_3 x_{8,k}$$

$$k = 1, \dots, N$$

Model 2: Üyelikler/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \mu_{i,k} + \beta_{2,i} x_{1,k} + \beta_{3,i} x_{5,k} + \beta_{4,i} x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 3: Üyelikler / Üyeliklerin Karesi/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 4: Üyelikler / Üyeliklerin Kökü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\sqrt{\mu_{i,k}} + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 5: Üyelikler / Üyeliklerin Logaritmik Dönüşümü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\log((1 - \mu_{i,k}/\mu_{i,k}) + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 6: Üyelikler /Üyeliklerin Karesi /Üyeliklerin Logaritmik Dönüşümü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\log((1 - \mu_{i,k}/\mu_{i,k}) + \beta_{4,i}x_{1,k} + \beta_{5,i}x_{5,k} + \beta_{6,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 7: Üyelikler / Üyeliklerin Üsteli / Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}e^{\mu_{i,k}} + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 8: Üyelikler/ Üyeliklerin Karesi/ Üyeliklerin Küpü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\mu_{i,k}^3 + \beta_{4,i}x_{1,k} + \beta_{5,i}x_{5,k} + \beta_{6,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 9: Üyelikler/ Üyeliklerin karesi/ Üyeliklerin küpü/ Üyeliklerin Üsteli/ Üyeliklerin Kökü/ Girdiler:

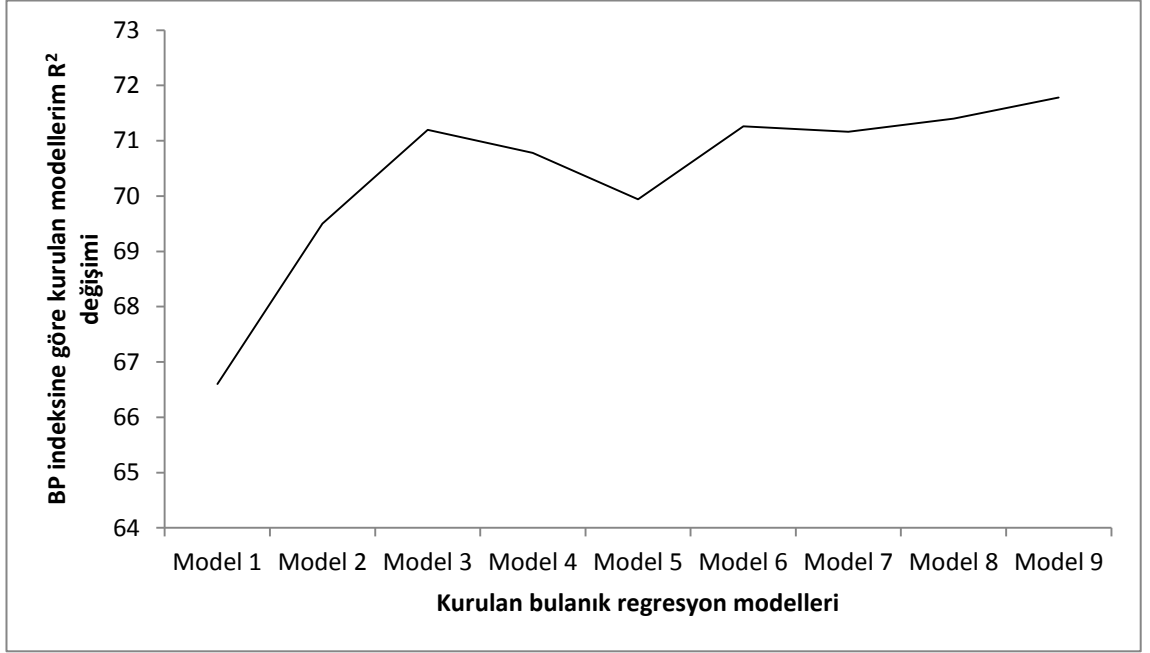
$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\mu_{i,k}^3 + \beta_{4,i}e^{\mu_{i,k}} + \beta_{5,i}\sqrt{\mu_{i,k}} + \beta_{6,i}x_{1,k} + \beta_{7,i}x_{5,k} + \beta_{8,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Kurulan 9 modelle ilgili ortalama belirleme katsayısı (R^2), hata kareleri kök ortalaması (HKOK) ve ortalama karesel hata (OKH) sonuçlarını gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

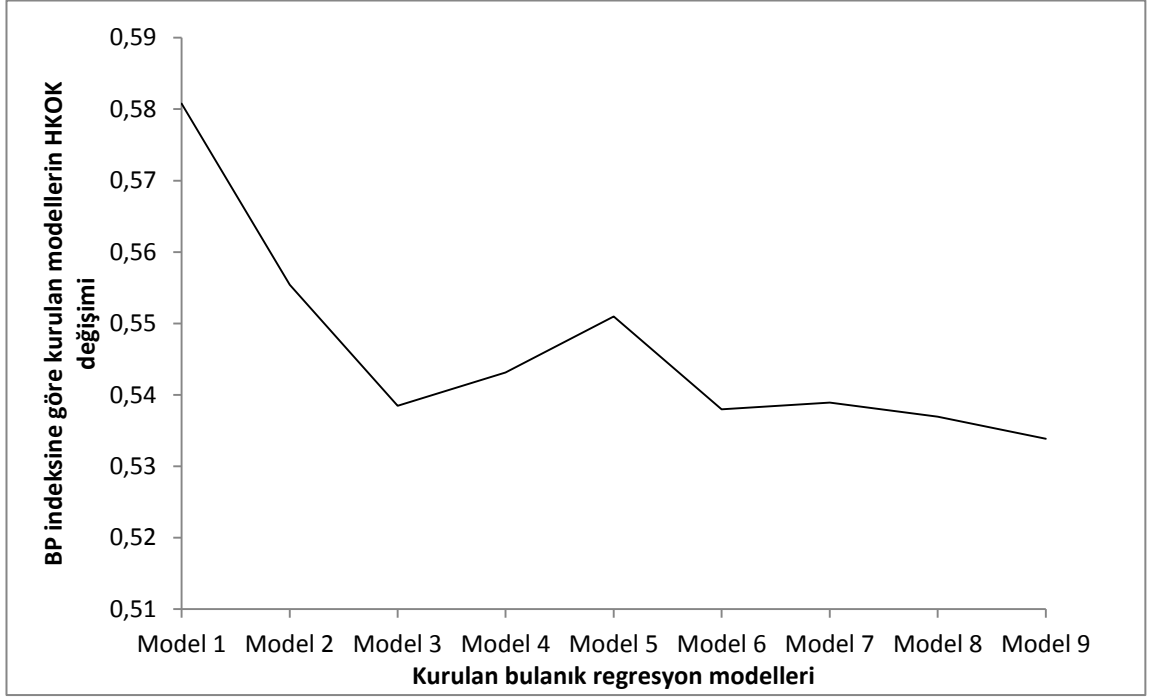
Çizelge 5.5 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için farklı bulanık regresyon modelleri ve performans ölçütleri değeri ($c^*=5, m^*=2.2$)

| | Ortalama R^2 | Ortalama OKH | Ortalama HKOK |
|---------|----------------|--------------|---------------|
| Model 1 | 66.6 | 0.67 | 0.72 |
| Model 2 | 69.5 | 0.323 | 0.555432 |
| Model 3 | 71.2 | 0.286 | 0.538485 |
| Model 4 | 70.78 | 0.292 | 0.543153 |
| Model 5 | 69.94 | 0.300 | 0.550985 |
| Model 6 | 71.26 | 0.286 | 0.537974 |
| Model 7 | 71.16 | 0.288 | 0.538945 |
| Model 8 | 71.40 | 0.285 | 0.536956 |
| Model 9 | 71.78 | 0.281 | 0.533848 |

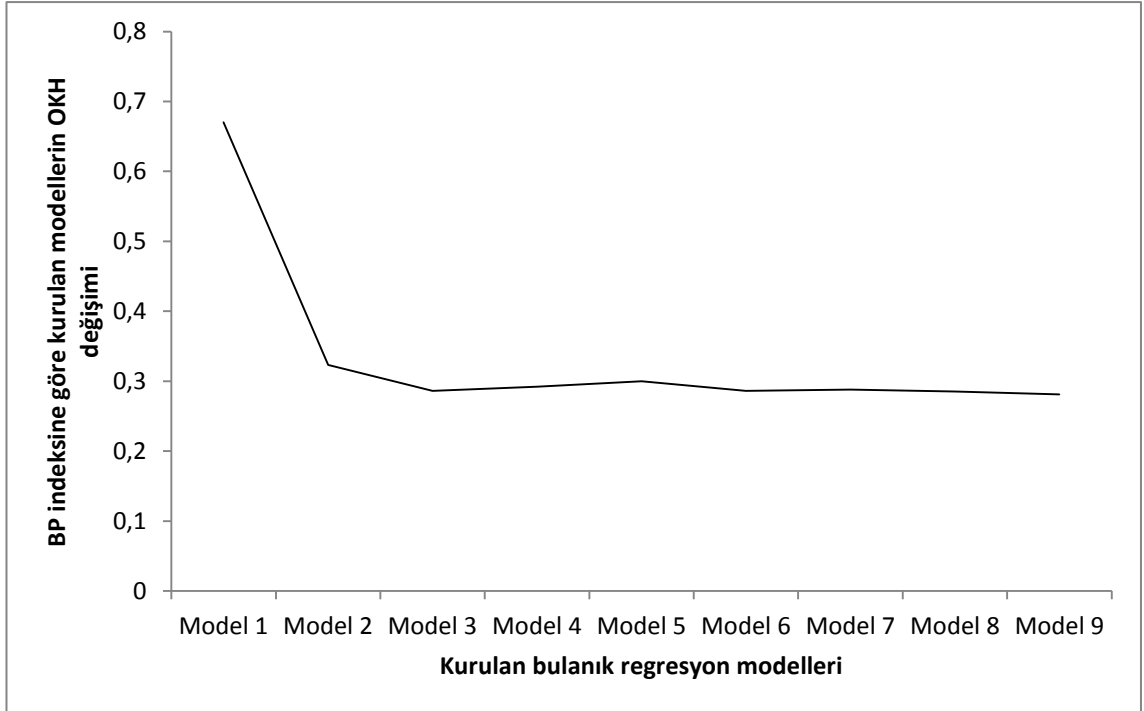


şekil 5.8 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için Bezdek'in Parçalama (BP) indeksine göre kurulan bulanık regresyon modellerinin R^2 değerleri ($c^* = 5, m^* = 2.2$)

Model 3, Bezdek'in Parçalama (BP) öbek geçerlilik indeksine göre belirlenen en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesine göre en az dönüşümle en yüksek R^2 değerini verdiği için en iyi bulanık regresyon modeli olarak seçilmiştir.

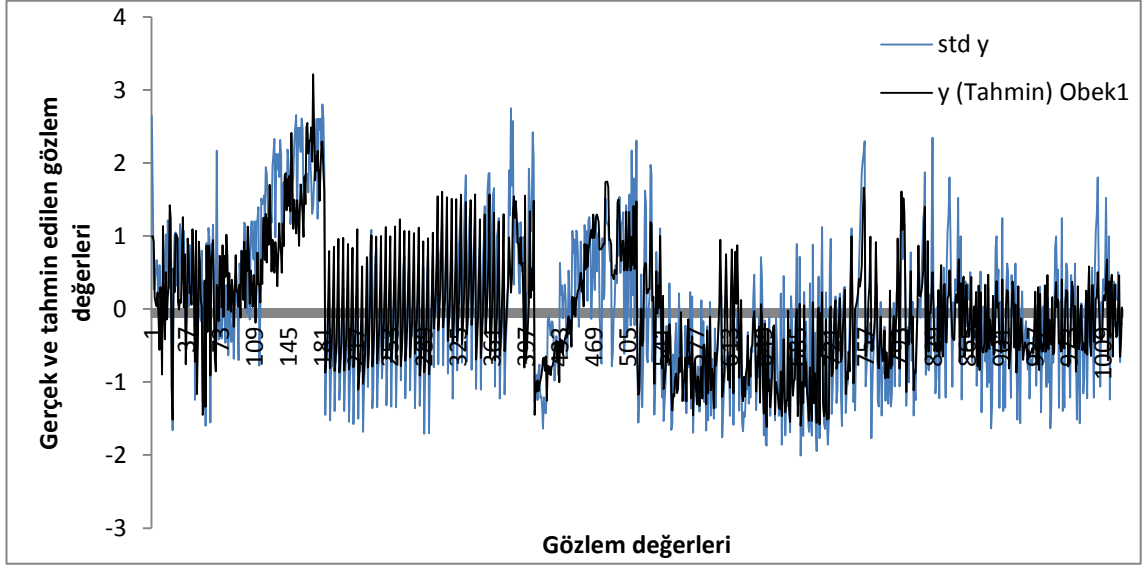


Şekil 5.9. Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellere göre Hata Kareleri Kök Ortalaması (HKOK) değışımi ($c^*=5$, $m^*=2.2$)

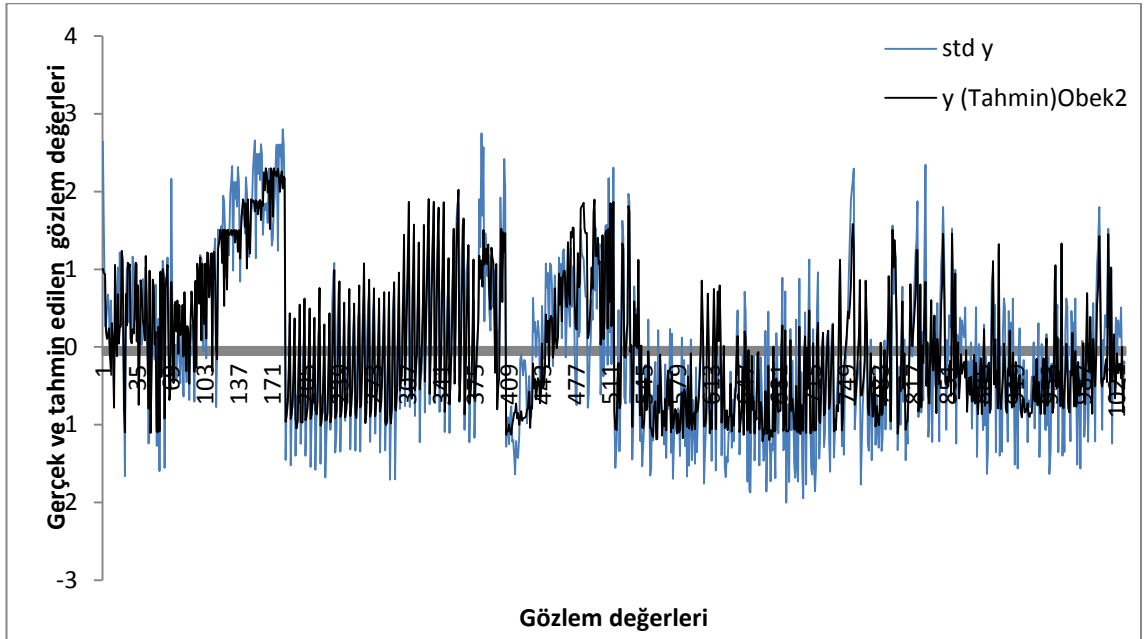


Şekil 5.10 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellere göre Ortalama Hataların değışımi (OKH) ($c^*=5$, $m^*=2.2$)

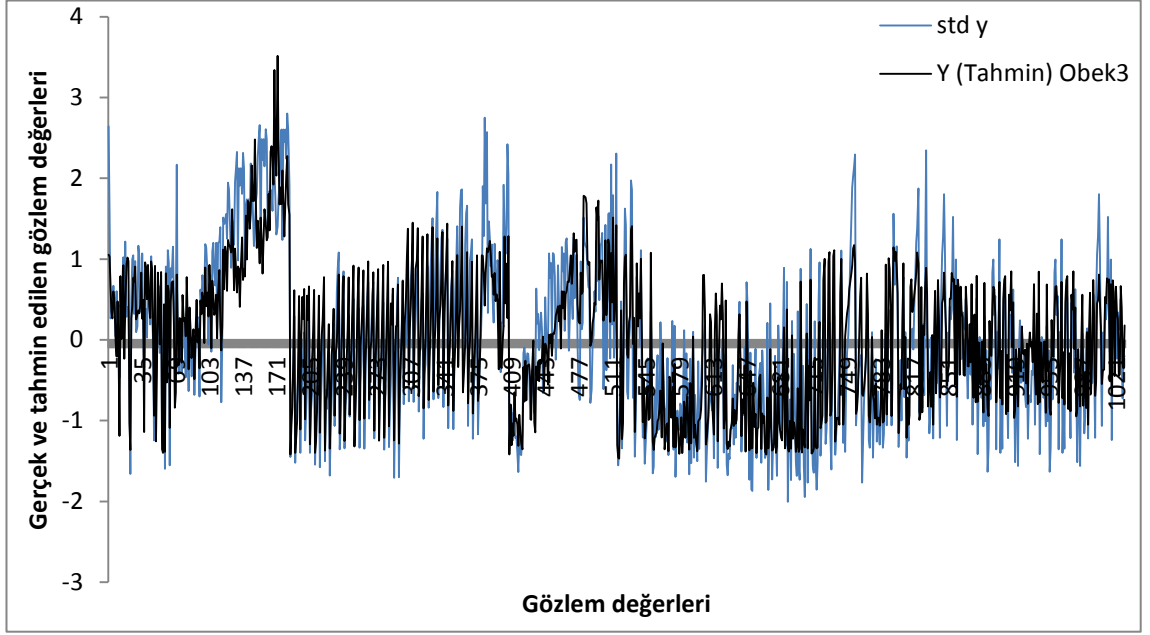
Her öbek için bulunan bulanık fonksiyonlar ve kurulan regresyon modelinin çıktığı tahmin etme güçleri aşağıdaki şekillerde gösterilmektedir:



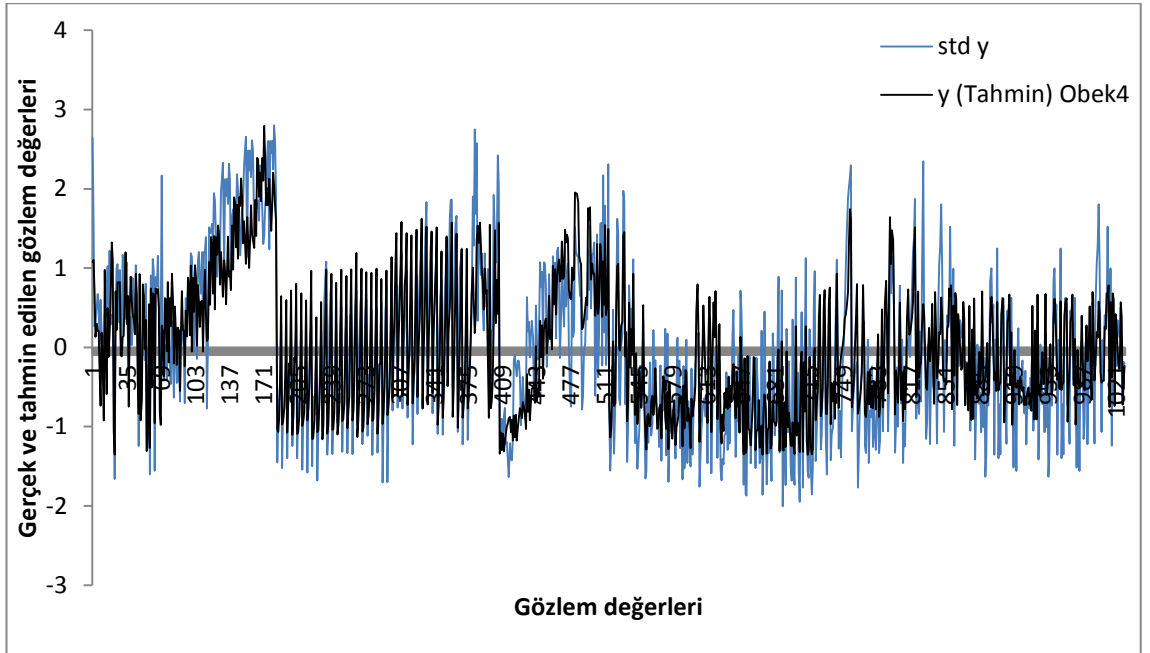
Şekil 5.11 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 3 ile birinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=5$, $m^*=2.2$)



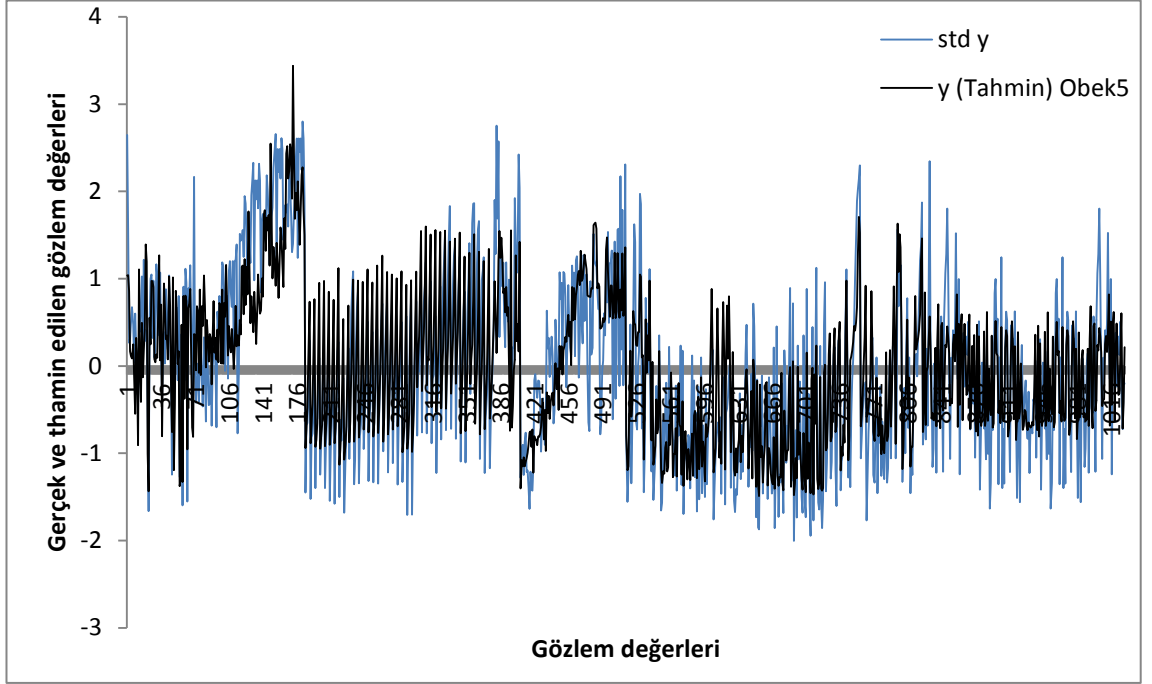
Şekil 5.12 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 3 ile ikinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=5$, $m^*=2.2$)



Şekil 5.13 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 3 ile üçüncü öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=5$, $m^*=2.2$)



Şekil 5.14 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 3 ile dördüncü öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=5$, $m^*=2.2$)



Şekil 5.15 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 3 ile beşinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=5$, $m^*=2.2$)

5.3.3. Öbek Sayısı 4, Bulanıklık Derecesi 1.6 iken Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri

Bezdek' in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre en iyi olarak seçilen öbek sayısı ve bulanıklık derecesi için bulanık regresyon modeller kurulmuştur.

Bu bölümdeki tüm modellerde $c^* = 4$, $m = 1.6$ ve $N = 1030$ ' dur.

Model 1: Girdiler:

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_{1,k} + \beta_2 x_{5,k} + \beta_3 x_{8,k}$$

$$k = 1, \dots, N$$

Model 2: Üyelikler/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}x_{1,k} + \beta_{3,i}x_{5,k} + \beta_{4,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 3: Üyelikler / Üyeliklerin Karesi/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 4: Üyelikler / Üyeliklerin Kökü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\sqrt{\mu_{i,k}} + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 5: Üyelikler / Üyeliklerin Logaritmik Dönüşümü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\log((1 - \mu_{i,k}/\mu_{i,k})) + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 6: Üyelikler /Üyeliklerin Karesi /Üyeliklerin Logaritmik Dönüşümü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\log((1 - \mu_{i,k}/\mu_{i,k})) + \beta_{4,i}x_{1,k} + \beta_{5,i}x_{5,k} + \beta_{6,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 7: Üyelikler / Üyeliklerin Üsteli / Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}e^{\mu_{i,k}} + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{5,k} + \beta_{5,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 8: Üyelikler/ Üyeliklerin Karesi/ Üyeliklerin Küpü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\mu_{i,k}^3 + \beta_{4,i}x_{1,k} + \beta_{5,i}x_{5,k} + \beta_{6,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 9: Üyelikler/ Üyeliklerin karesi/ Üyeliklerin küpü/ Üyeliklerin Üsteli/ Üyeliklerin Kökü/ Girdiler:

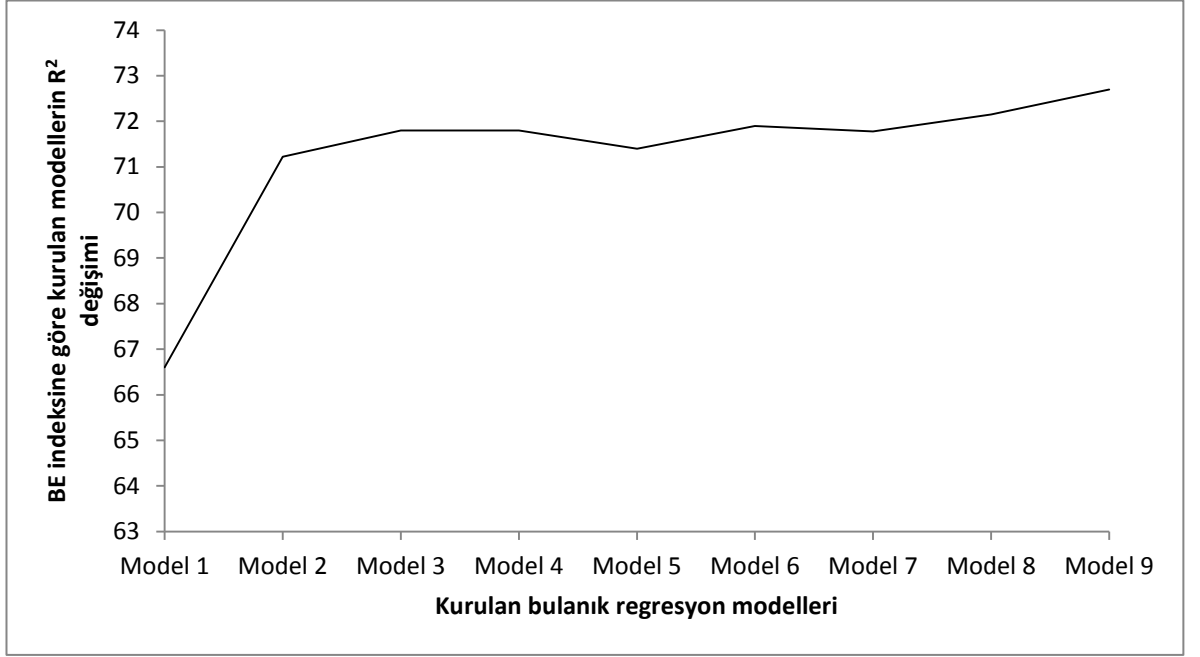
$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\mu_{i,k}^3 + \beta_{4,i}e^{\mu_{i,k}} + \beta_{5,i}\sqrt{\mu_{i,k}} + \beta_{6,i}x_{1,k} + \beta_{7,i}x_{5,k} + \beta_{8,i}x_{8,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

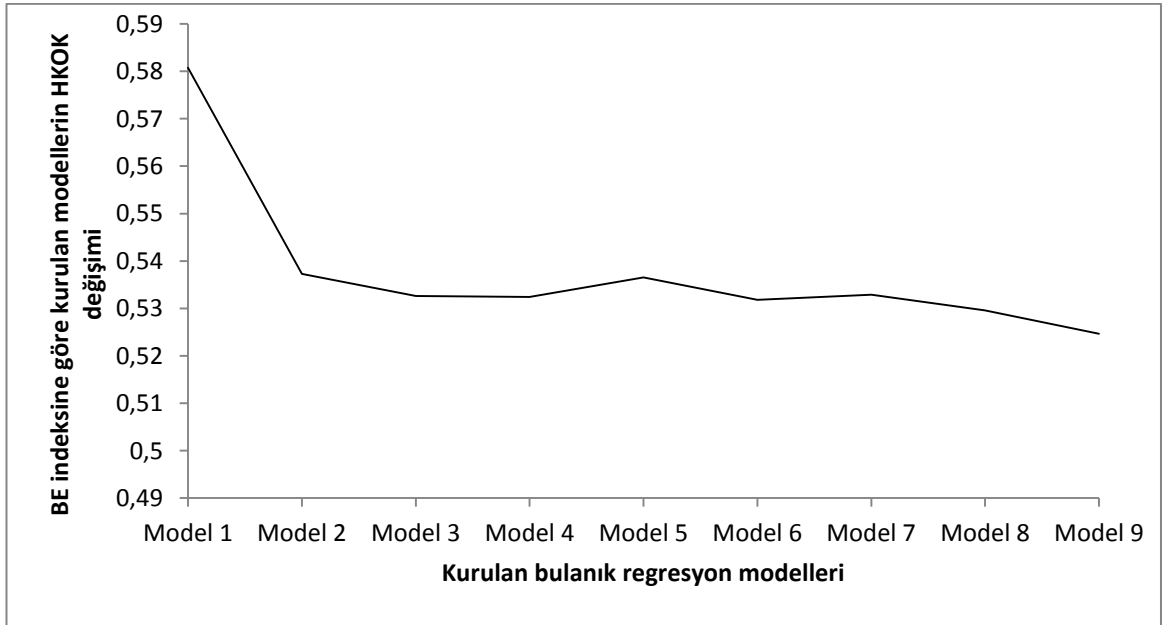
Kurulan 9 modelle ilgili ortalama belirleme katsayısı (R^2), hata kareleri kök ortalaması (HKOK) ve ortalama karesel hata (OKH) sonuçlarını gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

Çizelge 5.6. Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan farklı bulanık regresyon modelleri ve performans ölçütleri değeri ($c^*=4, m^*=1.6$)

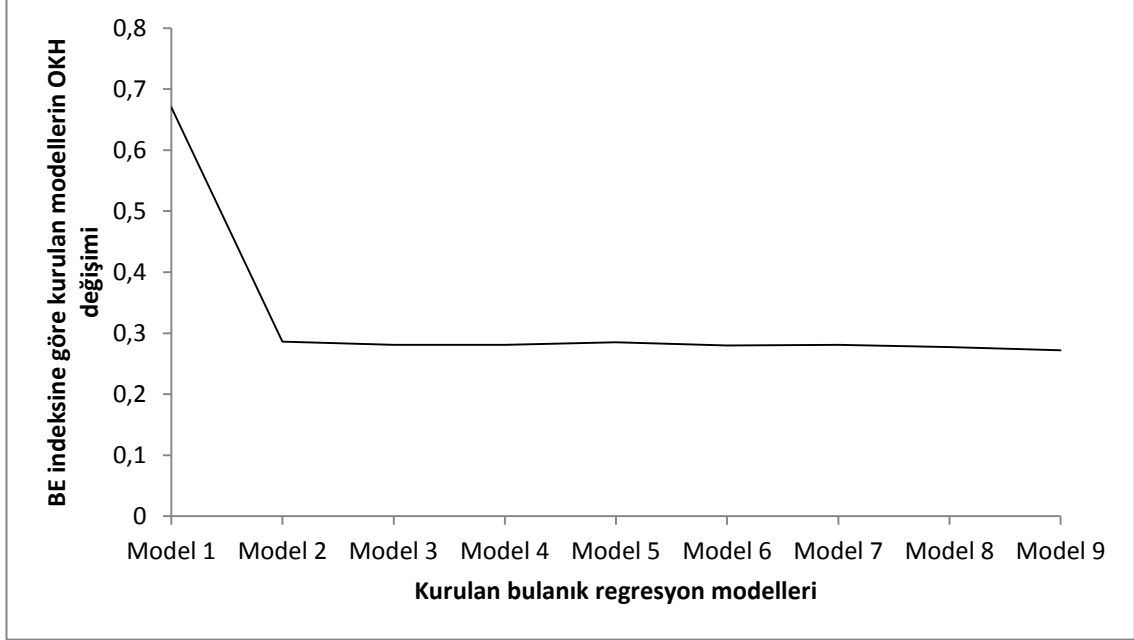
| | Ortalama R^2 | Ortalama OKH | Ortalama HKOK |
|---------|----------------|--------------|---------------|
| Model 1 | 66.6 | 0.67 | 0,72 |
| Model 2 | 71.22 | 0.286 | 0.537261 |
| Model 3 | 71.80 | 0.280 | 0.532630 |
| Model 4 | 71.81 | 0.280 | 0.5324392 |
| Model 5 | 71.40 | 0.285 | 0.536540 |
| Model 6 | 71.9 | 0.280 | 0.531808 |
| Model 7 | 71.78 | 0.281 | 0.532902 |
| Model 8 | 72.15 | 0.277 | 0.529550 |
| Model 9 | 72.7 | 0.272 | 0.524643 |



Şekil 5.16 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için Bezdek'in Entropi (BE) indeksine göre kurulan bulanık regresyon modellerinin R² değerleri (c^{*}=4, m^{*}=1.6)



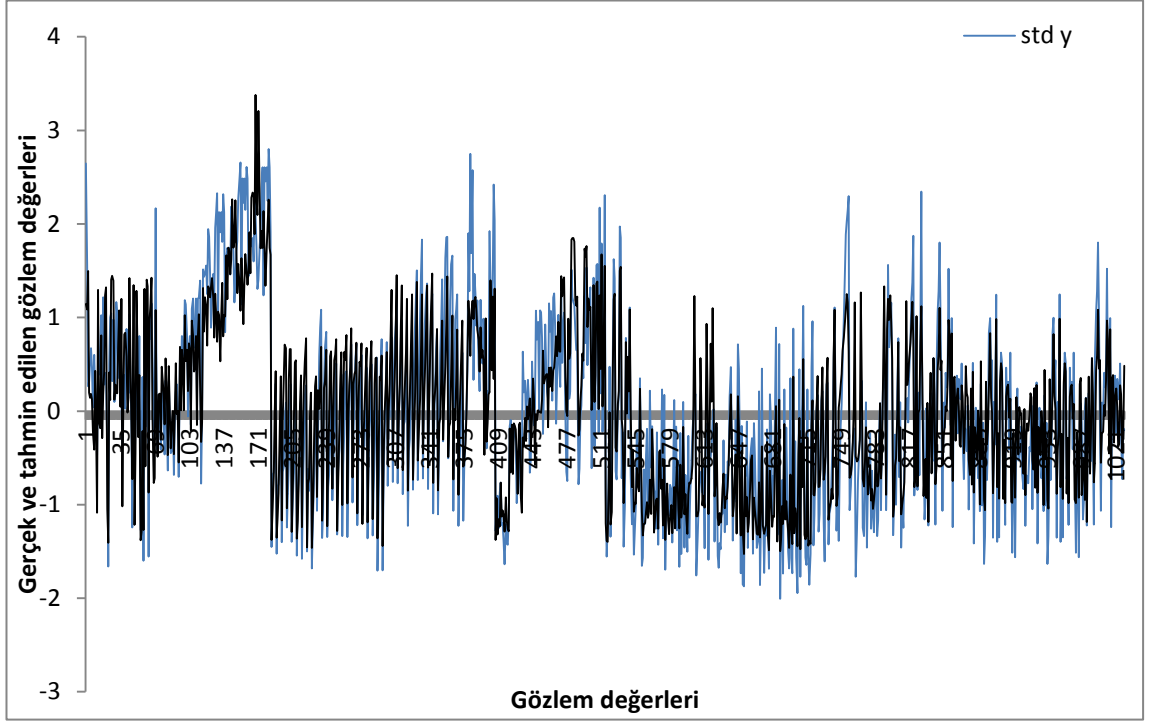
Şekil 5.17 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellere ait Hata Kareleri Kök Ortalaması (HKOK) değışımi (c^{*}=4, m^{*}=1.6)



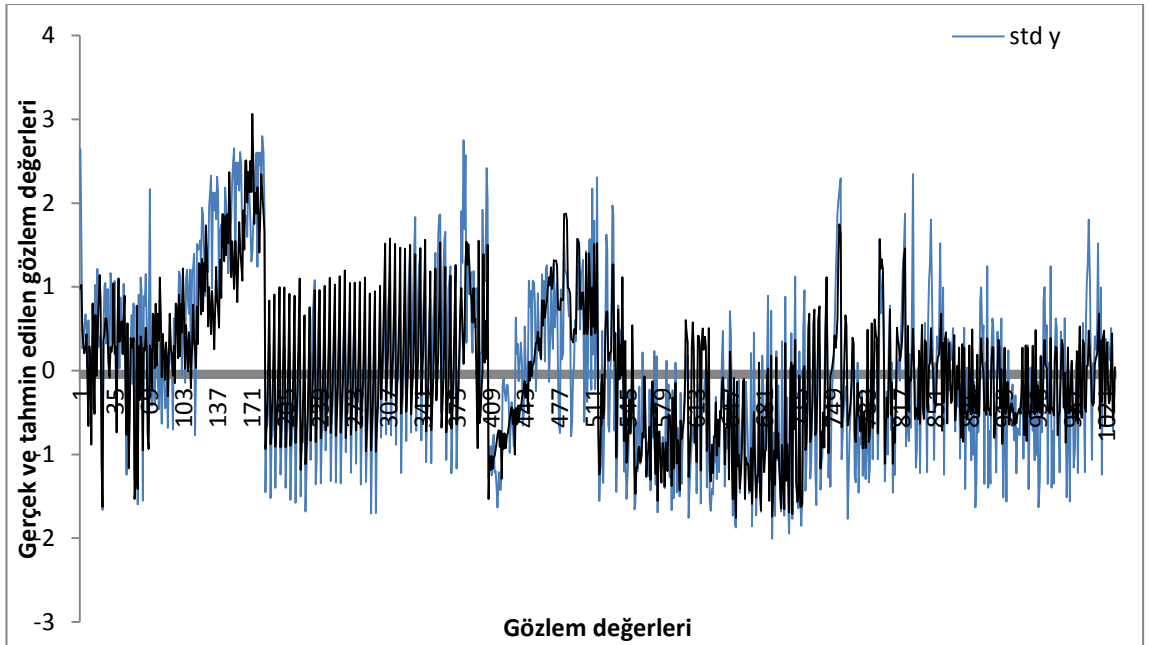
Şekil 5.18. Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan modellere ait ortalama karesel hatanın değışımi (OKH) ($c^*=4$, $m^*=1.6$)

Girdi matrisi içerisine üyelikler ve üyeliklerin kök altındaki halinin eklenmiş olduğu Model 4 Şekil 5.16' ya bakılarak, Bezdek'in Entropi öbek geçerlilik indeksine (BE) göre belirlenen en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesine göre en az dönüşümle en yüksek R^2 değerini verdiği için en iyi bulanık regresyon modeli olarak seçilmiştir.

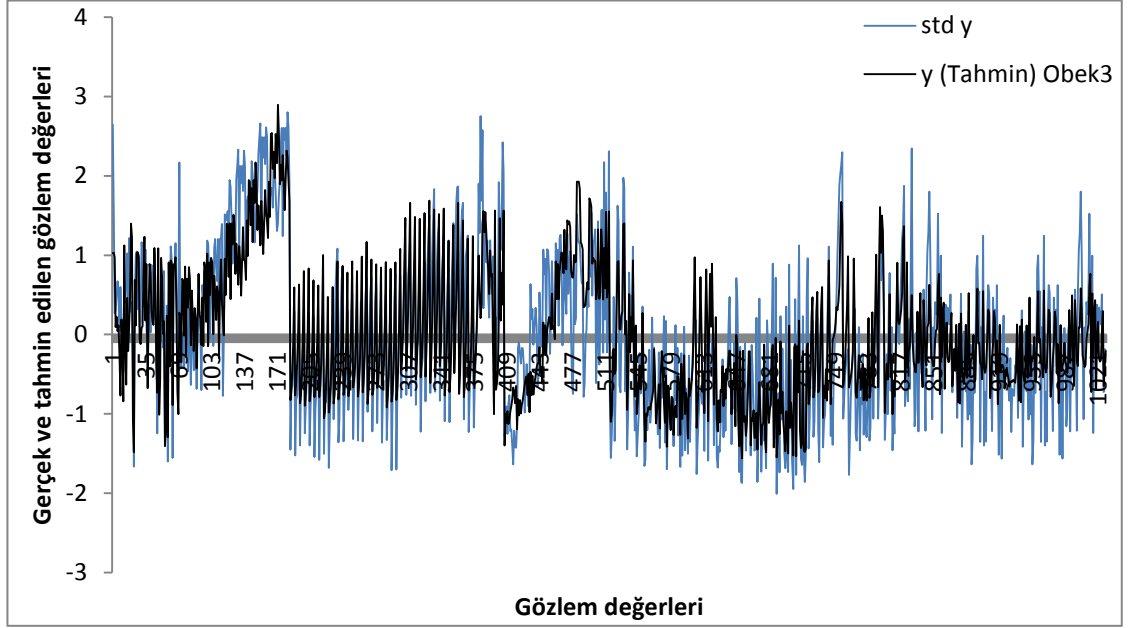
Dört öbek için kurulan bulanık regresyon modellerinin çıktığı tahmin etme güçleri ile ilgili grafikler aşağıda verilmiştir.



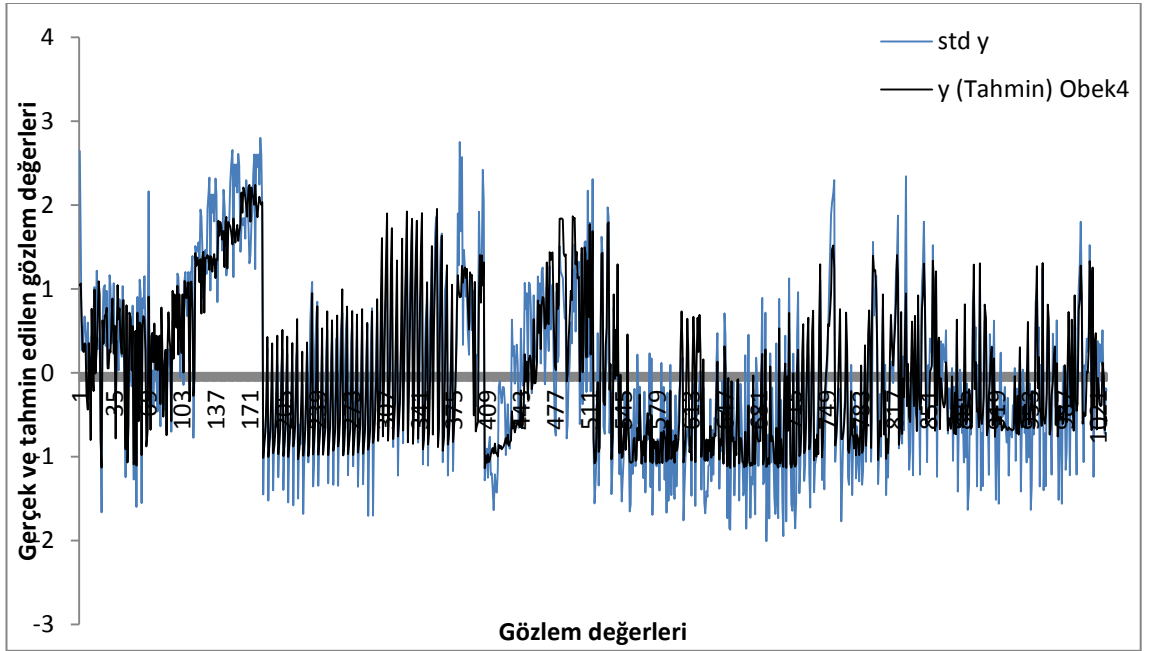
Şekil 5.19 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 4 ile birinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=4$, $m^*=1.6$)



Şekil 5.20. Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 4 ile ikinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=4$, $m^*=1.6$)



Şekil 5.21 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 4 ile üçüncü öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=4$, $m^*=1.6$)



Şekil 5.22. Beton Basınç Sertliği veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 4 ile dördüncü öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahminleri ($c^*=4$, $m^*=1.6$)

5.4. Sonuç:

Beton Basınç Sertliği veri kümesi için farklı bulanık regresyon modelleri kurulmuştur. Öbek Geçerlilik İndekslerine göre elde edilen optimal öbek sayısı ve bulanıklık derecesi tanımlı her indeks için çeşitlilik gösterdiği görülmüştür. Genel tarama ile bulunan en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesi, ÖGİ' den farklı optimal sonuçlar verdiği görülmüştür. Kurulan bulanık regresyon modelleriyle klasik regresyon modeli sonuçlarına göre belirleme katsayısı R^2 , %48'den %77'ye kadar yükseldiği gözlenmiştir.

Öbek sayısı 7'den sonra hesaplanan üyelikler ile kurulan modeller için, girdi matrisi içerisine eklenen üyelik değerleri yapılan istatistiksel analizlerde kritik değer olarak belirlenmiş olan $\alpha = 0,05$ ' e göre anlamsız çıktığı için Xie- Beni (XB) indeksi ile bulanık fonksiyon (BF) yaklaşımı kullanılarak bulanık regresyon modelleri oluşturulmamıştır.

6. BULANIK FONKSİYONLAR YAKLAŞIMI İLE APPLE ŞİRKETİ HİSSE KAPANIŞ FİYATLARI VERİ KÜMESİ İÇİN KURULAN BULANIK REGRESYON MODELLERİ

Bu bölümde *Apple şirketi hisse kapanış fiyatları* veri kümesi için önerilen Bulanık Normal Denklemler tanımlanmıştır. Bölüm 2’de bahsedilen BCO algoritması kullanılarak elde edilen üyelik değerleri kullanılarak bulanık fonksiyonlar yaklaşımı ile çeşitli bulanık regresyon modelleri oluşturulmuştur. Kurulan modeller, model performansları ve sonuçları detaylı olarak gösterilmiştir.

6.1. Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi İçin Tanımlı Bulanık Normal Denklemler

Bölüm 3 ve Bölüm 5’ de bahsedildiği üzere değişkenlere karar verildikten sonra aynı yapıya sahip bulanık normal denklemler ve bulanık regresyon modelleri tanımlanmıştır. Tanımlı bulanık normal denklemler ve kurulacak olan bulanık regresyon modelleri ile detaylı bilgiler Bölüm 3 ve Bölüm 5’ de bulunabilir.

Apple şirketi hisse kapanış fiyatı veri kümesinde sekiz değişken içerisinde en iyi açıklayan değişkenler girdilerin birbirleriyle etkileşimlerine bakılarak altı değişkene indirildi. Seçilen değişkenler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Çizelge 6.1 Apple şirketi hisse kapanış veri kümesi için kurulacak bulanık regresyon modelleri için seçilen girdiler

| Çıktı | Girdi 1 | Girdi 2 | Girdi 3 | Girdi 4 | Girdi 5 | Girdi 6 |
|--------------|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|
| D_APP (y) | D_APP(-1) (x ₁) | D_SMA (x ₂) | D_EMA (x ₃) | K_OSC (x ₄) | K_OSC(-1) (x ₅) | MA(1) (x ₆) |

Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi ile ilgili kurulan bulanık normal denklemler aşağıda verilmiştir. Bu veri kümesi için bulanık regresyon modeline ait hata teriminin karesi aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{i=1}^N e_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - b_0 - b_1\mu_{ij} - b_2x_{1,i} - b_3x_{2,i} - b_4x_{3,i} - b_5x_{4,i} - b_6x_{5,i} - b_7x_{6,i})^2 \quad (6.1)$$

(6.1)'de yer alan ifadede, bilinmeyen regresyon modeli katsayıları EKK yöntemine göre hatayı en küçükmeye çalışır. Her bilinmeyen model katsayısı için elde edilen denklemler aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n y_i &= nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n \mu_{ji} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{1,i} + b_3 \sum_{i=1}^n x_{2,i} + b_4 \sum_{i=1}^n x_{3,i} + b_5 \sum_{i=1}^n x_{4,i} \\ &+ b_6 \sum_{i=1}^n x_{5,i} + b_7 \sum_{i=1}^n x_{6,i} \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n y_i \mu_{i,j} &= b_0 \sum_{i=1}^n \mu_{j,i} + b_1 \sum_{i=1}^n \mu_{j,i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n \mu_{i,j} x_{1,i} + b_3 \sum_{i=1}^n \mu_{i,j} x_{2,i} + b_4 \sum_{i=1}^n \mu_{i,j} x_{3,i} + b_5 \sum_{i=1}^n \mu_{i,j} x_{4,i} \\ &+ b_6 \sum_{i=1}^n \mu_{i,j} x_{5,i} + b_7 \sum_{i=1}^n \mu_{i,j} x_{6,i} \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n y_i x_{1,i} &= b_0 \sum_{i=1}^n x_{1,i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1,i} \mu_{i,j} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{1,i}^2 + b_3 \sum_{i=1}^n x_{1,i} x_{2,i} + b_4 \sum_{i=1}^n x_{1,i} x_{3,i} + b_5 \sum_{i=1}^n x_{1,i} x_{4,i} \\ &+ b_6 \sum_{i=1}^n x_{1,i} x_{5,i} + b_7 \sum_{i=1}^n x_{1,i} x_{6,i} \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n y_i x_{2,i} &= b_0 \sum_{i=1}^n x_{2,i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{2,i} \mu_{i,j} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2,i} x_{1,i} + b_3 \sum_{i=1}^n x_{2,i}^2 + b_4 \sum_{i=1}^n x_{2,i} x_{3,i} + b_5 \sum_{i=1}^n x_{2,i} x_{4,i} \\
&+ b_6 \sum_{i=1}^n x_{2,i} x_{5,i} + b_7 \sum_{i=1}^n x_{2,i} x_{6,i}
\end{aligned} \tag{6.5}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n y_i x_{3,i} &= b_0 \sum_{i=1}^n x_{3,i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{3,i} \mu_{i,j} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{3,i} x_{1,i} + b_3 \sum_{i=1}^n x_{3,i} x_{2,i} + b_4 \sum_{i=1}^n x_{3,i}^2 + b_5 \sum_{i=1}^n x_{3,i} x_{4,i} \\
&+ b_6 \sum_{i=1}^n x_{3,i} x_{5,i} + b_7 \sum_{i=1}^n x_{3,i} x_{6,i}
\end{aligned} \tag{6.6}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n y_i x_{4,i} &= b_0 \sum_{i=1}^n x_{4,i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{4,i} \mu_{i,j} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{4,i} x_{1,i} + b_3 \sum_{i=1}^n x_{4,i} x_{2,i} + b_4 \sum_{i=1}^n x_{4,i} x_{3,i} + b_5 \sum_{i=1}^n x_{4,i}^2 \\
&+ b_6 \sum_{i=1}^n x_{4,i} x_{5,i} + b_7 \sum_{i=1}^n x_{4,i} x_{6,i}
\end{aligned} \tag{6.7}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n y_i x_{5,i} &= b_0 \sum_{i=1}^n x_{5,i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{5,i} \mu_{i,j} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{5,i} x_{1,i} + b_3 \sum_{i=1}^n x_{5,i} x_{2,i} + b_4 \sum_{i=1}^n x_{5,i} x_{4,i} + b_5 \sum_{i=1}^n x_{5,i} x_{4,i} \\
&+ b_6 \sum_{i=1}^n x_{5,i}^2 + b_7 \sum_{i=1}^n x_{5,i} x_{6,i}
\end{aligned} \tag{6.8}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n y_i x_{6,i} &= b_0 \sum_{i=1}^n x_{6,i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{6,i} \mu_{i,j} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{6,i} x_{1,i} + b_3 \sum_{i=1}^n x_{6,i} x_{2,i} + b_4 \sum_{i=1}^n x_{6,i} x_{3,i} + b_5 \sum_{i=1}^n x_{6,i} x_{4,i} \\
&+ b_6 \sum_{i=1}^n x_{6,i} x_{5,i} + b_7 \sum_{i=1}^n x_{6,i}^2
\end{aligned} \tag{6.9}$$

Kurulacak olan modele seçilmiş üç girdi ve üyelik değeri için bulunan denklemler, “Bulanık Normal Denklemler” olarak adlandırılır. Klasik normal denklemlerden farkı, denklemlerin üyelik değerlerini ve dönüşümlerini de içermesidir. Tanımlı denklem sistemi ilk defa çalışmamızda tanımlanmıştır. Farklı dönüşümler ve girdi sayılarına göre bulunacak olan denklem sayısında değişme olacaktır. Hata terimini en küçükleyen bulanık normal denklemler, aşağıdaki matris sistemine geçirilerek bilgisayar programlarına çözdürülür. Böylece EKK yöntemi kullanılarak, her öbek için bulunacak olan bulanık fonksiyonların model katsayıları bulunur.

$$\begin{bmatrix}
n & \sum \mu_{1,i} & \sum x_{1,i} & \sum x_{2,i} & \sum x_{3,i} & \sum x_{4,i} & \sum x_{5,i} & \sum x_{6,i} \\
\sum \mu_{1,i} & \sum \mu_{1,i}^2 & \sum \mu_{1,i} x_{1,i} & \sum \mu_{1,i} x_{2,i} & \sum \mu_{1,i} x_{3,i} & \sum \mu_{1,i} x_{4,i} & \sum \mu_{1,i} x_{5,i} & \sum \mu_{1,i} x_{6,i} \\
\sum x_{1,i} & \sum x_{1,i} \mu_{1,i} & \sum x_{1,i}^2 & \sum x_{1,i} x_{2,i} & \sum x_{1,i} x_{3,i} & \sum x_{1,i} x_{4,i} & \sum x_{1,i} x_{5,i} & \sum x_{1,i} x_{6,i} \\
\sum x_{2,i} & \sum x_{2,i} \mu_{1,i} & \sum x_{2,i} x_{1,i} & \sum x_{2,i}^2 & \sum x_{2,i} x_{3,i} & \sum x_{2,i} x_{4,i} & \sum x_{2,i} x_{5,i} & \sum x_{2,i} x_{6,i} \\
\sum x_{3,i} & \sum x_{3,i} \mu_{1,i} & \sum x_{3,i} x_{1,i} & \sum x_{3,i} x_{2,i} & \sum x_{3,i}^2 & \sum x_{3,i} x_{4,i} & \sum x_{3,i} x_{5,i} & \sum x_{3,i} x_{6,i} \\
\sum x_{4,i} & \sum x_{4,i} \mu_{1,i} & \sum x_{4,i} x_{1,i} & \sum x_{4,i} x_{2,i} & \sum x_{4,i} x_{3,i} & \sum x_{4,i}^2 & \sum x_{4,i} x_{5,i} & \sum x_{4,i} x_{6,i} \\
\sum x_{5,i} & \sum x_{5,i} \mu_{1,i} & \sum x_{5,i} x_{1,i} & \sum x_{5,i} x_{2,i} & \sum x_{5,i} x_{3,i} & \sum x_{5,i} x_{4,i} & \sum x_{5,i}^2 & \sum x_{5,i} x_{6,i} \\
\sum x_{6,i} & \sum x_{6,i} \mu_{1,i} & \sum x_{6,i} x_{1,i} & \sum x_{6,i} x_{2,i} & \sum x_{6,i} x_{3,i} & \sum x_{6,i} x_{4,i} & \sum x_{6,i} x_{5,i} & \sum x_{6,i}^2
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
b_0 \\
b_1 \\
b_2 \\
b_3 \\
b_4 \\
b_5 \\
b_6 \\
b_7
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\sum y_i \\
\sum y_i \mu_{1,i} \\
\sum y_i x_{1,i} \\
\sum y_i x_{2,i} \\
\sum y_i x_{3,i} \\
\sum y_i x_{4,i} \\
\sum y_i x_{5,i} \\
\sum y_i x_{6,i}
\end{bmatrix}$$

6.2. Bulanık Regresyon Modelleri

Bölüm 4.2’ de veri kümesi hakkında detaylı bilgi ve kurulacak olan bulanık regresyon modeline hangi değişkenlerin girmesi gerektiğinin belirlenmesi için yapılan değişken seçme analizi detaylı olarak verilmiştir.

Bölüm 2.4’ de bahsedildiği üzere Bulanık c- ortalamalar algoritmasında (BCO) karar verilmesi gereken iki parametre vardır. Bunlar optimal öbek sayısı (c^*) ve optimal bulanıklık derecesidir (m^*). Algoritma kendiliğinden bu iki parametrenin optimal değerini seçmez ve kullanıcıdan bu değerlerin girilmesini bekler. Bundan dolayı bulanık fonksiyonlar yaklaşımı ile bulanık regresyon modeli kurulmadan önce bu parametrelerin en iyi değerleri mutlaka bilinmelidir.

Çalışmamızda algoritma çalıştırılmadan önce belirlenmesi gereken bu parametre değerlerini belirleyebilmek için iki yaklaşımdan faydalandı. Bunlardan birincisi olan genel tarama ile her öbek sayısı ve bulanıklık derecesi için bulanık regresyon modelleri oluşturularak performans ölçütlerine göre en iyi sonucu veren parametre değerleri temel alınarak bulanık regresyon modelleri oluşturuldu. Diğer bir yaklaşım olarak literatürde tanımlı olan öbek geçerlilik indekslerinden (ÖGİ) bazıları kullanılarak optimal parametre değerlerine karar verildi.

6.2.1. Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi İçin Genel Tarama Yaklaşımı ile Bulanık c- Ortalamalar (BCO) Algoritmasının Belirlenen En İyi Parametre Değerleri

Apple şirketinin ertesi güne ait kapanış fiyatlarının en iyi açıklayan değişkenler Çizelge 6.1'de gösterilmiştir.

Seçilen değişkenler temel alınarak, öbek sayısı 2'den 7'ye kadar, bulanıklık derecesi (m) 1.4' den 2.6'ya kadar 0.2'lik artışlarla arttırılarak algoritma çalıştırılmış ve üyelik değerleri hesaplanmıştır. Seçilen performans ölçütleri olan belirleme katsayısı (R^2) ve hata kareleri kök ortalaması (HKOK) ve ortalama karesel hatanın değerine (OKH) göre en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesine karar verilmiştir. Performans karşılaştırması yapmak için kurulan bulanık regresyon modellerinde sadece üyelikler girdi matrisi içerisine eklenmiştir. En iyi bulanıklık derecesi ve öbek sayısına karar verildikten sonra, üyelikler ve üyeliklerin çeşitli dönüşümleri ile bulanık regresyon modelleri kurulmuştur.

Üç öbek ve farklı bulanıklık dereceleri ile kurulan modellerden sonra öbek sayısındaki artış kapsamında hesaplanan üyelik değerleri, girdi matrisi içerisine eklendiğinde kritik değer ($\alpha = 0,05$) değerine göre istatistiksel analizlerde anlamsız çıkmaktadır. Bu nedenle öbek sayısı 2'den başlatılarak 4'de durdurulmuştur. Diğer öbek sayıları için regresyon modelleri kurulmamıştır.

Çizelge 6.2 Apple şirketine ait hisse kapanış veri kümesi için genel tarama ile kurulan bulanık regresyon modelleri ve performans sonuçları

| Öbek Sayısı | Bulanıklık derecesi | Ortalama R^2 | Ortalama HKOK |
|-------------|---------------------|----------------|---------------|
| c=2 | m=1.8 | 86.5 | 3.6293 |
| c=2 | m=2.0 | 86.5 | 3.62533 |
| c=2 | m=2.2 | 86.5 | 3.62421 |
| c=2 | m=2.4 | 86.5 | 3.62460 |
| c=2 | m=2.6 | 86.5 | 3.62567 |

| | | | |
|-----|-------|-------|---------|
| c=3 | m=1.6 | 85.93 | 3.71011 |
| c=3 | m=1.8 | 86.03 | 3.69627 |
| c=3 | m=2.0 | 86.10 | 3.68197 |
| c=3 | m=2.2 | 86.13 | 3.67755 |
| c=3 | m=2.4 | 86.13 | 3.67532 |
| c=3 | m=2.6 | 85.96 | 3.70316 |

Kurulan regresyon modellerinde dikkat edilmesi gereken, modele eklenen üyelik değerlerinin modeldeki katsayılarının anlamlı olmasıdır. Bu bağlamda öbek sayısı 4 ile 8 arasında kurulan modellerde, girdi matrisi içerisine eklenen üyelik değerleri istatistiksel olarak belirlenen kritik alfa değerine göre ($\alpha = 0.05$) anlamlı bulunmadığından, öbek sayısı 3'den sonra bulanık regresyon modelleri kurulmamıştır.

Çizelge 6.2'ye bakıldığı zaman belirleme katsayısının en yüksek değer aldığı model parametreleri öbek sayısı 2 ve bulanıklık derecesi 2.4 iken bulunmuştur.

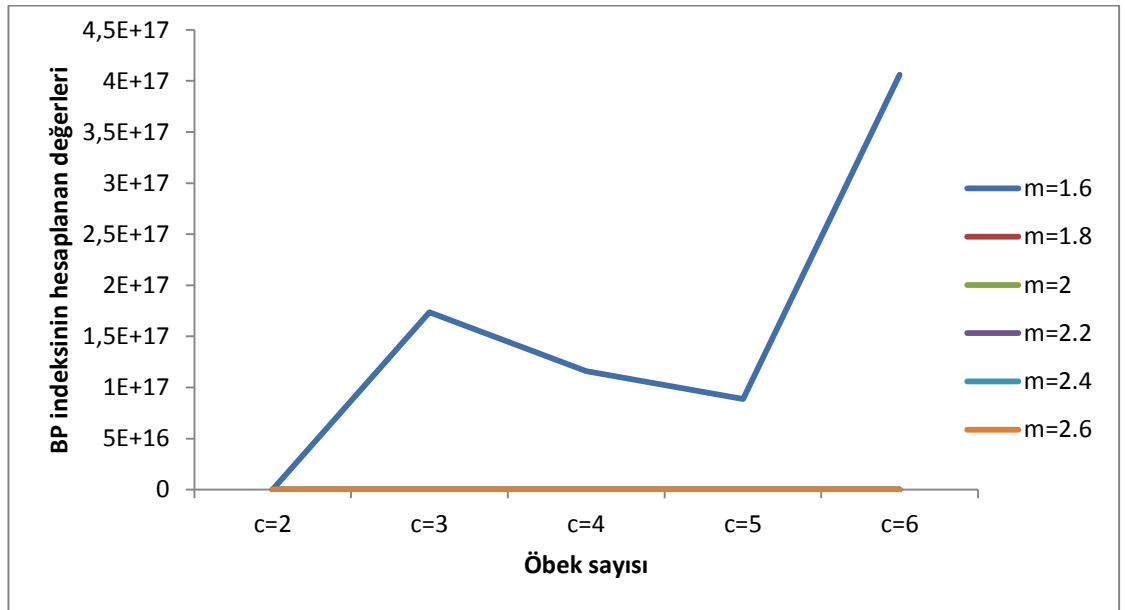
Çizelge 6.3 Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatları veri kümesinin genel tarama sonucuna göre en iyi öbek sayısı (c^*) ve bulanıklık derecesi (m^*) değerleri

| Genel Tarama | |
|----------------------------|-----|
| Sonucu | |
| Öbek sayısı, c^* | 2 |
| Bulanıklık derecesi, m^* | 2.4 |

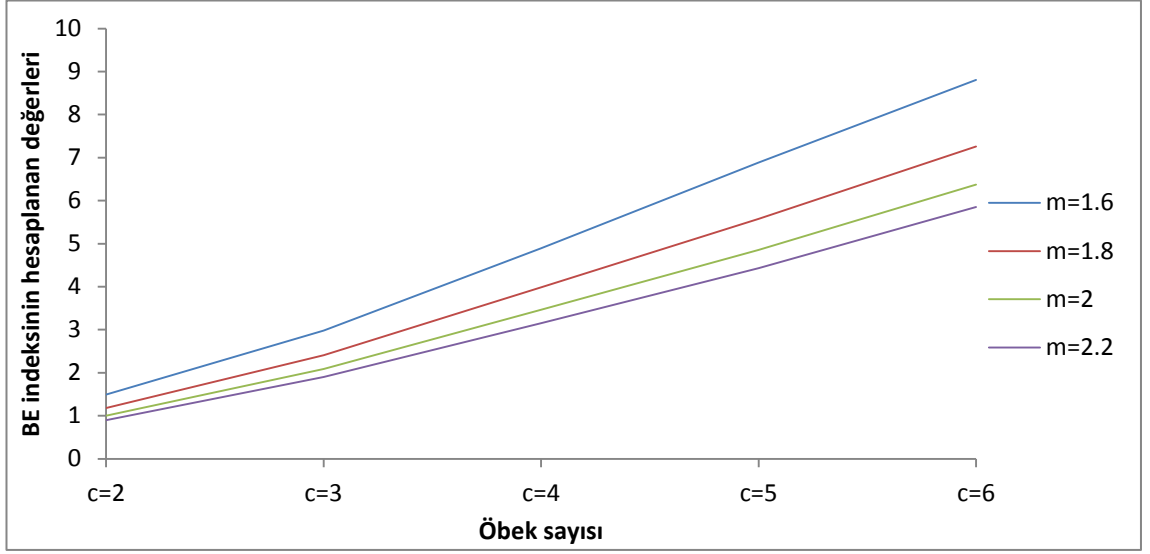
Genel tarama sonucuna göre BCO için gerekli parametre değerleri belirlenmiştir. Belirlenen en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesi için bir sonraki bölüm olan Bölüm 6.3'de üyeliklerin farklı dönüşümlerini içeren bulanık regresyon modelleri kurulmuştur.

6.2.2. Öbek Geçerlilik İndekslerinin Grafikselle Yorumu

Hesaplanan öbek geçerlilik indekslerine göre, ilk yerel minimumdan maksimuma geçilen nokta, optimal öbek sayısı ve bulanıklık derecesini vermektedir. Bezdek kendi entropi indeksini (BE) açıklarken, indeks değerinin sıfır ile $\log_a(c)$ arasında değişmesi gerektiğini söylemektedir [26]. Hesaplanan entropi indeksi değeri eğer üst sınıra fazla yakınsa, bulanık öbekleşme yok demektir. Üst sınır değerleri incelendiği zaman, Beton Basınç Sertliği veri kümesi bulanık öbekleme için uygun bir veri kümesidir. Değerler, üst sınır olan $\log_a(c)$ 'ye yakın değildir.



Şekil 6.1 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için hesaplanan Bezdek'in Parçalama (BP) öbek geçerlilik indeksine göre en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesi



Şekil 6.2 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için Bezdek'in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesi

Şekil 6.1 incelendiği zaman, öbek sayısı 5 ve bulanıklık derecesi 1.6 iken ilk yerel minimumdan maksimuma geçiş noktası görülmektedir. Şekil 6.2 incelendiği zaman ilk yerel minimumdan maksimuma geçilen nokta öbek sayısı 3 ve bulanıklık derecesi 1.8 iken gerçekleşmektedir. BE indeksinde, hesaplanan değer üst sınıra yakın olmaması gerektiği için bulanıklık derecesi 1.8 olarak seçilmiştir. Grafıklere bakarak optimal değerleri belirlemenin kesin bir kuralı yoktur. ÖGİ kesin olan optimal parametre değerlerini vermemekle birlikte, optimal öbek sayısı (c^*) ve bulanıklık derecesinin (m^*) belirlenmesini kolaylaştıran bir yaklaşımdır. Aşağıdaki tabloda ÖGİ' ye göre bulunan optimal öbek sayısı ve bulanıklık dereceleri verilmiştir.

Çizelge 6.4 Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatları veri kümesinin öbek geçerlilik indeksleri ile bulunan en iyi öbek sayısı ve bulanıklık dereceleri

| | Bezdek Parçalama İndeksi | Bezdek Entropi İndeksi |
|----------------------------|--------------------------|------------------------|
| Öbek sayısı, c^* | 5 | 3 |
| Bulanıklık derecesi, m^* | 1.6 | 1.8 |

Çizelge 6.4' de gösterildiği üzere genel tarama ve öbek geçerlilik indeksleri ile bulunan en iyi bulanıklık derecesi ve öbek sayıları birbirinden farklıdır. Her indeks kendi hesaplanma yapısına göre farklı sonuçları en iyi olarak vermektedir. BF yaklaşımı ile kurulacak bulanık regresyon modelleri, her indeksin belirlediği parametre değerleri ile kurulacaktır. Xie- Beni (XB) öbek geçerlilik indeksi sürekli azalan bir eğilim gösterdiği için bu veri kümesinde bulanık c –ortalamaların (BCO) optimal parametrelerinin belirlenmesinde bir yaklaşım olarak kullanılmamıştır.

6.3.Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi İçin Bulanık Regresyon Modelleri ve Uygulamaları

Bulanık fonksiyonlar (BF) yaklaşımı kullanılarak kurulacak olan bulanık regresyon modellerinde, girdi matrisi içerisine üyelikler ve üyeliklerin farklı dönüşümleri de eklenmektedir. Farklı dönüşüm eklenmesi ile amaç, çıktıyı ve bulanıklığı daha iyi açıklayan bir bulanık regresyon modeli kurmaktır.

Eklenecek olan dönüşümler için katı kurallar yoktur. Model kurulmadan önce kullanıcı tarafından üyeliklerin karesi, küpü, logaritmik dönüşünü, üsteli vb. eklenebilir ve performans ölçütlerinin durumuna bakılarak dönüşüm seçimine karar verilir.

Çalışmamızda dönüşüm eklemenin durdurma kuralı olarak belirleme katsayısı temel alınmıştır. Eklenen her dönüşümde belirleme katsayısının değerine bakılmıştır. Eğer R^2 'de büyük değişimler görülüyorsa, dönüşüm eklenme durdurulmuştur.

Bulanık regresyon modelleri kurulmadan önce, Apple şirketi hisse kapanış fiyatı veri kümesi ile kurulacak bulanık regresyon modellerinde çıktının daha iyi tahmin edilmesi için modele 1. Dereceden Taylor Serisi açılımı, modele seçilen üç değişkenin birbirleriyle olan etkileşimleri ve seçilen değişkenlerin kareleri, modelde yer almaktadır.

6.3.1. Öbek Sayısı 2, Bulanıklık Derecesi 2.4 İken Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri:

Genel tarama sonucuna göre bulunan öbek sayısı ve bulanıklık derecesine göre üyelikler ve üyeliklerin farklı dönüşümlerinin de modele eklendiği bulanık regresyon modelleri kurulmuştur.

Bu bölümdeki tüm modellerde $c^* = 2$, $m = 2.4$ ve $N = 474$ ' dur.

Model 1: Girdiler:

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_{1,k} + \beta_2 x_{2,k} + \beta_3 x_{3,k} + \beta_4 x_{4,k} + \beta_5 x_{5,k} + \beta_6 x_{6,k}$$

$$k = 1, \dots, N$$

Model 2: Üyelikler/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \mu_{i,k} + \beta_{2,i} x_{1,k} + \beta_{3,i} x_{2,k} + \beta_{4,i} x_{3,k} + \beta_{5,i} x_{4,k} + \beta_{6,i} x_{5,k} + \beta_{7,i} x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 3: Üyelikler / Üyeliklerin Karesi/ Üyeliklerin Küpü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \mu_{i,k} + \beta_{2,i} \mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i} \mu_{i,k}^3 + \beta_{4,i} x_{1,k} + \beta_{5,i} x_{2,k} + \beta_{6,i} x_{3,k}$$

$$+ \beta_{7,i} x_{4,k} + \beta_{8,i} x_{5,k} + \beta_{8,i} x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 4: Üyelikler / Üyeliklerin Kökü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \mu_{i,k} + \beta_{2,i} \sqrt{\mu_{i,k}} + \beta_{3,i} x_{1,k} + \beta_{4,i} x_{2,k} + \beta_{5,i} x_{3,k} + \beta_{3,i} x_{4,k}$$

$$+ \beta_{4,i} x_{5,k} + \beta_{5,i} x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 5: Üyelikler / Üyeliklerin Logaritmik Dönüşümü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\log((1 - \mu_{i,k}/\mu_{i,k}) + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{2,k} + \beta_{5,i}x_{3,k} \\ + \beta_{6,i}x_{4,k} + \beta_{7,i}x_{5,k} + \beta_{8,i}x_{6,k} \\ i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 6: Üyelikler /Üyeliklerin Karesi /Üyeliklerin Logaritmik Dönüşümü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\log((1 - \mu_{i,k}/\mu_{i,k}) + \beta_{4,i}x_{1,k} + \beta_{5,i}x_{2,k} \\ + \beta_{6,i}x_{3,k} + \beta_{7,i}x_{4,k} + \beta_{8,i}x_{5,k} + \beta_{9,i}x_{6,k} \\ i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 7: Üyelikler / Üyeliklerin Üsteli / Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}e^{\mu_{i,k}} + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{2,k} + \beta_{5,i}x_{3,k} + \beta_{6,i}x_{4,k} \\ + \beta_{7,i}x_{5,k} + \beta_{8,i}x_{6,k} \\ i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 8: Üyelikler/ Üyeliklerin Küpü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^3 + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{2,k} + \beta_{5,i}x_{3,k} + \beta_{6,i}x_{4,k} \\ + \beta_{7,i}x_{5,k} + \beta_{8,i}x_{6,k} \\ i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

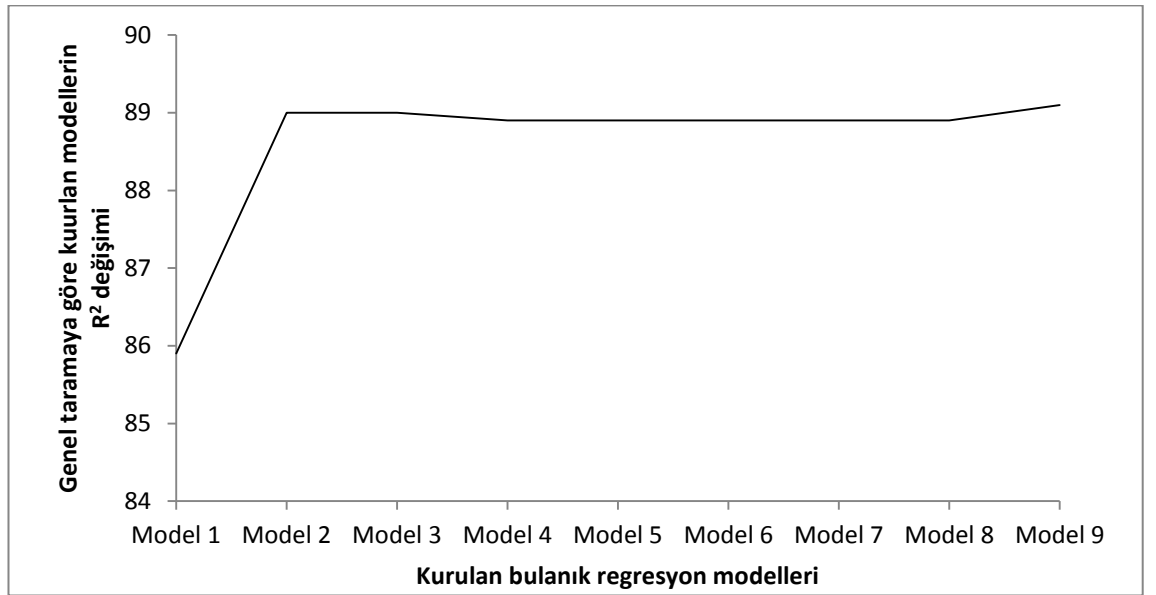
Model 9: Üyelikler/ Üyeliklerin karesi/ Üyeliklerin küpü/ Üyeliklerin Üsteli/ Üyeliklerin Kökü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\mu_{i,k}^3 + \beta_{4,i}e^{\mu_{i,k}} + \beta_{5,i}\sqrt{\mu_{i,k}} + \beta_{6,i}x_{1,k} \\ + \beta_{7,i}x_{2,k} + \beta_{8,i}x_{3,k} + \beta_{9,i}x_{4,k} + \beta_{10,i}x_{5,k} + \beta_{11,i}x_{6,k} \\ i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Kurulan 9 modelle ilgili ortalama belirleme katsayısı (R^2), hata kareleri kök ortalaması (HKOK) ve hata ortalamaları (MSE) sonuçlarını gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

Çizelge 6.5 Apple şirketine hisse kapanış fiyatı veri kümesi için kurulan farklı bulanık regresyon modelleri ve performans ölçütlerinin sonuçları ($c^*=2$, $m^*=2.4$)

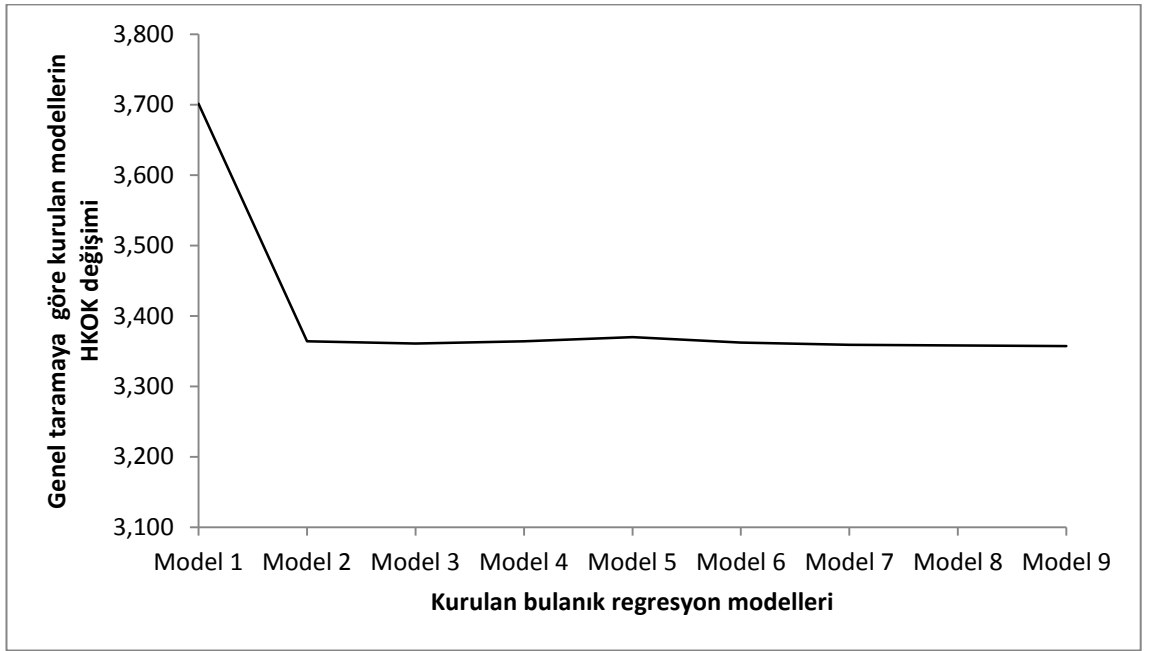
| | Ortalama R^2 | Ortalama HKOK | Ortalama OKH |
|---------|----------------|---------------|--------------|
| Model 1 | 85,9 | 3,71029 | 13,5628 |
| Model 2 | 89,0 | 3,36044 | 10,5778 |
| Model 3 | 89,0 | 3,36180 | 10,5624 |
| Model 4 | 88,9 | 3,36475 | 10,6050 |
| Model 5 | 88,9 | 3,37056 | 10,6415 |
| Model 6 | 88,9 | 3,36240 | 10,5662 |
| Model 7 | 88,9 | 3,35970 | 10,5732 |
| Model 8 | 88,9 | 3,35886 | 10,5679 |
| Model 9 | 89,1 | 3,35700 | 10,5569 |



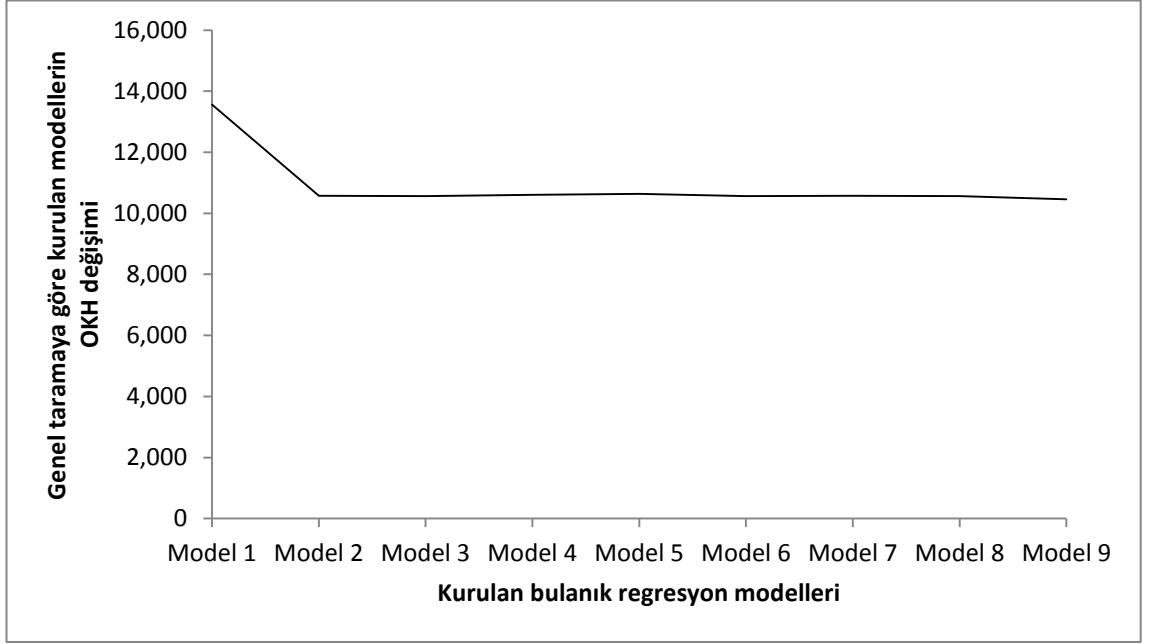
Şekil 6.3 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesinin genel taramaya göre kurulan bulanık regresyon modellerinin R^2 değerlerinin görünümü ($c^*=2$, $m^*=2.4$)

Belirleme katsayısı (R^2) değerine göre kurulan modeller incelendiği zaman (Çizelge 6.5), sadece üyeliklerin girdi matrisi içerisine eklendiği Model 2'nin kurulan bulanık regresyon modelleri içerisinde en iyi performansı verdiği görülmüştür.

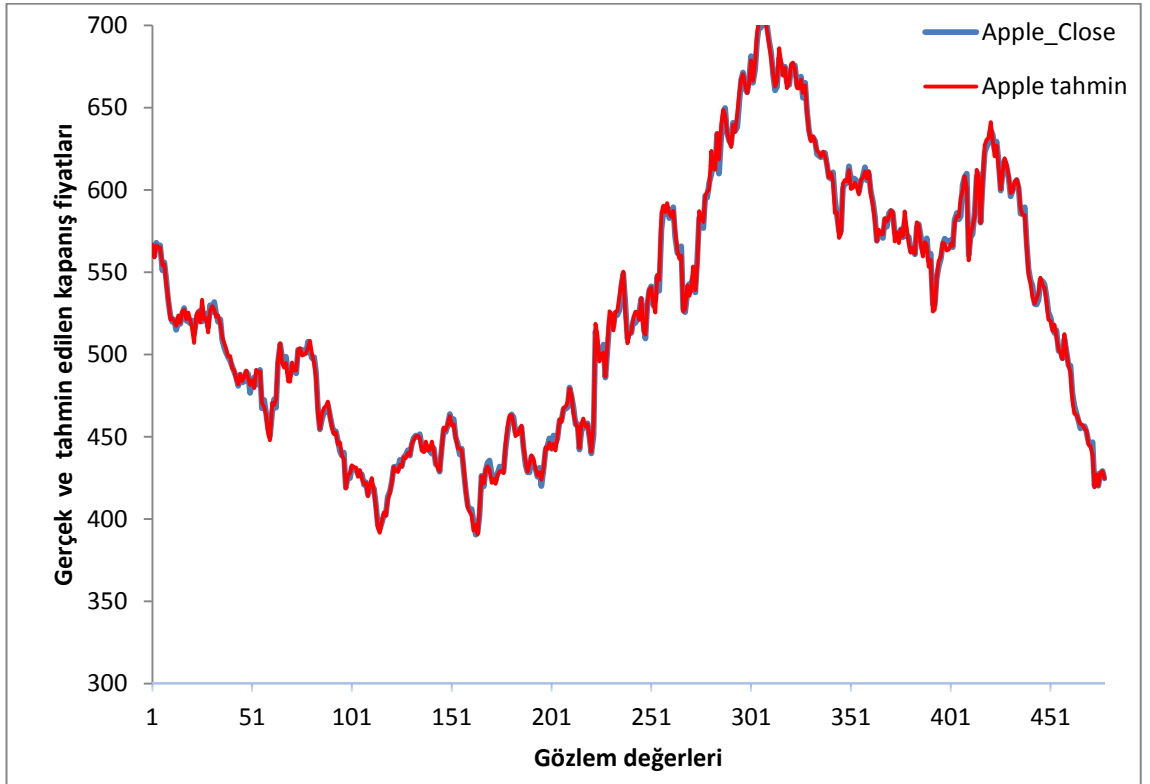
Kurulan modellerden yola çıkılarak söylenebilir ki, klasik regresyon modeline göre bulanık regresyon modeli çıktığı çok daha iyi tahmin eden bir modeldir. Belirlenen hata performans ölçütlerine ait değişimleri gösteren grafikler aşağıda verilmiştir:



Şekil 6.4 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için kurulan bulanık regresyon modellerine ait ortalama Hata Kök Ortalamaları Karesi (HKOK) değişimi ($c^*=2$, $m^*=2.4$)



Şekil 6.5 Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatı veri kümesi için kurulan bulanık regresyon modellerin ortalama karesel hatalarının (OKH) değışımi ($c^*=2$, $m^*=2.4$)



Şekil 6.6 Apple şirketi hisse kapanış fiyatı veri kümesine ait bulanık regresyon modeli 2 ile tahmin edilen ve gerçek gözlem değeri ($c^*=2$, $m^*=2.4$)

6.3.2. Öbek Sayısı 3, Bulanıklık Derecesi 1.8 iken Kurulan Bulanık Regresyon Modelleri

Bezdek' in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre en iyi olarak seçilen öbek sayısı ve bulanıklık derecesi için bulanık regresyon modeller kurulmuştur.

Bu bölümdeki tüm modellerde $c^* = 3$, $m = 1.8$ ve $N = 474$ ' dur.

Model 1: Girdiler:

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_{1,k} + \beta_2 x_{2,k} + \beta_3 x_{3,k} + \beta_4 x_{4,k} + \beta_5 x_{5,k} + \beta_6 x_{6,k}$$

$$k = 1, \dots, N$$

Model 2: Üyelikler/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \mu_{i,k} + \beta_{2,i} x_{1,k} + \beta_{3,i} x_{2,k} + \beta_{4,i} x_{3,k} + \beta_{5,i} x_{4,k} + \beta_{6,i} x_{5,k} + \beta_{7,i} x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 3: Üyelikler / Üyeliklerin Karesi/ Üyeliklerin Küpü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \mu_{i,k} + \beta_{2,i} \mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i} \mu_{i,k}^3 + \beta_{4,i} x_{1,k} + \beta_{5,i} x_{2,k} + \beta_{6,i} x_{3,k}$$

$$+ \beta_{7,i} x_{4,k} + \beta_{8,i} x_{5,k} + \beta_{8,i} x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 4: Üyelikler / Üyeliklerin Kökü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \mu_{i,k} + \beta_{2,i} \sqrt{\mu_{i,k}} + \beta_{3,i} x_{1,k} + \beta_{4,i} x_{2,k} + \beta_{5,i} x_{3,k} + \beta_{3,i} x_{4,k}$$

$$+ \beta_{4,i} x_{5,k} + \beta_{5,i} x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 5: Üyelikler / Üyeliklerin Logaritmik Dönüşümü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \mu_{i,k} + \beta_{2,i} \log((1 - \mu_{i,k}) / \mu_{i,k}) + \beta_{3,i} x_{1,k} + \beta_{4,i} x_{2,k} + \beta_{5,i} x_{3,k}$$

$$+\beta_{6,i}x_{4,k} + \beta_{7,i}x_{5,k} + \beta_{8,i}x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 6: Üyelikler /Üyeliklerin Karesi /Üyeliklerin Logaritmik Dönüşümü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\log((1 - \mu_{i,k}/\mu_{i,k}) + \beta_{4,i}x_{1,k} + \beta_{5,i}x_{2,k}$$

$$+\beta_{6,i}x_{3,k} + \beta_{7,i}x_{4,k} + \beta_{8,i}x_{5,k} + \beta_{9,i}x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 7: Üyelikler / Üyeliklerin Üsteli / Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}e^{\mu_{i,k}} + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{2,k} + \beta_{5,i}x_{3,k} + \beta_{6,i}x_{4,k}$$

$$+\beta_{7,i}x_{5,k} + \beta_{8,i}x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 8: Üyelikler/ Üyeliklerin Küpü/ Girdiler:

$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^3 + \beta_{3,i}x_{1,k} + \beta_{4,i}x_{2,k} + \beta_{5,i}x_{3,k} + \beta_{6,i}x_{4,k}$$

$$+\beta_{7,i}x_{5,k} + \beta_{8,i}x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Model 9: Üyelikler/ Üyeliklerin karesi/ Üyeliklerin küpü/ Üyeliklerin Üsteli/
Üyeliklerin Kökü/ Girdiler:

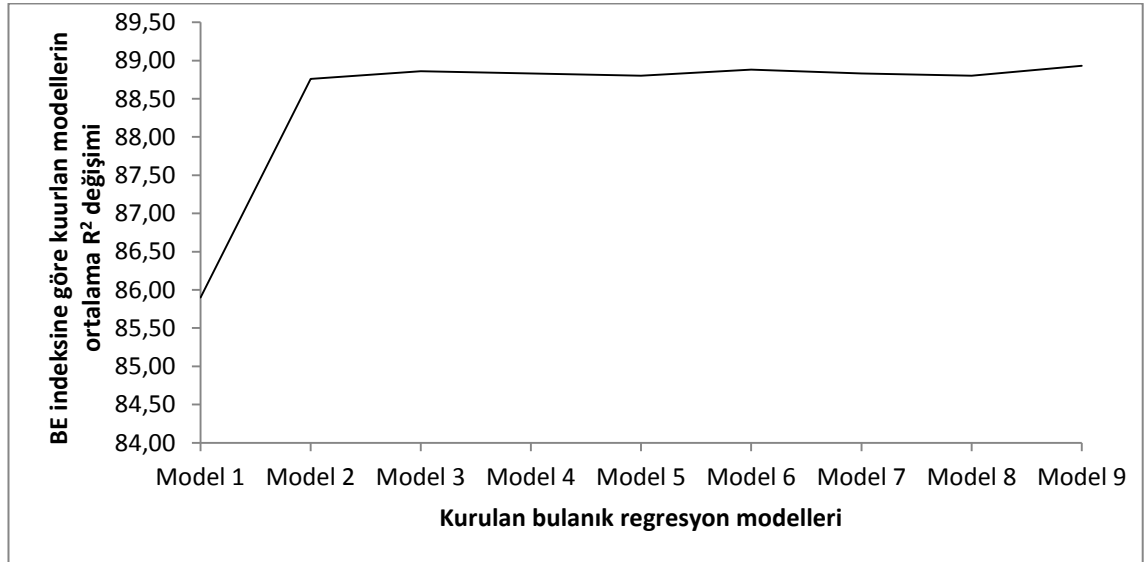
$$\hat{y}_i = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu_{i,k} + \beta_{2,i}\mu_{i,k}^2 + \beta_{3,i}\mu_{i,k}^3 + \beta_{4,i}e^{\mu_{i,k}} + \beta_{5,i}\sqrt{\mu_{i,k}} + \beta_{6,i}x_{1,k} +$$

$$+\beta_{7,i}x_{2,k} + \beta_{8,i}x_{3,k} + \beta_{9,i}x_{4,k} + \beta_{10,i}x_{5,k} + \beta_{11,i}x_{6,k}$$

$$i = 1, \dots, c^*; k = 1, \dots, N$$

Çizelge 6.6 Apple şirketi hisse kapanış fiyatı veri kümesine ait farklı bulanık regresyon modelleri ve performanslarının sonucu ($c^*=3$, $m^*=1.8$)

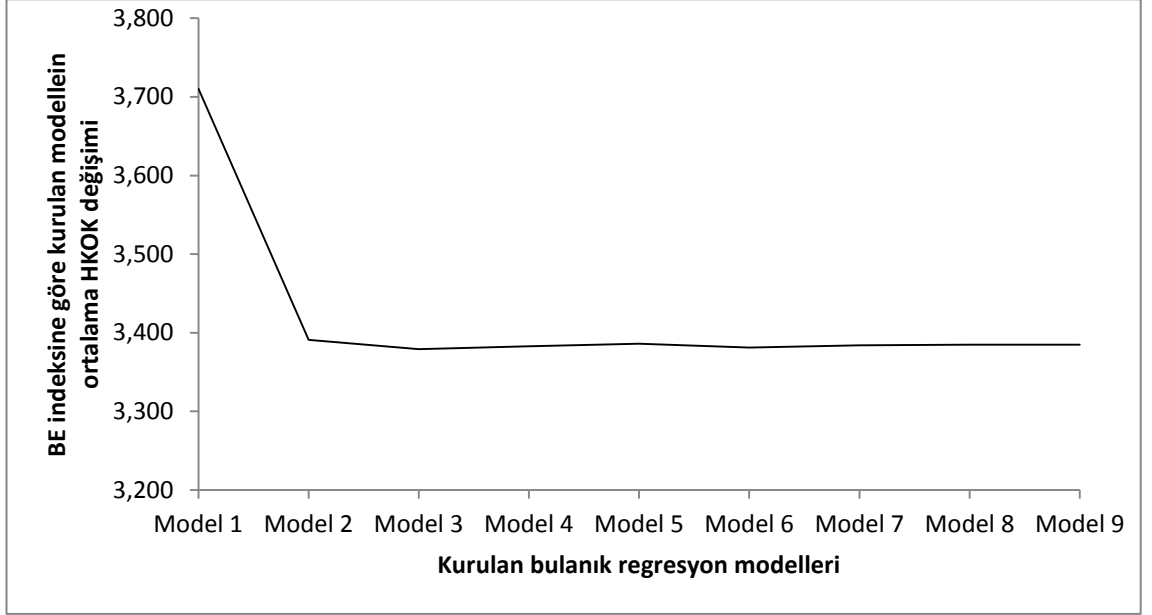
| | Ortalama R^2 | Ortalama HKOK | Ortalama OKH |
|---------|----------------|---------------|--------------|
| Model 1 | 85.9 | 3.71029 | 13.5628 |
| Model 2 | 88.76 | 3.39145 | 10.7989 |
| Model 3 | 88.86 | 3.37928 | 10.6737 |
| Model 4 | 88.83 | 3.38354 | 10.7245 |
| Model 5 | 88.80 | 3.38668 | 10.7440 |
| Model 6 | 88.88 | 3.3819 | 10.4790 |
| Model 7 | 88.83 | 3.38491 | 10.7336 |
| Model 8 | 88.80 | 3.38535 | 10.7364 |
| Model 9 | 88.93 | 3.38559 | 10.6408 |



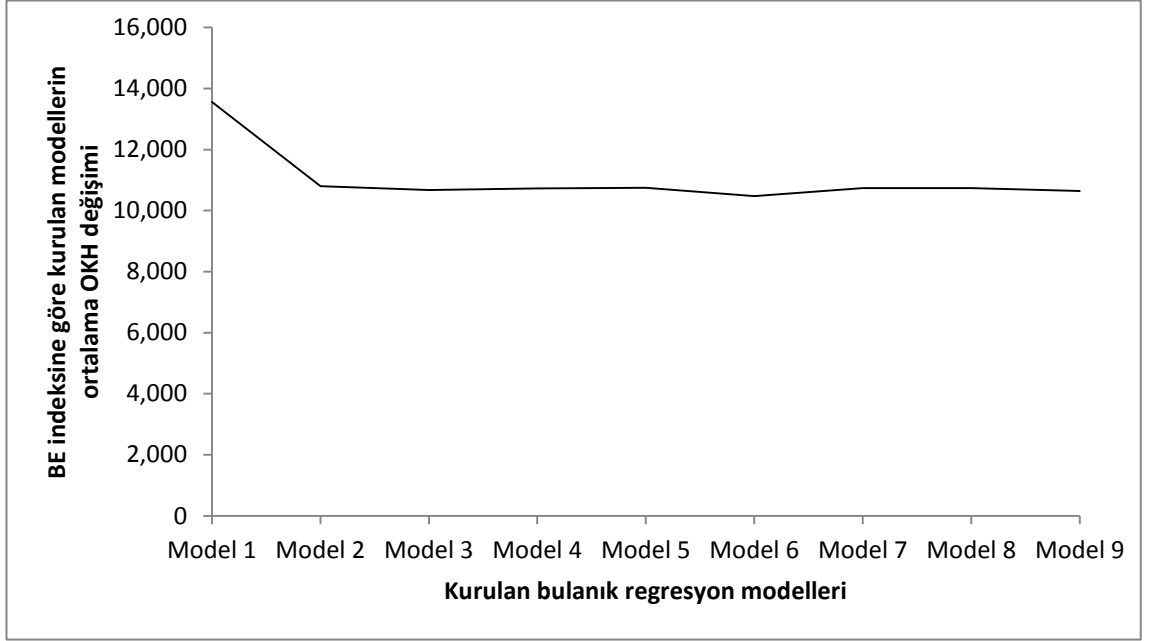
Şekil 6.7 Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatları veri kümesi için Bezdek'in entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre bulunan en iyi parametreler ile kurulan bulanık regresyon modellerinin R^2 değişimi ($c^*=3$, $m^*=1.8$)

Üyelikler ve üyeliklerin küp dönüşümünün girdi matrisi içerisine eklendiği Model 8, Bezdek'in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre belirlenen en iyi öbek sayısı ve

bulanıklık derecesine göre en az dönüşümle en yüksek R^2 değerini verdiği için en iyi bulanık regresyon modeli olarak seçilmiştir. Kurulan modellerin hata ölçütlerinin değişimlerini gösteren grafikler aşağıda yer almaktadır:

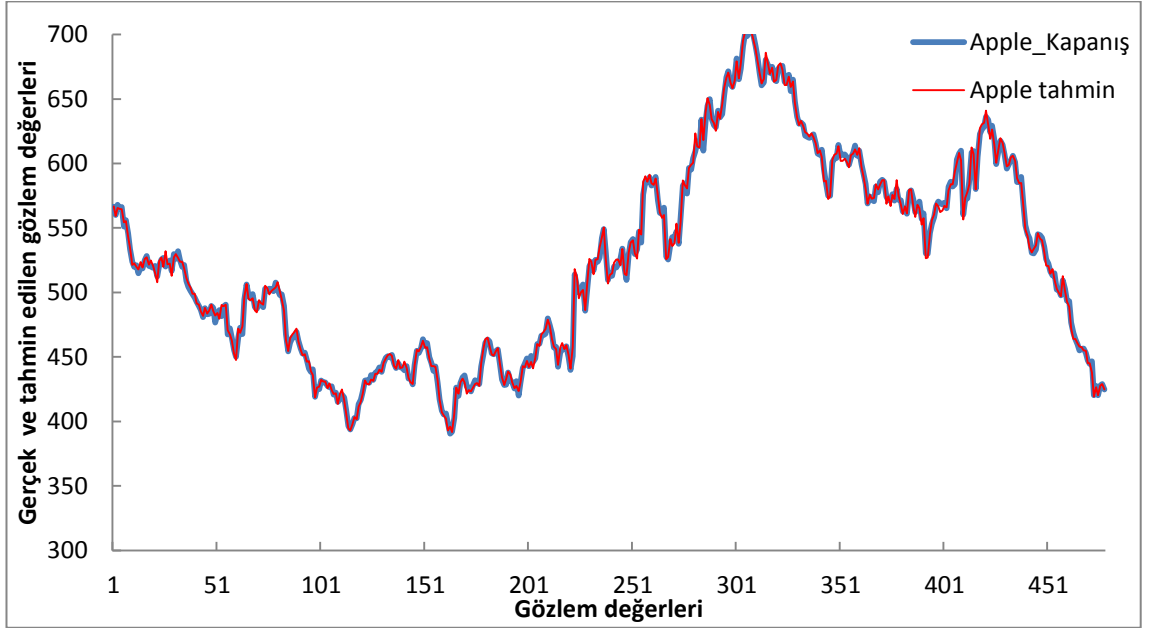


Şekil 6.8 Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatı veri kümesi için Bezdek'in entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre bulunan en iyi parametre değerleri ile kurulan modellere göre Hata Kareleri Kök Ortalaması (HKOK) değişimi ($c^*=3$, $m^*=1.8$)

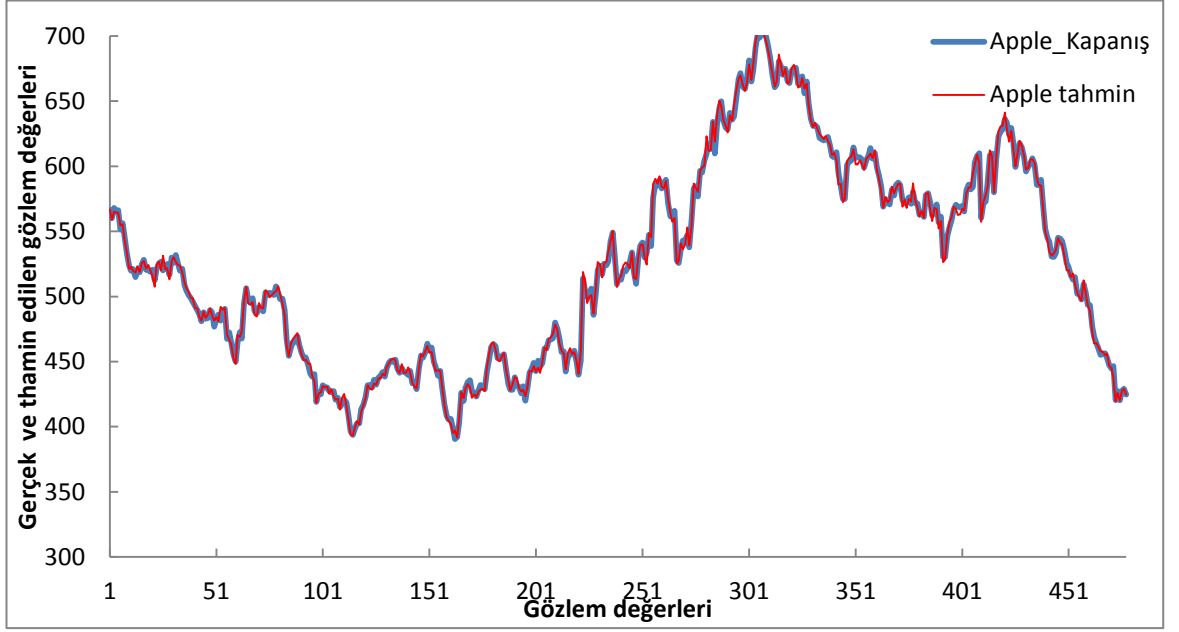


Şekil 6.9 Apple şirketine ait hisse kapanış fiyatı veri kümesi için Bezdek'in Entropi (BE) öbek geçerlilik indeksine göre bulunan en iyi parametreler ile kurulan modellere göre Ortalama Karesel Hataların (OKH) değişimi ($c^*=3$, $m^*=1.8$)

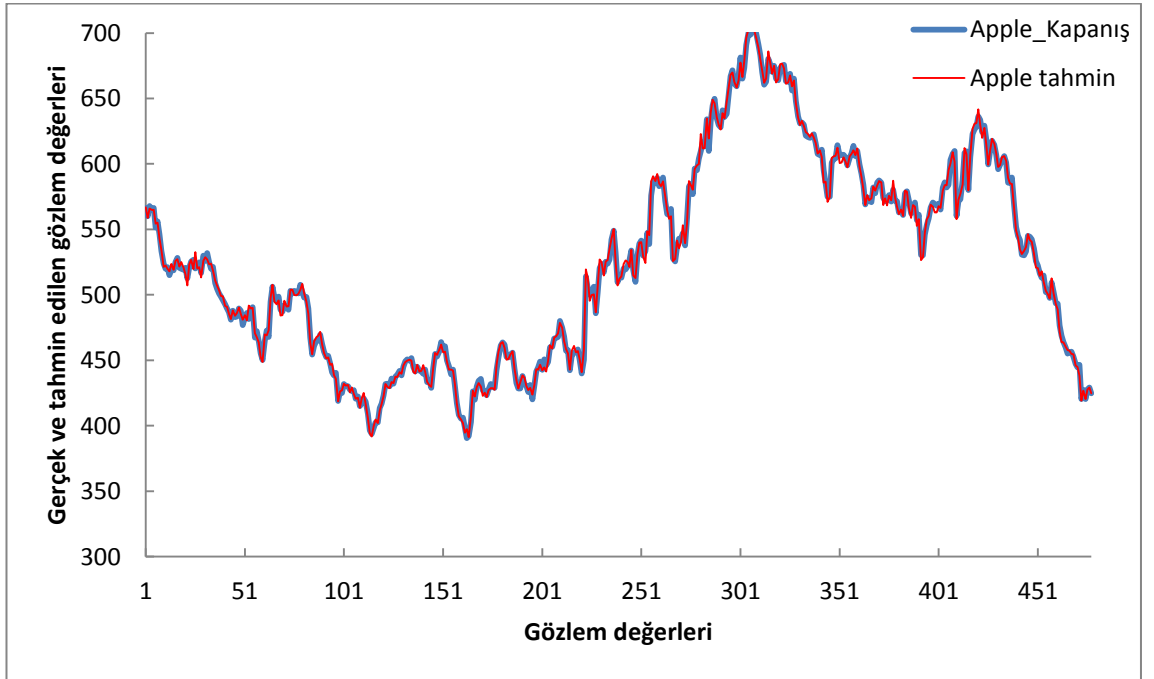
Her öbek için bulunan bulanık fonksiyonlar ve kurulan regresyon modelinin çıktığı tahmin etme güçleri aşağıdaki şekillerde gösterilmektedir:



Şekil 6.10 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 8 ile birinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktığı tahmini ($c^*=3$, $m^*=1.8$)



Şekil 6.11 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 8 ile ikinci öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahmini ($c^*=3$, $m^*=1.8$)



Şekil 6.12 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için seçilen bulanık regresyon modeli 8 ile üçüncü öbek için kurulan bulanık regresyon modelinin çıktı tahmini ($c^*=3$, $m^*=1.8$)

6.4. Sonuç

Apple Şirketi kapaniŐ hisse fiyatı veri kumesi için farklı bulanık regresyon modelleri kurulmuştur. bek Geçerlilik İndekslerine göre elde edilen optimal öbek sayısı ve bulanıklık derecesi tanımlı her indeks için çeşitlilik gösterdiği grlmüŐtur.

Çalışmada kullanılan veri kumeleri için, genel tarama ile bulunan en iyi öbek sayısı ve bulanıklık derecesi, Gİ' den farklı optimal sonuçlar verdiği grlmüŐtur. Apple Şirketi hisse kapaniŐ fiyatları için kurulan regresyon modellerinde R^2 %85,9'dan %89'a kadar çıkarılmıştır. Veri kumesi borsaya ait olduğu için R^2 'de meydana gelen %1'lik bir artış bile oldukça önemlidir.

Apple Şirketi hisse kapaniŐ fiyatı veri kumesi için, öbek sayısı 3'den sonra hesaplanan yelikler ile kurulan modeller için, girdi matrisi içerisine eklenen üyelik değerleri yapılan istatıksel analizlerde kritik değer olarak belirlenmiş olan $\alpha = 0,05$ ' e göre anlamsız çıktığı için Xie- Beni (XB) indeksi ile BF yaklaşımı kullanılarak bulanık regresyon modelleri oluşturulmamıştır.

7.BULANIK FONKSİYONLAR YAKLAŞIMI İLE KURULAN TİP 1 BULANIK REGRESYON MODELLERİNİN DİĞER STRATEJİLERLE PERFORMANS BAKIMINDAN KARŞILAŞTIRILMASI

Bu bölümde çalışmamızda BF yaklaşımı ile kurulan bulanık regresyon modelleri, karşılaştırma stratejileri olan Yapay Sinir Ağları (YSA) ve Adaptif ağ yapısına dayalı bulanık çıkarsama sistemi (ANFIS) ile kurulan modeller performans ölçütlerine göre karşılaştırılmıştır.

7.1. Adaptif Ağ Yapısına Dayalı Bulanık Çıkarsama Sistemi (ANFIS)

Jang [45] yılında ortaya atılan Adaptif ağ yapısına dayalı bulanık çıkarsama sistemi (ANFIS), sinir ağlarının öğrenme yeteneklerini bulanık çıkarsama sistemleri ile birleştirir. ANFIS’de en çok kullanılan bulanık çıkarsama sistemi Takagi- Sugeno (T-S BKT) Bulanık Çıkarsama Sistemidir (BÇS). ANFIS’in parametreleri adaptif sinir ağı ile optimize edilir.

Adaptif ağlar, düğümlerden ve düğümlerin birbirine bağlandığı yönlü bağlantılardan oluşur. Adaptif ağlar, çıktıyı her düğüme karşı gelen önceki düğümdeki parametrelere bağlı olmaya zorlar. Öğrenme algoritması ile parametreler tanımlı hata ölçütüne göre değiştirilir.

Bu çalışmada kurulan Adaptif ağ yapısına dayalı bulanık çıkarsama sistemi (ANFIS) için MATLAB kullanılmıştır. MATLAB çıkarsama parametrelerini belirlemek için iki farklı yöntem olan ağ bölme (AB) (grid partitioning) ve eksiltici öbekleme (EÖ) (subtractive clustering) kullanılmaktadır. Ağ bölme yönteminde öbek sayısı kullanıcı tarafından belirlenmektedir. Kural sayısı ise, her girdi için tanımlı öbek sayılarının

çarpımından oluşmaktadır. Değişken sayısı arttıkça, kural tabanı sayısı da artacaktır ve sistemde boyut problemine neden olmaktadır.

Çalışmamızda kullanılan yöntem olan eksiltici öbekleme (EÖ) yöntemi daha sezgiseldir ve boyut problemine sebep olmaz. Parametreler dinamik olarak algoritma tarafından belirlenir. Önce kural tabanı sayısı ve öncüllerin üyelik fonksiyonları belirlenir. Sonrasında EKK yöntemi ile her kuralın ardıl eşitlikleri tahmin edilir. ANFIS, eksiltici öbekleme (EÖ) yönteminde çıkarsama parametrelerini T-S bulanık çıkarsama yapısına göre belirler. Eksiltici öbekleme (EÖ) yöntemi kural tabanı sayısına karar verse de kullanıcı tarafından belirlenmesi gereken parametreler de vardır [4,43]. Bu parametreler aşağıda ifade edilmektedir:

Etkilenme aralığı (Range of influence): Her verinin boyutuna göre tanımlı öbek merkezi aralığı

Sıkıştırma faktörü (Quash factor): Her öbeğin tanımlı olduğu sınırlar çerçevesinde, gözlem değerlerinin hangi öbeğe ait olup olmadığını kararını verecek olan parametre.

Kabul Oranı (Accept ratio): İlk öbek üzerindeki hangi gözlem noktalarının öbek merkezi olacağını belirleyen oran.

Red Oranı (Reject ratio): İlk öbek altındaki hangi gözlem noktalarının öbek merkezi olmayacağını belirleyen oran.

Girdilerin üyelik değerlerinin tipi (Shape of input membership functions)

Optimizasyon yöntemi (Method of optimization): Hibrit ya da geriye yayılma (back propagation)

Epokların/ İterasyonların sayısı (number of epochs)

Çalışmamızda kullanılan eksiltici öbekleme (EÖ) yöntemi ile kurulan adaptif ağ yapısına dayalı bulanık çıkarsama sistemi (ANFIS) ait parametre değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Çizelge 7.1 Adaptif ağ yapısına dayalı bulanık çıkarsama sistemi (ANFIS) (T-S) eksiltici öbekleme (EÖ) yöntemi

| Parametreler | ANFIS EÖ yöntemi |
|------------------------------|------------------|
| Etkilenme Aralığı | 0.5 |
| Epok sayısı | 50 |
| Üyelik fonksiyonlarının tipi | Gauss |
| Optimizasyon yöntemi | Hibrit |
| Red Oranı | 0.15 |
| Kabul Oranı | 0.50 |
| Sıkıştırma faktörü | 1.25 |

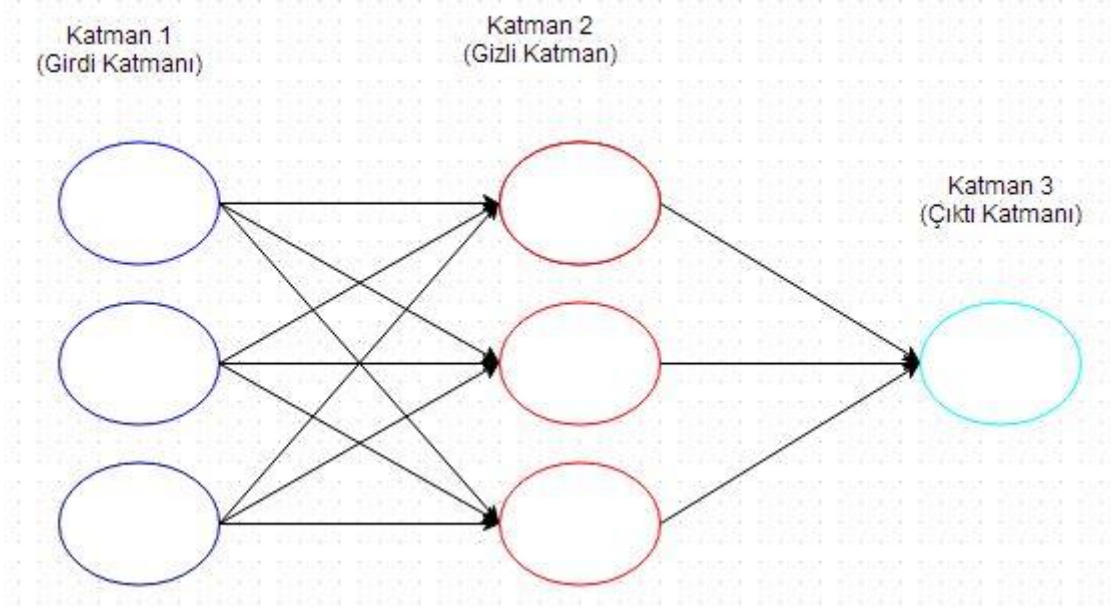
7.2. Yapay Sinir Ağları (YSA- ANN)

Yapay sinir ağları, *sinir (neuron)* adı verilen hesaplama birimlerinden oluşur [42]. Sinirler genellikle katmanlar içerisinde etkinleştirme fonksiyonları ile gruplanırlar. Verilmiş sürekli bir fonksiyon, $f: [0,1]^n \rightarrow R^m, f(x) = y, f$ girdi- çıktı katmanları olan bir ağ tarafından uygulanabilir. İki sinir arasında bağlantının gücüne ağırlık adı verilir. Ağırlıklar ile temel fonksiyonların şekline karar verilir.

Girdi- çıktı katmanlarına göre ağırlıklar, V ve W ağırlık matrisine göre değiştirilebilir. V, saklı katmanlardaki ağırlıkları ve W, çıktı katmanının ağırlık matrisini ifade etmektedir. Sadece tek çıktı siniri varsa, W sütun vektörü w olarak ifade edilir. YSA fonksiyonları her gizli katman sinirleri için tanımlı doğrusal olmayan aktivasyon fonksiyonları ile tanımlıdır.

Doğrusal olmayan aktivasyon fonksiyonları, YSA' ların evrensel çıkarsama aracı olmasını sağlar. Girdi katmanı, önyargı terimi ile birleştirilmiş bir girdi vektörüdür. Girdi katmanının bileşenleri, saklı veya çıktı katmanlarını besler. Çıktı katmanı sinirleri, regresyon tipi problemler için doğrusal olabilir ya da sigmoid aktivasyon

fonksiyonları örneğin, sınıflama problemleri için lojistik fonksiyonları olabilir. Çok katmanlı YSA'ya ait grafiksel gösterim aşağıdaki gibidir:



Şekil 7.1 Girdi katmanı, gizli katmanı ve çıktı katmanından oluşan YSA yapısı

Şekil 7.1' de ifade edilen çoklu katman formülasyonu:

$$o(x, V, w, b) = F(x, V, w, b) = \sum_{j=1}^J w_j \sigma_j(v_j^T x + b_j) \quad (7.1)$$

6.1' de σ_j , sigmoid aktivasyon fonksiyonunu göstermektedir. J, gizli katmandaki sinir sayısını ifade eder. Çıktı V,w ve b'nin içeriğine bağlı olarak değişmektedir. x girdi vektörü, önyargı vektörü b, gizli katman ağırlık matrisi V ve çıktı katmanı ağırlık vektörü aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T, \quad b = [b_1 \ x_2 \ \dots \ b_j]^T \quad (7.2)$$

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} \dots v_{1j} \dots v_{1nv} \\ v_{k1} \dots v_{kj} \dots v_{2nv} \\ v_{n1} \dots v_{nj} \dots v_{n1} \end{bmatrix}, \quad w = [w_1 \quad w_2 \dots w_{j+1}]^T \quad (7.3)$$

Çalışmamızda, MATLAB YSA araç kutusu kullanılarak YSA modelleri oluşturulmuştur. YSA oluşturulmadan önce kullanıcı tarafından aşağıdaki parametrelerin belirlenmesi gerekir:

- Sinir ağının yapısı (ileri besleme, vb.)
- Saklı katmanların sayısı
- Her katmandaki sinir sayısı
- Sinirler arası bağlantıyı sağlayan sinirlerin belirlenmesinde kullanılacak olan optimizasyon yöntemi (geri yayılım, vb.)
- Optimizasyon yönteminin parametreleri
- Her sinir için kullanılacak transfer fonksiyonu

Gizli ve çıktı katmanlar arasında doğrusal ya da doğrusal olmayan transfer fonksiyonları kullanan 1- Katmanlı YSA en çok kullanılan YSA yaklaşımlarındandır. Katman sayısı arttıkça, çıkarsama yapısı sistemi daha kolay öğrenmektedir. Bu çalışmada 2-Katmanlı YSA yaklaşımı aşağıda belirlenen parametreler ile oluşturulmuştur:

Çizelge 7.2 İki katmanlı YSA parametreleri

| Parametreler | 2-Katmanlı YSA |
|-------------------------------------------|---------------------------------|
| Yapısı | Çok katmanlı ileri besleme |
| Gizli katman sayısı | 2 |
| Gizli katmanlardaki sinir sayısı | 10 ile 50 arasında değiştirildi |
| Gizli katmandaki transfer fonksiyonu | Hiperbolik tanjant sigmoid |
| Çıktı için kullanılan transfer fonksiyonu | Doğrusal |
| Optimizasyon yöntemi | Geri yayılım |

7.3. Beton Basınç Sertliği Veri Kümesi İçin Karşılaştırmalar ve Sonuçları

Beton Basınç Sertliği veri kümesi için kurulan YSA performansları sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir. Veri kümesi %70 eğitim, %15 doğrulama ve %15 test olarak üç bölüme ayrıldı ve test sonuçları çizelgelerde yer almaktadır.

Çizelge 7.3 Beton Basınç Sertliği Verisi İçin Kurulan Yapay Sinir Ağları

| YAPAY SİNİR AĞLARI | R ² | Gizli Nöron Sayısı |
|--------------------|----------------|--------------------|
| CCSYSA1 | %88 | 20 |
| CCSYSA2 | %85 | 10 |
| CCSYSA3 | %84 | 15 |
| CCSYSA4 | %84 | 16 |
| CCSYSA5 | %89 | 17 |
| CCSYSA6 | %90 | 18 |
| CCSYSA7 | %87 | 19 |
| CCSYSA8 | %97 | 25 |
| CCSYSA9 | %86 | 5 |

Gizli sinir sayısının değişmesine göre modelin R² değeri de değişmektedir. En yüksek belirleme katsayısı, gizli sinir sayısı 25 iken elde edilmiştir. Ancak unutulmamalıdır ki kurulan YSA yerel minimumda kalmış ya da YSA yapısında fazla öğrenme problemi ortaya çıkmış olabilir.

ANFIS ile çıkarsama yapıldığında model performansı aşağıdaki gibidir:

Çizelge 7.4 Beton Basınç Sertliği için kurulan ANFIS modeli

| | |
|----------------|---------|
| R ² | %41 |
| HKOK | 0,46721 |

Bölüm 5’de Beton Basınç Sertliği için bulanık fonksiyonlar (BF) yaklaşımı ile kurulan ve en iyi performansı veren model sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Çizelge 7.5 Beton Basınç Sertliği için BF yaklaşımı ile kurulan bulanık regresyon modelleri

| | R^2 | HKOK | OKH |
|------------------|-------|---------|-------|
| $c^*=2, m^*=1.6$ | 77.2 | 0.47984 | 0.227 |
| $c^*=5, m^*=2.2$ | 71.3 | 0.53848 | 0.286 |
| $c^*=4, m^*=1.6$ | 71.81 | 0.53243 | 0.280 |

Çizelge 7.6 Beton Basınç Sertliği veri kümesi için karşılaştırma stratejileri ve bulanık regresyon modellerinin performansı

| Yöntemler | R^2 | HKOK | OKH |
|----------------------------|-------|----------|--------|
| T1BFM2($c^*=2, m^*=1.6$) | 77.2 | 0.479846 | 0.297 |
| T1BFM3($c^*=5, m^*=2.2$) | 71.3 | 0.538585 | 0.286 |
| T1BFM4($c^*=5, m^*=2.2$) | 71.81 | 0.53243 | 0.280 |
| ANFIS | 41.00 | 0.7963 | 0.401 |
| YSA | 97 | 0.223981 | 0.0964 |

Çizelge 7.6’ da çalışmamızda kullanılan tüm yaklaşımların performans durumları görülmektedir. Çizelge incelendiği zaman en iyi belirleme katsayısı ve en düşük hata ile sistemi modelleyen yaklaşım YSA’ dır. ANFIS çıkarsama yapısına göre modellenen sistemin belirleme katsayısı ve hata ölçütleri bakımından kötü bir modelleme yaptığı görülmüştür. Tip 1 Bulanık Fonksiyon yaklaşımına göre kurulan bulanık regresyon

modelleri YSA kadar iyi performans vermese de sistem çıktısını orta düzeyde tahmin etmekte olduğu görülmüştür.

YSA yapısı kurulmadan önce yapı içerisindeki gizli katman ve nöron sayısı, kullanılacak aktivasyon fonksiyonları, iterasyon sayısı vb. parametrelerin belirlenmesi gerekmektedir. Bu parametrelerin kararı, çıktıyı etkilemektedir. Çizelge 7.3 incelendiği zaman gizli sinir sayısındaki değişimler R^2 değerinde farklı sonuçlar elde edilmesine neden olmuştur. YSA sistem çıktısı hakkında en iyi sonucu vermesine rağmen parametre değerlerinin iyi belirlenmesi, yapının yerel minimumda kalması problemi için YSA yapısının iyi eğitilmesi gerekir.

7.4. Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatları Veri Kümesi İçin Karşılaştırmalar ve Sonuçları

Apple şirketine ait ertesi gün kapanış fiyatları tahmini için YSA, ANFIS ve BF yaklaşımı ile kurulan bulanık regresyon modelleri performansları bakımından karşılaştırılmıştır. Veri kümesi %70 eğitim, %15 doğrulama ve %15 test olarak üç bölüme ayrıldı ve test sonuçları çizelgelerde yer almaktadır.

Gizli sinir sayısı değiştirilerek, belirleme katsayısı en yüksek olan YSA modeli, veri kümesi için seçilmiştir. Kurulan YSA modelleri aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Çizelge 7.7 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları veri kümesi için kurulan yapay sinir ağları

| YAPAY SİNİR AĞLARI | R^2 | Gizli Nöron Sayısı |
|--------------------|-------|--------------------|
| BORSAYSA1 | %92 | 20 |
| BORSAYSA2 | %95 | 10 |
| BORSAYSA3 | %87 | 5 |
| BORSAYSA4 | %85 | 6 |
| BORSAYSA5 | %90 | 7 |
| BORSAYSA6 | %92 | 8 |

| | | |
|-----------|-----|----|
| BORSAYSA7 | %90 | 9 |
| BORSAYSA8 | %94 | 15 |

Çizelge 7.7' ye bakıldığında kurulan YSA yapısı ile belirleme katsayısı %97'ye kadar çıkarılmıştır.

Adaptif ağ yapısına dayalı bulanık çıkarsama sistemi ile de Apple şirketi verilerine ait çıkarsama modeli kurulmuştur. Model aşağıda verilmiştir:

Çizelge 7.8 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları için kurulan ANFIS modeli

| | |
|-------|---------|
| R^2 | %81 |
| HKOK | 3.38535 |

Çizelge 7.9 Apple şirketi hisse kapanış fiyatları için BF yaklaşımı ile kurulan bulanık regresyon modelleri

| | R^2 | HKOK | OKH |
|------------------|-------|---------|---------|
| $c^*=2, m^*=2.4$ | 89 | 3.36180 | 10.5624 |
| $c^*=3, m^*=1.8$ | 88.80 | 3.38535 | 10.7364 |

Çizelge 7.10 Karşılaştırma stratejileri ve bulanık regresyon modellerinin performansı

| Yöntemler | R^2 | OKH |
|----------------------------|-------|--------|
| T1BFM2($c^*=2, m^*=2.4$) | 89 | 0.5899 |
| T1BFM3($c^*=3, m^*=1.8$) | 88.80 | 0.5967 |
| ANFIS | 81.00 | 0.6786 |
| YSA | 95 | 0.077 |

7.5. Sonuç

Çizelge 7.6 ve 7.9 incelendiğinde en iyi performans veren yöntemin YSA olduğu görülmüştür. YSA' dan sonra en iyi sistem modelleyen yöntem BF yaklaşımı ile kurulan regresyon modelleridir. ANFIS yöntemi sistem modellemesi içerisinde en zayıf kalan yöntemdir.

YSA çok iyi belirleme katsayısı ve hata ölçütlerine göre düşük performans gösterse dahi eksik yanları vardır. Kullanıcı tarafından belirlenmesi gereken iterasyon sayısı, optimizasyon yöntemi, gizli katman sayısı, gizli sinir sayısı vb. parametreler YSA performansını etkilemektedir. Çizelge 7.3 ve 7.7 incelenirse, gizli katmandaki nöron sayısındaki değişimin belirleme katsayısı üzerindeki etkisi görülebilmektedir. Her iki veri kümesi için çıkan %97 ve %95'lik R^2 sonuçları gerçeği yansıtmayabilir. Fazla öğrenme gerçekleşmiş ya da algoritma yerel minimumda bu tahmin sonuçlarını bulmuş olabilir.

ANFIS yöntemi ile yapılan sistem modellemesinde her ne kadar EÖ yöntemi kullanılarak tahmin yapılırsa da kurulacak kural tabanı sayısı, kural tabanları parametreleri algoritma tarafından iyi optimize edilememiştir. Bu çalışmada kullanılan her iki veri kümesini açıklamakta oldukça zayıf bir yöntem olarak kalmıştır.

8. SONUÇ VE TARTIŞMALAR

Bu çalışmada bulanık fonksiyonlar yaklaşımı temelinde daha önce tanımlanmamış olan ve aslında Türkşen [4] tarafından önerilen bulanık fonksiyonlar yaklaşımını açıklayan Bulanık Normal Denklemler tanımlanmıştır. Bulanık c- ortalamalar (BCO) algoritması kullanılarak, iki veri kümesi için bulanık regresyon modelleri kurulmuştur. BCO algoritmasının çalıştırılmadan önce seçilmesi gereken parametre değerleri olan bulanıklık derecesi (m^*) ve öbek sayısının (c^*) en iyi değerleri, öbek geçerlilik indeksleri olan Bezdek'in Parçalama (BP), Bezdek'in Entropi (BE), Xie- Beni (XB) indeksinin yanı sıra genel tarama yöntemi ile her öbek sayısı ve bulanıklık derecesi için model kurularak karar verilmiştir. Bulanık fonksiyonlar yaklaşımı ile kurulan bulanık regresyon modellerinin performansları Yapay Sinir Ağları (YSA) ve adaptif ağ tabanlı bulanık çıkarsama (ANFIS) ile karşılaştırılmıştır.

Bulanık fonksiyonlar (BF) yaklaşımı ile kurulan bulanık regresyon modelleri, karşılaştırma stratejilerinden olan Yapay Sinir Ağlarına göre zayıf performans göstermiş, adaptif ağ tabanlı bulanık çıkarsama yöntemine göre oldukça iyi sonuçlar elde edildiği gözlenmiştir. BF yaklaşımı ile kurulan sistemler eksik, tam ulaşılamayan veri kümeleri için YSA yapısına göre daha avantajlıdır. BF yapısı doğru kurulduğu halde (doğrusal/ doğrusal olmayan) BF yaklaşımı da klasik tabanlı diğer sistem çıkarsama yaklaşımlarına göre iyi sonuçlar verecektir. Veri kümelerini kolay olarak eğiten ve test eden yapıya sahip olduğu için YSA yaklaşımına alternatif olarak BF ile de sistem modellemesi yapmak avantajlıdır.

Kurulan tüm modeller bulanık performans ölçütü olmadığı için, klasik istatistiksel yöntemlere göre karşılaştırılmıştır. Kurulan modellere ait elde edilen performans çıktıları da bulanık tabanlı ya da öbekleme sistemi yapısını düşünen başka bir ölçütle değerlendirilebilseydi daha yüksek/ düşük sonuçlar da elde edilebilirdi.

İleride yapılması gereken çalışmalar olarak bulanık regresyon modeller için de hata ölçütleri ve belirleme katsayısı (R^2) tanımlaması yapılmalı, doğrusal yapıya sahip olmayan bulanık sistemler BF yaklaşımı ile modellenmelidir.

KAYNAKLAR

- [1] Klir, G. J., Folger, T. A., Fuzzy Sets, Uncertainty and Information, Printice Hall Inc., New Jersey, 1998.
- [2] Ross, T. J., Fuzzy Logic With Engineering Applications, John Willey and Sons Inc., New York, NY, 2004.
- [3] Zadeh, L. A., Fuzzy sets, Information and Control, 8, 338-353, 1965.
- [4] Çelikyılmaz, A., Türkşen, I. B., Modeling Uncertainty with Fuzzy Logic, Springer Berlin- Heidelberg, 2009.
- [5] *Sistem tanımı erişim adresi:*
<http://tr.wikipedia.org/wiki/Sistem>, erişim tarihi 10 Nisan 2014.
- [6] Wang, H. F., Tsaur, R. C., Insight of a fuzzy regression model, Fuzzy Sets and Systems, 112(3), 355-369, 2000.
- [7] Zadeh, L. A., Fuzzy sets and systems, Proc. Symp. on System Theory (pp. 29-29), Polytechnic Institute of Brooklyn, Newyork, 1965.
- [8] Bezdek, J. C., Ehrlich, R., Full, W., FCM: The Fuzzy c- Means Clustering Algorithm, Computer and Geosciences, 10, 191-203, 1984.
- [9] Turksen, I. B., Type 2 representation and reasoning for CWW, Fuzzy Sets and Systems, 127, 17-36, 2002.
- [10] Takagi, T., Sugeno, M., Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control, IEEE Transactions on Systems, 15, 116-132, 1985.
- [11] Tanaka, H., Watada, J., Possibilistic linear systems and their application to the linear regression model, Fuzzy Sets and Systems, 27, 275-289, 1988.
- [12] Chang, Y.-H. O., Ayyub, B. M., Fuzzy regression methods- a comparative assessment, Fuzzy Sets and Systems, 119(2), 187-203, 2001.
- [13] Celmins, A., Least squares model fitting to fuzzy vector data, Fuzzy Sets and Systems, 22(3), 245-269, 1987.

- [14] Redden, D. T., Woodall, W. H., Properties of certain fuzzy linear regression models, *Fuzzy Sets and Systems*, 64(3), 361-375, 1994.
- [15] Türkşen, I. B., Fuzzy Functions with LSE, *Applied Soft Computing*, 8(3), 1178-1188, 2008.
- [16] Diamond, P., Fuzzy least squares, *Information and Sciences*, 46(3), 141-157, 1988.
- [17] Hong, D. H., Song, J.-K., Do, H. Y., Fuzzy least squares linear regression analysis using shape preserving operations, *Information Sciences*, 138, 185-193, 2001.
- [18] Sanchez, J., Gomez, A. T., Estimating a term structure of interest rates for fuzzy financial pricing by using fuzzy regression methods, *Fuzzy Sets and Systems*, 139(2), 313-331, 2003.
- [19] Shapiro, A. F., *Fuzzy Regression Models*, Penn State University, 2005.
- [20] Hathaway, R. J., Bezdek, J. C., Switching regression models and fuzzy clustering, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1(3), 195-204, 1993.
- [21] Demirci, M., Fuzzy functions and their fundamental properties, *Fuzzy Sets and Systems*, 106(2), 239-246, 1999.
- [22] Demirci, M., Fuzzy functions and their applications, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 252, 495-517, 2000.
- [23] Klir, G. J., Yuan, B., *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*, Prentice Hall PTR, New Jersey, 1995.
- [24] Berry, M. J., Linof, G., *Data Mining Techniques For Marketing, Sales and Customer Support*, John Wiley and Sons Inc., U.S.A., 1996.
- [25] Halkidi, M., Batistakis, Y., Vazirgiannis, M., On Clustering Validation Techniques, *Journal of Intelligent Information Systems*, 17(2/3), 107-145, 2001.
- [26] Bezdek, J. C., *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Algorithms*, Plenum, Chemung, 1981.
- [27] Xie, X. L., Beni, G., A validity measure for Fuzzy Clustering, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(8), 841-847, 1991.

- [28] Siy, P., Chen, C. S., Minimization of Fuzzy Functions, IEEE Transactions on Computers, 21(1), 100-102, 1972.
- [29] Sasaki, M., Fuzzy Functions, Fuzzy Sets and Systems, 55, 295-301, 1993.
- [30] “Beton Basınç Sertliği veri kümesi” erişim adresi:
<http://archive.ics.uci.edu/ml/index.html> erişim tarihi: 20 Mayıs 2013.
- [31] Nasrabadi, M. M., Nasrabadi, E., A mathematical programming approach to fuzzy linear regression analysis, Applied Mathematics and Computation, 155, 873-881, 2004.
- [32] “ Dünyanın en değerli markaları sıralaması veri kümesi” erişim adresi:
<http://www.forbes.com/powerful-brands/>, erişim tarihi: 10 Ocak 2014.
- [33]”Apple şirketi günlük kapanış fiyatları tarihsel veri kümesi” erişim adresi:
<https://finance.yahoo.com/>, erişim tarihi: 15 Ocak 2014.
- [34] Rapach, D. E., Wohar, M. E., Rangvid, J., Macro variables and international stock return predictability, International Journal of Forecasting, 1-29, 2004.
- [35] Ince, H., Trafalis, T. B., Kernel principle component analysis and support vector machines for stock price prediction, IEEE Transactions, 39, 629-637, 2007.
- [36] Ince, H., Trafalis, T. B., Short term forecasting with support vector machines and application to stock price prediction, Internation Journal of General Systems, 37(6), 677-687, 2008.
- [37] Lam, M., Neural network techniques for financial performance prediction, Integrating fundamental and technical analysis, Decision Support Systems, 37, 567-581, 2004.
- [38] Zarandi, M. H., Zarinbal, M., Ghanbari, N., Turksen, I. B., A new fuzzy functions model tuned by hybridizing imperialist competitive algorithm and simulated annealing application: Stock price prediction, Information Sciences, 222, 213-228, 2013.
- [39] Ferreira, M., Santa- Clara, P., Forecasting stock market returns: The sum of the parts is more than whole, Journal of Financial Economics, 100, 514-537, 2011.
- [40] Chen, S.-S., Predicting the bear stock market: Macroeconomic variables as leading

indicators, Journal of Banking and Finance, 33, 211-213, 2009.

[41] Avramov, D., Stock return predictability and model uncertainty, Journal of Financial Economics, 64, 423-458, 2002.

[42] “Matlab Neural Network Toolbox” erişim adresi:

http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/nnet/nnet Ug.pdf, erişim tarihi: 20 Nisan 2014.

[43] Çelikyılmaz, A., Türkşen, İ., Enhanced fuzzy system models with improved fuzzy clustering algorithm, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 16(3), 779-794, 2008.

[44] Ishicbuchi, H., Fuzzy regression analysis, Fuzzy Theory and Systems, 4, 138-148, 1992.

[45] Jang, J., ANFIS: Adaptive Network- Based Fuzzy Inference System, IEEE Transactions On Systems, 23(3), 665-685, 1993.

EKLER

EK A: Beton Basınç Sertliği Veri Kümesine Ait Bulanık Regresyon Modeli Kurulmadan Önce Değişken Seçimi İçin Yapılan Korelasyon Analizi ve Sonuçları

Çizelge A.1. Beton Basınç Sertliği veri kümesi için yapılan korelasyon analizi

| Correlations: x1; x2; x3; x4; x5; x6; x7; x8; y | | | | | | | | |
|-------------------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 |
| x2 | -0,275 0,000 | | | | | | | |
| x3 | -0,397 0,000 | -0,324 0,000 | | | | | | |
| x4 | -0,082 0,009 | 0,107 0,001 | -0,257 0,000 | | | | | |
| x5 | 0,093 0,003 | 0,043 0,164 | 0,377 0,000 | -0,657 0,000 | | | | |
| x6 | -0,109 0,000 | -0,284 0,000 | -0,010 0,749 | -0,182 0,000 | -0,266 0,000 | | | |
| x7 | -0,223 0,000 | -0,282 0,000 | 0,079 0,011 | -0,451 0,000 | 0,223 0,000 | -0,179 0,000 | | |
| x8 | 0,082 0,009 | -0,044 0,156 | -0,154 0,000 | 0,278 0,000 | -0,193 0,000 | -0,003 0,923 | -0,156 0,000 | |
| y | 0,498 0,000 | 0,135 0,000 | -0,106 0,001 | -0,290 0,000 | 0,366 0,000 | -0,165 0,000 | -0,167 0,000 | 0,329 0,000 |

Cell Contents: Pearson correlation
P-Value

EK B: Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatlarının Ertesi Güne Ait Kapanış Fiyatlarını Belirlemek İçin Hesaplanan Teknik İndeksler ve Tanımlamaları

Hareketli Ortalama (Moving Avarage) (HO): Hisse senetlerinin belirli bir zaman aralığındaki ortalamasıdır. Fiyatların artıp azalacağı yönünde bir tahmin sonucu vermez ancak şu andaki yönelimi ile açıklar.

Üstel Hareketli Ortalama (Exponential Moving Avarage) (ÜHO): Yakın zamanlı veriye, geçmiş veriye kıyasla daha fazla ağırlık verdiği için hareketli ortalamaya fiyat değişimine hareketli ortalamaya göre daha hızlı sonuç verir. Üstel hareketli ortalama gecikmeleri (lag) azaltmak amacıyla, yakın zamanlı veriye daha fazla ağırlık verir. Aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\text{ÜHO (şimdiki)} = [\text{Fiyat (şimdiki)} - \text{ÜHO (önceki)} * \text{çarpan}] + \text{ÜHO (önceki)} \quad (\text{B.1})$$

$$\text{Çarpan} = \frac{2}{N+1} \quad (\text{B.2})$$

(B.2)' de gösterilen çarpan ifadesinde N, üstel hareketli ortalamanın (ÜHO) hesaplanacağı zaman aralığıdır (*period*). Bu çalışma içerisinde 10 günlük zaman aralığı için ÜHO hesaplanmıştır. ÜHO'nun önceki değerleri için hareketli ortalama (HO) değerleri kullanılır.

Göreceli Dayanıklılık İndeksi (Relative Strength Index) (GDİ): Fazla alım ve satım aktivitelerini belirlemek için kullanılan bir momentum göstergesidir (indicator). Fiyatlardaki değişimi ve değişimin hızını ölçer. Genel olarak eğilim (trend) tahmininde de kullanılır. [0,100] aralığında değer alır. Aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$GDİ = 100 - \frac{100}{1+GD} \quad (\text{B.3})$$

$$GD = \frac{\text{ortalama kazanç}}{\text{ortalama kayıp}} \quad (\text{B.4})$$

$$\text{ortalama kazanç} = \frac{\text{toplamlar kazanç}}{n}, \text{ ortalama kayıp} = \frac{\text{toplamlar kayıp}}{n} \quad (\text{B.5})$$

B.4 ifadesinde GD, göreceli dayanıklılığı ifade etmektedir. Kısa dönemler için Göreceli Dayanıklılık İndeksi (GDİ) 14 gün için hesaplanır. Çalışmamız içerisinde de GDİ 14 gün için hesaplanmıştır.

Bollinger Bandı (Bollinger Band) (BB): Göreceli fiyat seviyelerinin ve oynaklığın belirlenmesi için tanımlı teknik göstergedir. Kısa zaman aralıkları (*period*) için 10, orta dönem için 20 ve uzun dönem için 50 günlük olarak tanımlıdır. Hareketli ortalamanın (HO) 2 standart sapma uzağı temel alınarak bollinger bandı (BB) oluşturulur.

Hareketli Ortalamanın Yakınsaması/ Uzaklaşması (Moving Avarage Convergence/ Divergence)(HOYU): Hareketli ortalamalar arasında birbirinden yaklaşma/uzaklaşma gösterdiğinden hem eğilim (trend) hem de momentum göstergesi (indicator) olması açısından oldukça önemlidir. 26 ve 12 günlük Üstel Hareketli Ortalama (ÜHO) arasındaki fark olarak tanımlıdır. Hareketli Ortalama Yakınsaması/ Uzaklaşması (HOYU) pozitif çıkarsa, 12 günlük üstel hareketli ortalama 26 günlük üstel hareketli ortalamanın üzerinde işlem görmektedir denir. Negatif çıkarsa bunun tam tersidir.

%D ve %K Salınğaçları (Oscillator): Bir momentum göstergesi (indicator) olarak kapanış fiyatı ile en yüksek- en düşük fiyatlar arasındaki ilişkiyi gösterir. Aylık, haftalık ve günlük değerler için hesaplanabilir. Aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\%K = \frac{(\text{Şimdiki kapanış} - \text{En düşük kapanış})}{(\text{En yüksek kapanış} - \text{En düşük kapanış})} * 100 \quad (\text{B.6})$$

$$\%D = \%K' \text{ların 3 günlük Hareketli Ortalaması} \quad (\text{B.7})$$

SR 10: 10 günlük kapaniş fiyatlarına ait hareketli ortalamanın, 10. Günden sonraki her güne ait kapaniş fiyatlarına bölünerek bulunur.

EK C: Apple Şirketi Hisse Kapanış Fiyatlarının Ertesi Güne Ait Kapanış Fiyatları Tahmini İçin Kurulacak Olan Bulanık Regresyon Modeline Seçilecek Olan Değişkenlere Yapılan Birim Kök Testi

Aşağıdaki Eviews çıktılarında hesaplanan tüm teknik indekslerin fark (difference) alınmamış hallerine yapılan birim kök testi “Augmented Dickey Fuller” testi ve sonuçları bulunmaktadır.

Çizelge C.1. Apple Şirketi Günlük Kapanış Fiyatları Birim Kök Testi (P= 0,05)

| | | | | |
|-----------------------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| Null Hypothesis: APPLE_CLOSE has a unit root | | | | |
| Exogenous: Constant | | | | |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17) | | | | |
| | | | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | -1.129410 | 0.7055 |
| Test critical values: | 1% level | | -3.443834 | |
| | 5% level | | -2.867379 | |
| | 10% level | | -2.569943 | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
| Dependent Variable: D(APPLE_CLOSE) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 05/19/14 Time: 17:53 | | | | |
| Sample (adjusted): 1/17/2012 11/13/2013 | | | | |
| Included observations: 477 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| APPLE_CLOSE(-1) | -0.006561 | 0.005809 | -1.129410 | 0.2593 |
| C | 3.148946 | 3.083932 | 1.021082 | 0.3077 |
| R-squared | 0.002678 | Mean dependent var | | -0.297128 |
| Adjusted R-squared | 0.000579 | S.D. dependent var | | 9.787481 |
| S.E. of regression | 9.784649 | Akaike info criterion | | 7.403691 |
| Sum squared resid | 45476.20 | Schwarz criterion | | 7.421165 |
| Log likelihood | -1763.780 | Hannan-Quinn criter. | | 7.410561 |
| F-statistic | 1.275566 | Durbin-Watson stat | | 1.959579 |
| Prob(F-statistic) | 0.259295 | | | |

Çizelge C.2. Üstel Hareketli Ortalama (APLLE_EMA10) İçin Yapılan Birim Kök Testi
ve Sonucu (P=0.05)

| | | | | | |
|-----------------------------------------------------|--------------------|-----------------------|-------------|-------------|--------|
| Null Hypothesis: APPLE_EMA10 has a unit root | | | | | |
| Exogenous: Constant | | | | | |
| Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=17) | | | | | |
| | | | t-Statistic | Prob.* | |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | -1.159325 | 0.6932 | |
| Test critical values: | 1% level | | -3.443863 | | |
| | 5% level | | -2.867392 | | |
| | 10% level | | -2.569950 | | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | | |
| Dependent Variable: D(APPLE_EMA10) | | | | | |
| Method: Least Squares | | | | | |
| Date: 05/19/14 Time: 17:59 | | | | | |
| Sample (adjusted): 1/18/2012 11/13/2013 | | | | | |
| Included observations: 476 after adjustments | | | | | |
| | Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| | APPLE_EMA10(-1) | -0.001261 | 0.001088 | -1.159325 | 0.2469 |
| | D(APPLE_EMA10(-1)) | 0.821501 | 0.026356 | 31.16960 | 0.0000 |
| | C | 0.612785 | 0.578601 | 1.059080 | 0.2901 |
| R-squared | 0.672605 | Mean dependent var | | -0.261197 | |
| Adjusted R-squared | 0.671220 | S.D. dependent var | | 3.107650 | |
| S.E. of regression | 1.781905 | Akaike info criterion | | 3.999526 | |
| Sum squared resid | 1501.863 | Schwarz criterion | | 4.025778 | |
| Log likelihood | -948.8871 | Hannan-Quinn criter. | | 4.009849 | |
| F-statistic | 485.8684 | Durbin-Watson stat | | 1.973939 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | | |

Çizelge C.3. Hareketli Ortalama (APPLE_SMA10) İçin Yapılan Birim Kök Testi ve Sonucu (P=0.05)

| Null Hypothesis: APPLE_SMA10 has a unit root | | | | |
|------------------------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Exogenous: Constant | | | | |
| Lag Length: 11 (Automatic - based on SIC, maxlag=17) | | | | |
| | | t-Statistic | Prob.* | |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | -1.580513 | 0.4918 | |
| Test critical values: | 1% level | -3.444158 | | |
| | 5% level | -2.867522 | | |
| | 10% level | -2.570019 | | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
| Dependent Variable: D(APPLE_SMA10) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 05/19/14 Time: 17:59 | | | | |
| Sample (adjusted): 2/01/2012 11/13/2013 | | | | |
| Included observations: 466 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| APPLE_SMA10(-1) | -0.001109 | 0.000702 | -1.580513 | 0.1147 |
| D(APPLE_SMA10(-1)) | 1.011175 | 0.041548 | 24.33766 | 0.0000 |
| D(APPLE_SMA10(-2)) | -0.107633 | 0.058466 | -1.840958 | 0.0663 |
| D(APPLE_SMA10(-3)) | 0.000346 | 0.058591 | 0.005901 | 0.9953 |
| D(APPLE_SMA10(-4)) | 0.098873 | 0.058573 | 1.688042 | 0.0921 |
| D(APPLE_SMA10(-5)) | -0.041782 | 0.058681 | -0.712020 | 0.4768 |
| D(APPLE_SMA10(-6)) | 0.065268 | 0.058725 | 1.111411 | 0.2670 |
| D(APPLE_SMA10(-7)) | -0.081595 | 0.058928 | -1.384663 | 0.1668 |
| D(APPLE_SMA10(-8)) | -0.057345 | 0.058916 | -0.973348 | 0.3309 |
| D(APPLE_SMA10(-9)) | 0.076448 | 0.058970 | 1.296378 | 0.1955 |
| D(APPLE_SMA10(-10)) | -0.503861 | 0.058744 | -8.577239 | 0.0000 |
| D(APPLE_SMA10(-11)) | 0.468505 | 0.041657 | 11.24664 | 0.0000 |
| C | 0.562005 | 0.373408 | 1.505072 | 0.1330 |
| R-squared | 0.871410 | Mean dependent var | -0.238047 | |
| Adjusted R-squared | 0.868004 | S.D. dependent var | 3.091848 | |
| S.E. of regression | 1.123307 | Akaike info criterion | 3.097932 | |

| | | | |
|-------------------|-----------|----------------------|----------|
| Sum squared resid | 571.6040 | Schwarz criterion | 3.213542 |
| Log likelihood | -708.8181 | Hannan-Quinn criter. | 3.143432 |
| F-statistic | 255.8195 | Durbin-Watson stat | 2.048279 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | |

Çizelge C.4. Bollinger Bandı (BB_BANDWIDTH) İçin Yapılan Birim Kök Testi ve Sonucu (P=0.05)

| | | | | |
|-----------------------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| Null Hypothesis: BB_BANDWIDTH has a unit root | | | | |
| Exogenous: Constant | | | | |
| Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=17) | | | | |
| | | | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | -5.752224 | 0.0000 |
| Test critical values: | | | | |
| | 1% level | | -3.443863 | |
| | 5% level | | -2.867392 | |
| | 10% level | | -2.569950 | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
| Dependent Variable: D(BB_BANDWIDTH) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 05/19/14 Time: 18:01 | | | | |
| Sample (adjusted): 1/18/2012 11/13/2013 | | | | |
| Included observations: 476 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| BB_BANDWIDTH(-1) | -0.036291 | 0.006309 | -5.752224 | 0.0000 |
| D(BB_BANDWIDTH(-1)) | 0.735246 | 0.031317 | 23.47728 | 0.0000 |
| C | 2.432361 | 0.447499 | 5.435453 | 0.0000 |
| R-squared | 0.543069 | Mean dependent var | | 0.135545 |
| Adjusted R-squared | 0.541137 | S.D. dependent var | | 5.193631 |
| S.E. of regression | 3.518137 | Akaike info criterion | | 5.360023 |
| Sum squared resid | 5854.456 | Schwarz criterion | | 5.386275 |
| Log likelihood | -1272.685 | Hannan-Quinn criter. | | 5.370346 |

| | | | |
|-------------------|----------|--------------------|----------|
| F-statistic | 281.0835 | Durbin-Watson stat | 2.010548 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | |

Çizelge C.5. %K Salıngacı (K_OSC) İçin Yapılan Birim Kök Testi ve Sonucu (P=0.05)

| | | | | |
|-----------------------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| Null Hypothesis: K_OSC has a unit root | | | | |
| Exogenous: Constant | | | | |
| Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=17) | | | | |
| | | | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | -5.588774 | 0.0000 |
| Test critical values: | 1% level | | -3.443979 | |
| | 5% level | | -2.867444 | |
| | 10% level | | -2.569977 | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
| Dependent Variable: D(K_OSC) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 05/19/14 Time: 18:02 | | | | |
| Sample (adjusted): 1/18/2012 11/07/2013 | | | | |
| Included observations: 472 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| K_OSC(-1) | -0.155859 | 0.027888 | -5.588774 | 0.0000 |
| D(K_OSC(-1)) | -0.159850 | 0.045430 | -3.518580 | 0.0005 |
| C | 8.893856 | 2.004618 | 4.436683 | 0.0000 |
| R-squared | 0.115840 | Mean dependent var | | -0.067151 |
| Adjusted R-squared | 0.112069 | S.D. dependent var | | 27.52117 |
| S.E. of regression | 25.93322 | Akaike info criterion | | 9.355262 |
| Sum squared resid | 315417.4 | Schwarz criterion | | 9.381684 |
| Log likelihood | -2204.842 | Hannan-Quinn criter. | | 9.365655 |
| F-statistic | 30.72343 | Durbin-Watson stat | | 2.002299 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

Çizelge C.6. SR10 İçin Yapılan Birim Kök Testi ve Sonucu (P=0.05)

| | | | | | |
|-----------------------------------------------------|-----------|-----------------------|-------------|-------------|--------|
| Null Hypothesis: SR10 has a unit root | | | | | |
| Exogenous: Constant | | | | | |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17) | | | | | |
| | | | t-Statistic | Prob.* | |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | -6.440768 | 0.0000 | |
| Test critical values: | 1% level | | -3.443834 | | |
| | 5% level | | -2.867379 | | |
| | 10% level | | -2.569943 | | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | | |
| Dependent Variable: D(SR10) | | | | | |
| Method: Least Squares | | | | | |
| Date: 05/19/14 Time: 18:03 | | | | | |
| Sample (adjusted): 1/17/2012 11/13/2013 | | | | | |
| Included observations: 477 after adjustments | | | | | |
| | Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| | SR10(-1) | -0.160416 | 0.024906 | -6.440768 | 0.0000 |
| | C | 0.234554 | 0.410907 | 0.570820 | 0.5684 |
| R-squared | 0.080319 | Mean dependent var | | 0.040568 | |
| Adjusted R-squared | 0.078383 | S.D. dependent var | | 9.323051 | |
| S.E. of regression | 8.950212 | Akaike info criterion | | 7.225416 | |
| Sum squared resid | 38050.49 | Schwarz criterion | | 7.242889 | |
| Log likelihood | -1721.262 | Hannan-Quinn criter. | | 7.232286 | |
| F-statistic | 41.48349 | Durbin-Watson stat | | 1.847696 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | | |

Çizelge C.7. Göreceli Dayanıklılık İndeksi (RSI) İçin Yapılan Birim Kök Testi ve Sonucu

| | | | | |
|------------------------------------------------------|-------------|--------------------|-------------|-----------|
| Null Hypothesis: RSI has a unit root | | | | |
| Exogenous: Constant | | | | |
| Lag Length: 14 (Automatic - based on SIC, maxlag=17) | | | | |
| | | | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | -15.12624 | 0.0000 |
| Test critical values: | 1% level | | -3.444250 | |
| | 5% level | | -2.867563 | |
| | 10% level | | -2.570041 | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
| Dependent Variable: D(RSI) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 05/19/14 Time: 18:03 | | | | |
| Sample (adjusted): 2/06/2012 11/13/2013 | | | | |
| Included observations: 463 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| RSI(-1) | -0.141866 | 0.009379 | -15.12624 | 0.0000 |
| D(RSI(-1)) | 0.136189 | 0.040278 | 3.381270 | 0.0008 |
| D(RSI(-2)) | -0.183063 | 0.035940 | -5.093540 | 0.0000 |
| D(RSI(-3)) | -0.080448 | 0.033318 | -2.414539 | 0.0162 |
| D(RSI(-4)) | -0.304233 | 0.032598 | -9.332791 | 0.0000 |
| D(RSI(-5)) | -0.258200 | 0.034863 | -7.406229 | 0.0000 |
| D(RSI(-6)) | -0.199050 | 0.027591 | -7.214251 | 0.0000 |
| D(RSI(-7)) | 0.286071 | 0.026905 | 10.63277 | 0.0000 |
| D(RSI(-8)) | -0.185258 | 0.028157 | -6.579500 | 0.0000 |
| D(RSI(-9)) | 0.147350 | 0.027603 | 5.338100 | 0.0000 |
| D(RSI(-10)) | -0.066039 | 0.028426 | -2.323235 | 0.0206 |
| D(RSI(-11)) | 0.017991 | 0.026347 | 0.682849 | 0.4951 |
| D(RSI(-12)) | -0.021749 | 0.026190 | -0.830426 | 0.4067 |
| D(RSI(-13)) | 0.167034 | 0.020184 | 8.275677 | 0.0000 |
| D(RSI(-14)) | -0.072577 | 0.021137 | -3.433679 | 0.0007 |
| C | 7.093527 | 0.468947 | 15.12651 | 0.0000 |
| R-squared | 0.808063 | Mean dependent var | | -0.002323 |

| | | | |
|--------------------|----------|-----------------------|-----------|
| Adjusted R-squared | 0.801622 | S.D. dependent var | 0.016714 |
| S.E. of regression | 0.007445 | Akaike info criterion | -6.928733 |
| Sum squared resid | 0.024773 | Schwarz criterion | -6.785744 |
| Log likelihood | 1620.002 | Hannan-Quinn criter. | -6.872442 |
| F-statistic | 125.4591 | Durbin-Watson stat | 1.588343 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | |

Çizelge C.8. Hareketli Ortalamanın Yakınsaması/ Uzaklaşması (MACD_12_26)
İçin Yapılan Birim Kök Testi ve Sonucu (P= 0.05)

| | | | | |
|------------------------------------------------------|-------------|------------|-------------|--------|
| Null Hypothesis: MACD_12_26 has a unit root | | | | |
| Exogenous: Constant | | | | |
| Lag Length: 15 (Automatic - based on SIC, maxlag=17) | | | | |
| | | | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | -2.898543 | 0.0463 |
| Test critical values: | 1% level | | -3.444280 | |
| | 5% level | | -2.867576 | |
| | 10% level | | -2.570048 | |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | | |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
| Dependent Variable: D(MACD_12_26) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 05/19/14 Time: 18:04 | | | | |
| Sample (adjusted): 2/07/2012 11/13/2013 | | | | |
| Included observations: 462 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| MACD_12_26(-1) | -0.008973 | 0.003096 | -2.898543 | 0.0039 |
| D(MACD_12_26(-1)) | 0.951334 | 0.044813 | 21.22907 | 0.0000 |
| D(MACD_12_26(-2)) | -0.222538 | 0.059630 | -3.731965 | 0.0002 |
| D(MACD_12_26(-3)) | 0.169612 | 0.057309 | 2.959597 | 0.0032 |
| D(MACD_12_26(-4)) | 0.044561 | 0.056170 | 0.793329 | 0.4280 |
| D(MACD_12_26(-5)) | -0.043529 | 0.055938 | -0.778174 | 0.4369 |
| D(MACD_12_26(-6)) | 0.055439 | 0.056220 | 0.986093 | 0.3246 |
| D(MACD_12_26(-7)) | -0.057893 | 0.056435 | -1.025829 | 0.3055 |

| | | | | |
|--------------------|-----------|-----------------------|-----------|--------|
| D(MACD_12_26(-8)) | -0.033207 | 0.056430 | -0.588466 | 0.5565 |
| D(MACD_12_26(-9)) | 0.045934 | 0.056379 | 0.814730 | 0.4157 |
| D(MACD_12_26(-10)) | 0.051635 | 0.056381 | 0.915818 | 0.3603 |
| D(MACD_12_26(-11)) | -0.124736 | 0.056342 | -2.213908 | 0.0273 |
| D(MACD_12_26(-12)) | -0.279932 | 0.056638 | -4.942454 | 0.0000 |
| D(MACD_12_26(-13)) | 0.427821 | 0.057758 | 7.407167 | 0.0000 |
| D(MACD_12_26(-14)) | -0.450754 | 0.060062 | -7.504786 | 0.0000 |
| D(MACD_12_26(-15)) | 0.315445 | 0.045319 | 6.960536 | 0.0000 |
| C | -0.013349 | 0.038235 | -0.349124 | 0.7272 |
| R-squared | 0.828923 | Mean dependent var | -0.029718 | |
| Adjusted R-squared | 0.822771 | S.D. dependent var | 1.944303 | |
| S.E. of regression | 0.818523 | Akaike info criterion | 2.473472 | |
| Sum squared resid | 298.1410 | Schwarz criterion | 2.625646 | |
| Log likelihood | -554.3719 | Hannan-Quinn criter. | 2.533384 | |
| F-statistic | 134.7600 | Durbin-Watson stat | 2.013537 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : DİLDEN, Elif Burcu
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : Antalya, 14.10.1989
Medeni hali : Bekar
Telefon : 0 (545) 273 16 04
E-mail : elifburcu07@gmail.com

Eğitim

| Derece | Eğitim Birimi | Mezuniyet Tarihi |
|--------|---------------------------------------|------------------|
| Lisans | Gazi Üniversitesi / İstatistik Bölümü | 2011 |

Yabancı Dil

İngilizce

Bildiriler

[1] Dilden E.B., Türkşen I.B., Fuzzy System Modeling, 8th International Statistics Congress, Antalya, Turkey, 27-30 October, 2013.