

**EŞ MERKEZLİ DÖNEN İKİ SİLİNDİR ARASINDA OLUŞAN TAYLOR VE
VON KARMAN VORTEKSLERİNİN HESAPLAMALI AKIŞKANLAR
DİNAMİĞİ İLE İNCELENMESİ**

FATMA BURCU DOĞAN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI**

**TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

NİSAN 2014

ANKARA

Fen Bilimleri Enstitü onayı

Prof. Dr. Necip CAMUŐCU

Müdü

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

Doç. Dr. Murat Kadri AKTAŐ

Anabilim Dalı Başkanı

Fatma Burcu DOĞAN tarafından hazırlanan “Eş Merkezli Döner İki Silindir Arasında Oluşan Taylor ve Von Karman Vortekslerinin Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği ile İncelenmesi” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Sıtkı USLU

Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

Başkan: Doç. Dr. Selin ARADAĞ ÇELEBİOĞLU

Üye: Yrd. Doç. Dr. Sıtkı USLU

Üye: Prof. Dr. Yusuf ÖZYÖRÜK

(Orta Doğu Teknik Üniversitesi)

Üye: Yrd. Doç. Dr. Nilay SEZER UZOL

Üye: Dr. Kutay ÇELEBİOĞLU

(Su-Ener Mühendislik)

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Fatma Burcu DOĞAN

Üniversitesi : TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Enstitüsü : Fen Bilimleri
Anabilim Dalı : Makine Mühendisliği
Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Sıtkı USLU
Tez Türü ve Tarihi : Yüksek Lisans – Nisan 2014

Fatma Burcu DOĞAN

**EŞ MERKEZLİ DÖNEN İKİ SİLİNDİR ARASINDA OLUŞAN TAYLOR VE
VON KARMAN VORTEKSLERİNİN HESAPLAMALI AKIŞKANLAR
DİNAMİĞİ İLE İNCELENMESİ**

ÖZET

Bu çalışmada, iki eş merkezli silindirin arasında oluşan Taylor vortekslerinin HAD - Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği - analizleri yapılmıştır. HAD için STAR-CCM+ yazılımı kullanılmıştır. HAD ile elde edilen sonuçlar analitik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Taylor-Couette akışı, farklı hızlarda dönen eş merkezli iki silindir arasındaki kararsızlıkla ilgilidir. Bu nedenle sabit bir dış silindirle, konsantrik dönen bir iç silindir arasındaki akış incelenmiştir. Dönüş hızı kritik bir değeri aşarsa, Taylor vorteksleri meydana gelir. Yapılan bu çalışmada bu kritik değer HAD analizleriyle belirlenerek analitik ve HAD sonuçları karşılaştırılmıştır. Periyodik sınır koşullar kullanılarak, tüm silindir yerine 2 derecelik sektör ile analizler yapılmıştır. Sonuçların etkilenmediği uygun sayısal ağ belirlenerek farklı Taylor sayıları için akış hesaplamaları gerçekleştirilmiştir. Silindirler arasındaki hız ve basınç değerleri alınarak yarıçapa göre değişimleri analitik değerleriyle karşılaştırılmıştır. Moment katsayısının (C_m) Taylor sayısı (Ta) değişim grafiği oluşturularak analitik ve HAD sonuçları karşılaştırılmıştır. Literatür araştırmasında bulunan yeni geometri için de aynı işlemler tekrarlanarak C_m - Ta grafiği oluşturulmuştur. Ayrıca, literatürde bulunan farklı akış çeşitleri tüm geometri için denenmiştir. Yeni geometriyle, tez geometrisi karşılaştırılarak yapılan analizlerin doğruluğu kanıtlanmıştır. Son olarak, bir çamaşır makinesindeki ısıtıcı elemanı temsil etmek üzere iki silindir arasına bir engel konularak simülasyonlar yapılmıştır. Hem 3 boyutlu hem de 2 boyutlu yapılan analizlerde, monitör noktaları konularak engelden sonra oluşan Von Karman vorteksleri incelenmiştir. Frekans değerlerinden de Strouhal sayıları hesaplanarak karşılaştırmalar yapılmıştır. Yapılan çalışmada eş merkezli alınan iki silindir arası çamaşır makinesinin haznesi olarak düşünüldüğünde ilerleyen çalışmalarda gürültü problemlerini azaltmak için daha ayrıntılı analizler ve hesaplamalar yapılabilir.

Anahtar Kelimeler: Taylor Vorteksleri, Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği, Eş merkezli Dönen Silindirler, Von Karman Vorteksleri, Strouhal Sayısı

University : TOBB Economics and Technology University
Institute : Institute of Natural and Applied Sciences
Science Programme : Mechanical Engineering
Supervisor : Assistant Professor Dr. Sıtkı USLU
Degree Awarded and Date : M.Sc. – April 2014

Fatma Burcu DOĞAN

**INVESTIGATION OF TAYLOR AND VON KARMAN VORTICES FORMED
BETWEEN TWO CONCENTRIC ROTATING CYLINDERS USING
COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS**

ABSTRACT

In this study, Taylor vortices between two concentric cylinders were analyzed by CFD - Computational Fluid Dynamics analysis of the flow -. STAR-CCM+ software is used for the computations. Analytical results are compared with the results obtained from CFD analysis. Taylor-Couette flow is related to the instability of the flow between two concentric cylinders which rotates at different speeds. Therefore, flow is investigated between two concentric cylinders in case of the outer cylinder is stationary and inner cylinder is rotating. When the rotation speed exceeds a critical Taylor number value, Taylor vortices occur. The critical Taylor number predicted by CFD is compared with the value given in the literature. A two degree sector was used as computational domain assuming the axisymmetry of the flow field. Periodic boundary conditions were used on the left and right sides of the sector. A detailed mesh study was carried out in the present study. Flow computations were performed for different Taylor numbers. Predicted velocity and pressure fields along the radius are compared with the available analytical solutions for the laminar flow. CFD predictions of torque coefficient are compared with the analytical solutions. Additionally, full geometry is used for kinds of different flow regimes found in the literature studies. The results from base and the new geometry were compared. Finally, a heating element that is supposed to represent a simplified heater between the drum and casing for a washing machine is placed as an obstacle inside the flow field. Both three-dimensional and two-dimensional analyses were made and the phenomenon of Von Karman vortex street were investigated. Strouhal number was calculated from the values of frequency and comparisons were made. The flow between two concentric cylinders can be seen as modeling of the flow field between the drum and casing of a washing machine during the spin cycle.

Keywords: Taylor Vortices, Computational Fluid Dynamics, Concentric Rotating Cylinders, Von Karman Vortexes, Strouhal number

TEŐEKKÖR

Çalıőmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren hocam Yrd. Doç. Dr. Sıtkı USLU'ya, yardımlarından dolayı Türk Traktör Simölasyon Mühendisi Hakan GÖNEY'e, kıymetli tecrübelerinden faydalandığım TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü öğretim üyelerine ve her zaman destekleriyle yanımda olan aileme, özellikle de manevi desteğinden dolayı sevgili annem Gül Ömür DOĞAN'a çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	x
KISALTMALAR	xiv
SEMBOL LİSTESİ	xv
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı ve Kapsamı	1
1.2 Literatür Çalışmaları	4
1.3 Taylor – Couette Akışının Temelleri	15
1.4 Couette Sistemlerinde Bağımsız Dönen Silindirlerdeki Akış Rejimleri	16
1.4.1 Zıt Yönde Dönen Silindirler Arasındaki Akış Rejimleri	17
1.4.2 Aynı Yönde Dönen Silindirler Arasındaki Akış Rejimleri	23
1.5 Von Karman Vorteksleri	26
2. BİR BOYUTLU ANALİTİK ÇÖZÜM	28
2.1 Hız Dağılımı	30
2.2 Basınç Dağılımı	31
2.3 Silindir Duvarına Uygulanan Tork ve Moment Katsayısı	32
3. MATEMATİKSEL MODEL	34
3.1 Korunum Denklemleri	34
3.2 Türbülans Modelleri	36
3.2.1 Standart k- ϵ Modeli	38
3.2.2 Realizable k- ϵ Türbülans Modeli	39
3.2.3 k- ω Türbülans Modeli	41
3.2.4 SST k- ω Türbülans Modeli	43
4. GEOMETRİ ve SINIR KOŞULLARI	44

5. SONUÇLAR	47
5.1 Engelsiz Eş Merkezli Silindirler	47
5.1.1 Sayısal Ağ Çalışması	48
5.1.2 Türbülans Model Seçimi	54
5.1.3 HAD Sonuçları	57
5.2 Engele Sahip Eş Merkezli Silindirler	76
5.2.1 Sayısal Ağ Çalışması	78
5.2.2 Zaman Adımı Çalışması	81
5.2.3 Türbülans Model Seçimi	82
5.2.4 Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform, FFT)	83
5.2.5 HAD Sonuçları	92
6. TARTIŞMALAR ve GELECEK ÇALIŞMALAR	99
KAYNAKLAR	102
EKLER	107
ÖZGEÇMİŞ	109

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 1.1. Farklı yarıçap oranlarında kritik Reynolds sayısı, Re_c	5
Çizelge 1.2. Farklı yarıçap ve açisal hız oranlarındaki kritik Taylor sayıları, Ta_c	6
Çizelge 1.3. Dalgalı vorteks akışta açisal hızların karşılaştırılması	19
Çizelge 3.1. Standart k- ϵ modeline ait deneysel sabitler	39
Çizelge 3.2. Realizable k- ϵ modeline ait deneysel sabitler.....	41
Çizelge 3.3. k- ω modeline ait deneysel sabitler.....	42
Çizelge 3.4. SST k- ω modeline ait deneysel sabitler.....	43
Çizelge 4.1. Geometri ölçüleri ve akışkan özellikleri	45
Çizelge 5.1 Hexahedral ağ yapıları ve vorteks çiftleri, $Ta=200$	49
Çizelge 5.2. Stuart geometrisi polyhedral sayısal ağ çalışması	52
Çizelge 5.3. Temel geometri hexahedral-polyhedral sayısal ağ karşılaştırması	53
Çizelge 5.4. Temel geometri için moment katsayısı, C_m , ile türbülans model karşılaştırması	55
Çizelge 5.5. Farklı yarıçap oranlarında kritik Taylor sayıları	71
Çizelge 5.6. Temel ve Stuart geometrisi için kritik Taylor sayıları, Ta_c	71
Çizelge 5.7. Temel ve Stuart geometrisi için kritik Reynolds sayıları, Re_c	71
Çizelge 5.8. Geometrilerin aynı Reynolds sayısında karşılaştırılması.....	74
Çizelge 5.9. Engele sahip tez geometrisi için sayısal ağ çalışması	78

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. Silindirler arasında meydana gelen Taylor vorteksleri	1
Şekil 1.2. Taylor vorteks akışı	4
Şekil 1.3. a)Taylor vorteks akışı, b)Dalgalı vorteks akışı, c)Spiral vorteks akışı, d)Bükülü vorteks akışı ve e)Türbülans vorteks akışı gösterimleri	7
Şekil 1.4. Örgülü vorteks akışı	8
Şekil 1.5. a)Taylor vorteksleri, b)Bükülü vorteksler, c)Dalgalı giriş sınırları, d)Dalgalı çıkış sınırları ve e)Dalgacıklar	10
Şekil 1.6. Kare silindir bir engelden sonra oluşan vortisite konturları	12
Şekil 1.7. a)Strouhal-Reynolds grafiği, b)Vortisite konturu, $Re = 180$	13
Şekil 1.8. Dairesel silindirler için $St-Re$ grafiği	14
Şekil 1.9. Taylor -Couette vortekslerini gösteren akış çizgileri, $Re=950$	15
Şekil 1.10. Eş merkezli dönen silindirler arasındaki akış rejimleri	16
Şekil 1.11. Zıt yönlerde dönen silindirler için akış rejimi diyagramı	18
Şekil 1.12. $Re_o = -3000$ için farklı Re_i değerlerinde türbülanstaki kesikli görünüm ..	22
Şekil 1.13. Aynı yönde dönen silindirler arasındaki akış	23
Şekil 1.14. a)Bükülü Taylor vorteksleri (TWI), b)Dalgalı giriş sınırları (WIB), c)Dalgalı çıkış sınırları (WOB), d)Dalgacıklar (WVL)	24
Şekil 1.15. Dalgalı vorteks akışın açısal hızı	25
Şekil 1.16. Dairesel bir engelin arkasındaki vorteks akışı	26
Şekil 1.17. Silindir etrafındaki akışın Reynolds sayısı ile değişimi	27
Şekil 2.1. Silindirik koordinatlara ait yönlerin gösterimi	29
Şekil 4.1. a)Tüm geometri, b)İki derecelik sektör, çevresel simetri	44
Şekil 4.2. Kritik Reynolds sayılarının literatürdeki yeri	46
Şekil 5.1. Engelsiz eş merkezli iki silindir	47

Şekil 5.2. Hexahedral sayısal ağ çalışması.....	48
Şekil 5.3. Temel geometri hexahedral sayısal ağ karşılaştırması, $Ta=1000$	50
Şekil 5.4. Temel geometri, polyhedral sayısal ağ	51
Şekil 5.5. Stuart geometrisi 2° lik sektör için polyhedral sayısal ağ.....	51
Şekil 5.6. Stuart geometrisi polyhedral sayısal ağ karşılaştırması, $Ta = 41.3$	52
Şekil 5.7. Temel geometri sayısal ağ karşılaştırması, $Ta = 40$	53
Şekil 5.8. Temel geometri türbülans model çalışması, $Ta = 1000$	55
Şekil 5.9. Stuart geometrisi türbülans model çalışması, $Ta=1000$	56
Şekil 5.10. Eksenel konumda alınan çizgi	57
Şekil 5.11. Farklı Taylor sayılarında çevresel hızların eksenel konum ile değişimi..	58
Şekil 5.12. Temel geometri Taylor vorteksleri, $Ta = 200$	59
Şekil 5.13. Temel geometri eksenel hız, $Ta = 200$	59
Şekil 5.14. Çevresel Hız-Eksenel Konum Grafiği, $Ta=200$	60
Şekil 5.15. Temel geometri radyal hız, $Ta = 200$	61
Şekil 5.16. Temel geometri çizgi üzerindeki hız dağılımı, $Ta = 200$	61
Şekil 5.17. Taylor vorteksleri, $Ta = 500$: a)Temel geometri, b)Stuart geometrisi.....	62
Şekil 5.18. Eksenel hız, $Ta = 500$: a)Temel geometri, b)Stuart geometrisi	62
Şekil 5.19. Radyal hız, $Ta = 500$: a)Temel geometri, b)Stuart geometrisi	63
Şekil 5.20. Çizgi üzerindeki hız dağılımı, $Ta = 500$: a)Temel geometri, b)Stuart geometrisi.....	63
Şekil 5.21. Stuart geometrisi için hız dağılımları.....	64
Şekil 5.22. Çizgi üzerindeki lineer hız dağılımı, $Ta=40$: a)Temel geometri, b)Stuart geometrisi.....	65
Şekil 5.23. Temel geometri için hız-yarıçap grafiği, $Ta=40$	66
Şekil 5.24. Temel geometri için basınç-yarıçap grafiği, $Ta=40$	66
Şekil 5.25. Temel geometri için C_m - Ta grafiği	67
Şekil 5.26. Stuart geometrisi için hız-yarıçap grafiği, $Ta=40$	68

Şekil 5.27. Stuart geometrisi için basınç-yarıçap grafiği, $Ta=40$	68
Şekil 5.28. Stuart geometrisi için C_m - Ta grafiği	69
Şekil 5.29. Stuart teorisinin kullanıldığı C_m - Ta grafiği	70
Şekil 5.30. Akış türlerinin Reynolds sayısı ile değişimi	73
Şekil 5.31. Modüle edilmiş dalgalı vorteks akış: a) Temel geometri, b) Andereck geometri.....	74
Şekil 5.32. Dalgalı iç içe geçmiş spiral akış: a) Temel geometri, b) Andereck geometri	75
Şekil 5.33. Engele sahip temel geometrinin 3 boyutlu gösterimi	76
Şekil 5.34. Engele sahip temel geometri ve monitör noktaları için ölçülendirme	77
Şekil 5.35. Engelden önce alınan radyal konumdaki çizgi	78
Şekil 5.36. Engele sahip temel geometri sayısal ağ çalışması, $Ta = 3000$	79
Şekil 5.37. Engele sahip temel geometrinin sayısal ağ gösterimi	80
Şekil 5.38. Engel etrafındaki sayısal ağ yapısı.....	80
Şekil 5.39. Engele sahip temel geometrinin için zaman adımı çalışması, $Ta=3000$..	82
Şekil 5.40. Türbülans model çalışması, $Ta = 3000$	83
Şekil 5.41. Farklı H uzaklıklarında hızın değişimi ve elde edilen frekans değerleri, $Ta=5000$	85
Şekil 5.42. Farklı H uzaklıklarında hıza göre genlik-frekans, $Ta=5000$	86
Şekil 5.43. Farklı H uzaklıklarında basıncın değişimi ve elde edilen frekans değerleri, $Ta=5000$	87
Şekil 5.44. Farklı H uzaklıklarında basınca göre genlik-frekans, $Ta=5000$	88
Şekil 5.45. Çamaşır makinesine ait genlik-frekans	90
Şekil 5.46. Farklı Taylor sayılarında $1H$ mesafedeki baskın frekans	91
Şekil 5.47. Engelden sonra oluşan vortisite konturu, $Ta=5000$	92
Şekil 5.48. Vortisite konturunun gösterimi: a) $Ta= 3000$, b) $Ta= 5000$	93
Şekil 5.49. Hız konturu: a) $Ta=3000$, b) $Ta=5000$	94
Şekil 5.50. Türbülans viskozite oranı: a) $Ta=3000$, b) $Ta=5000$	95

Şekil 5.51. Dairesel silindir engelde Strouhal-Reynolds sayısı grafiği	96
Şekil 5.52. Strouhal-Reynolds sayısı grafiği.....	96
Şekil 5.53. Engele sahip temel geometri, Taylor vorteksleri	98
Şekil 5.54. Engele sahip temel geometri için radyal ve aksenal hız konturu.....	98

KISALTMALAR

Kısaltmalar Açıklama

AFD	Ayrık Fourier Dönüşümü
AZI	Çevresel laminer akış (Azimuthal laminar flow)
FFT	Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform)
HAD	Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği
INT	Kesikli türbülans noktaları (Intermittent turbulent spots)
IPS	İç içe geçmiş spiraller (Interpenetrating spirals)
MWV	Modüle edilmiş dalgalı vorteks akışı (Modulated wavy vortices)
RIP	Dalgalanma (Ripple)
SPI	Spiral vorteksler (Spiral vortices)
SPL	Ses basınç seviyesi (Sound pressure level)
SPT	Spiral türbülans (Spiral turbulence)
TRA	Ara bölge (Transition region)
TTV	Türbülanslı Taylor vorteksleri (Turbulent Taylor vortices)
TUR	Türbülanslı akış, özelliiksiz (Turbulent flow, featureless)
TVF	Taylor vorteks akışı (Taylor vorteks flow)
TWI	Bükülü vorteksler (Twisted vortices)
WIB	Dalgalı giriş sınır akışı (Wavy inflow boundary)
WIS	Dalgalı iç içe spiraller (Wavy interpenetrating spirals)
WOB	Dalgalı çıkış sınır akışı (Wavy outflow boundary)
WVF	Dalgalı vorteks akışı (Wavy vortex flow)
WVL	Dalgacıklar (Wavelets)

SEMBOL LİSTESİ

Bu çalışmada kullanılmış olan simgeler açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
A	Alan [= $2\pi rL$]
C_m	Moment katsayısı $\left[= \frac{T}{\frac{1}{2}\pi\rho V_\theta^2 r^2 L} \right]$
d	İki silindir arasındaki boşluk [mm]
D^*	Silindirin çapı [mm]
L	Silindirin uzunluğu [mm]
N	Dakikadaki dönme sayısı [rpm]
N_v	Vorteks sayısı
P	Basınç [Pa]
Re^*	Reynolds sayısı $\left[= \frac{\rho V_\theta D}{\mu} \right]$
r^*	Yarıçap [mm]
Γ	En boy oranı $\left[= \frac{L}{(r_o - r_i)} \right]$
Ta	Taylor sayısı $\left[= Re \sqrt{\frac{d}{r_i}} \right]$
Ta_c	Kritik Taylor Sayısı
T^*	Tork [Nm] [= $Fr = \tau Ar$]
t	Zaman [saniye]
x	Konum vektörü
u	Hız vektörü
S_m	Kütle için kaynak terimi
S_i	Momentum için kaynak terimi
St	Strouhal sayısı $\left[= \frac{fD}{V} \right]$
f	Frekans [Hz]
V_θ	Çevresel hız [m/s] [= ωr]
ω^*	Açısal hız [rad/s]
ρ	Yoğunluk [kg/m^3]

ϑ	Kinematik viskozite [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$]
μ	Dinamik viskozite [$\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}$]
λ	Dış yarıçapın iç yarıçapa oranı $\left[= \frac{r_o}{r_i} \right]$
λ_w	Dalga boyu
ζ	Herhangi bir yarıçapın dış yarıçapa oranı $\left[= \frac{r}{r_o} \right]$
τ	Kayma gerilmesi $\left[= \mu \frac{dv_\theta}{dr} \right]$
F_h	Difüzyon enerji akışı

İndisler

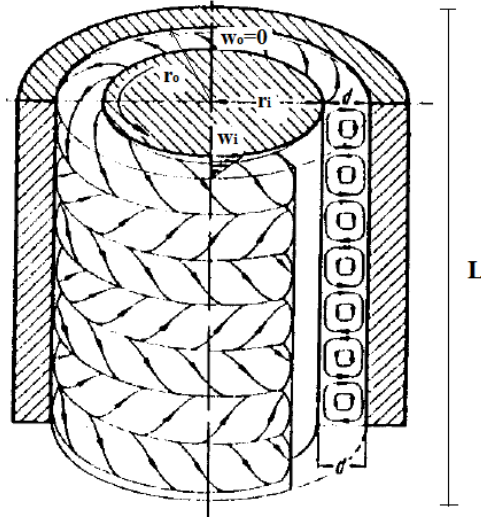
Açıklama

* i indisi iç silindiri, o indisi dış silindiri temsil etmektedir.

1. GİRİŞ

1.1 Tezin Amacı ve Kapsamı

Bu tezin temel amacı, iç içe geçmiş farklı hızlarda dönen eş merkezli iki silindir arasındaki akışın incelenmesidir. Şekil 1.1’de eş merkezli dönen silindirlere ait temel gösterim, sabit bir dış silindire karşı dönen bir iç silindir için verilmektedir [1]. Burada; r_i iç yarıçapı, r_o dış yarıçapı, ω_i iç silindir açısal hızı, ω_o dış silindir açısal hızı, d iki silindir arası mesafeyi ve L silindir uzunluğunu göstermektedir.



Şekil 1.1. Silindirler arasında meydana gelen Taylor vorteksleri [1]

Konsantrik dönen bir iç silindir ile sabit bir dış silindir arasındaki kayma akışına Taylor-Couette akışı denir. Bu nedenle, Taylor vortekslerini gözlemlemek için yapılan tez çalışmalarında eş merkezli dönen bir iç silindirle sabit bir dış silindir alınmıştır. Periyodik sınır koşulları [1] kullanılarak 2 derecelik sektör üzerinde hesaplamalar yapılmıştır.

Analizlerde 2 derecelik sektör kullanılmasının sebebi, Taylor vortekslerinin ana akış yönüne dik oluşan ikincil akıştan meydana gelmesidir [1]. Silindirlere ufak bir kesit alınarak tüm geometri uzunluğu boyunca meydana gelen Taylor vortekslerinin çok daha hızlı bir şekilde elde edilmesi sağlanmıştır. Ayrıca, hesaplama zamanını çok büyük ölçüde azalttığı için farklı sayısal ağ yapıları tüm geometriye göre daha iyi kalitede (fine mesh) elde edilmiştir. Yapılan analizlerde silindirlere arasında monitör noktaları alınarak bunlar arasındaki hız ve basınç değerleri hesaplanmış, moment katsayısının (C_m) Taylor sayısı (Ta) ile değişim eğrileri çizilmiştir. Kritik Taylor sayısı, Ta_c , hesaplanarak akışın hangi Taylor sayısında aksel simetrik kararsızlıklara sahip olduğu bulunmuştur. Aynı hesaplamalar literatür araştırması sırasında bulunan Stuart geometrisi için de tekrarlanmıştır. Bu sayede, temel geometri için yapılan hesaplamaların doğruluğu kanıtlanmıştır. Belirlenen ölçülerde oluşturulan geometri ve literatür çalışması sayesinde oluşturulan Stuart geometrisi için STAR-CCM+ yazılımı kullanılarak analizler yapılmıştır.

Taylor vorteksleri, 2 derecelik sektör üzerinde elde edilmiştir. Ancak literatürde gözlemlenen farklı akış çeşitlerinde sektör yerine tüm geometri alınması gerekmektedir. Taylor vortekslerindeki gibi periyodik bir yapı olmamasından dolayı spiral akış ve dalgalı akış gibi akış çeşitlerinde tüm geometri kullanmak akış şeklini anlamak için gereklidir. Bu akış şekillerinde çevresel yönde farklı görünüm elde edildiğinden sektör olarak akış şekli hakkında bilgi sahibi olunamaz. Bu nedenle, farklı akış çeşitlerini analiz etmek için tüm geometri kullanılmıştır. Literatür araştırmaları sonrasında oluşturulan Andereck geometrisiyle, temel tez geometrisi karşılaştırılarak yapılan analizlerin doğruluğu kanıtlanmıştır.

Son olarak da, bir çamaşır makinesindeki ısıtıcı elemanı temsil etmek üzere iki silindir arasına engel konularak temel geometri için hem 3 boyutlu hem de 2 boyutlu analizler yapılmıştır. 3 boyutlu analiz yapılmasının sebebi, Von Karman vortekslerine ek olarak Taylor vortekslerini de gözlemlemektir. Ancak hesaplama zamanından dolayı daha sonra 2 boyutlu analizler yapılmıştır. Geometri üzerine monitör noktaları konularak engelden sonra oluşan Von Karman vortekslerini incelemek amaçlanmıştır. Bu noktalardan alınan hız ve basınç değerleri kullanılarak FFT (Fast Fourier Transform) hesaplamaları yapılmıştır.

FFT sayesinde elde edilen frekans değerleri Strouhal sayısının, St , hesaplanmasında kullanılmıştır. Strouhal sayısındaki değişim akış yapısındaki değişiklikler ile ilişkilidir. Boyutsuz bir sayı olan Strouhal sayısı (St), Reynolds sayısına bağlıdır ve $300 \leq Re \leq 10^4$ aralığında silindir etrafındaki akışta Strouhal sayısı 0.2 ile 0.22 arasında değişir [2].

Denklem (1.1)'de Strouhal sayısının frekans, uzunluk ve hız değerlerine bağlı olduğu görölmektedir.

$$St = \frac{fD}{V} \quad (1.1)$$

Denklem (1.2)'de $250 < Re < 2 \times 10^5$ aralığı için kullanılan Strouhal sayısı formülü verilmiştir [3].

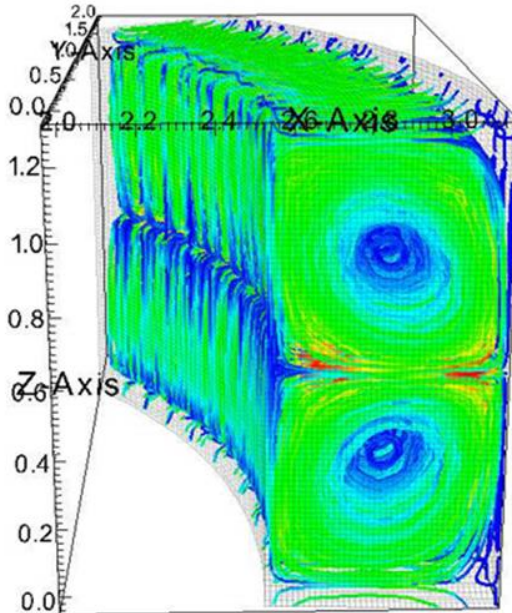
$$St = 0.198 \left(1 - \frac{19.7}{Re} \right) \quad (1.2)$$

Yapılan çalışmada eş merkezli alınan iki silindir arası çamaşır makinesinin haznesi olarak düşünölebilir. İlerleyen çalışmalarda çamaşır makinelerinin en önemli sorunlarından biri olan gürültü problemlerini azaltmak için daha kapsamlı analizler ve hesaplamalar yapılabilir. Bu nedenle yapılan çalışma önemli bir yere sahiptir.

1.2 Literatür Çalışmaları

1800'lü yılların sonunda birbirlerinden bağımsız olarak İngiltere'den Mallock ve Fransa'dan Maurice Couette eş merkezli dönen silindirlere arasındaki akışı incelemişlerdir. Sir Geoffrey Ingram Taylor da 1923 yılında kritik Taylor sayısı ile ilgili çalışmalarını yayınlamıştır. Ancak yaptığı çalışmalar nedeniyle literatürde eş merkezli dönen silindirlere arasındaki akış Mallock akışı olarak değil, Taylor-Couette akışı olarak adlandırılır. 1965 yılında Donald Coles tarafından da bu akışa yönelik çalışmalar yayınlanmıştır [4].

Taylor-Couette akışında, radyal kuvvetler ve radyal basınç arasındaki dinamik denge kaybolduğu zaman bu düzensizlikten ikincil akış (secondary flow) oluşur. Şekil 1.2'de bir kesit üzerindeki Taylor vorteksleri verilmiştir [5]. Taylor vortekslerinin oluşması kritik Taylor sayısına, Ta_c bağlıdır. Taylor vortekslerinde $Ta < Ta_c$ iken, akış kararsızlıkları görülmez ve akıştaki düzensizlikler viskoz etkiler tarafından sönmüldüğünden akış kararlı olur. Ancak, Taylor sayısı kritik Taylor sayısını aşarsa, eksenel simetrik kararsızlıklar meydana gelir [6].



Şekil 1.2. Taylor vorteks akışı [5]

Sınır koşulları Taylor-Couette akışının oluşması için önemli bir rol oynar. Yapılan çalışmada döner sınır koşulları iç silindire uygulanmıştır. En yüksek hız iç silindirin yüzeyinde bulunurken dış silindirdeki hız değeri 0'a eşittir.

Toroidal yapılar aynı ekseninde, eksensel doğrultuda ve bir dönüş (spin) boyunca çift görünür [5]. Taylor sayısı, Taylor vorteks olarak bilinen bu yapının görünümünü incelemek ve girdap şeklini nasıl değiştirdiğini gözlemlemek için değiştirilebilir. Literatürde yapılan çalışmalarda Taylor sayısının vorteks sayısına da etkisi olduğu gözlemlenmiştir.

Çizelge 1.1'de farklı yarıçap oranlarına karşılık gelen kritik Reynolds sayıları verilmiştir.

Çizelge 1.1. Farklı yarıçap oranlarında kritik Reynolds sayısı, Re_c [7]

r_i/r_o	Re_c
0.65	75
0.7	-
0.75	86
0.8	-
0.85	108
0.88	118
0.9	132
0.93	151
0.95	185
0.96	213
0.98	261

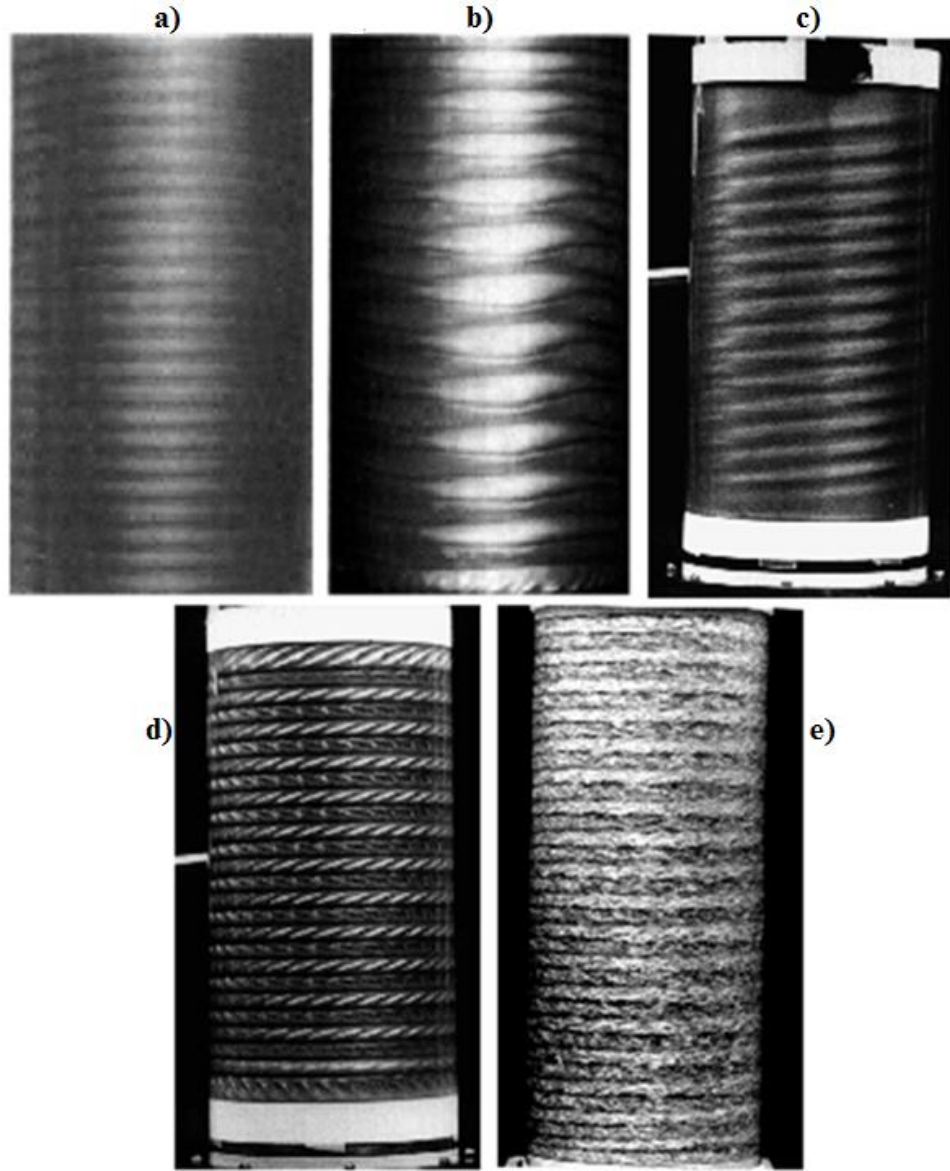
Taylor sayısı Reynolds sayısı ile ilişkili olduğundan akışkanlar mekaniğinde atalet kuvvetlerinin viskozite kuvvetlerine oranı olarak tanımlanır.

Taylor-Couette akışında silindirlerin yarıçap oranları önemlidir. Literatürde yapılan araştırmalar, yarıçap ve açısal hız oranlarının Ta_c sayısını etkilediğini göstermiştir. Aşağıda verilen Çizelge 1.2’de bu durum gözlemlenmektedir.

Çizelge 1.2. Farklı yarıçap ve açısal hız oranlarındaki kritik Taylor sayıları, Ta_c [8]

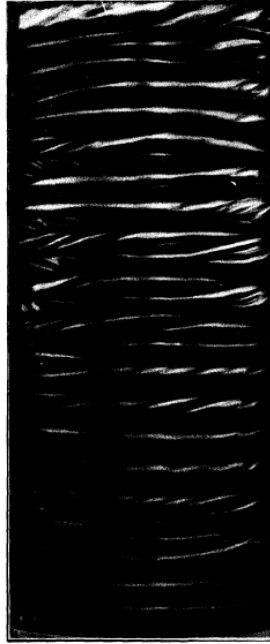
r_i / r_o	ω_o / ω_i	Ta_c
0.98	0	41.8
0.96	0	42.1
0.95	0	42.4
0.95	-3’den 0.85’e	42.4
0.95	-0.25’den 0.9025’e	42.5
0.93	0	43.1
0.9	0	43.9
0.9	-0.25’den 0.81’e	43.9
0.89	0	44.7
0.85	0	45.5
0.8	-0.25’den 0.64’e	47.4
0.75	0	49.5
0.75	-2’den 0.53’e	49.5
0.7	-0.5’den 0.49’a	52
0.65	0	55
0.6	-0.25’den 0.36’ya	58.6

Literatürde eş merkezli silindirler arasındaki akış birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir. Silindirler aynı yönde ve zıt yönde farklı hızlarda döndürülerek farklı akış çeşitleri elde edilmiştir. Aşağıdaki Şekil 1.3'te, farklı akış çeşitlerine örnekler verilmiştir.



Şekil 1.3. a)Taylor vorteks akışı, b)Dalgalı vorteks akışı, c)Spiral vorteks akışı, d)Bükülü vorteks akışı ve e)Türbülans vorteks akışı gösterimleri [7]

İki eş merkezli silindir aynı yönde dönerken ve iç silindir dış silindirden daha hızlı dönerken, bu silindirlerin arasında sınırlanan akışta 1982 yılına kadar [9] gözlenmemiş ve tahmin edilmemiş 5 farklı akış türü keşfedilmiştir. Bunlar sırasıyla; bükülü Taylor vorteksleri, dalgalı giriş – çıkış sınırları, dalgacıklar ve örgülü vortekslerdir. Bükülü Taylor vortekslerinde, her Taylor vorteksi incelenen simülasyonlarda görünür kıvrımlar içerir. Dalgalı giriş sınırlarında, Taylor vorteksleri arasındaki çevresel dalgalar giriş sınırında görünürken dalgalı çıkış sınırlarında bu dalgalar çıkış sınırında görünür olur. Dalgacıklarda ise küçük genlikli çevresel dalgalar vortekslerin hem giriş hem de çıkış sınırlarında görünür olur. Son olarak örgülü vortekslerde, vorteksler biri diğerinin etrafını düzensiz biçimde sararken gözlemlenir. Dış silindir sabitken iç silindirdeki yarı statik değişimler sayesinde oluşan ilk dört akış şekilleri çevresel ve aksenal yönlerde periyodik olabilir. Bunun aksine, örgülü akış şekli dış silindir sabitken iç silindir hızının ani artması sayesinde oluşur ve ne aksenal ne de çevresel periyodiklik vardır [10], [11]. Örgülü vorteks akış simülasyonu $Re_o=800$, $Re_i=1160$ ve $\Gamma=41$ iken Şekil 1.4'te gözlemlenmektedir.

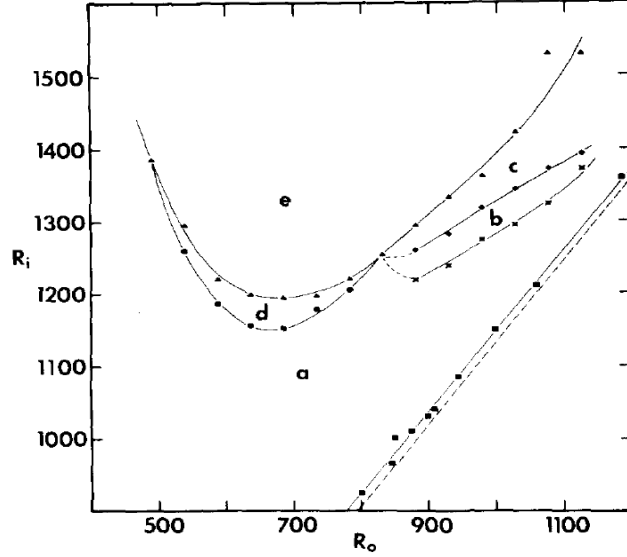


Şekil 1.4. Örgülü vorteks akışı [9]

Dış silindir sabitken, silindirik Couette sistemlerinin önceki çalışmaları ve zıt yönde dönen silindir çalışmaları akış durumlarının geniş çeşitliliğini inceler [12] [13]. Ancak, aynı yönde dönen silindir durumları için Taylor vorteks akışın başlangıcından sonra kararsızlıkların ayrıntılı araştırması olmamıştır. İncelenen makale kapsamında, yeni akış çeşitlerini bulma beklentisiyle çalışmalar yapılmış ve bu beklentiler gerçekleştirilmiştir. Yapılan çalışmada farklı akışları elde etmek için kullanılan prosedürler açıklanmıştır. Elde edilen akışların özellikleri belirlendikten sonra sonuçlar ve elde edilen gözlemler üzerinde durulmuştur. Eş merkezli silindir sisteminde iç silindir yarı çapı 5.25 cm ve dış silindir yarı çapı 5.95 cm olarak alınmıştır. Yarıçap oranları olan 0.88 daha önceki çalışmalarda kullanılmış değerlere yakın olduğundan, bu silindir ölçülerine karar verilmiştir. Γ , en boy oranı, çeşitli akışların oluştuğu bölgelerin ölçümlerinde 30 alınmıştır ve bu ölçümlerde vorteks sayısı, N_v , 30'dur. Bu nedenle ortalama λ_w (dalga boyu), $\lambda_w/d=2 \Gamma/N_v=2$ alınırken diğer ölçümler $20 \leq \Gamma \leq 47$ ve $1.8 \leq \Gamma \leq 2.5$ aralıklarında yapılmıştır.

Farklı akış rejimlerini elde etmek için uygulanan çalışmalarda ilk önce dış silindir hızı sabitlenerek iç silindirin hızı yavaşça arttırılmıştır. Ancak, ne yazık ki sistem Taylor vortekslerinin başlangıcının hemen altında çalıştırılıyorsa ve iç silindir hızı yalnızca kritik değerin üzerinde hızlıca artıyorsa, Taylor vorteks yapısının sonucu genellikle bir çok vorteks sınırında kaymaya sahip olur (Donnelly ve diğerleri tarafından tanımlanan sınır kayması [9] [14], Taylor vorteksin kendi üzerine kapanmadığı onun yerine bir diğer vorteks ile birleştiği akıştaki bir bölgedir.). Yapılan çalışmada kaymaları önlemek için dış silindir sabit tutulmuştur ve son değerde iç silindirin hızı Taylor vortekslerinin başlangıç hızının 5 katından fazla olmuştur. Kaymalar kaybolduktan sonra, iç silindirin hızı daha sonra Taylor vortekslerinin başlangıcının hemen üzerinde bir değere düşürülebilir.

Andreck ve diğeri tarafından bulunan beş farklı akışın Reynolds sayısı ile ilişkisi, en-boy oranı 30 ve Taylor vorteks sayısı 30 ($\Gamma=N_V=30$) için Şekil 1.5’te verilmiştir.



Şekil 1.5. a) Taylor vorteksleri, b) Bükülü vorteksler, c) Dalgalı giriş sınırları, d) Dalgalı çıkış sınırları ve e) Dalgacıklar [9]

İç silindire bağlı Reynolds sayısı, Re_i , arttırılınca bükülü vorteks sayısı artar. Re_i yeterince büyük ise gerçekte $Re_o \geq 800$ (Eğer $2\Gamma/N_V=2.0$ ise $Re_o \geq 1000$) için tüm vorteksler bükülüdür. En-boy oranı 20’den 47’ye olan çalışmalarda, merkez vortekslerdeki bükümlerin başlangıç görünümü ve uçlara doğru büyüme benzer bulunmuştur. Yapılan çalışmalar göstermiştir ki büküm kararsızlığına uç etkiler sebep olmaz.

Şekil 1.5 c)’de dalgalı giriş sınırlarının bulunduğu alan gösterilmiştir. Dalgalı giriş sınırları rejiminde, çıkış sınırları düzken giriş sınırları dalgalıdır. Sadece $2\Gamma/N_V \geq 2.0$ için bükümler olduğunda dalgalı giriş sınırları gözlemlenmiştir. Bu akış bükümlerin meydana gelmediği düşük Re_o için bulunmuştur. Yapılan çalışmada düşük Re_o için silindir etrafında 11’den 14’e kadar dalga silindir etrafında bulunmuştur.

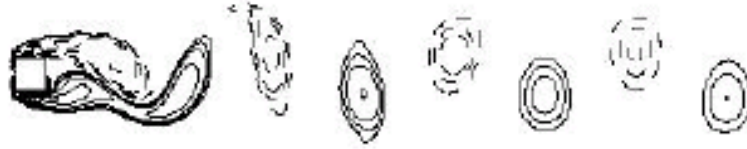
Dalgalı çıkış sınırlarında, giriş sınırları düzken çıkış sınırları dalgalıdır. $2\Gamma/N_v \geq 2.2$ için bu akış gözlemlenmezken, $2\Gamma/N_v \leq 2.0$ olduğunda ise büyük rejimlerin üzerinde meydana gelir. Şekil 1.5 d)'de dalgalı çıkış sınırlarının bulunduğu alan gösterilmiştir. Bu akış için kesin olarak dalga sayısı ve dalga hızına karar verilememiştir. Dalgalı giriş sınırları için çevresel dalga sayısının kıyaslanabilir olduğu bulunmuştur. Ancak, dalgacıklar için yapılan çalışmada iki akış için dalga hızının aynı olmadığı gösterilmiştir.

Şekil 1.5 e)'de gösterildiği gibi daha büyük Re_i için dalgacıklar görünür olur. Yapılan çalışmada, Taylor vortekslerinin hem giriş hem de çıkış sınırlarının dalgalı olduğu gözlemlenmiştir. Gözlemlenen bu akış dış silindir sabitken elde edilen dalgalı vorteks akışa benzer iken, dalgacıklar iki önemli sebep için farklıdır. Bu sebeplerden birincisi, dalgacıklar dalgalı vortekslerin dalga boyundan ve genliğinden çok daha küçük dalga boyuna ve genliğe sahiptirler. Daha önemlisi de, herhangi dönen referans çerçevelerde modelin durağan olması için giriş ve çıkış sınırlarındaki dalgalar farklı hızlarda hareket ederler.

Literatürde bulunan yeni akışlar arasında en farklı akış örgülü vorteks akışıdır. Bu akışın düzensiz şekli hemen hemen sabit bir sistemdeki gibi döner. Daha önceden raporlanan [14] yapıldakine benzer olarak, bu akış vorteks sınır kaymalarının büyük bir kısmı tarafından üç farklı karakterize edilir [15] [16]. Birincisi, Taylor vorteks başlangıcının altından bükülü vorteks başlangıcının yukarısına kadar ani arttırılan Re_i ve sabit Re_o kullanılarak bu akış oluşturulmuştur. Yarı durağan hız değişimleri sayesinde $Re_o = 0$ ile kaymalar olmamıştır [9] [14]. İkincisi, bükülü vorteks şekli kesişim noktası yakınlarında bir örgü kaymasıyla genellikle bağlantılıdır. Vorteksler biri diğerinin etrafını saracak şekilde gözüktür ve kayma artması nedeniyle birleşir [17]. Son olarak, $Re_o=0$ durumu dışında (ki bu durumda kaymalar görünür, kaybolur ve akış boyunca genellikle serbestçe hareket eder [14], kayma hareketi örgülü akışlarda minimum düzeydedir.

İncelenen akış çeşitleri göstermiştir ki, silindirlere arasında meydana gelen akış hareketleri Reynolds sayısına bağlıdır.

Eş merkezli iki silindirin arasında meydana gelen akışlar kadar bir engelden sonra meydana gelen akışa da literatürde sıkça rastlanır. Aşağıdaki Şekil 1.6’da, kare silindir şeklindeki bir engelin ardında oluşan periyodik akışın gösterimi verilmiştir.



Şekil 1.6. Kare silindir bir engelden sonra oluşan vortisite konturları [18]

Bir cismin ardında periyodik olarak meydana gelen ve kopup giden girdiplar literatürde “vortex shedding” olarak adlandırılır. Bu vorteksler Karman’dan önce birçok bilim adamı tarafından incelenmiştir. Arnulph Mallock 1907, Fransız fizikçi Henri Benard da 1908 yılında bu konu hakkında makale yayınlamışlardır. Karl Hiemenz ise silindirin etrafındaki simetrik akışı elde etmek için su ile deneyler yapmıştır ve her defasında salınım olduğunu gözlemlemiştir. Von Karman, Hiemenz’in yaptığı çalışmalardan etkilenip vorteksleri araştırmaya karar vermiş ve salınımdan kaynaklanan kararsızlığın periyodik olarak kararlı bir yapıya sahip olduğunu göstermiştir. Karman’dan önce vortekslerle ilgili çalışmalar ve tanımlamalar yapılmasına rağmen, Karman yaptığı çalışmalarla bu akış türünün Karman vorteks olarak anılmasını sağlamıştır [19].

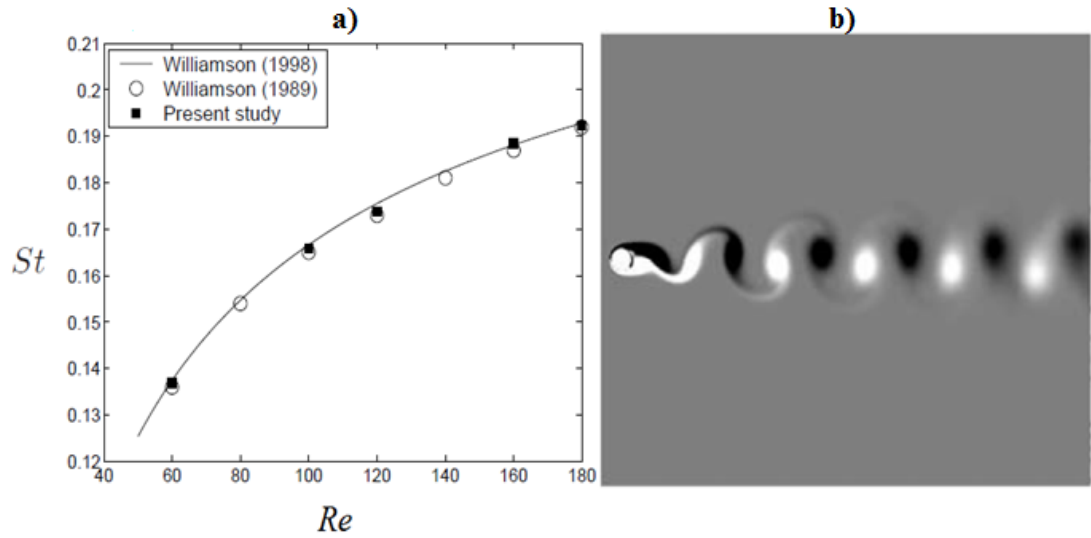
Silindir şekline sahip bir engelin etrafında meydana gelen vorteksler önemli akışkanlar mekaniği konularından biri haline gelmiştir. Son yıllarda da, Williamson (1996), Min ve Choi (1999) tarafından bu akış detaylı olarak incelenmiştir. Roshko (1955) küt bir cismin etrafında meydana gelen vortekslerin periyodunu ölçtüğünden beri bir çok araştırmacı silindirin etrafındaki akış hareketini düşük Reynolds sayılarında araştırmıştır.

Naumann ve Pfeiffer, $8 \times 10^4 < Re < 2 \times 10^5$ aralığındaki silindir bir engelin ardında meydana gelen periyodik akışı araştırmışlardır. Drescher ise basınç dağılımı üzerinde çalışmıştır. Drescher'in $10^4 < Re < 2 \times 10^5$ aralığında elde ettiği sonuçlar Strouhal sayısının bu aralıkta tamamlanmasını sağlamıştır [20].

Williamson & Brown (1998) yaptıkları çalışmalarda Denklem (1.3)'ü kullanmıştır.

$$St = 0.2731 - (1.1129/\sqrt{Re}) + (0.4821/Re) \quad (1.3)$$

Şekil 1.7'de verilen St-Re grafiğinde; ■ : Stalberg'in yaptığı sayısal deneyleri, — : Denklem (1.3) kullanılarak Williamson & Brown'nun (1998) hesapladığı değerleri ve ○ : Williamson'un 1989 yılında yaptığı deney sonuçlarını göstermektedir [21].



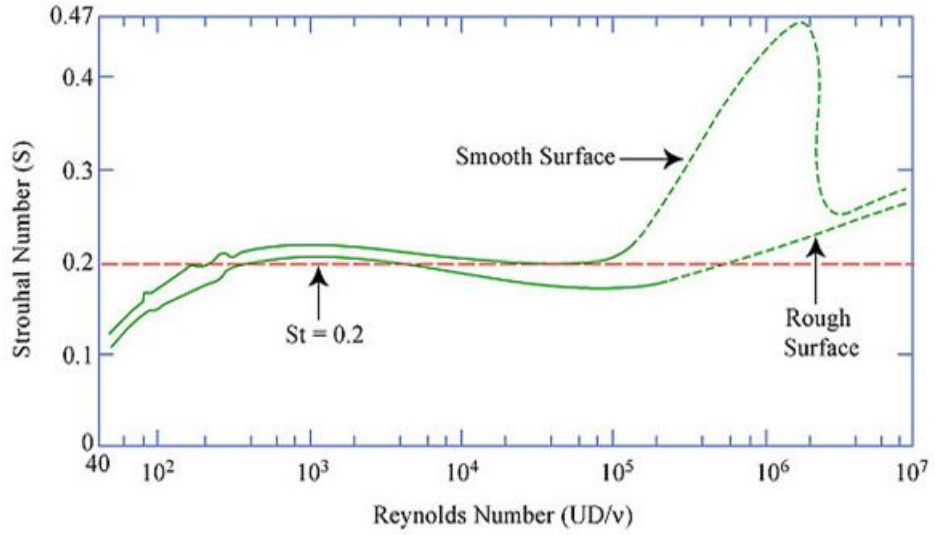
Şekil 1.7. a)Strouhal-Reynolds grafiği, b)Vortisite konturu, Re = 180 [21]

Strouhal sayısı birimsiz bir sayıdır ve frekansla orantılıdır. Dairesel engeller gibi dairesel olmayan engeller ardından da periyodik vorteksler meydana gelir. Büyük Reynolds sayısı aralığında, engel geometrisinin şekline bakılmaksızın Strouhal sayısı 0.2 civarındadır [3].

Şekil 1.8’de, $40 < Re < 200$ aralığında Roshko tarafından 1955 yılında kullanılan denklem aşağıda verilmiştir [22].

$$St = 0.21(1 - 21/Re) \quad (1.4)$$

Dairesel silindirler için St-Re grafiğindeki veriler Lienhard (1966), Achenbach ve Heinecke (1981)’den elde edilmiştir.



Şekil 1.8. Dairesel silindirler için St-Re grafiği [22]

1.3 Taylor – Couette Akışının Temelleri

İsmi Sir Geoffrey Ingram Taylor'dan alan Taylor vorteksleri, dönen Taylor-Couette akışında Taylor sayısı kritik bir değeri, Ta_c , aştığında oluşan vortekslerdir. Akış için $Ta < Ta_c$ iken, akış kararsızlıkları görülmez. Akıştaki düzensizlikler viskoz etkiler tarafından sönmülmür ve kararlı bir akış görülür. Ancak, Taylor sayısı kritik Taylor sayısını aşarsa, aksel simetrik kararsızlıklar meydana gelir. Bu durum türbülanslı bir akışı değil düzenli bir kararsızlığı göstermektedir. Taylor vorteksleri, ana akış yönüne dik oluşan ikincil akış tarafından ortaya çıkan toroid vorteksleridir.

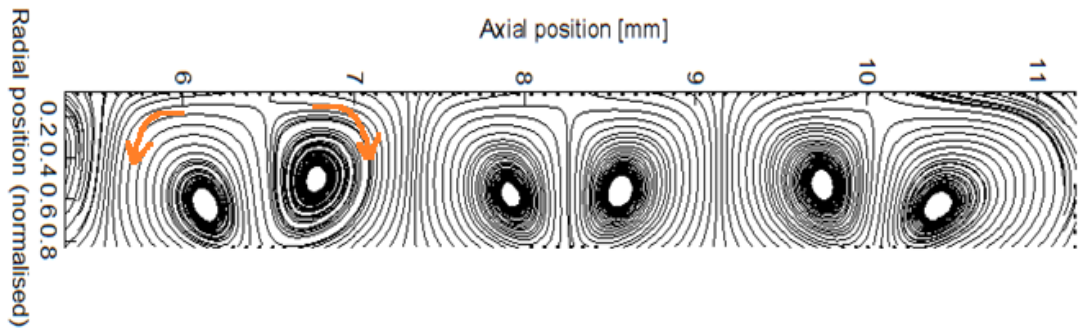
Literatürde kabul gören kritik Taylor sayısı değerleri aşağıdaki gibidir:

$Ta < 41.3$ Laminer akış

$41.3 < Ta < 400$ Taylor vorteksli laminer akış

$Ta > 400$ Türbülanslı akış

Şekil 1.9'da radyal ve aksel düzlemde Taylor vortekslerinin gösterimi verilmiştir.

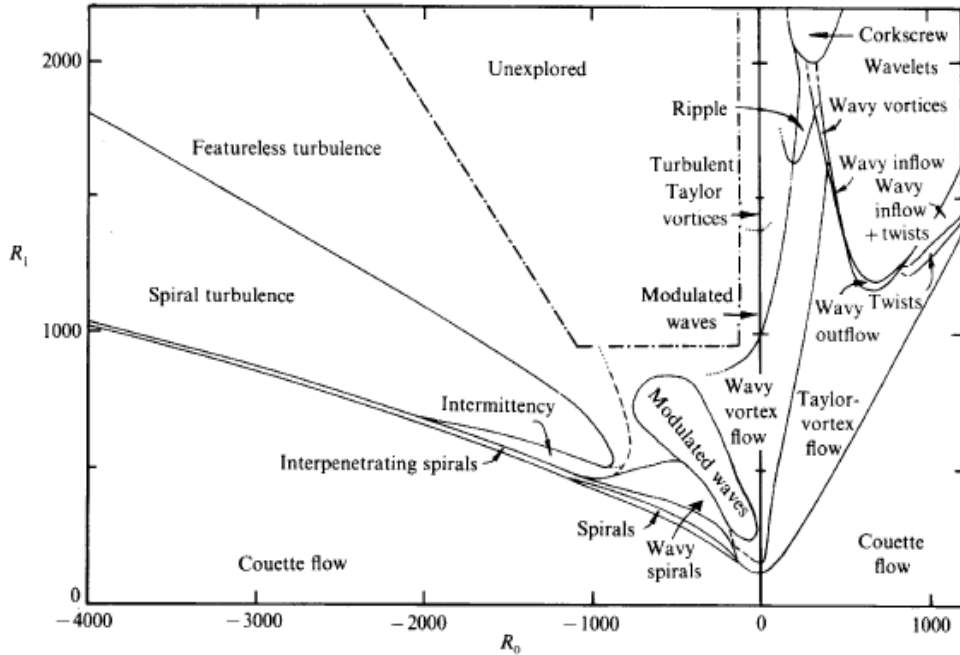


Şekil 1.9. Taylor -Couette vortekslerini gösteren akış çizgileri, $Re=950$ [23]

1.4 Couette Sistemlerinde Bağımsız Dönen Silindirlerdeki Akış Rejimleri

Literatürde dönen silindirler arasında akışın incelendiği birçok çalışma bulunmaktadır. Andereck, Liu ve Swinney [24] birbirinden bağımsız dönen silindirler kullanarak silindirik Couette sistemlerinde akış rejimlerini incelemiştir. İç ve dış silindirlerin Reynolds sayıları kullanılarak akış türleri arasındaki geçişler belirlenmiş ve analizler bu doğrultuda yapılmıştır. İncelenen durumlar arasında, Taylor vorteksleri, dalgalı vorteksler, modüle edilmiş dalga vorteksleri, laminer döngüler, birbiri içine geçen döngüler, türbülanslı döngüler ve bu akışların çeşitli kombinasyonları bulunmaktadır [25] [26].

Şekil 1.10'da akışlar arasındaki geçişler verilmiştir. Andereck ve diğerleri tarafından 1986 yılında yayınlanan bu grafikte, iç silindirin yarıçapının dış silindirin yarıçapına oranı 0.7 ile 0.9 olan Taylor Couette sistemlerindeki akışın karakteristiği gözlemlenmektedir [27]. Eş merkezli birbirinden bağımsız dönen silindirler arasındaki rejimlerin Reynolds sayısına göre değişimleri net şekilde verilmektedir. Kesikli çizgiler geçiş sınırlarını gösterirken, noktalı çizgiler beklenen akış bölgesini gösterir.



Şekil 1.10. Eş merkezli dönen silindirler arasındaki akış rejimleri [27]

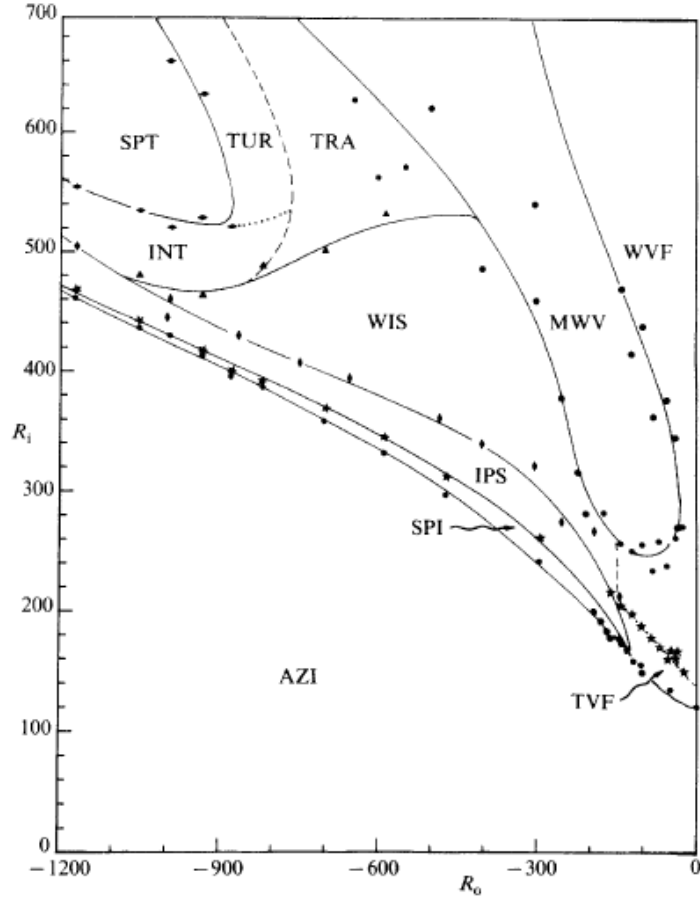
Andereck, Liu ve Swinney [24] yaptıkları çalışmada ilk önce sabit iç silindire karşı dış silindirin hızını arttırmışlardır. Şekil 1.10'da da görüleceği üzere bu durum laminer çevresel hız denilen Couette akışına neden olur. Birbirinden bağımsız dönen silindirler arasındaki akış için çeşitli deneysel çalışmalar yapılmış ancak yakın zamana kadar çok az teorik çalışma yapılmıştır. Taylor (1923), çevresel Couette hızının kararlılığını deneysel ve teorik olarak araştırmış ve eksenel simetrik Taylor vortekslerinin başlangıcı üzerinde detaylı çalışmalar yapmıştır.

Coles hem aynı yönde hem de zıt yönde dönen silindirler arasındaki akış çalışmasında birkaç belirgin akış türü keşfetmiştir. Bu akışlar arasında kesikli türbülans patlamaları (intermittent turbulent bursts) ve spiral türbülans akışları vardır.

Alt başlıklarda eş merkezli zıt ve aynı yönde dönen silindirler arasındaki akış rejimleri açıklanmıştır.

1.4.1 Zıt Yönde Dönen Silindirler Arasındaki Akış Rejimleri

Şekil 1.11'de iç içe geçmiş eş merkezli iki silindirin zıt yönlerde dönmesiyle meydana gelebilecek akış durumları detaylı olarak verilmiştir [24]. Bu akış türleri iç ve dış silindire bağlı Reynolds sayılarının farklı değerleri için elde edilir. Sabit silindir durumlarından $Re_i=700$ ile $Re_o=1200$ 'e kadar olan aralık için meydana gelen akış türleri akış rejim diyagramında net bir şekilde gözlemlenmektedir.



Şekil 1.11. Zıt yönlere dönen silindireler için akış rejimi diyagramı [24]

1.4.1.1 Temel Akış (Couette Akışı)

Sonsuz uzunluktaki silindireler arasındaki Temel akış (Couette akışı) çevreseldir. Coles&Van Atta [28] ve Snyder [29] tarafından çalışılan akışlarda çevresel olmayan sirkülasyonlar da incelenmiştir. Bu akışlarda oluşan döngüler, dış yarıçap ile iç yarıçapa bağlı Reynolds sayılarının, sırasıyla Re_o ve Re_i , fonksiyonudur. Zıt yönde dönen eş merkezli iki silindir örneğinde en boy oranı; $\Gamma=29$, yarıçap oranı; $\lambda=0.5$ alınmıştır. Snyder, $Re_o=-120$ ve $Re_i=100$ olarak ikisi dış silindire ikisi de iç silindire yakın olmak üzere 4 adet büyük vorteks elde edilmiştir. Yapılan çalışmalarda, radyal ve eksenel hız bileşenlerinin çok küçük olduğu gözlemlenmiştir [24].

1.4.1.2 Birincil Kararsızlıklar

Silindir sisteminin farklı bölgelerinde hem Taylor hem de spiral vorteksleri aynı anda var olabilir. Re_i 'nin arttırılması, Taylor vorteks akışından spiral akışa ve bu iki akış karışımından meydana gelen geçişlerin karmaşık serisine neden olur. Bu geçişlerin sırası net değildir ve başlangıç koşulları, sınır koşulları ve dış gürültü seviyesine hassas olarak bağlıdır [30] [31].

1.4.1.3 Dalgalı Vorteks Akışı

Dalgalı vorteks akışları Şekil 1.11'de WVF (Wavy Vortex Flow) bölgesinde gözlemlenmektedir. Dış yarıçapa bağlı Reynolds sayısı, $Re_o, =0$ (sabit dış silindir) olduğunda dalgalı vorteks akış türüne benzer bir akış oluşur. Ancak, çevresel dalgaların sayısı genellikle zıt dönen silindirlere çok iken (8 veya 9) sabit dış silindirde daha azdır (genellikle 7).

Andereck ve diğerleri [24] tarafından Çizelge 1.3' te verildiği üzere birkaç durum için açılma hızları ölçülmüştür. Bu ölçülen açılma hızlarıyla Jones [32]'un bulguları karşılaştırılmıştır. Teori ve deney arasındaki farkın küçük Taylor sayılarında az iken büyük Taylor sayılarında büyüdüğü görülmektedir [33]. Çizelge 1.3'te verilen α ; aksel dalga sayısını, m ; çevresel dalga sayısını ve Γ ; en boy oranını ifade etmektedir.

Çizelge 1.3. Dalgalı vorteks akışta açılma hızlarının karşılaştırılması [24]

Γ	Re_o	Re_i	Ta	α	m	ω_e (deney)	ω_c (Jones 1982)	% Fark
30	-96	167	5733	3.56	2	0.280	0.242	13.6
30	-119	170	6459	3.56	2	0.280	0.204	27.1
30	-125	187	7642	3.77	2	0.245	0.135	44.9
30	-158	230	11707	3.77	6	0.143	0.058	59.4
30	-152	223	10928	3.56	7	0.136	0.050	63.2
20	-153	223	10987	3.77	7	0.141	0.050	64.5

1.4.1.4 İç içe Geçmiş Laminer Spiraller

Silindirlerin alt ve üst kısımlarındaki spiraller arasında olan mesafe Re_i arttıkça kaybolur ve her iki spiralın silindir uzunluğu üzerinde eş zamanlı var olmasına izin verir. Bu iç içe geçmiş spiraller Şekil 1.11’de IPS (Interpenetrating spirals) olarak işaretlenmiş bölgede bulunur.

Düşük ve yüksek dış silindir hızları arasında karşılaştırma yapılacak olursa, spiral vorteksler $Re_o = -3000$ için $Re_o = -1000$ ’e göre belirgin bir şekilde küçüktür. Dış silindirin açısal hızı iç silindirin açısal hızından çok büyük ise, boyut farkı bu durumda iç silindirin açısal hızının dış silindirin açısal hızına oranına bağlıdır [24].

1.4.1.5 Dalgalı iç içe Spiraller

Şekil 1.11’de WIS (Wavy interpenetrating spirals) olarak adlandırılan bölgede, iç içe geçmiş spiraller kararsız dalgalar oluşturur [24]. Görsel görünüm zamandan bağımsızdır ve sabit Re_o ve Re_i için dalgalı yapı bir süre için oldukça belirgin olabilir, ardından kısa süre sonra görünüm iç içe geçmiş laminer spirallere benzer bir görünüm alır.

1.4.1.6 Kesikli Türbülanslı Akış

Kesikli türbülans noktaları (Intermittent turbulent spots), Şekil 1.11’de gösterilmiştir. INT olarak adlandırılan alanda, iç içe geçmiş laminer spiral akışta türbülanslı bölgeler oluşur. Türbülanslı bölgenin alt sınır yakınındaki Re_i değerinde laminer spirallerin şiddetinde azalma oluşur. Bölgenin üst sınırı yakınında, laminer spiraller çok zayıftır ve türbülans alanları çok daha devamlıdır [24].

1.4.1.7 Ara Bölge

Ara Bölge (Transition region), TRA kısaltmasıyla Şekil 1.11’de gösterilen bölgede akış rejimi tam tanımlanamamıştır. Bu bölge; kesikli türbülans noktalarının oluşumu, türbülans akışı, dalgalı iç içe geçmiş spiraller ve iç silindir düşük Reynolds sayısına sahipken dalgalı Taylor vorteksleri arasında geçişin meydana geldiği yerdir [25].

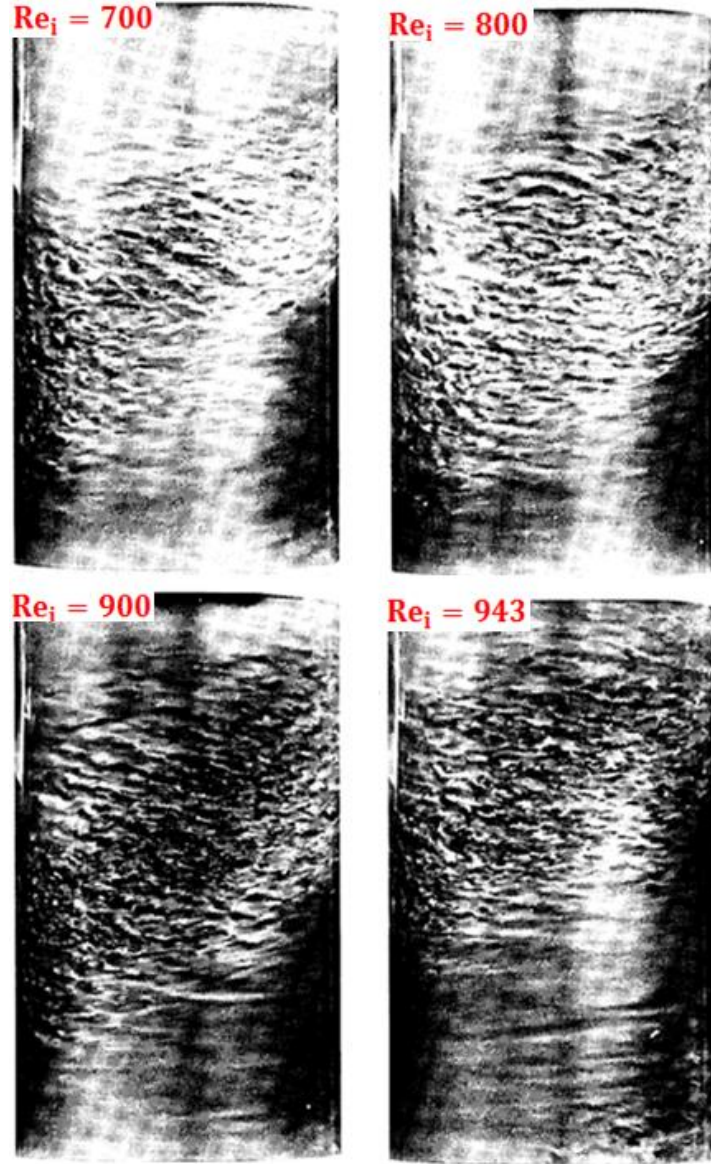
1.4.1.8 Spiral Türbülans

Şekil 1.11’de SPT (Spiral turbulence) olarak adlandırılan bölgede spiral türbülans aralığı verilmektedir. Coles [34] ve Van Atta [35] bu konuda çalışmalar yapmışlardır. Yapılan çalışmalar göstermiştir ki türbülanslı spiral şeritlerin genişliği Re_i ile artar. Spiral türbülans akış, biri silindirin yarısının üzerinde diğeri de yarısının altında olmak üzere her iki yanda da türbülanslı spiraller oluşmasını sağlar. Bu spiraller orta düzlemin yakınında V formunu alacak şekilde bir form oluştururlar [24].

1.4.1.9 Türbülanslı Akış

Spiral türbülans akışta Re_i arttırıldığında, tüm akış rejimi türbülanslı olmaya başlar. Bu akış türü Şekil 1.11’de TUR (Turbulent flow) olarak adlandırılan bölgede verilmiştir. Büyük Re_i sayılarında Taylor vortekslerinde de benzeri bir yapı ortaya çıkar($Re_o=0$ için, Şekil 1.10 ve 1.13’te zayıf türbülanslı Taylor vorteksleri TTV alanı gösterilmiştir. Bu akışı Fenstermacher, Swinney & Gollub [36] ve Brandstater ve diğeri [37] ele almışlardır.).

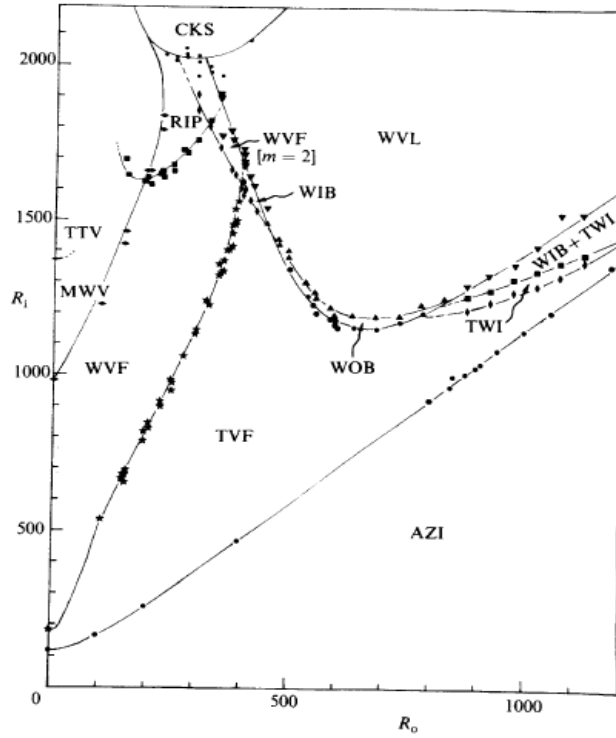
Şekil 1.12’de Re_i artarken spiral türbülans şeklindeki kademeli değişim verilmiştir. $Re_i=700$ ’e bakıldığında akışın hemen altında sistemin laminer çevresel akış olduğu ve Re_i arttırıldığında birden türbülanslı akışa döndüğü gözlemlenmektedir [24].



Şekil 1.12. $Re_o = -3000$ için farklı Re_i değerlerinde türbülanstaki kesikli görünüm [24]

1.4.2 Aynı Yönde Dönen Silindirler Arasındaki Akış Rejimleri

Aynı yönde dönen silindirler arasında gözlemlenen akış geçişleri Şekil 1.13'te verilmiştir [24]. Bu akışlar, sabit silindir durumlarından $Re_i=2200$ ile $Re_o=1200$ 'e kadar olan aralıkta eş merkezli dönen silindirler arasında gerçekleşmektedir. İncelenen akışlardan bazıları sırasıyla alt başlıklarda açıklanmaktadır.



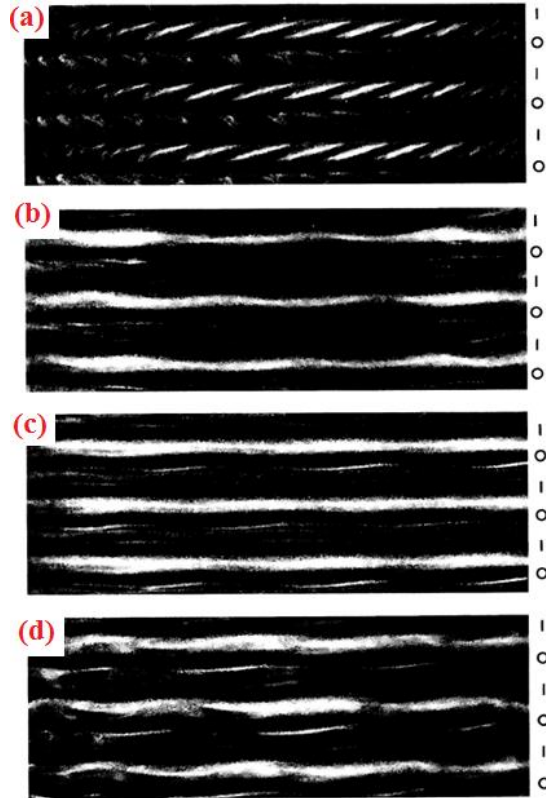
Şekil 1.13. Aynı yönde dönen silindirler arasındaki akış [24]

1.4.2.1 Temel Akış (Couette Akışı)

Aynı yönde dönen silindirler arasındaki temel akış zıt yönde dönen silindirlerdeki gibi çevreseldir. Yine de, aynı yönde dönen silindirler için hızın sıfıra gittiği hiç bir yarıçap yoktur.

1.4.2.2 Bükülü Vorteksler

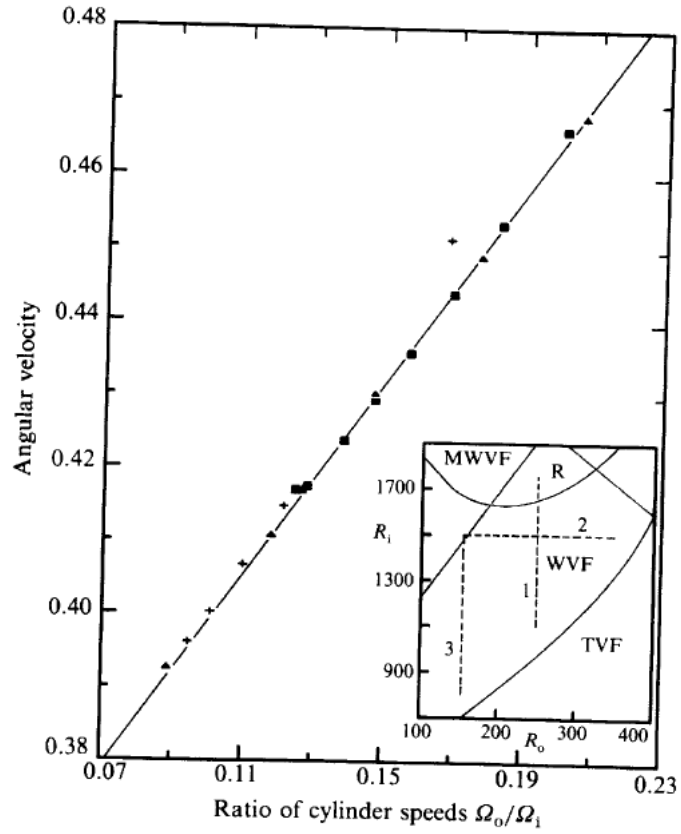
Bükülü vorteks akışı olarak tanımlanan ve Şekil 1.13'te TWI (Twisted vortices) alanında verilen akış görsel olarak aynı yönde dönen silindirler arasındaki en farklı akıştır. Bu akış Andereck ve diğerleri [9] tarafından detaylı olarak incelenmiştir. Şekil 1.14 (a)'da gösterilen bu akış, Golubitsky & Stewart [38], Chossat & Iooss [39] ve Demay & Ioos [40] tarafından da incelenmiştir. Şekil 1.14'teki bütün durumlarda $\Gamma=30$ 'dur ve I ve O sırasıyla giriş ve çıkış sınırlarını gösterir [24]. Bükülü Taylor vorteksleri için $Re_i=1040$ ve $Re_o=720$ iken dalgalı giriş sınırlarında $Re_i=1310$ ve $Re_o=700$ olarak alınmıştır. Aynı şekilde verilen dalgalı çıkış sınırlarında da $Re_i=1170$ ve $Re_o=700$ alınırken dalgacık olarak tanımlanan akış çeşidinde de $Re_i=1250$ ve $Re_o=730$ alınarak simülasyonlar elde edilmiştir.



Şekil 1.14. a)Bükülü Taylor vorteksleri (TWI), b)Dalgalı giriş sınırları (WIB), c)Dalgalı çıkış sınırları (WOB), d)Dalgacıklar (WVL) [24]

1.4.2.3 Dalgalı Vorteks Sınır Akışları

Aynı yönde dönen silindirler arasında dört ayrı basit dalgalı vorteks sınır akışı vardır. Bunlardan ilki, dalgalı vorteks akışıdır ve Şekil 1.13'te WVF alanında gösterilmektedir. Bu akışta hem giriş hem de çıkış sınırları dalgalıdır. Her dalgada da aynı açısız hız vardır. Şekil 1.15'te Re_o ve Re_i 'nin farklı değerleri için dalgaların açısız hız grafiği verilmiştir.



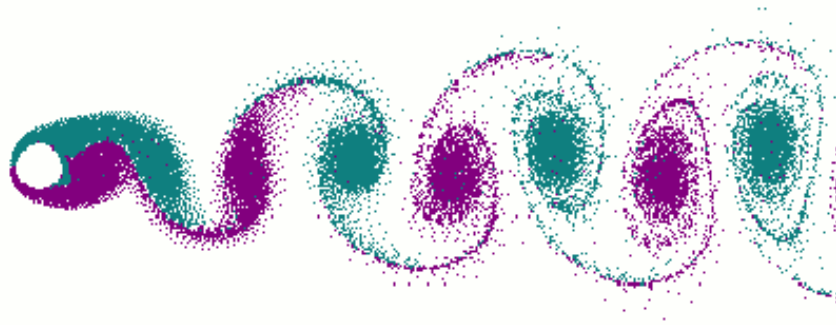
Şekil 1.15. Dalgalı vorteks akışın açısız hızı [24]

Dalgalı giriş ve çıkış sınır akışları (sırasıyla, WIB ve WOB) iki farklı akıştır. Bu akışlarda Şekil 1.14 (b) ve Şekil 1.14 (c)'de görüldüğü üzere sınırlardan biri düz iken diğeri dalgalıdır.

Dördüncü akış, dalgacıklar olarak tanımlanan ve Şekil 1.13'te WVL (Wavelets) alanında verilen akıştır. Şekil 1.14 (d)'de gösterilmiştir. WIB (Wavy inflow boundary) ve WOB (Wavy outflow boundary) akışlarına görünümde benzeyen bu akışta dalgalar her iki sınırdan da vardır. Dalgalı vorteks akışının tersine, dalgacık akışı için giriş ve çıkış sınırlarındaki dalgalar farklı açılarda hareket ederler ve genellikle farklı çevresel dalga sayısına sahiptirler. Bu akış bu nedenle yarı periyodiktir ki Gorman & Swinney [41], Shaw ve diğerleri [17] tarafından tartışılmış dalgalı vorteks akışından (Modulated wavy flow) farklıdır [24].

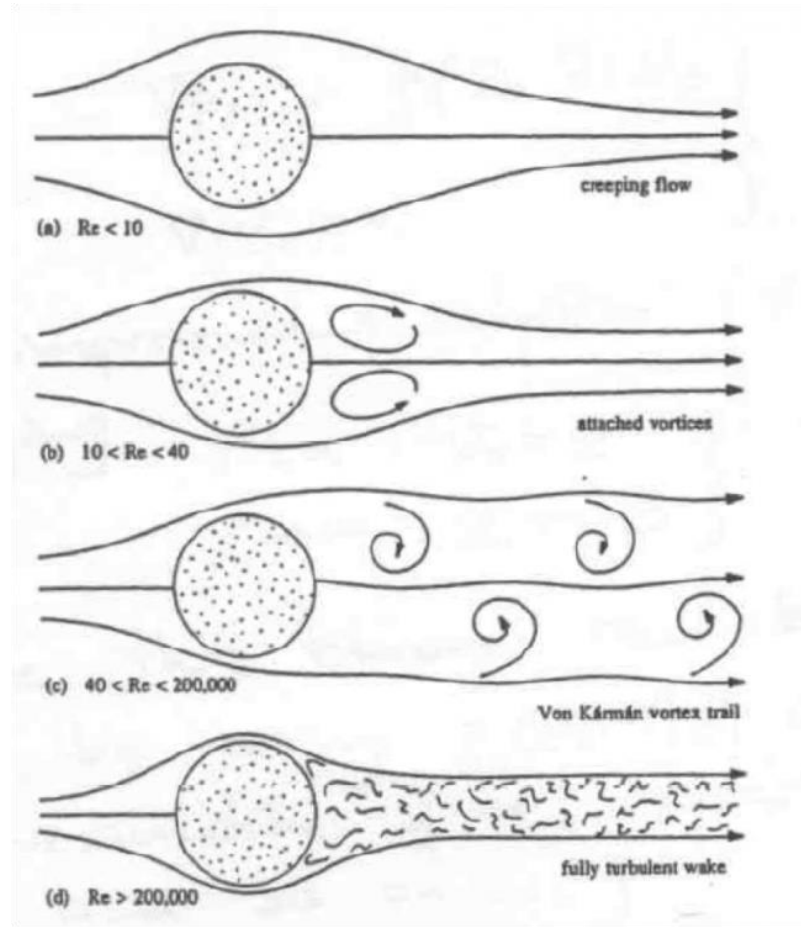
1.5 Von Karman Vorteksleri

Küt bir cisme etkiyen dış akış, cismin arkasında karmaşık ve zamana göre değişen bir davranış sergiler. Akışkan temas ettiği cisme momentum aktarırken ayrıca cismin üzerinde cismin şekline ve akış özelliklerine göre basınç farklılıkları yaratır. Bu durum kendisini cisim üzerinde titreşim, sürüklenme ve kaldırma gibi etkilerle gösterir. Von Karman vorteksleri olarak adlandırılan bu akış Şekil 1.16'da gösterildiği gibi bir salınımına sahiptir. Bu salınımlar, dış etkilerden bağımsız, tamamen kendiliğinden oluşan salınımlardır.



Şekil 1.16. Dairesel bir engelin arkasındaki vorteks akışı [42]

Reynolds sayısı kritik bir değerin altında olduğunda, zamana bağlı küçük kararsızlıklar olmasına rağmen akış daimi olur. Kritik Reynolds sayısının üzerinde ise silindirin etrafındaki sürekli akış kararsız olur ve periyodik Karman vorteks ile sonuçlanır. Sadece kritik Reynolds sayısında akış kararlılığı istikrarsızdır ve kk bozukluk akışın kararsız olmasına neden olur [43]. şekil 1.17’de silindir bir engel etrafındaki akışın Reynolds sayısıyla değişimi verilmektedir.



şekil 1.17. Silindir etrafındaki akışın Reynolds sayısıyla değişimi [44]

2. BİR BOYUTLU ANALİTİK ÇÖZÜM

William Froude (1810-1879) ve oğlu Robert'ın (1846-1924) modelleme kanunlarını geliştirmesinden sonra, Lord Rayleigh (1842-1919) boyut analizi tekniğini ve Osborne Reynolds (1842-1912) klasik boru deneyini (1883) geliştirerek akışkanlar mekaniğinde çok önemli olan boyutsuz sayıları bulmuşlardır. Henri Navier (1785-1836) ve George Stokes (1819-1903) Newtonian akışlara sürtünme terimlerini de ilave ederek, bütün akışları analiz etmede başarıyla uygulanan ve günümüzde Navier-Stokes denklemleri olarak bilinen momentum denklemlerini bulmuşlardır [45].

Newton'un 2. yasasına uyan viskoz bir akışkanın hareketi, Navier-Stokes denklemleri ile tanımlanır. Navier-Stokes denklemleri, akışkanın kontrol hacimdeki momentum korunumunun diferansiyel olarak ifade edilmiş halidir. Silindirik koordinatlarda eş merkezli dönen silindirler için Navier-Stokes denklemleri aşağıdaki gibi yazılır [46].

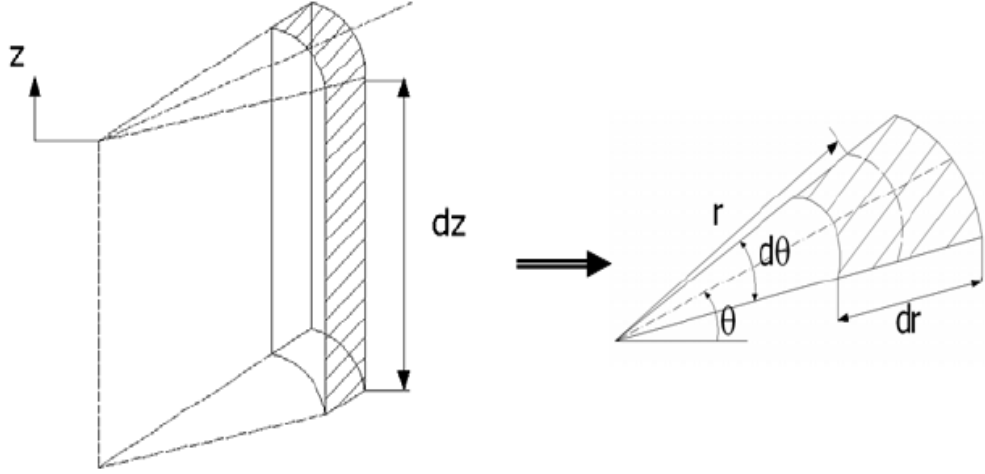
r yönünde:

$$\begin{aligned} & \frac{du_r}{dt} + u_r \frac{du_r}{dr} + \frac{u_\theta}{r} \frac{du_r}{d\theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + \omega \frac{du_r}{dz} \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du_r}{dr} \right) - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 u_r}{d\theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{du_\theta}{d\theta} + \frac{d^2 u_r}{dz^2} \right] + g_r \end{aligned} \quad (2.1)$$

θ yönünde:

$$\begin{aligned} & \frac{du_\theta}{dt} + u_r \frac{du_\theta}{dr} + \frac{u_\theta}{r} \frac{du_\theta}{d\theta} + \frac{u_\theta u_r}{r} + \omega \frac{du_\theta}{dz} \\ & = -\frac{1}{\rho r} \frac{dp}{d\theta} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du_\theta}{dr} \right) - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 u_\theta}{d\theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{du_r}{d\theta} + \frac{d^2 u_\theta}{dz^2} \right] + g_\theta \end{aligned} \quad (2.2)$$

Silindirik koordinatlara ait yönlerin gösterimi Şekil 2.1’de silindir kesiti üzerinde verilmektedir.



Şekil 2.1. Silindirik koordinatlara ait yönlerin gösterimi [47]

Silindirik koordinatlarda bir boyutlu ($V_r = 0$, $V_\theta \neq 0$, $V_z = 0$), daimi ve laminer akış denklemleri:

$$\frac{-V_\theta^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} \quad (2.3)$$

$$\vartheta \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rV_\theta) \right] = 0 \quad (2.4)$$

r yönündeki Denklem 2.1 ve θ yönündeki Denklem 2.2’den sırasıyla Denklem 2.3 ve Denklem 2.4 elde edilmiştir.

2.1 Hız Dağılımı

θ yönündeki Denklem (2.2) momentum denkleminde Denklem (2.5)'teki gibi elde edilir. Hız denkleminde verilen C_1 ve C_2 sabitlerdir.

$$V_{\theta} = C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (2.5)$$

Sınır koşullarından:

$r = r_i$ ise;

$$V_{\theta} = \omega_i r_i = C_1 r_i + \frac{C_2}{r_i} \quad (2.5a)$$

$r = r_o$ ise;

$$V_{\theta} = \omega_o r_o = C_1 r_o + \frac{C_2}{r_o} \quad (2.5b)$$

$$\lambda = \frac{r_o}{r_i}$$

Denklem (2.5a) ve (2.5b)'den C_1 ve C_2 integrasyon sabitleri bulunur;

$$C_1 = \frac{\omega_o r_o^2 - \omega_i r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} = \frac{\lambda^2 \omega_o - \omega_i}{\lambda^2 - 1} \quad (2.6)$$

$$C_2 = \frac{r_i^2 r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} (\omega_i - \omega_o) = \frac{r_o^2}{\lambda^2 - 1} (\omega_i - \omega_o) \quad (2.7)$$

C_1 ve C_2 integrasyon sabitleri yerine yazılırsa hız denklemi aşağıda verilen Denklem (2.8)'deki gibi elde edilir.

$$V_\theta = \frac{1}{\lambda^2 - 1} \left[(\omega_o \lambda^2 - \omega_i) r - (\omega_o - \omega_i) \frac{r_o^2}{r} \right] \quad (2.8)$$

$\zeta = \frac{r}{r_o}$ denilirse;

$$V_\theta = \frac{r_o}{\lambda^2 - 1} \left[(\omega_o \lambda^2 - \omega_i) \zeta + (\omega_i - \omega_o) \frac{1}{\zeta} \right] \quad (2.9)$$

2.2 Basınç Dağılımı

Denklem (2.5), Denklem (2.3)'te yerine yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{dP}{dr} = \rho \left(C_1^2 r + 2C_1 C_2 \frac{1}{r} + \frac{C_2^2}{r^3} \right) \quad (2.10)$$

Denklem (2.10)'un integrali alınarak yarıçapa bağlı basınç denklem (2.11)'deki gibi elde edilir.

$$P(r) = \rho \left(\frac{C_1^2}{2} r^2 + 2C_1 C_2 \ln r + \frac{C_2^2}{2r^2} \right) + C_3 \quad (2.11)$$

Sınır koşullarından; $r = r_o$ ise $P = P_2$ olur ve C_3 sabiti Denklem (2.12)'deki gibi elde edilir.

$$C_3 = P_2 - \rho \left(\frac{C_1^2}{2} r_o^2 + 2C_1 C_2 \ln r_o - \frac{C_2^2}{2r_o^2} \right) \quad (2.12)$$

$\zeta = \frac{r}{r_0}$ denilirse;

$$P(r) = P_2$$

$$+ \rho \frac{r_0^2}{(\lambda^2 - 1)^2} \left[\frac{(\omega_0 \lambda^2 - \omega_i)^2}{2} (\zeta^2 - 1) + 2(\omega_0 \lambda^2 - \omega_i)(\omega_i - \omega_0) \ln \zeta - \frac{(\omega_i - \omega_0)^2}{2} \left(\frac{1}{\zeta^2} - 1 \right) \right] \quad (2.13)$$

Denklem (2.8) ve Denklem (2.13)'te sırasıyla verilen hız ve basıncın yarı çapa göre değişim denklemleri yapılan analitik hesaplamalarda kullanılmıştır ve HAD çözümleriyle karşılaştırma yapılmıştır. Bu sayede yapılan hesaplamaların doğruluğu kanıtlanmıştır.

2.3 Silindir Duvarına Uygulanan Tork ve Moment Katsayısı

Eş merkezli dönen silindirler de torkun hesaplanması, moment katsayısının C_m (Torque coefficient) hesaplanmasında önemli bir yere sahiptir. C_m -Ta grafiği bu sayede çizilecektir. Denklem (2.14)'te torkun hesaplanması için gerekli formül verilmiştir.

$$T = Fr = \tau Ar \quad (2.14)$$

$$A = 2\pi rL \quad (2.15)$$

$$\tau = \mu \frac{dV_\theta}{dr} \quad (2.16)$$

İç silindirin dönmesi için gerekli tork, T_i :

$$T_i = r_i \mu \frac{dV_\theta}{dr} 2\pi r_i L \quad (r = r_i \text{ için türev alınır.}) \quad (2.17)$$

$$T_i = 2\pi\mu L \frac{r_i^2}{\lambda^2 - 1} [2\omega_o \lambda^2 - \omega_i(1 + \lambda^2)] \quad (2.17a)$$

$$T_i = \mu \frac{\pi^2 L}{15} \frac{r_i^2}{\lambda^2 - 1} [2N_o \lambda^2 - N_i(1 + \lambda^2)] \quad (2.17b)$$

Dış silindirin dönmesi için gerekli tork, T_o :

$$T_o = r_o \mu \frac{dV_\theta}{dr} 2\pi r_o L \quad (r = r_o \text{ için türev alınır.}) \quad (2.18)$$

$$T_o = 2\pi\mu L \frac{r_o^2}{\lambda^2 - 1} [\omega_o(1 + \lambda^2) - 2\omega_i] \quad (2.18a)$$

$$T_o = \mu \frac{\pi^2 L}{15} \frac{r_o^2}{\lambda^2 - 1} [N_o(1 + \lambda^2) - 2N_i] \quad (2.18b)$$

Yapılan analizlerde iç silindir dönerken dış silindir sabit kabul edildiğinden $V_o=0$ alınmıştır. Bu nedenle moment katsayısı iç silindir için aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$C_m = \frac{T_i}{\frac{1}{2} \pi \rho V_i^2 r_i^2 L} \quad (2.19)$$

3. MATEMATİKSEL MODEL

3.1 Korunum Denklemleri

Sıkıştırılamaz akışlarda yoğunluk sabit kabul edilerek hesaplamalar yapılır. Navier-Stokes denklemlerinin, önemli sadeleştirmeler yapılmadan, analitik çözümleri mümkün değildir. Bu nedenle Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri ayrıştırma (discretization) yapılarak sayısal olarak çözülür. Akış problemi sınır ve ilk değer koşulları ile sayısal çözümün içerisinde tanımlanır ve ayrıştırmanın yapıldığı her nokta için sonuç elde edilir. Türbülanslı akışlarda en küçük türbülanslı yapıların doğrudan çözümlenebilmesi için çok fazla hücre içeren bir ağ yapısı kullanılmalıdır. Doğrudan küçük türbülanslı burgaçları çözümlmek yerine, bu yapıları modelleyen denklemler daha az hücre içeren bir ağ yapısı ile birlikte kullanılabilir. Fakat türbülansı modelleyen denklemlerin Navier-Stokes denklemleriyle birlikte kullanılabilmesi için, Navier-Stokes denklemlerinin uygun hale (RANS) getirilmesi gerekir. Ayrıştırılan Navier-Stokes denklemlerinin çözümü hesaplama alanındaki hücre sayısı ile bağlantılı olarak ancak bir bilgisayar programı yardımıyla mümkündür. Hesaplama için akış alanı program yardımıyla hücrelere bölünür. Hesaplamalar hücre merkezleri veya hücre köşelerindeki noktalar temel alınarak yine program yardımıyla yapılır. Hesaplamalar sırasında faydalanılan program kullanıcı tarafından kodlanabilir. Diğer yandan, piyasada bu amaç için geliştirilmiş ve test edilmiş ticari yazılımlar mevcuttur. Bu yazılımlar, karmaşık geometrilerdeki akış analizlerine olanak tanımakta ve çözüm için farklı seçenekler sunmaktadır. Bu çalışmada, Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yazılımı olan Star-CCM+ programı kullanılmaktadır.

Hesaplamalı akışkanlar dinamiği simülasyonlarında kullanılan korunum denklemleri aşağıda verilmiştir. Sırasıyla kütle ve momentum korunum denklemleri kartezyen tensör formunda sunulmuştur.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = S_m \quad (3.1)$$

Denklem (3.1)'de kütle korunumunu gösteren süreklilik denkleminde t zamanı, ρ yoğunluğu, x konum vektörünü, u hız vektörünü ve S_m kütle için kaynak terimini belirtmektedir.

Momentum denkleminin kartezyen tensör formu ise:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i - \tau_{ij}) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + S_i \quad (3.2)$$

Denklem (3.2)'de verilen momentum denkleminde P statik basıncı, S_i momentum için kaynak terimini, τ_{ij} terimi ise viskoz gerilme tensörünü ifade etmektedir. Sıkıştırılamaz akış ve Newtonyen akışkan için viskoz gerilme tensörü Denklem (3.3)'te verilmiştir. Burada μ dinamik viskoziteyi göstermektedir.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{du_i}{dx_j} + \frac{du_j}{dx_i} \right) \quad (3.3)$$

3.2 Türbülans Modelleri

Türbülans bir sıvının ya da gazın hareket halindeki düzensizliğidir. Türbülanslı olmayan akışa laminer akış denir. Akış koşullarının laminer veya türbülanslı olup olmadığını Reynolds sayısı belirler.

Türbülans, pek çok bilim adamı tarafından ele alınmış, ancak analitik çözüm bulunamamış problemlerden biridir. Düzgün akışa sahip bir akışkanın molekülleri birbirlerine mümkün olduğu kadar yakın kalmaya ve benzer davranışlar göstermeye meyillidir. 19. yüzyılın başlarında düzenli akışa sahip akışkanlara ait temel problemler çözülmüş ve akışkanlar dinamiğinin temelleri atılmıştır. Ancak, bilim uzun süre türbülans üzerinde çalışmayı reddetmiş, türbülansı daha çok bir mühendislik problemi olarak görmüştür.

Türbülans, modern bakış açısı ile her ölçek düzeyinde ortaya çıkan düzensizlik olarak tanımlanır. Türbülans üzerine ilk önemli çalışmalar Andrey Kolmogorov tarafından başlatılmıştır. Türbülansa yönelik önemli bir teori ise Lev Landau tarafından 1944 yılında ortaya konabilmiştir [48].

Türbülans modellemesi hesaplamalı akışkanlar dinamiğinde önemli bir yere sahiptir ve türbülanslı akışı çözümlenmek amacıyla, farklı sayısal yaklaşımlar geliştirilmiştir. Doğrudan Sayısal Modelleme (Direct Numerical Simulation) adı verilen DNS yönteminde, sayısal ağ ve zaman çözünürlüğü tüm ölçeklerdeki burgaçları çözümlenebilecek seviyede olup simülasyonlar herhangi bir modelleme gereksizinin temel taşınma denklemleri kullanılarak gerçekleştirilir. Bu yöntemin oldukça fazla hesaplama hücresi ve zaman adımı gerektirmesi DNS'in akademik çalışmalardaki kullanımını kısıtlı, pratik anlamda kullanımını ise imkansız kılmaktadır.

LES (Large Eddy Simulation) yönteminde, çözüm ağını oluşturan hesaplama hücrelerinin büyük burgaçları çözümleyebilecek sıklıkta olması önemli parametrelerden biridir [49]. Akışın Reynolds sayısının artmasıyla birlikte, ağın sıklık seviyesinin de arttırılması gerekmektedir. Bu durum, çoğu uygulama bazlı problemde, hesaplama kaynağı ihtiyacını oldukça arttırmakta ve LES yöntemini pratik olmaktan çıkarmaktadır.

Reynolds Ortalamalı Navier Stokes (RANS) denklemleri türbülanslı akış analizlerinde, türbülans modelleri yardımıyla çözülen Navier-Stokes denklemleridir. Daha az hesaplama kaynağı gerektiren RANS yönteminde, tüm ölçeklerdeki burgaçlar, değişik yaklaşımlarla modellenir. Bu yöntemde; hız, sıcaklık, kütle oran gibi akışa ait herhangi bir skaler büyüklüğün anlık değeri, ortalama değer ve çalkantı miktarı olmak üzere iki bileşene ayrılır.

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.4)$$

Burada, ϕ' skaler büyüklüğün çalkantı miktarını, $\bar{\phi}$ ise zamana göre veya ansambl (ensemble) ortalamasını ifade etmektedir.

Denklem (3.5)'te, Δt sonsuza yaklaştıkça, tüm simülasyon süresi için ortalama alındığından, periyodik olmayan akışlarda akışın sürekli rejimdeki hali çözülmüş olur. Δt 'nin sonlu bir değer alması durumunda ise, ortalama akışın zamana bağlı davranışları da çözümlenebilmektedir. Bu yaklaşıma Zamana Bağlı Reynolds Ortalamalı Navier Stokes (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes, URANS) adı verilmektedir [50].

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi dt \quad (3.5)$$

Türbülanslı viskozitenin hesaplanması için geliştirilen çeşitli modellerden bazıları, Jones ve Launder'ın [51] geliştirdiği Standart k-ε modeli, Shih ve arkadaşlarının bu modeli iyileştirerek ortaya koyduğu Realizable k-ε modeli [52] ve Wilcox'un geliştirdiği k-ω modelidir [53]. Yakınsama sağlamlığı, hesaplama maliyeti ve doğruluk açısından k-ε modelleri iyi bir seçim olmaktadır. Bu modeller genellikle kompleks akışları içeren ısı geçişli veya ısı geçişsiz endüstri tipi uygulamalar için uygundur. K-ω modellerinde k-ε modellerine benzer iki taşıma denklemi çözülmektedir, ancak ikinci taşınan türbülans değişkeninin seçiminde farklılık vardır. Bu modeller, k-ε ve k-ω, HAD simülasyonlarında sıkça uygulanır. Bu nedenle, benzer uygulamalar için Spalart-Allmaras modellerine alternatif olarak önerilir.

3.2.1 Standart k-ε Modeli

İki denklemlilik türbülans modelleri arasında CPU açısından ve pek çok akış olayında kabul edilebilir doğrulukta sonuç vermesi açısından yaygın olarak kullanılan yarı deneysel bir modeldir.

Standart k-ε modelinde, türbülanslı viskozite değeri Denklem (3.6)'daki gibidir. Burada C_μ deneysel bir sabittir.

$$\mu_t = \bar{\rho} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.6)$$

Türbülans kinetik enerjisi, k ve türbülans kinetik enerjisinin yitim oranı, ε aşağıdaki taşıma denklemleri yardımıyla bulunmaktadır;

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j k)}{\partial x_j} \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \bar{\rho} \varepsilon \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial(\bar{\rho}\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j\varepsilon)}{\partial x_j} \\
& = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \\
& - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon^2}{k}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Standart k-ε modeline ait deneysel sabitler Çizelge 3.1’de verilmiştir [54].

Çizelge 3.1. Standart k-ε modeline ait deneysel sabitler

Parametre	σ_k	σ_ε	C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
Değer	1	1.3	0.09	1.44	1.92

3.2.2 Realizable k-ε Türbülans Modeli

Realizable k-ε modelinin, Standart k-ε modelinden farkı C_μ ve $C_{\varepsilon 1}$ parametrelerinin gerinim hızı (strain rate) ve vortisite tensörlerine bağlı olarak dinamik bir biçimde hesaplanmasıdır.

$$C_\mu = \left(A_0 + A_s V^* \frac{k}{\varepsilon} \right)^{-1} \tag{3.9}$$

Burada; A_0 deneysel sabiti, A_s ve V^* modele ait değişken parametreleri ifade etmektedir.

$$A_s = \sqrt{6} \cos \left(\frac{1}{3} \cos^{-1} \left(\sqrt{6} \frac{S_{ij} S_{jk} S_{ki}}{|S_{ij}|^3} \right) \right) \quad (3.10)$$

Denklem 3.11’de verilen S_{ij} gerinim hızı tensörünü ifade ederken w_{ij} ise vortisite tensörünü ifade etmektedir.

$$V^* = (S_{ij} S_{ij} + w_{ij} w_{ij})^{0.5} \quad (3.11)$$

Gerinim hızı Denklem 3.12’deki gibi hesaplanır:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.12)$$

Vortisite tensörü ise Denklem 3.13’teki gibi hesaplanır:

$$w_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.13)$$

Denklem 3.14’te $C_{\varepsilon 1}$ deneysel sabiti verilmektedir. Burada, η_ε modele ait değişken parametreyi ifade etmektedir.

$$C_{\varepsilon 1} = \max \left(0.43, \frac{\eta_\varepsilon}{5 + \eta_\varepsilon} \right) \quad (3.14)$$

$$\eta_\varepsilon = \frac{|S_{ij}| k}{\varepsilon} \quad (3.15)$$

Shih ve diğerlerine göre [52], Realizable k- ϵ modeli akış ayrılması olan bölgelerdeki (seperated regions) akışı, Standart k- ϵ modeline göre daha doğru hesaplamaktadır. Ayrıca sınır tabaka içerisindeki akışı modellemek amacıyla, duvar kenarlarında, Denklem (3.8)'deki türbülans yitimi yerine türbülans uzunluk ölçeğini cebirsel bir ifadeyle hesaplayan çift katmanlı (two layer) yaklaşım kullanılır. Bu yaklaşım sayesinde, tüm boyutsuz duvar uzunlukları için daha doğru çözümler yapılabilmektedir [54].

Realizable k- ϵ modeline ait deneysel sabitlerin sayısal değerleri Çizelge 3.2'de verilmiştir [54].

Çizelge 3.2. Realizable k- ϵ modeline ait deneysel sabitler

Parametre	σ_k	σ_ϵ	$C_{\epsilon 2}$	A_0
Değer	1	1.2	1.9	4

3.2.3 k- ω Türbülans Modeli

k- ω modelinde ise türbülans viskozitesi şu şekilde hesaplanmaktadır;

$$\mu_t = \rho k \frac{\alpha^*}{\omega} \quad (3.16)$$

Denklem (3.16)'da, ω özgül türbülans yayınımları veya türbülans frekansını, α^* ise deneysel bir sabiti temsil etmektedir.

k- ω türbülans modelinde, k ve ω , aşağıdaki taşınma denklemleriyle hesaplanmaktadır:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k^\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \bar{\rho}\beta^* \omega k \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + P_\omega - \bar{\rho}\beta^{**} \omega^2 \quad (3.18)$$

σ_k^ω , σ_ω , β^* ve β^{**} parametreleri deneysel sabitleri temsil etmektedir.

Sıkıştırılabilirlik etkileri ihmal edildiğinde, türbülanslı kinetik enerji ve özgül türbülans yayını üretimi terimleri, P_k ve P_ω sırasıyla, şu şekilde hesaplanabilir:

$$P_k = \mu_t |S_{ij}|^2 \quad (3.19)$$

$$P_\omega = \rho_t \alpha^{**} |S_{ij}|^2 \quad (3.20)$$

Denklem (3.20)'deki α^{**} modele ait deneysel bir sabittir. k- ω modeline ait deneysel sabitler Çizelge 3.3'te verilmiştir [54].

Çizelge 3.3. k- ω modeline ait deneysel sabitler

Parametre	σ_k^ω	σ_ω	β^*	β^{**}	α^*	α^{**}
Değer	0.5	0.5	0.09	0.07	1.02	0.52

3.2.4 SST k- ω Türbülans Modeli

SST (Shear Stress Transport) k- ω türbülans modeli, k- ω türbülans modelinin üzerinde bazı değişiklikler yapılmasıyla elde edilmiş bir türbülans modelidir. Bu model, k- ω türbülans modeline göre dış akışlarda ve ters basınç gradyanı olan akışlarda iyi sonuçlar vermektedir. Sırasıyla k ve ω , türbülans kinetik enerjisini ve özgül türbülans yayını göstermektedir. Türbülansın modellenmesi için bu iki denklem çözülmektedir.

SST k- ω modelinde türbülans viskozitesi şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$\mu_t = \rho k T \quad (3.21)$$

T; türbülans zaman ölçeğidir ve gerçekleşebilirlik seçeneği olmadan Denklem (3.22a)'daki gibi gerçekleşebilirlik seçeneği olduğunda ise Denklem (3.22b)'deki gibi hesaplanır:

$$T = \frac{\alpha^*}{\omega} \quad (3.22a)$$

$$T = \min\left(\frac{\alpha^*}{\omega}, \frac{C_T}{\sqrt{3}S}\right) \quad (3.22b)$$

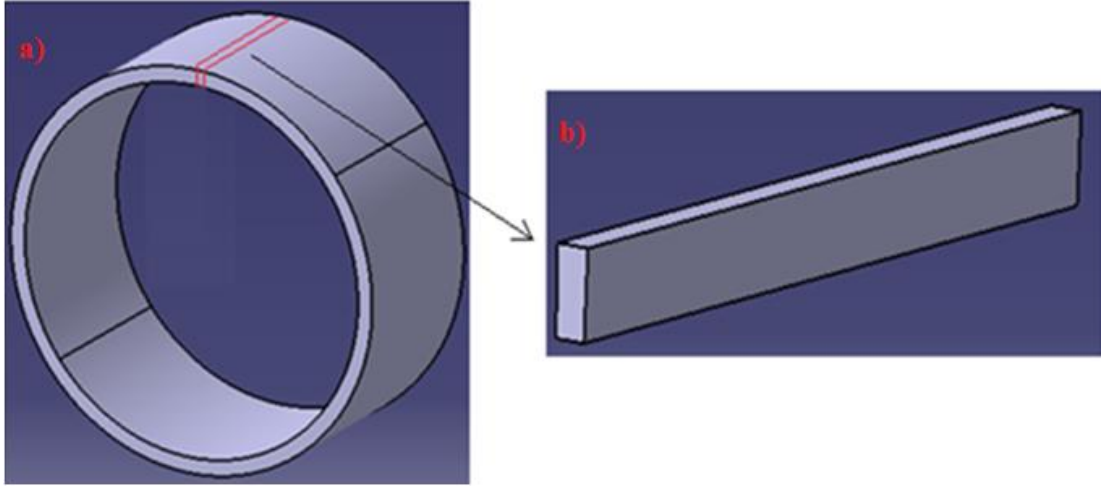
SST k- ω modeline ait deneysel sabitler Çizelge 3.4'te verilmiştir [54].

Çizelge 3.4. SST k- ω modeline ait deneysel sabitler

Parametre	σ_k	σ_ω	β	β^*	α	α^*
Değer	0.5	0.5	$\frac{9}{125}$	0.09	$\frac{13}{25}$	1

4. GEOMETRİ ve SINIR KOŞULLARI

Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği, HAD, analizlerine başlamadan önce ilk yapılması gereken uygun geometri ölçülerini belirlemektir. Şekil 4.1’de tüm geometri ve ondan elde edilen 2 derecelik sektör gösterimi verilmiştir. Geometriyi oluştururken literatür araştırmalarından faydalanılmıştır ve Çizelge 4.1’de gösterildiği gibi üç farklı geometri ölçüsü kullanılmıştır. Analizlerde uygun sayısal ağ yapısını oluşturmak doğru sonuç elde etmek açısından önemlidir. Bu nedenle, oluşturulan ağın yeterli doğrulukta bir çözüm için yeterli sayıda hücre içerip içermediğine bakılmalıdır. Bunun için, oluşturulan ağ ile HAD analizleri yapılarak elde edilen sonuçlar literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.1. a)Tüm geometri, b)İki derecelik sektör, çevresel simetri

2 derecelik sektörle yapılan HAD analizlerinde tüm silindir geometrisinden bir parça alındığını göstermek için yanlar periyodik olarak tanımlanmıştır. Yapılan analizlerde temel ve Stuart [1] geometrisi için iç silindir dönerken dış silindir sabit kabul edilmiştir ve z yönünde silindirin uç kısımları duvar olarak tanımlanarak analizler yapılmıştır.

Çizelge 4.1.'de de kullanılan geometriler ve akışkan özellikleri verilmiştir.

Çizelge 4.1. Geometri ölçüleri ve akışkan özellikleri

Çalışma Parametreleri	Temel Geometri	Stuart Geometrisi [1]	Andreck ve Diğerlerinin Geometrisi [24]
μ [Pa/s]	$1,78 \times 10^{-5}$	$1,78 \times 10^{-5}$	$1,78 \times 10^{-5}$
ρ [kg/m ³]	1,225	1,225	1,225
d [mm]	20	20	6,96
r_1 [mm]	236,5	714,3	52,5
r_2 [mm]	256,5	734,3	59,46
L [mm]	224	224	208,8

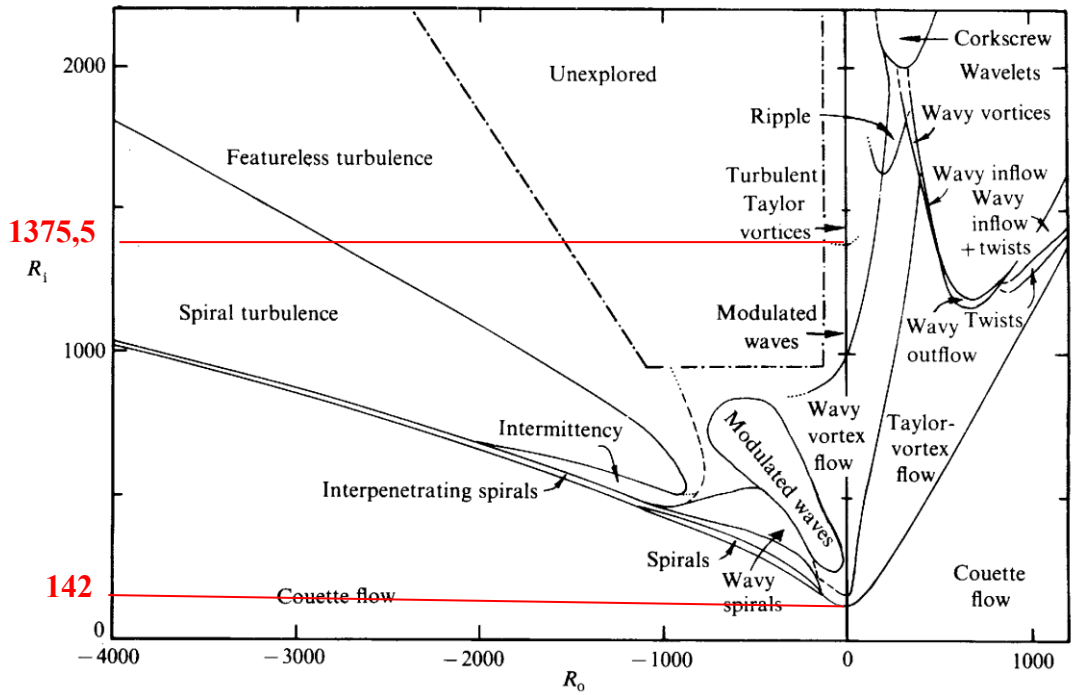
Mevcut çalışmada iki silindir arasındaki akışı karakterize eden en önemli parametre Taylor sayısıdır. Taylor sayısının, Ta , yüksekliğine bağlı olarak silindirler arasında farklı akış rejimleri oluşur. Bu durum, literatürde aşağıdaki şekilde verilmiştir [1].

$$Ta = Re \sqrt{\frac{d}{r_1}} \begin{cases} Ta < 41.3 \text{ Laminer akış} \\ 41.3 < Ta < 400 \text{ Taylor vorteksli laminer akış} \\ Ta > 400 \text{ Türbülanslı akış} \end{cases} \quad (4.1)$$

Taylor vorteksleri, Taylor sayısı kritik bir değeri, Ta_c , aştığında oluşan vortekslerdir. Literatürde kritik Taylor sayısı, $Ta_c = 41.3$ olarak verilmektedir. Denklem (4.1)'de verildiği gibi ve $Ta < Ta_c$ iken akış kararsızlıkları görülmez.

Akıştaki düzensizlikler viskoz etkiler tarafından sönümlenir ve kararlı bir akış görülür. Ancak, Taylor sayısı kritik Taylor sayısını aşarsa aksel simetrik kararsızlıklar meydana gelir. Bu durum türbülanslı bir akışı değil düzenli bir kararsızlığı göstermektedir. Bu akış, Taylor vorteksli laminar akıştır ve Taylor vorteksleri ana akış yönüne dik oluşan ikincil akış tarafından ortaya çıkan toroid vortekslerinden oluşur.

Yapılan çalışmalarda Taylor vortekslerini gözlemlemek için iç silindir dönerken dış silindir sabit alınmıştır. Şekil 4.2’de kırmızı çizgi temel geometriyi temsil etmektedir. Grafik kritik Re sayılarında verilmektedir. Laminar bölgede Taylor vorteksinin oluşması için literatürde kabul gören kritik Taylor sayısı ($Ta_c=41.3$) kullanılarak hesaplanmıştır. Türbülanslı bölgeye geçişte de $Ta_c=400$ alınarak hesaplanan Re_c değeri temel tez geometrisi için grafikte gösterilmiştir.



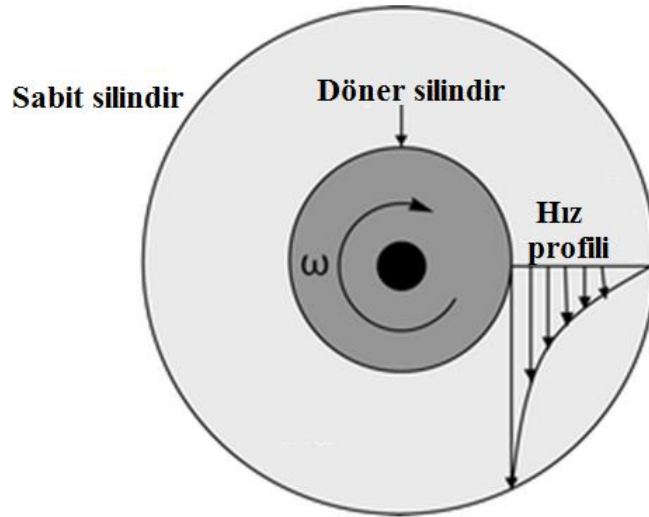
Şekil 4.2. Kritik Reynolds sayılarının literatürdeki yeri [27]

5. SONUÇLAR

Bu bölümde eş merkezli dönen silindirler arasındaki HAD simülasyon sonuçları verilmiştir. Eş merkezli dönen silindirler arasında engel olduğu ve olmadığı durumlarda Taylor vortekslerinin oluşumu detaylı olarak incelenmiştir. Ayrıca, ısıtıcı eleman olarak düşünülen engelin silindirler arasına yerleştirilmesiyle, engelin ardında meydana gelen Von Karman vorteksleri araştırılmıştır.

5.1 Engelsiz Eş Merkezli Silindirler

Taylor vortekslerini gözlemlemek için öncelikle silindirler arasında herhangi bir engele sahip olmayan Şekil 5.1'deki gibi eş merkezli iç içe iki silindir üzerinde çalışmalar yapılmıştır.



Şekil 5.1. Engelsiz eş merkezli iki silindir [55]

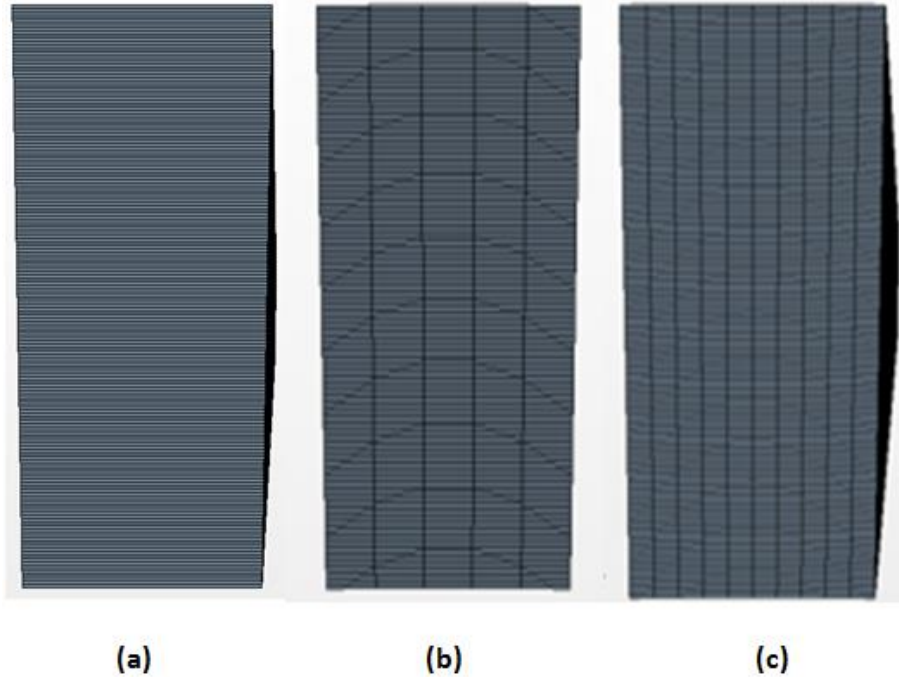
Problemin karakterinin aksimetrik olduğu göz önüne alınarak simülasyonların önemli bir kısmı 2 derecelik sektörlerle yapılmıştır. Hem Temel geometri hem de Stuart [1] geometrisi için alınan iki derecelik sektörler hesaplama zamanını kısaltmıştır. Bu sayede, sayısal ağ yapısında daha ince hücre yapısının elde edilmesi sağlanmıştır.

5.1.1 Sayısal Ağ Çalışması

Simülasyon sonuçlarındaki uzaysal ayrıştırmanın etkisini görmek amacıyla sayısal ağ çalışması yapılmıştır. Sayısal ağdaki hesaplama hücreleri hem hexahedral hem de polyhedral ağ yapısıyla elde edilerek, iki sayısal ağ çeşidinin de sonuçlara etkisi incelenmiştir.

Taylor vorteksleri aksenal ve radyal yönde meydana geldiğinden yapılan analizlerde tüm geometriye ihtiyaç yoktur. Bu nedenle, periyodik sınır şartları kullanılarak 2 derecelik sektörle yapılan sayısal ağ çalışması daha az CPU gerektirdiğinden çalışmalarda tercih edilmektedir.

Şekil 5.2’de farklı sayısal ağ çalışmaları verilmiştir. Çevresel yönde Şekil 5.2 (a), (b) ve (c)’de sırasıyla 1, 5 ve 10 adet hexahedral ağ kullanılan sayısal ağ yapıları incelenmiştir.



Şekil 5.2. Hexahedral sayısal ağ çalışması

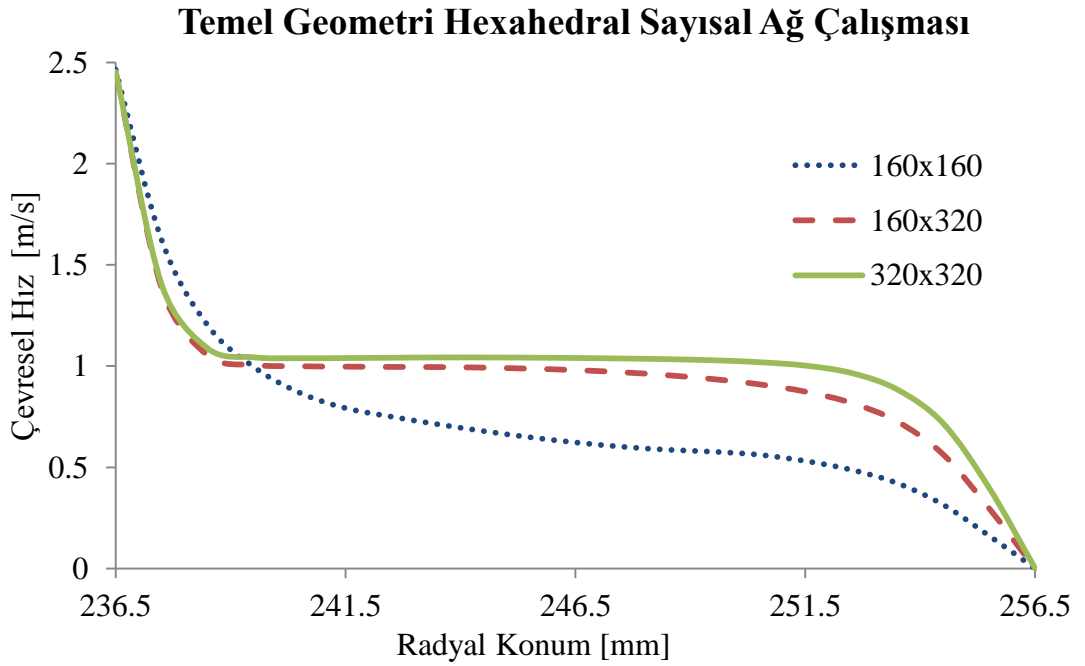
Yapılan sayısal ağ çalışmaları göstermiştir ki çevresel yöndeki hesaplama hücresi sayıları vorteks çiftlerinin sayılarını değiştirmemektedir. Bu nedenle, radyal ve aksenal yönlerdeki hücre sayılarına bakılarak, çevresel yönde 1 hesaplama hücresi kullanılması uygun bulunmuştur. Temel geometri ve Stuart geometrisi için yapılan farklı hexahedral sayısal ağlara göre elde edilen vorteks çiftleri Çizelge 5.1.'de verilmiştir.

Çizelge 5.1 Hexahedral ağ yapıları ve vorteks çiftleri, $Ta=200$

Nr x Nz [Hexahedral]	80x80	80x160	40x160	160x160	160x320	320x320
Vorteks çiftleri	6	6	6	7	7	7

Çizelge 5.1'de belirtildiği üzere sayısal ağın radyal yönde daha kalın (coarse mesh) yapılmasıyla 224 mm'lik silindir uzunluğu boyunca 6 vorteks çifti gözlemlenmiştir. Sayısal ağın daha ince (fine mesh) yapılmasıyla birlikte oluşan vorteks sayıları ise 7'de sabitlenmiştir. 7 vorteks çiftine sahip üç çözüm ağından hangisiyle simülasyonlara devam edileceğine, radyal konumda alınan çizgi üzerindeki çevresel hızların karşılaştırılmasıyla karar verilmiştir.

Şekil 5.3'te, temel geometrideki hexahedral sayısal ağ karşılaştırması verilmektedir. Realizable k-ε modeli kullanılarak $Ta=1000$ için yapılan analizlerde çevresel hızın radyal konumdaki değişimi farklı hücre sayılarında görülmektedir. 160x320 hücreye sahip sayısal ağ ile 320x320 hücreye sahip sayısal ağ sonuçları birbirlerine yakın çevresel hız değerlerine sahip olduğundan daha az CPU gerektiren 160x320 sayısal ağıyla hesaplamaların yapılması uygun bulunmuştur.



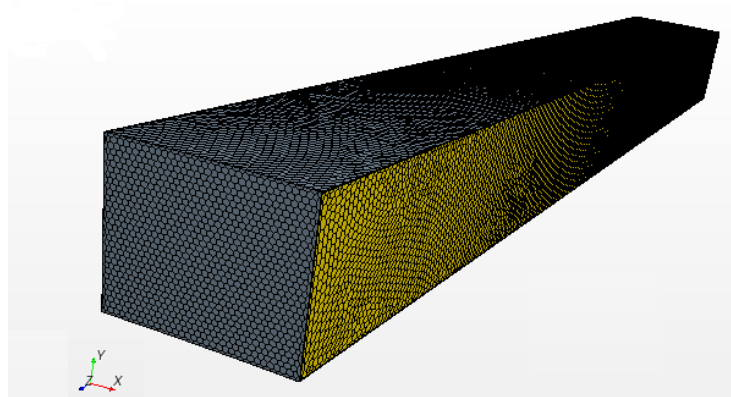
Şekil 5.3. Temel geometri hexahedral sayısal ağ karşılaştırması, $Ta=1000$

Sayısal ağ çalışmalarına polyhedral ağ yapısı kullanılarak devam edilmiştir. Şekil 5.4'te, tüm geometri için polyhedral sayısal ağ görülmektedir.



Şekil 5.4. Temel geometri, polyhedral sayısal ağ

Daha hızlı sonuç alabilmek için periyodik sınır şartları kullanılarak polyhedral ağ yapısında da 2 derecelik sektör tercih edilmesi uygundur. Stuart geometrisi için 2 derecelik sektör gösterimi polyhedral sayısal ağ yapısıyla Şekil 5.5'te verilmiştir.



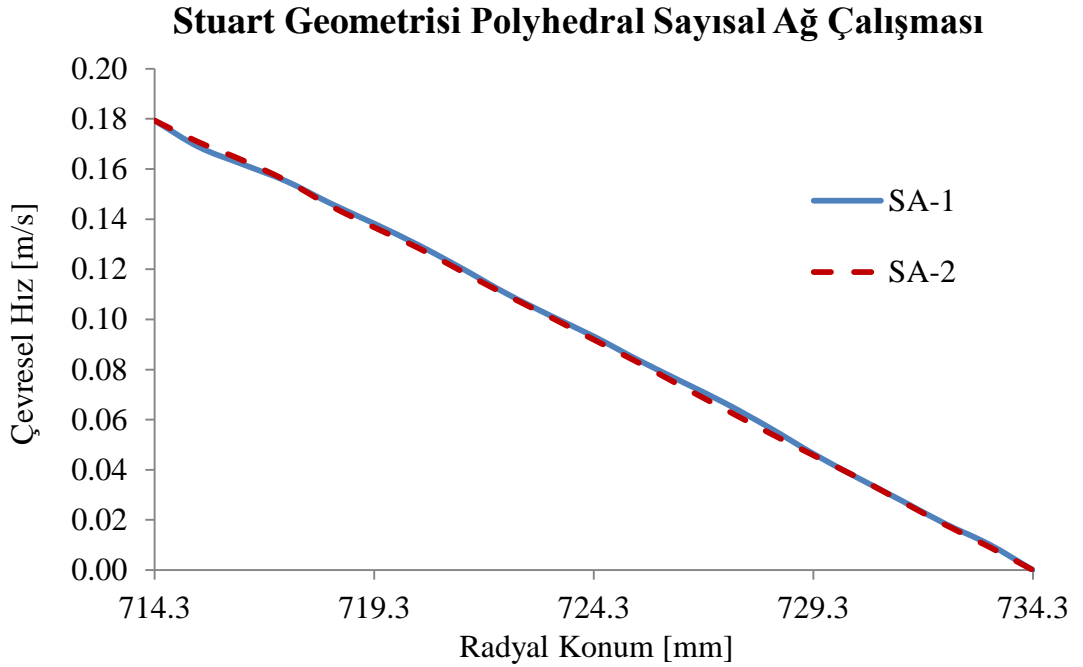
Şekil 5.5. Stuart geometrisi 2°lik sektör için polyhedral sayısal ağ

Stuart geometrisi için kullanılan polyhedral sayısal ağ çalışmaları Çizelge 5.2’de verilmiştir.

Çizelge 5.2. Stuart geometrisi polyhedral sayısal ağ çalışması

Polyhedral Ağ Yapısı	Hücre Sayısı (Mesh)
Sayısal Ağ 1 (SA-1)	~45000
Sayısal Ağ 2 (SA-2)	~180000

Şekil 5.6’da çevresel hızın radyal konum ile değişimi polyhedral sayısal ağ yapılarında verilmektedir. İnce (fine) ve kalın (coarse) ağ yapısı için elde edilen HAD sonuçlarında %1 civarında fark görülmektedir. CPU açısından daha az hücre sayısına sahip olan ve Çizelge 5.2’de SA-1 olarak adlandırılan polyhedral sayısal ağ yapısı tercih edilmiştir.



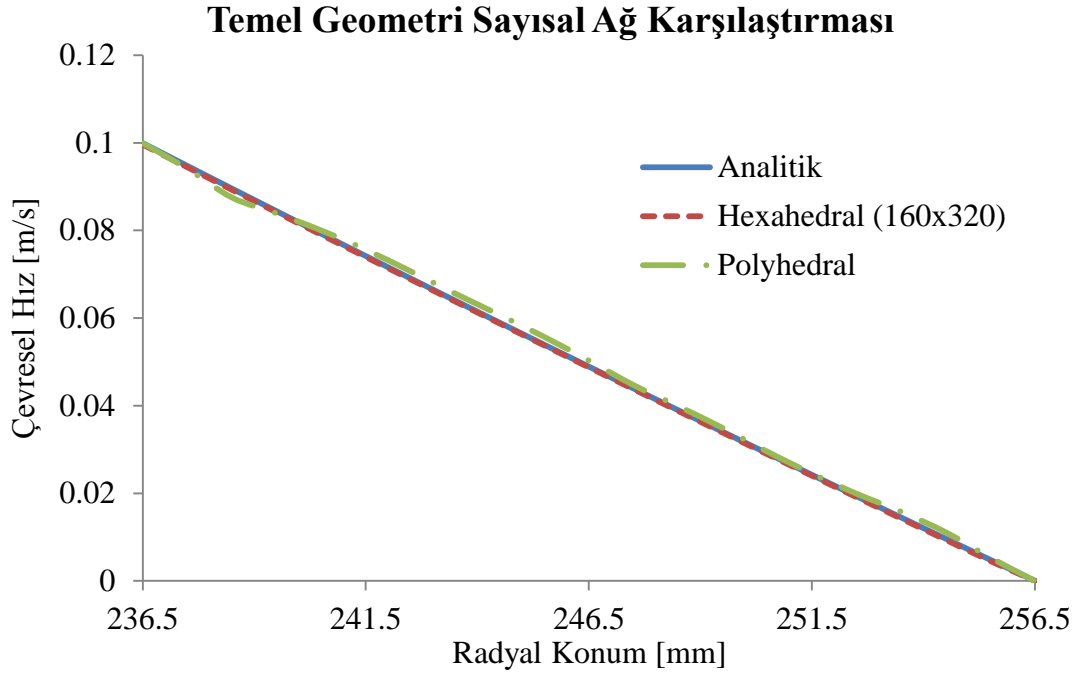
Şekil 5.6. Stuart geometrisi polyhedral sayısal ağ karşılaştırması, $T_a = 41.3$

Çizelge 5.3'te hexahedral ve polyhedral sayısal ağ sayıları verilmektedir. Burada, polyhedral sayısal ağ yapısı tüm geometriye uygulanmıştır. Polyhedral sayısal ağ yapısını, 2 derecelik sektöre uygulanan hexahedral sayısal ağ yapısıyla karşılaştırmak için toplam hücre sayısından 2 derecelik kesite denk gelen hücre sayısı elde edilmiştir.

Çizelge 5.3. Temel geometri hexahedral-polyhedral sayısal ağ karşılaştırması

Ağ Yapısı	Hücre Sayısı (Mesh)
Hexahedral	160x320 = 51200
Polyhedral	~15000

Şekil 5.7'de, polyhedral ve hexahedral sayısal ağ çalışmaları grafik üzerinde karşılaştırılmıştır. Analizlerde hexahedral sayısal ağ yapısı çözümlerinin analitik çözümlerle hemen hemen aynı olduğu (%0.3 farkla) görülmektedir.



Şekil 5.7. Temel geometri sayısal ağ karşılaştırması, $T_a = 40$

Bu bölüm kapsamında, temel geometri ve Stuart geometrisi için farklı sayısal ağ çalışmaları yapılmıştır. $Ta=40$ 'da Taylor vorteksleri oluşmadığı için laminar bir akış vardır ve sabit dış silindirden dolayı hız lineer olarak azalır. Yapılan analizler sayısal ağ çalışmalarının analitik çözümle yakın sonuç verdiğini göstermektedir.

Polyhedral ve hexahedral sonuçlar karşılaştırıldığında ise hexahedral sonuçların analitik çözüme daha yakın değerler aldığı görülmüştür. Sayısal ağ yapısının inceliği (fine mesh) veya kalınlığı (coarse mesh), türbülanslı akışta daha önemli olduğundan seçim yapılırken türbülans modelde iyi olan sayısal ağ tercih edilmelidir. Bu nedenle, $N_r \times N_z = 160 \times 320$ olan hexahedral sayısal ağ üzerinden analizlerin yapılmasına karar verilmiştir.

5.1.2 Türbülans Model Seçimi

Türbülans modelinin yapılan analiz sonuçları üzerindeki etkisini gözlemlemek için farklı türbülans modelleri ile HAD analizleri yapılmıştır. Temel geometride, Realizable $k-\epsilon$ modeli ve SST $k-\omega$ modelleri kullanılarak elde edilen veriler radyal yönde oluşturulan çizgi üzerindeki hızlarla kıyaslanmıştır. Stuart geometrisi için ise Realizable $k-\epsilon$ modeli, Standart $k-\omega$ modeli karşılaştırması incelenmiştir.

Temel geometriyi kullanarak hexahedral sayısal ağ yapıları için yapılan türbülans model çalışması Şekil 5.8'de verilmiştir. Şekil 5.9'da ise hexahedral sayısal ağ yapısındaki 2 farklı türbülans model çalışması Stuart geometrisi [1] için verilmiştir.

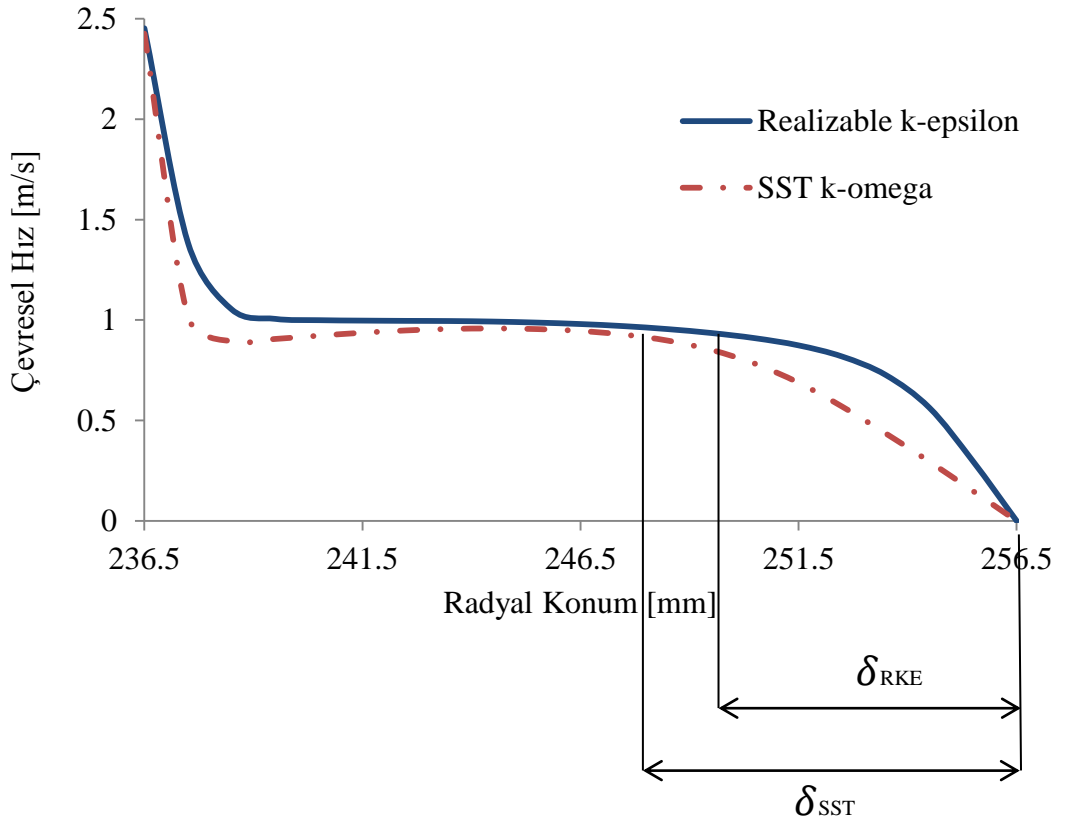
Yakınsama sağlamlığı, hesaplama maliyeti ve doğruluk açısından $k-\epsilon$ modelleri çalışmalarda sıkça kullanılmaktadır. Literatürde yapılan araştırmalar, Realizable $k-\epsilon$ modelinin akış ayrılması olan bölgelerdeki (seperated regions) akışı, Standart $k-\epsilon$ modeline göre daha doğru hesapladığını göstermektedir [54]. SST $k-\omega$ modeli ise $k-\omega$ türbülans modeline göre dış akışlarda ve ters basınç gradyanı olan akışlarda iyi sonuçlar vermektedir. Modellerde, k ve ω sırasıyla türbülans kinetik enerjisini ve özgül türbülans yayını göstermektedir.

Şekil 5.8 ve Şekil 5.9’da temel ve Stuart geometrisi için verilen türbülans model çalışmasında hexahedral ağ yapısındaki çevresel hızlar karşılaştırılmıştır. Çizelge 5.4’te ise temel geometri için moment katsayısı değerleri iki türbülans modeli için de verilmiştir. Realizable k- ϵ modelinde hesaplanan moment katsayısı değeri, SST k- ω modelinde hesaplanan değerden daha azdır. Şekil 5.8’de de moment katsayısı azaldığında daha ince sınır tabaka kalınlığının olduğu gözlemlenmektedir.

Çizelge 5.4. Temel geometri için moment katsayısı, C_m , ile türbülans model karşılaştırması

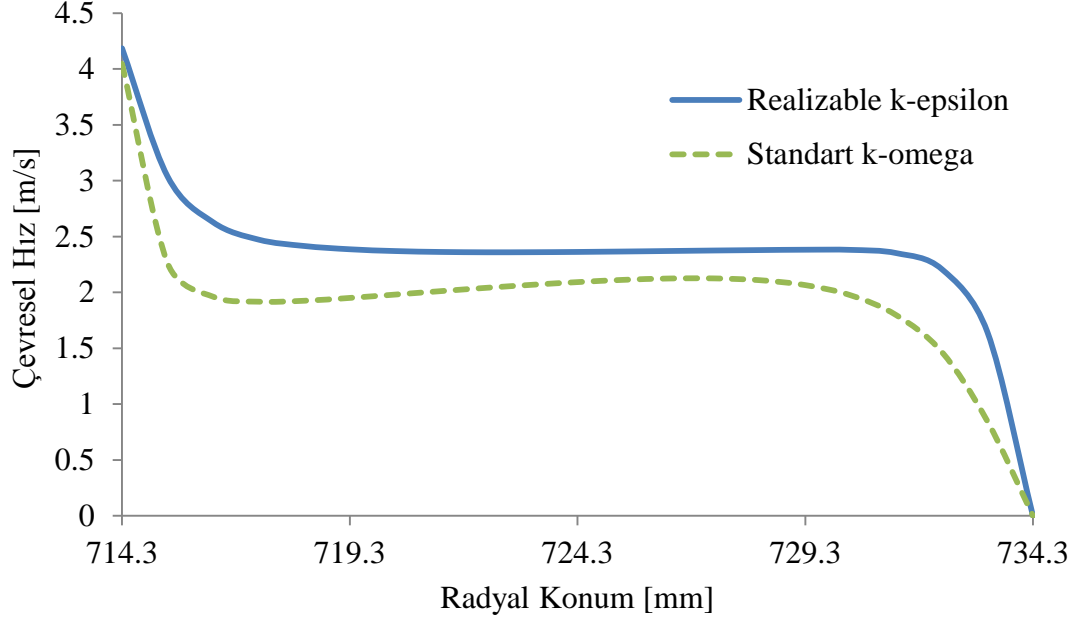
Türbülans Modeli	Realizable k- ϵ	SST k- ω
1000 C_m	5.51	5.88

Temel Geometri Türbülans Model Çalışması



Şekil 5.8. Temel geometri türbülans model çalışması, $Ta = 1000$

Stuart Geometrisi Türbülans Model Çalışması



Şekil 5.9. Stuart geometrisi türbülans model çalışması, $Ta=1000$

Şekillerde görüldüğü üzere Realizable k- ϵ türbülans modeli ile dış yarıçap tarafında daha ince bir sınır tabaka kalınlığı vardır. Ayrıca, daha ince sınır tabakanın moment katsayısını da etkilediği yapılan hesaplamalarda gözlemlenmiştir. Bu nedenle, hem temel hem de Stuart geometrisi için yapılan analizlerde Realizable k- ϵ modeli kullanılması uygun bulunmuştur.

5.1.3 HAD Sonuçları

Hexahedral sayısal ağ ve türbülanslı kısımda Realizable $k-\epsilon$ modeli ile elde edilen simülasyon sonuçları engele sahip olmayan geometriler için bu bölümde gösterilmiştir. Taylor sayılarındaki değişimin Taylor vortekslerine etkisi hem temel geometri hem de Stuart geometrisi için incelenmiştir. Taylor vortekslerinin oluşması için gerekli Taylor sayısı literatürde 41.3 olarak verilmektedir. Bu nedenle, Taylor sayıları sırasıyla 50 ve 200 iken elde edilen HAD simülasyon sonuçlarıyla Taylor vorteksleri incelenmiştir.

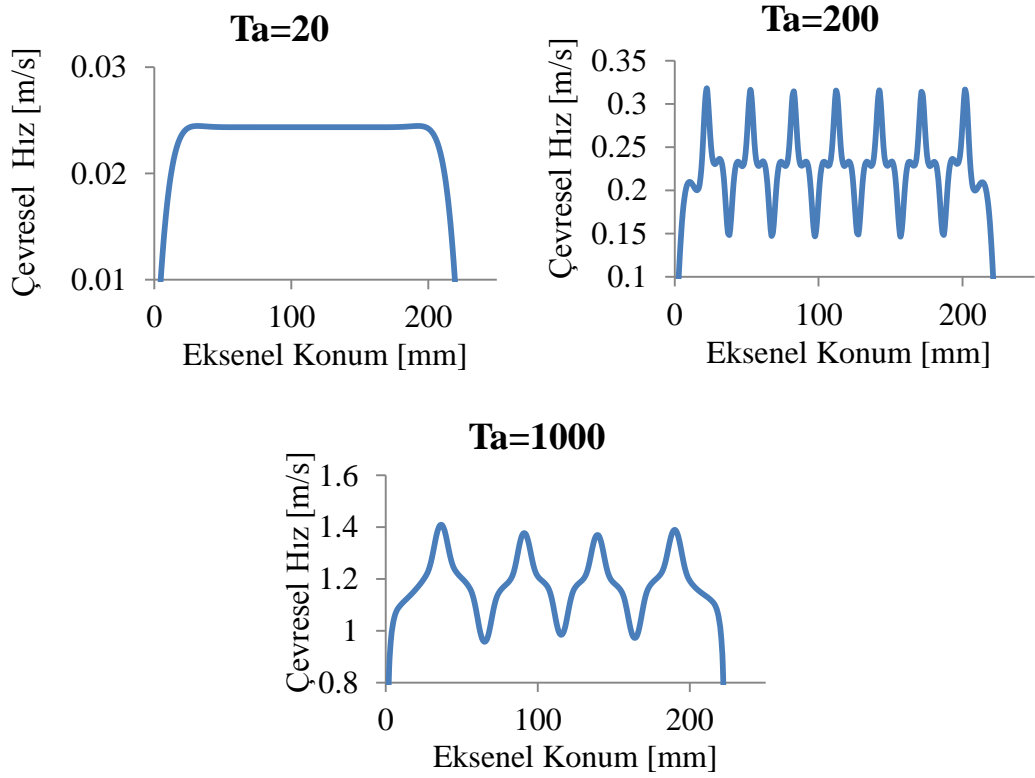
İki geometri için yapılan $Ta=50$ 'deki simülasyon sonuçları EK 1'de verilirken temel geometri için $Ta=200$ değerinde elde edilen sonuçlar ise bu bölümde incelenmiştir. Taylor sayısı 400 değerini aştığında türbülanslı akış başlamaktadır. Yapılan çalışmada türbülansın vorteksler üzerindeki etkisini gözlemlemek amacıyla $Ta=500$ simülasyon sonuçları her iki geometri için de karşılaştırılmıştır.

Şekil 5.10'da aksel konumda alınan çizgi gösterilmektedir. Bu çizgi üzerinde alınan hız değerleriyle akışın laminar, Taylor vorteksli laminar ve türbülanslı olduğu durumlar için karşılaştırma Şekil 5.11'de yapılmıştır.



Şekil 5.10. Aksel konumda alınan çizgi

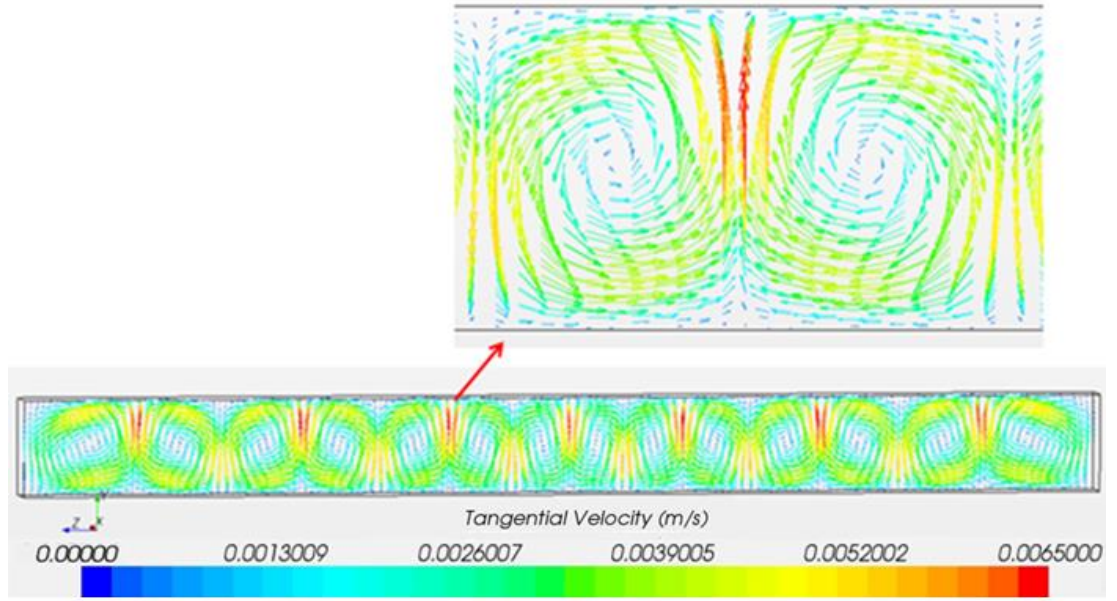
Şekil 5.11’de laminer bölgeden türbülanslı bölgeye geçişte aksenal konumdaki çevresel hızlar grafik üzerinde karşılaştırılmıştır. $Ta=20$ değerinde Taylor vorteksleri olmadığından laminer akıştaki hız değerinde salınım gözlenmezken, $Ta=200$ ’de Taylor vorteksli laminer akış olduğundan vortekslerin dönmesinden kaynaklanan salınımlar dikkat çekmektedir. Ayrıca, sayısal ağ çalışması sırasında belirtildiği üzere $Ta=200$ için 7 vorteks çiftinin olduğu salınımlardan anlaşılmaktadır. $Ta=1000$ ’de ise türbülanslı akış nedeniyle vortekslerin genişlemesine bağlı olarak vorteks çifti sayısının 4 olması salınımlardan net bir şekilde gözlemlenmektedir. Duvar sınır şartlarından dolayı 0 ve 224 mm’lik konumlarda hız değerleri 0 m/s’dir.



Şekil 5.11. Farklı Taylor sayılarında çevresel hızların aksenal konum ile değişimi

Ta=200 değeri için temel geometri kullanılarak elde edilen simülasyon sonuçları aşağıda verilmiştir. Sayısal ağ çalışmasında belirtildiği gibi, 7 vorteks çifti elde edilmiştir.

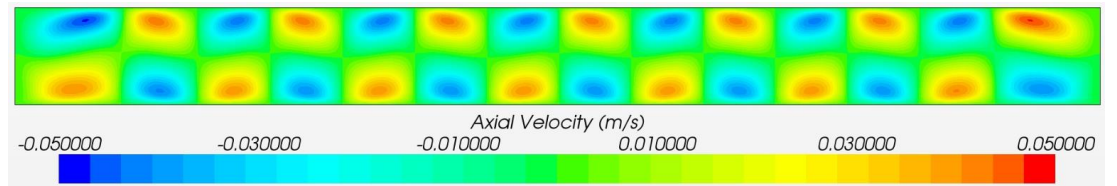
Radyal ve aksenal yönde ikincil akışların oluşturduğu Taylor vorteksleri Şekil 5.12'de verilmektedir.



Şekil 5.12. Temel geometri Taylor vorteksleri, Ta = 200

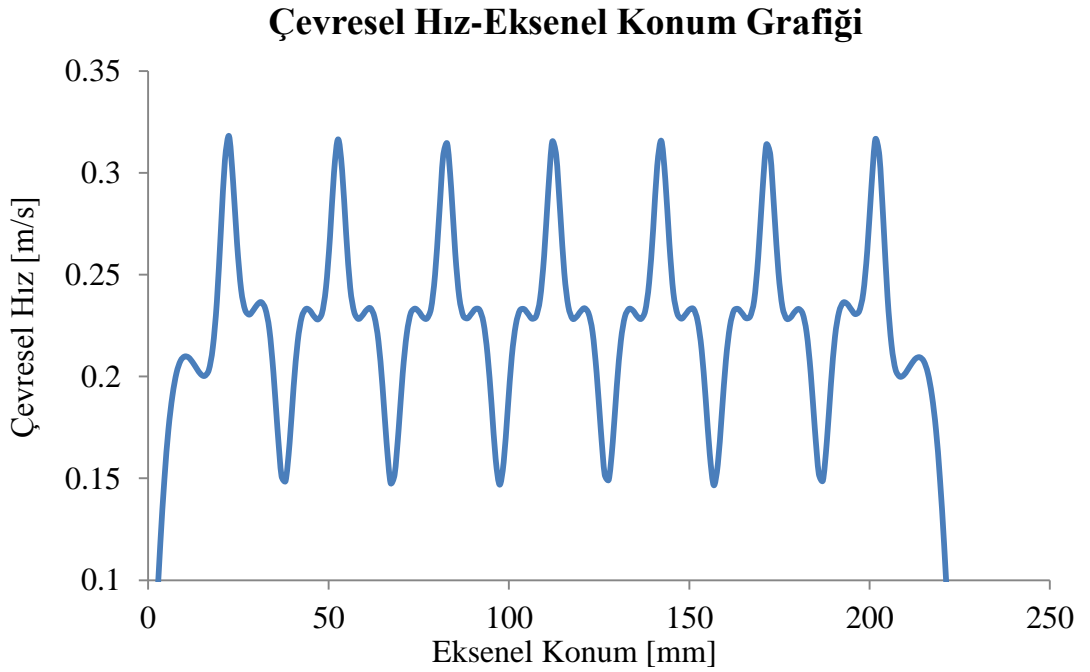
Vorteks çiftinin yakınlaştırılmış simülasyon sonucunda vektörler yardımıyla döngülerin dönüş yönleri net bir şekilde gözlemlenmektedir. Yapılan çalışmada, sabit dış silindire dönen bir iç silindir alınmıştır.

Şekil 5.13'te aksenal hız konturu görülmektedir.



Şekil 5.13. Temel geometri aksenal hız, Ta = 200

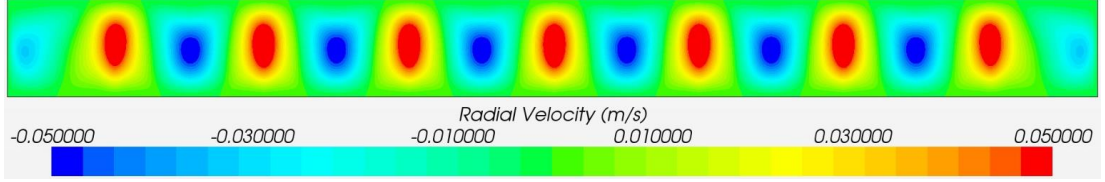
Şekil 5.14'te çevresel hızın aksenal konum ile değişim grafiği verilmektedir. Taylor vortekslerinin vorteks çifti oluşturarak dönmesinden dolayı aksenal konumda hız değişimleri meydana gelmektedir. Grafikte gözlemlenen salınımlar hız konturlarıyla karşılaştırıldığında beklenildiği gibi bir değişim elde edilmiştir. Eksen uzunluğu olan 224 mm boyunca çizgi üzerinde alınan çevresel hızlar, duvar sınır şartlarından dolayı 0 mm ve 224 mm'lik aksenal konumda 0 m/s olarak görülmektedir.



Şekil 5.14. Çevresel Hız-Eksenel Konum Grafiği, $Ta=200$

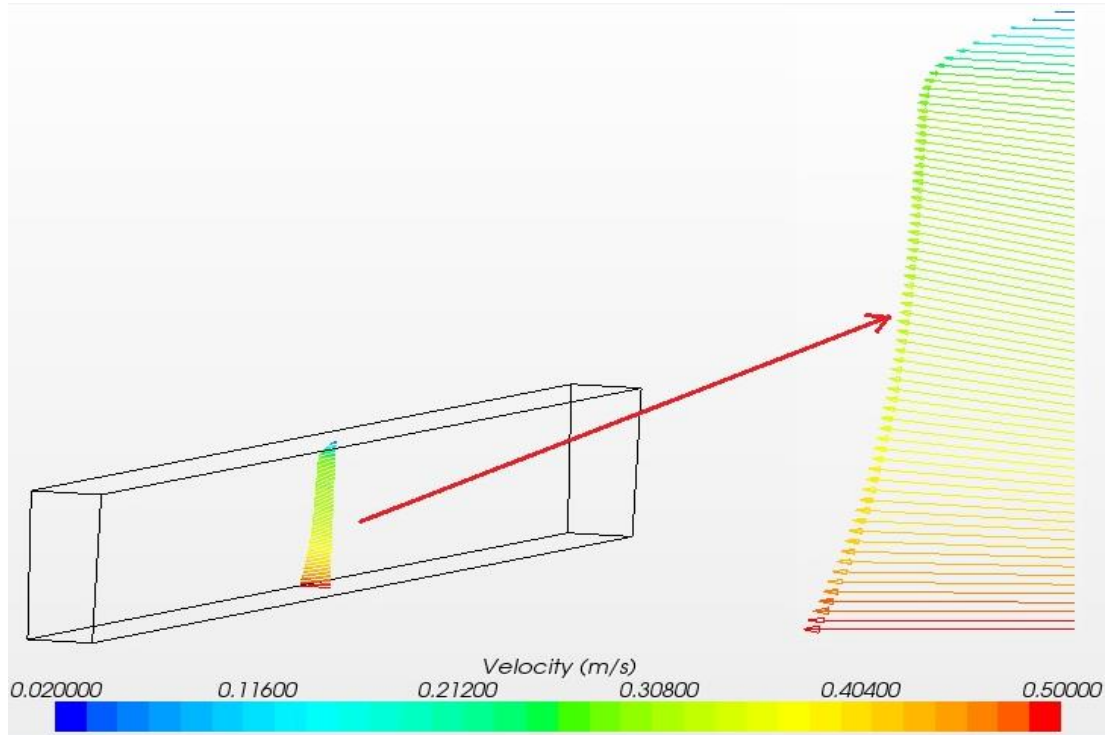
Şekil 5.12 ve Şekil 5.13'te elde edildiği üzere aksenal yönde 7 vorteks çifti vardır. Bu nedenle, Şekil 5.14'te de beklenildiği gibi vorteks çiftlerinin oluşturduğu 7 adet salınım gözlemlenmektedir.

Şekil 5.15'te radyal hız konturu görülmektedir.



Şekil 5.15. Temel geometri radyal hız, $Ta = 200$

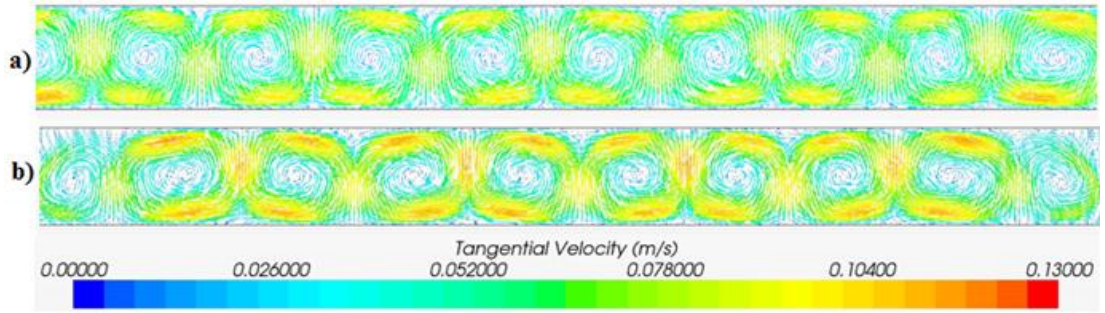
Şekil 5.16'da ise silindir uzunluğunun ortasında alınan ve eş merkezli iki silindirin yarıçaplarından geçen çizgi üzerindeki hız dağılımı verilmiştir. Dönen iç silindire karşı sabit dış silindirin alınması çizgiler üzerindeki hız dağılımından gözlemlenmektedir. İç silindirdeki hız değerleri maksimum olduğundan vektörler kırmızı renkli görünürken dış yarıçapta hızın sıfır olmasından dolayı mavi renkli vektörler görülmektedir.



Şekil 5.16. Temel geometri çizgi üzerindeki hız dağılımı, $Ta = 200$

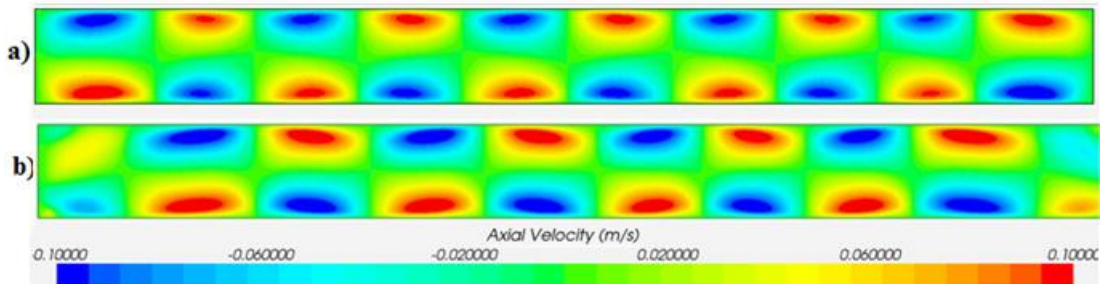
Temel geometri ve Stuart geometrisi için, 2° 'lik sektörde $Ta = 500$ için simülasyon sonuçları aşağıda verilen konturlarda karşılaştırılmaktadır. Taylor sayısı 400 değerini geçince türbülans başladığından yapılan analizler türbülans model çalışmasında karar verilen Realizable k- ϵ modeli kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Şekil 5.17'de Stuart geometrisi [1] ve temel geometri için aynı Taylor sayılarında 5 adet vorteks çifti elde edilmiştir. İki kesitinde aynı uzunluktaki silindirlere alınması nedeniyle aynı sayıda vorteks çifti elde edilmiştir. Ancak farklı yarıçaplara sahip olmaları Reynolds sayılarının da farklı olmasına neden olur. Taylor sayısı 200'den 500'e çıktığında laminer bölgeden türbülanslı bölgeye geçilmesi ve silindir hızının da artması nedeniyle vorteks sayısında değişim gözlemlenmektedir. $Ta=200$ 'de 7 vorteks çifti gözlemlenirken, bu sayı $Ta=500$ 'de 5'e düşmüştür.



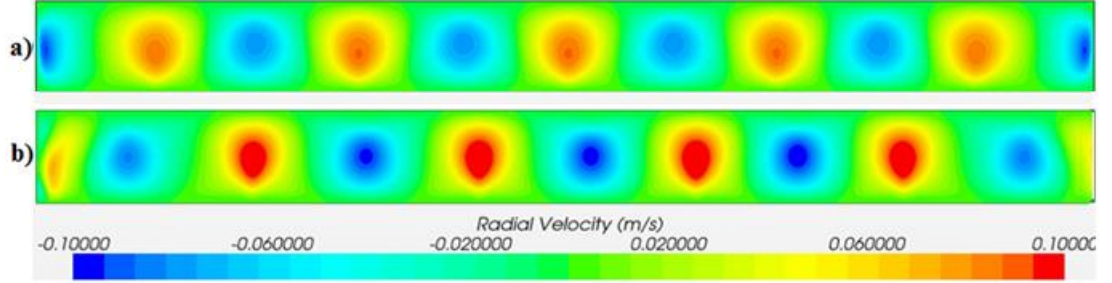
Şekil 5.17. Taylor vorteksleri, $Ta = 500$: a) Temel geometri, b) Stuart geometrisi

Eksenel hız (axial velocity) konturu, Şekil 5.18'de iki geometri için de verilmektedir.



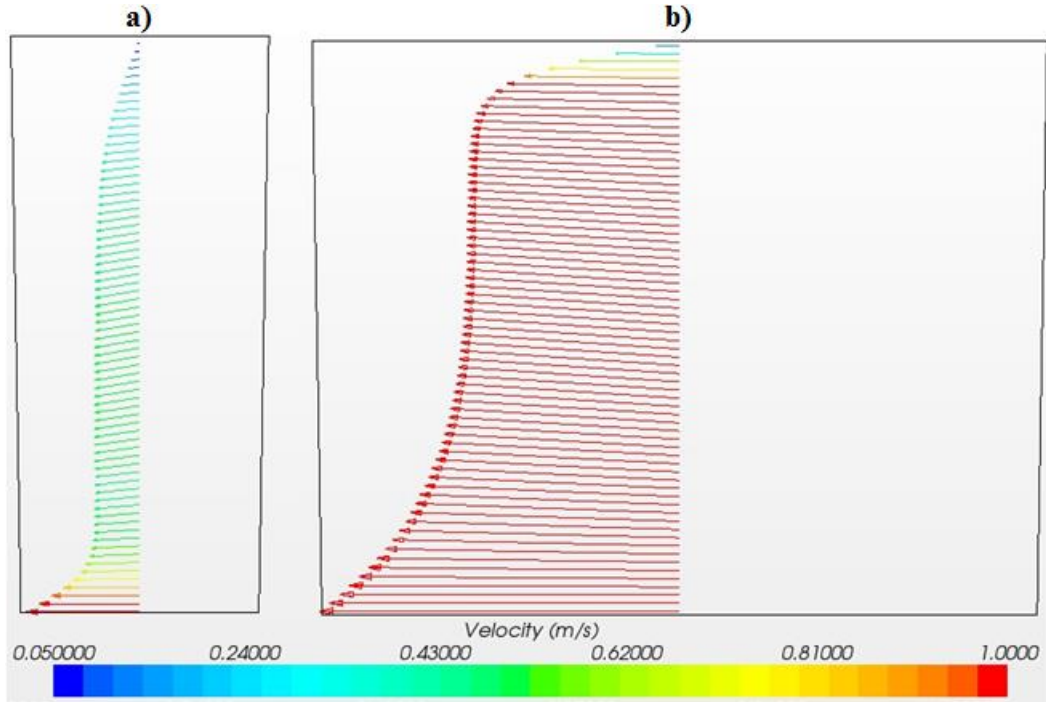
Şekil 5.18. Eksenel hız, $Ta = 500$: a) Temel geometri, b) Stuart geometrisi

Şekil 5.19’da ise radyal hız (radial velocity) konturu iki geometri için de verilmiştir.



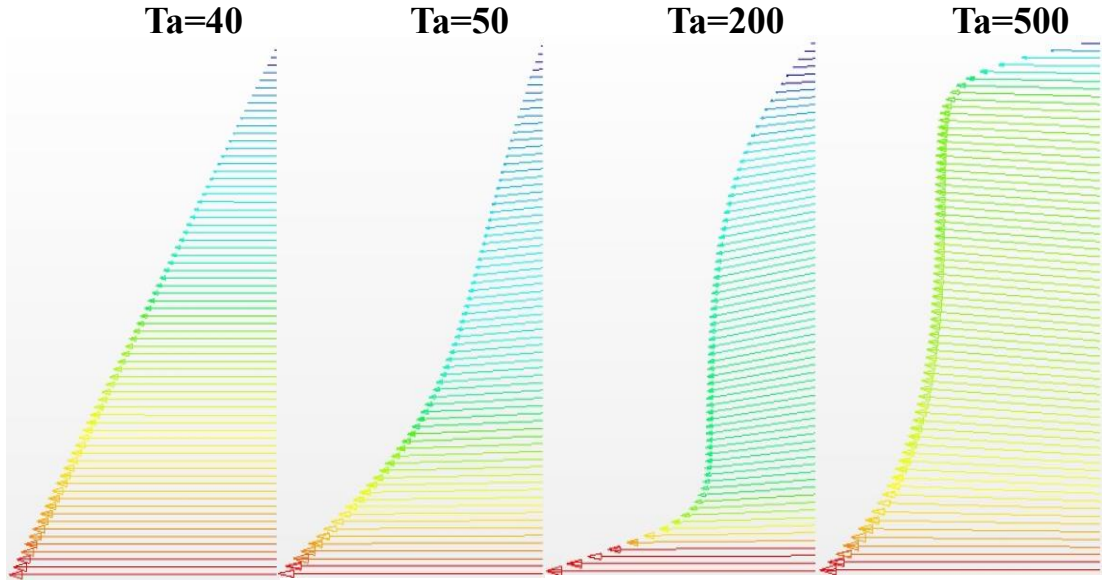
Şekil 5.19. Radyal hız, $Ta = 500$: a)Temel geometri, b)Stuart geometrisi

Şekil 5.20’de çizgi üzerindeki hız dağılımını hem Temel hem de Stuart geometrisi için verilmiştir. İki geometri için eş merkezli silindirin arasındaki mesafenin aynı (20 mm) olduğu ve farklı yarıçaplara sahip oldukları 2 derecelik sektörden anlaşılmaktadır.



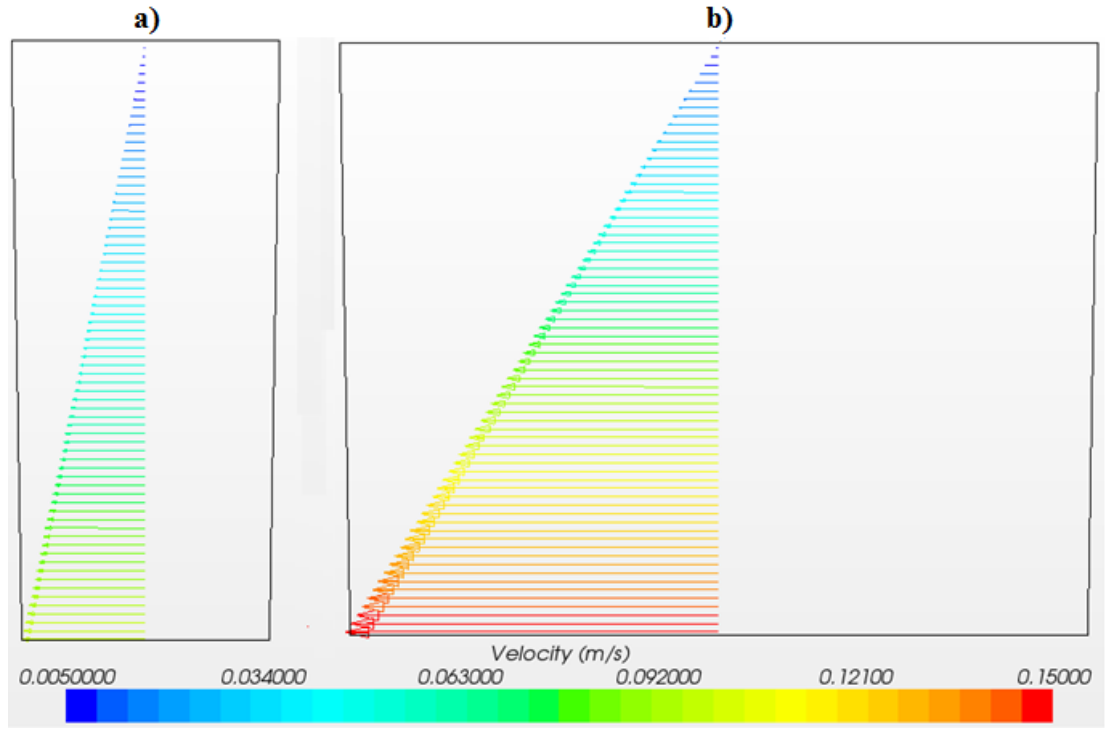
Şekil 5.20. Çizgi üzerindeki hız dağılımı, $Ta = 500$: a)Temel geometri, b)Stuart geometrisi

Şekil 5.21’de radyal çizgi üzerinde Stuart geometrisi için farklı Taylor sayılarındaki hız dağılımı gözlenmektedir. Sabit dış silindirle dönen bir iç silindir alındığından iç silindirde hız maksimum değerine sahipken dış silindirde ise minimum değerine sahiptir. $Ta=40$ olduğunda akış laminardır ve hız çizgi üzerinde beklenildiği gibi dış yarıçapa doğru lineer azalmaktadır. $Ta=50$ ve $Ta=200$ olduğunda da akış laminardır ancak akışa Taylor vorteksleri eklendiğinden $Ta=40$ ’da olduğu gibi lineer bir azalma gerçekleşmez. Taylor sayısı arttıkça sınır tabaka kalınlığının arttığı net bir şekilde gözlenmektedir. Son olarak da, tütbülanslı akış durumu $Ta=500$ için verilmiştir. Türbülansında etkisiyle sınır tabaka kalınlığında gözle görünür bir artış olmuştur.



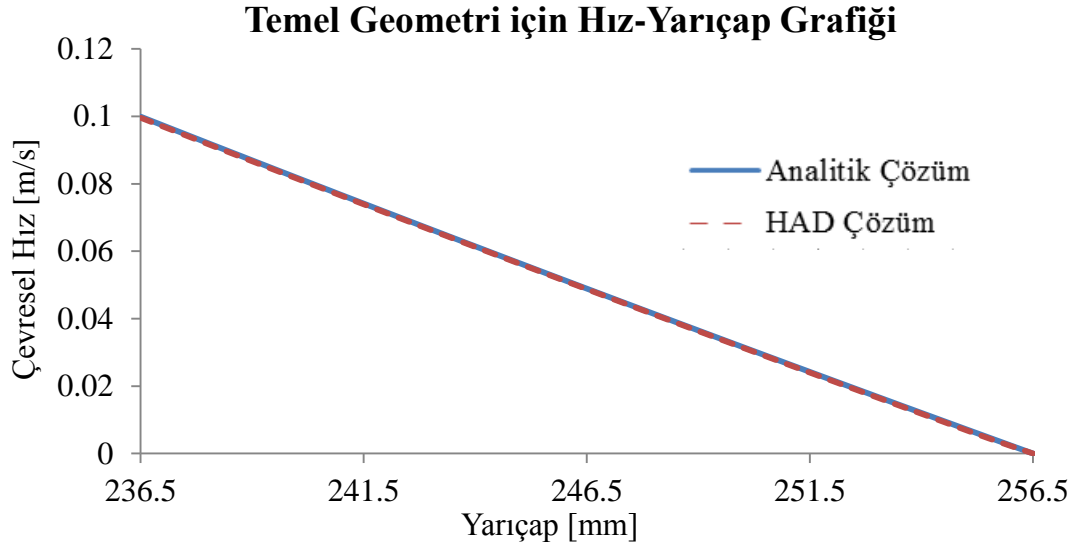
Şekil 5.21. Stuart geometrisi için hız dağılımları

Aynı Taylor sayılarında, temel ve Stuart geometrisindeki iç silindirler farklı hızlarda dönmektedir. Bu durum çizgi üzerinde verilen hız dağılımlarında net bir şekilde gözlenmektedir. $Ta=200$ için laminar akışa Taylor vorteksleri eklendiği için lineer bir görünüm gözlenmez, $Ta=500$ için de türbülanslı akıştan dolayı akış lineer değildir. Şekil 5.22’de görüldüğü üzere $Ta = 40$ alındığında lineer bir görünüm elde edilmiştir. Bu durumun nedeni daha önce de bahsedildiği gibi $Ta < 41.3$ ’te akışın laminar olması, $41.3 < Ta < 400$ aralığında Taylor vortekslerinin laminar akışa eklenmesi ve $Ta > 400$ için de akışın türbülanslı olmasıdır.



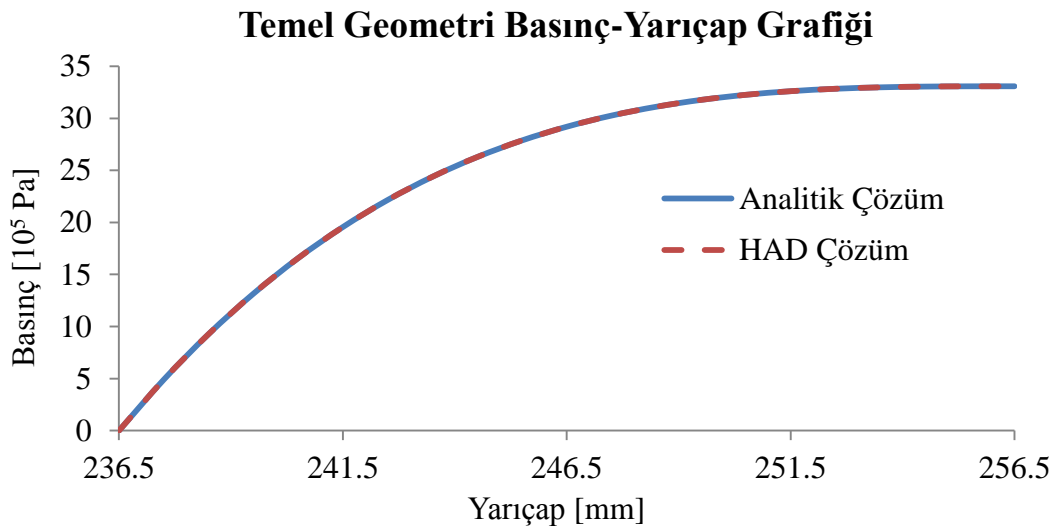
Şekil 5.22. Çizgi üzerindeki lineer hız dağılımı, $Ta=40$: a) Temel geometri, b) Stuart geometrisi

Hızın iç yarıçaptan dış yarıçapa kadar lineer azalması durumu $Ta=40$ için Şekil 5.22’de silindirler arasında alınan çizgi üzerinde verilmiştir. Bu durum Şekil 5.23’te ise grafik üzerinde gözlemlenmektedir. Analitik çözümle üç boyutlu HAD çözümünün çok yakın değerlere sahip olması (%0.3 farkla) beklenen hız ve basınç değerlerine ulaşıldığını göstermektedir.



Şekil 5.23. Temel geometri için hız-yarıçap grafiği, Ta=40

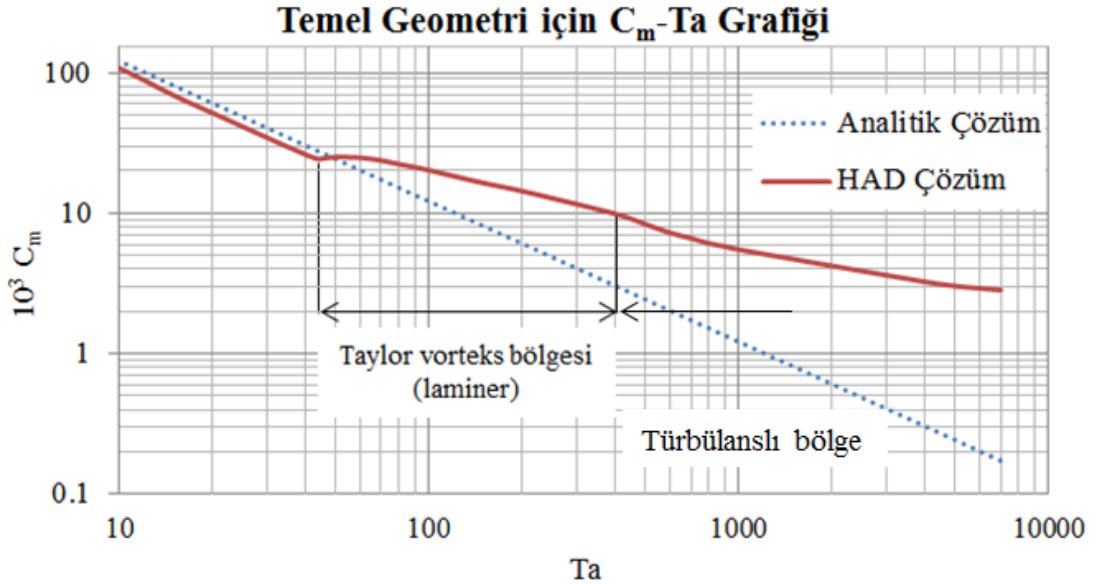
Şekil 5.23'te görüldüğü üzere iç silindirde hız maksimum değerine sahipken, dış silindirde ise minimum hız değerine (=0) sahiptir. Bunun nedeni, eş merkezli dönen silindirlere iç silindirin Ta=40'a denk gelen hız değeriyle dönmesi dış silindirin de sabit olmasıdır. Ta=40 için Taylor vorteksleri oluşmadığı için akış tamamen laminerdir ve iç silindirden dış silindire hız değeri lineer olarak azalmaktadır.



Şekil 5.24. Temel geometri için basınç-yarıçap grafiği, Ta=40

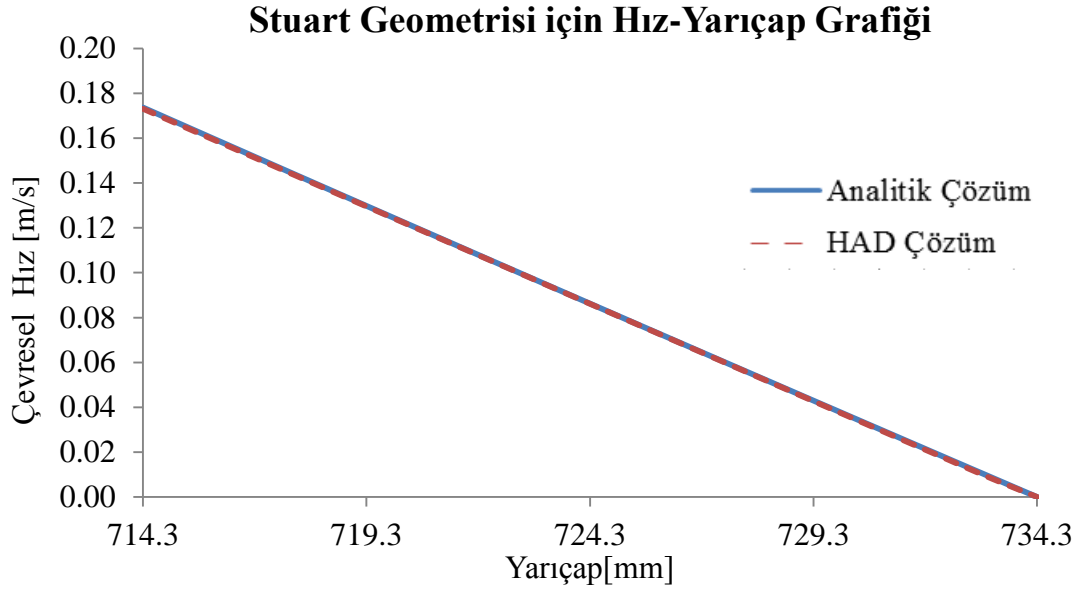
Temel geometri için yarıçaplar arasındaki basınç değişimi Şekil 5.24'te verilmiştir. Temel geometride $Ta=40$ için basınç değerleri çok küçük olduğundan 10^5 ile çarpılmış hali grafikte verilmektedir. Yapılan analizlerde hız ve basınç grafikleri beklenildiği gibi elde edilmiştir.

Şekil 5.25'te görüldüğü üzere Taylor sayısı kritik değeri aştıktan sonra HAD çözümü analitik çözümden uzaklaşmaktadır. Bunun nedeni kritik Taylor sayısından sonra Taylor vortekslerinin oluşmasıdır. Yapılan analizlerde, Taylor vorteksleri $Ta=45$ değerinde gözlemlenmeye başlamıştır. Literatürde $Ta>400$ değerini aştığında ise akışın laminar den tübülanslı bölgeye geçtiği belirtilmiştir. Grafiğe bakıldığında Taylor sayısı 400 değerini aştığında beklenildiği gibi eğimde değişim görülmektedir. Laminer bölgede (kritik Taylor sayısından önce), analitik çözümle HAD çözümleri arasındaki fark %7 civarındadır.



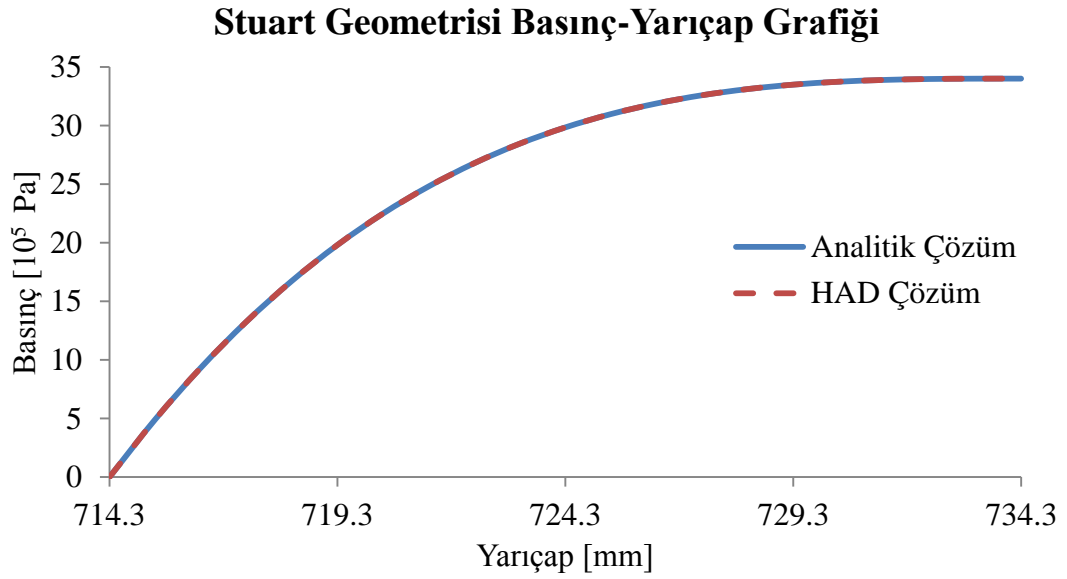
Şekil 5.25. Temel geometri için C_m - Ta grafiği

Şekil 5.26 ve Şekil 5.27'de Stuart geometrisi için sırasıyla hız ve basınç değerlerinin yarıçaplar arasındaki değişimi temel geometrideki gibi elde edilmiştir. Stuart geometrisi için de sabit dış silindirle dönen bir iç silindir kullanılarak analiz yapıldığından hız grafiğinde beklenildiği gibi lineer bir azalma görülmektedir.



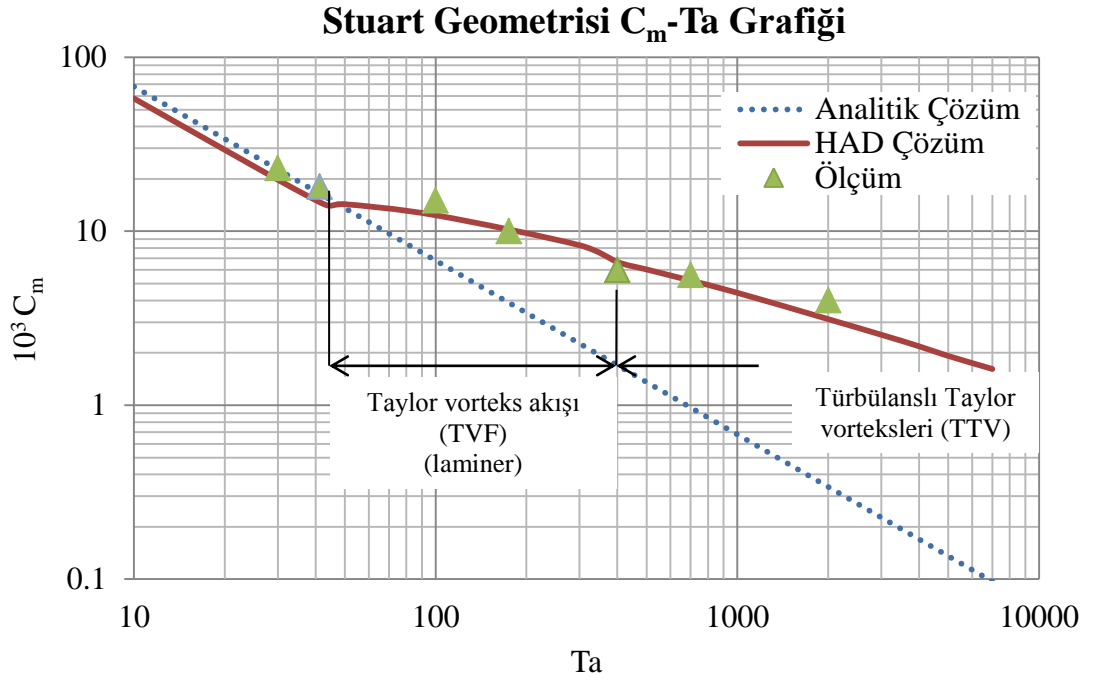
Şekil 5.26. Stuart geometrisi için hız-yarıçap grafiği, $Ta=40$

Şekil 5.27’de Stuart geometrisi için yarıçaplardaki basınç değişimi görülmektedir. $Ta=40$ için hesaplanan basınç değerleri çok küçük olduğundan grafikte 10^5 ile çarpılmış hali verilmiştir.

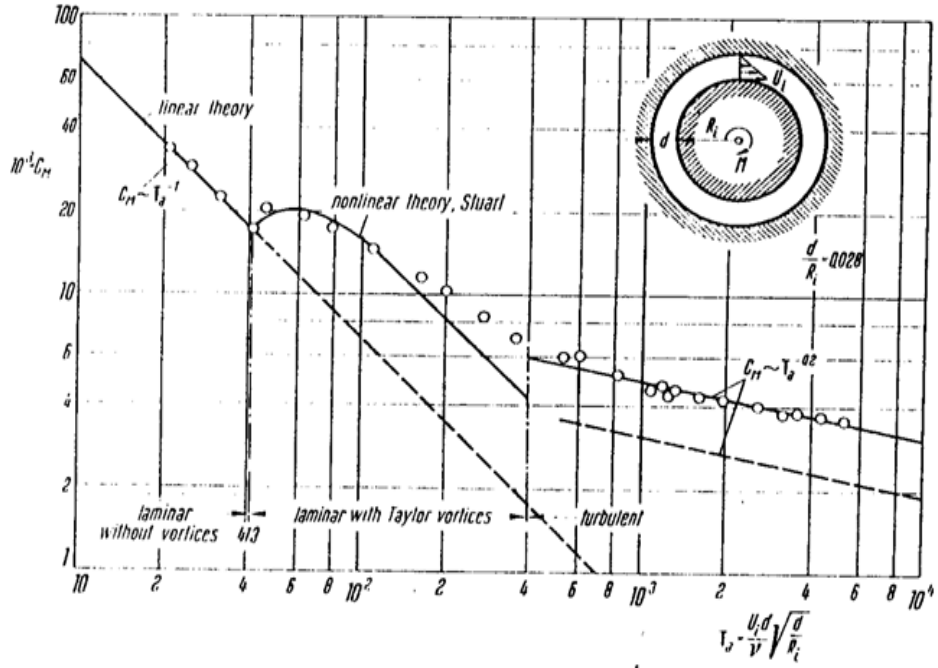


Şekil 5.27. Stuart geometrisi için basınç-yarıçap grafiği, $Ta=40$

Şekil 5.28’de Stuart geometrisi için C_m - Ta grafiği verilmiştir. Karşılaştırma yapılırken ölçüm olarak Stuart’ın verileri [1] kullanılmıştır. Grafiğe bakıldığında HAD çözümleriyle ölçüm sonuçlarının çok yakın olduğu görülmektedir. Bu da Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği’nin sözü geçen ürün için bir tasarım aracı olabileceğini göstermektedir.



Literatürde [1] Stuart geometrisi için kritik Taylor sayısı 41.3 verilirken yapılan hesaplamalarda 45 olarak bulunmuştur. Bu durum Şekil 5.28 ve Şekil 5.29’da C_m - Ta grafiklerinde verilmektedir.



Şekil 5.29. Stuart teorisinin kullanıldığı C_m - T_a grafiği [1]

Farklı yarıçap ve açısal hız oranlarının kritik Taylor sayısını etkilediği bir çok bilim adamı tarafından araştırılmıştır. Yapılan çalışmaları literatürdekilerle karşılaştırmak için hem temel hem de Stuart geometrisi için gerekli oranlar aşağıda hesaplanmıştır.

Temel geometri için iç yarıçapın dış yarıçapa oranı: $r_i / r_o = 0.2365 / 0.2565 = 0.92$

Stuart geometrisi için iç yarıçapın dış yarıçapa oranı: $r_i / r_o = 0.7143 / 0.7343 = 0.97$

İç yarıçap dönerken dış yarıçap sabit alınarak hesaplamalar yapıldığından her iki geometri için de açısal hız oranı; $\omega_o / \omega_i = 0$ olur.

Çizelge 5.5'e bakıldığında Roberts (1965) tarafından yapılan analizler Stuart geometrisi için kritik Taylor sayısının ≈ 42 olduğunu göstermektedir.

Çizelge 5.5. Farklı yarıçap oranlarında kritik Taylor sayıları [8]

r_1 / r_2	ω_2 / ω_1	Ta_c
1	-	41.2
0.98	0	41.8
0.96	0	42.1
0.95	0	42.4

Çizelge 5.6'da hem temel hem Stuart geometrisi için hesaplanan kritik Taylor sayıları verilmiştir.

Çizelge 5.6. Temel ve Stuart geometrisi için kritik Taylor sayıları, Ta_c

Geometri adı	r_i/r_o	Ta_c Roberts [8]	Ta_c Stuart [1]	Ta_c Tez çalışması
Temel geometri	0.92	43	41.3	45
Stuart geometri	0.97	42	41.3	45

Çizelge 5.7'de ise hem temel hem de Stuart geometrisinde Çizelge 5.6'daki kritik Taylor sayılarına karşılık gelen kritik Reynolds sayıları verilmiştir.

Çizelge 5.7. Temel ve Stuart geometrisi için kritik Reynolds sayıları, Re_c

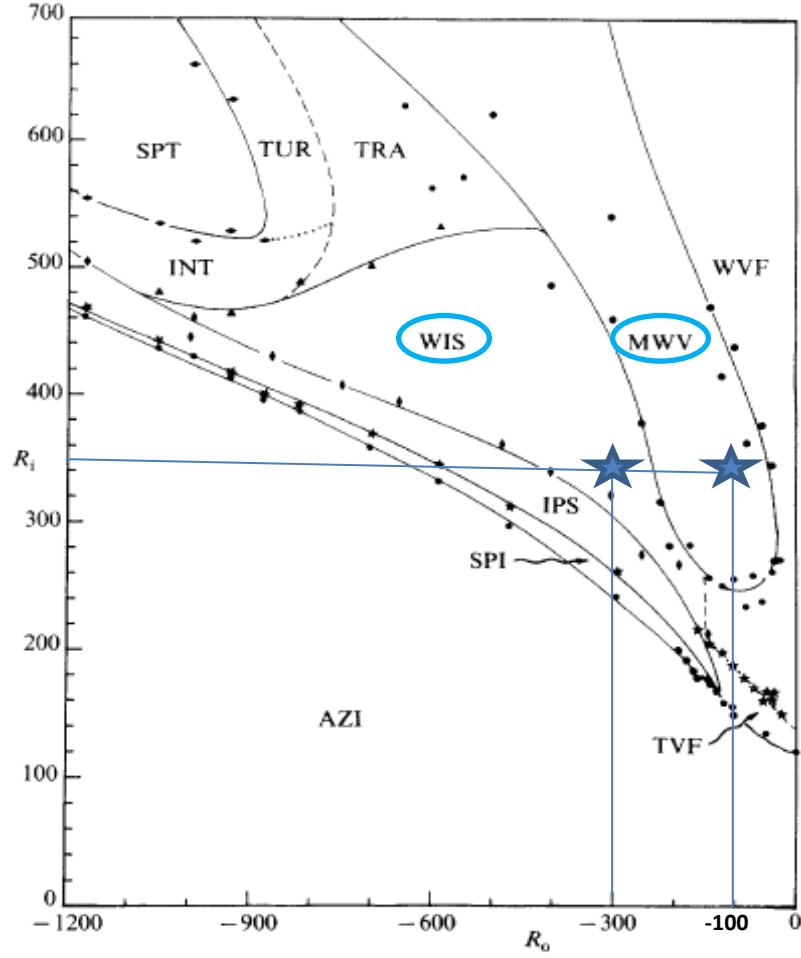
Geometri adı	r_i/r_o	Re_c Roberts [8]	Re_c Stuart [1]	Re_c Tez çalışması
Temel geometri	0.92	144.4	142	154.7
Stuart geometri	0.97	251	246.8	268.9

Stuart'ın çalışmalarında [1] kritik Taylor sayısının, $Ta_c = 41.3$ olduğu $C_m - Ta$ grafiğinde gözlenmektedir. Roberts'ın yaptığı çalışmalarda [8] bu değer 42 civarındayken tez çalışması kapsamında yapılan hesaplamalarda ise 45 olduğu gözlenmiştir. İç ve dış yarıçap oranlarının önemli rol oynadığı Taylor sayısından kritik Reynolds sayısına geçildiğinde, tez çalışmasındaki kritik Reynolds sayılarının Roberts (1965) tarafından elde edilen değerlere daha yakın olduğu bulunmuştur. Çizelge 5.7'de bu durum özetlenmiştir.

Engelsiz eş merkezli silindirlerle yapılan analizlerde son olarak, farklı akış çeşitlerini gözlemek için Andereck ve diğerleri tarafından yapılan çalışmalar tekrarlanmıştır. Çalışmalarda kullanılan silindir ölçüleri kullanılarak yeni bir geometri oluşturulmuştur. Oluşturulan bu yeni geometri için daha önceki bölümlerde tanımlanan bağımsız dönen silindirik Couette sistemlerindeki akış rejimleri gözlenmiştir. Yapılan hesaplamalar literatürle karşılaştırılmış ve HAD analizlerinin doğruluğu incelenmiştir.

Andereck geometrisi için iç yarıçapın dış yarıçapa oranı; $r_i/r_o=52.5/59.5=0.88$ olarak hesaplanmıştır. Walowit ve diğerlerinin (1964) yaptığı çalışmalar göstermiştir ki ~ 0.9 yarıçap oranında, $-0.25 \leq \omega_2/\omega_1 \leq 0.81$ değerleri arasında $Ta_c \cong 44$ değerindedir.

Şekil 5.30'da Andereck geometrisi için literatürde bulunan grafik üzerinde iki farklı akış türü gösterilmiştir. Modüle edilmiş dalgalı vorteks akışı MWV ile dalgalı iç içe geçmiş spiral akışı ise WIS kısaltmasıyla verilmiştir. İç ve dış yarıçapa bağlı Reynolds sayılarının, sırasıyla Re_i ve Re_o , değiştirilmesiyle akış türlerinin de değiştiği net bir şekilde gözlemlenmektedir. Yapılan çalışmada, sabit $Re_i (=350)$ değerine karşı $Re_o = -100$ değerinden $Re_o = -300$ değerine değiştirilmiştir. İç ve dış silindirin birbirine zıt döndüğünü belirtmek için Reynolds sayısı $-$ işareti ile verilmiştir.

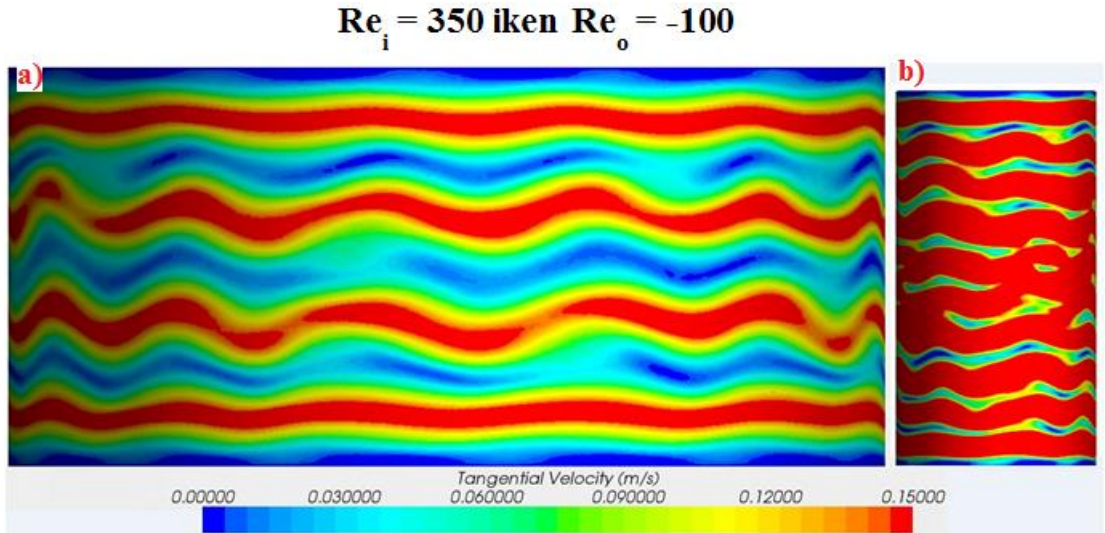


Şekil 5.30. Akış türlerinin Reynolds sayısı ile değişimi [24]

Temel geometri ve Andereck geometrisinin Şekil 5.31 a) ve b)'de modüle edilmiş dalgalı vorteks akış simülasyonları verilirken, Şekil 5.32 a) ve b)'de ise dalgalı iç içe geçmiş spiral akış simülasyonları verilmiştir. Temel geometri yarıçap değerleri Andereck geometrisi yarıçap değerlerinden çok büyük olduğu için verilen şekillerde Andereck geometrisi çok küçük görülmektedir. Çizelge 5.8'de Reynolds sayılarına karşılık gelen dakikadaki dönme hızları ve Taylor sayıları sırasıyla iç ve dış yarıçapa göre verilmiştir. Yarıçap değerlerindeki büyük farktan dolayı dönme hızları arasındaki fark da büyüktür.

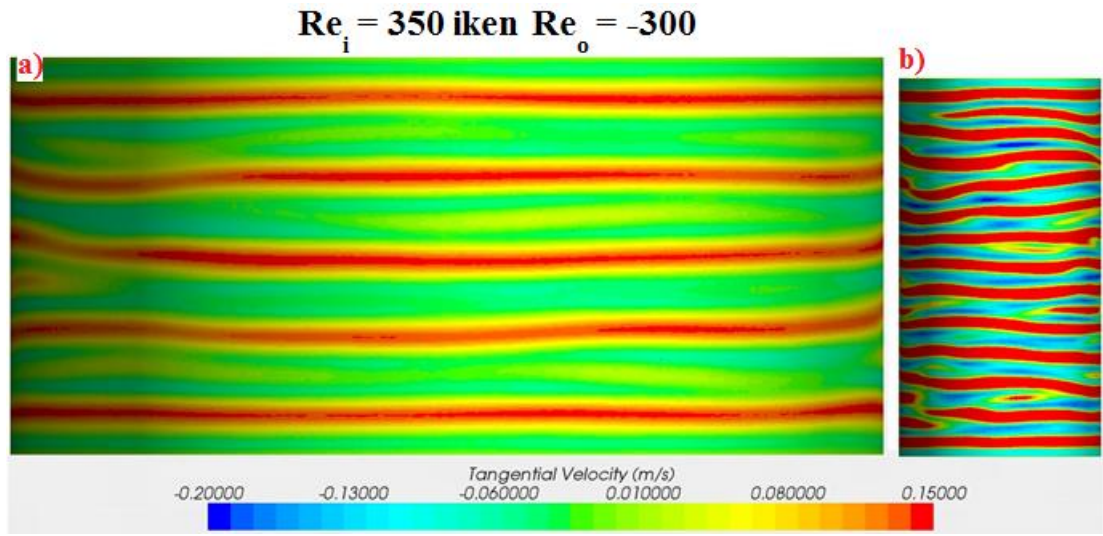
Çizelge 5.8. Geometrilerin aynı Reynolds sayısında karşılaştırılması

Geometri	$Re_i = 350$		$Re_o = -100$		$Re_o = -300$	
	N_i [rpm]	Ta_i	N_o [rpm]	Ta_o	N_o [rpm]	Ta_o
Temel Geometri	10.3	101.8	-2.7	29.1	-8.1	87.2
Andereck Geometrisi	132.9	127.4	-33.5	36.4	-100.6	109.2



Şekil 5.31. Modüle edilmiş dalgalı vorteks akış: a)Temel geometri, b)Andereck geometri

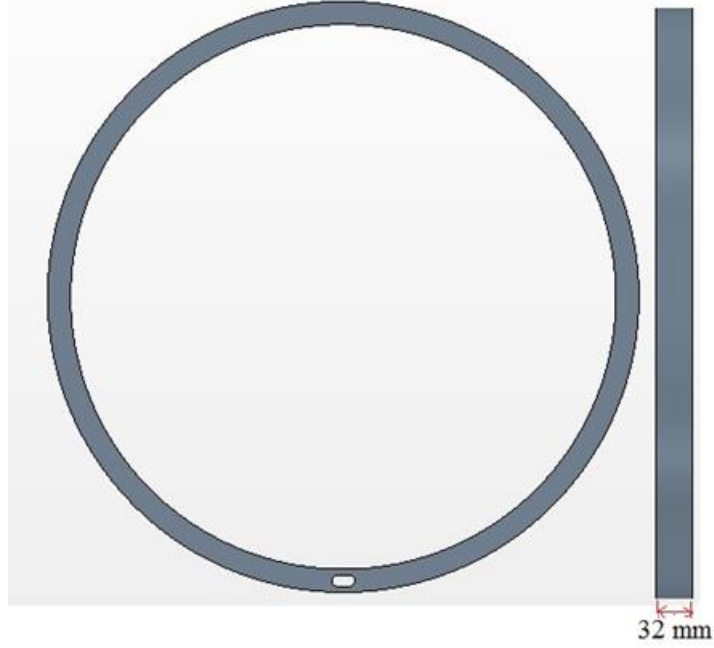
Şekil 5.31'deki iki farklı modeldeki modüle edilmiş dalgalı vorteks simülasyonları, geometri ölçülerinde büyük fark olmasına rağmen aynı Reynolds sayılarında büyük benzerlik göstermektedir. $Re_i=350$ iken $Re_o= -100$ değerinden $Re_o= -300$ değerine değiştirildiğinde ise Şekil 5.32'de verilen dalgalı iç içe geçmiş spiral akış simülasyonları elde edilmiştir. İki geometri sonuçları karşılaştırıldığında Andereck geometrisinde dalgalı iç içe geçmiş spiral akış temel geometriye göre daha net görülmektedir.



Şekil 5.32. Dalgalı iç içe geçmiş spiral akış: a)Temel geometri, b)Andereck geometri

5.2 Engele Sahip Eş Merkezli Silindirler

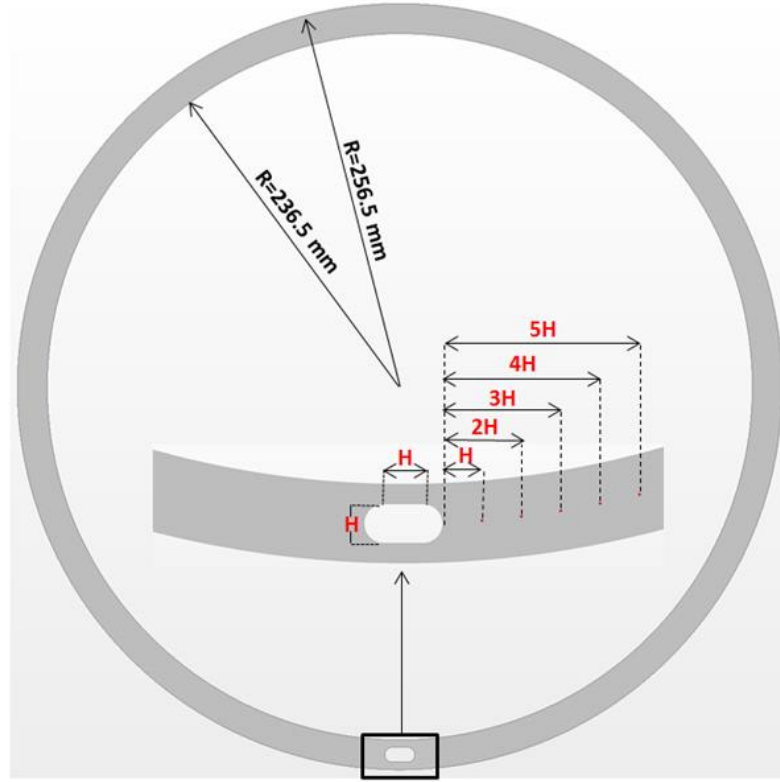
Temel geometriye Şekil 5.33'te gösterildiği gibi bir engel konularak eş merkezli iki silindir arasındaki akış incelenmiştir. Konulan bu engel ısıtıcı olarak düşünüldüğünde ilerleyen çalışmalar için önemli veriler elde edilmiştir. Yapılan sayısal ağ çalışmalarında radyal ve aksenal yönde 7 vorteks çifti bulunduğundan daha hızlı sonuç elde etmek için silindir uzunluğu olan 224 mm'yi 7'ye bölerek 1 adet vorteks çifti için silindir uzunluğu 32 mm alınarak 3 boyutlu analiz yapılmıştır.



Şekil 5.33. Engele sahip temel geometrinin 3 boyutlu gösterimi

İki boyutlu yapıların baskın olduğu akışlarda iki boyutlu HAD analizlerinin yapılması hesaplama zamanını oldukça azaltır. Von Karman girdaplarının da etkin olarak iki boyutlu bir yapıya sahip olduğu göz önünde bulundurulduğunda, analizin iki boyutlu olarak ele alınması uygun bulunmuştur ve çalışmalarda daha hızlı çözüm elde etmek için iki boyutlu analizler yapılmıştır.

Isıtıcı elemanı olarak eş merkezli iki silindirin arasına konulan engelin ölçüleri belirlenirken yarıçaplar arasındaki fark dikkate alınmıştır. İki silindir arası mesafe 20 mm olduğundan engelin radyal yönde uzunluğu 10 mm alınmıştır ve iki silindirin tam ortasına gelecek şekilde alttan ve üstten 5'er mm boşluk bırakarak yerleştirilmiştir. Eksenel yönde ise 3 boyutlu analizde silindirin uzunluğuyla aynı olarak boydan boya uzatılmıştır ve genişlik olarak da 20 mm alınmıştır. Engelin uzunluğu olan 10 mm'ye H dersek engelden 1H, 2H, 3H, 4H ve 5H uzaklıkta monitör noktaları Şekil 5.34'teki gibi yerleştirilmiştir. Bu noktalar üzerindeki basınç ve hız değerleri için zamana karşı grafikler elde edilmiştir.



Şekil 5.34. Engeli olan temel geometri ve monitör noktaları için ölçülendirme

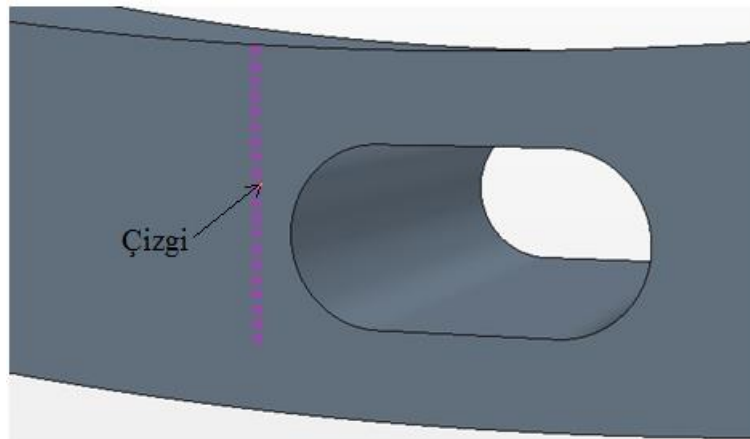
5.2.1 Sayısal Ağ Çalışması

Eş merkezli silindirlerin arasına konulan engelden sonra oluşan periyodik Karman vortekslerini incelemek için yapılan analizlerde öncelikle önemli olan doğru sayısal ağ yapısına (mesh) karar vermektir. Bunun için bir çok çalışma yapılarak en doğru sayısal ağ (SA) yapısına karar verilmiştir. Çizelge 5.9’da uygun bulunan iki hexahedral sayısal ağ çalışması verilmiştir.

Çizelge 5.9. Engele sahip tez geometrisi için sayısal ağ çalışması

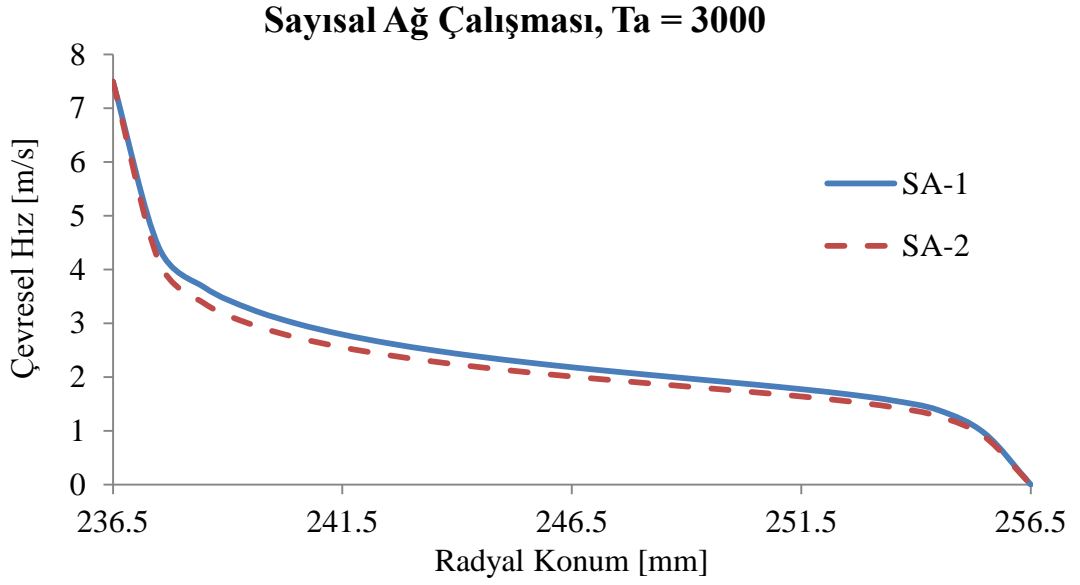
Hexahedral Ağ Yapısı	Hücre Sayısı (Mesh)
Sayısal Ağ 1 (SA-1)	~ 78000
Sayısal Ağ 2 (SA-2)	~ 310000

Şekil 5.35’te engel geometrisinden önce radyal konumda alınan çizgi gösterilmiştir. İç ve dış yarıçaptan geçen bu çizgi üzerinde çevresel hızlar farklı ağ yapılarında Şekil 5.36’da karşılaştırılmıştır. Engelden sonra von Karman vorteksleri meydana geldiğinden radyal konumda alınan çizgi engelden önce alınmıştır. Bu sayede çevresel hız değerlerinde karşılaştırma yapılabilmiştir.



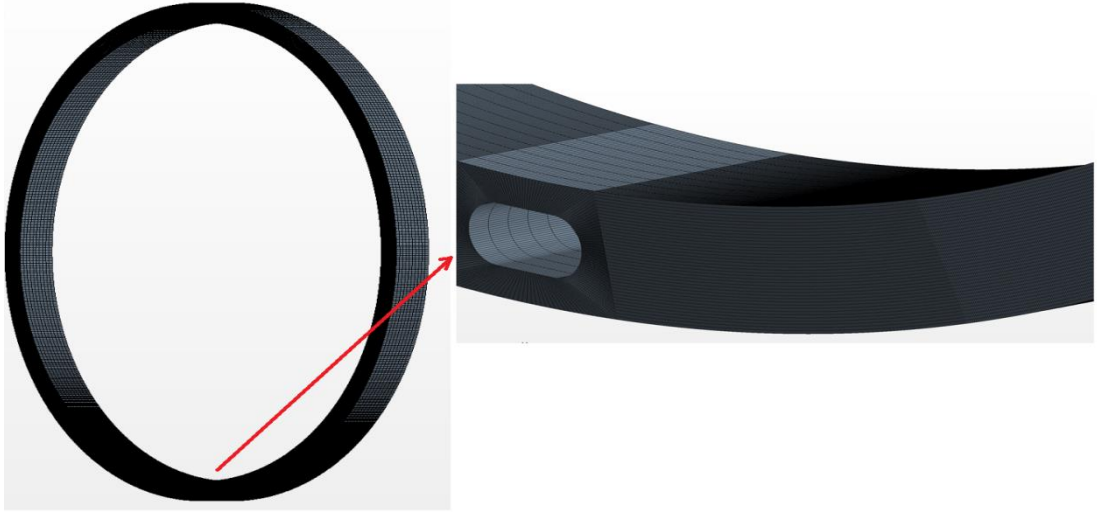
Şekil 5.35. Engelden önce alınan radyal konumdaki çizgi

Şekil 5.36’da, iki sayısal ağ çalışması arasında %6 civarında fark gözlemlenmektedir. Yapılan analizler birbirine yakın değerlere sahip olduğundan daha hızlı sonuç elde etmek için 78000 sayısal ağa sahip olan ve SA-1 olarak adlandırılan ağ yapısı kullanılmıştır.



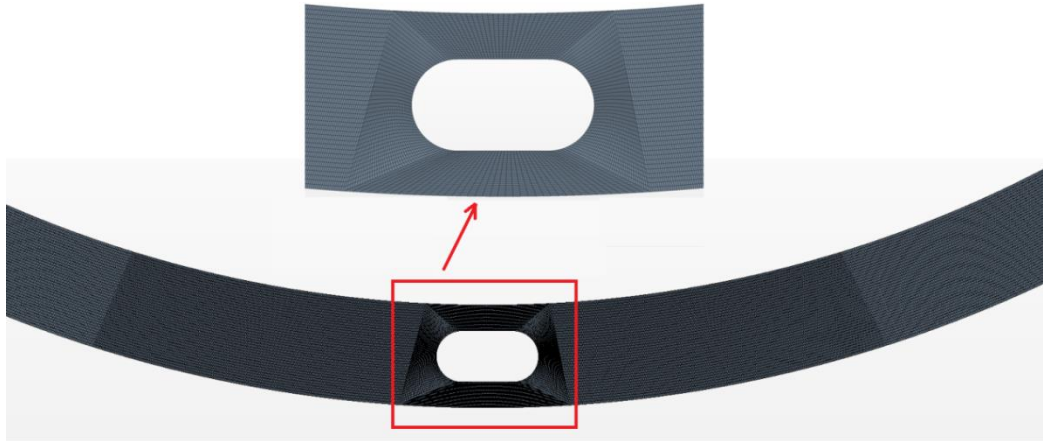
Şekil 5.36. Engele sahip temel geometri sayısal ağ çalışması, Ta = 3000

Şekil 5.37’de 3 boyutlu analizde kullanılan ve 780 000 sayısal ağ yapısına sahip temel geometrinin gösterimi verilmiştir. Eksenel yönde 10 sayısal ağ olduğu için 2 boyutlu sayısal ağ yapısına çevrildiği zaman 78 000 sayısal ağ elde edilmiştir. Bu sayede hesaplama zamanı kısaltılmış ve iki sayısal ağ yapısı sayesinde Taylor vortekslerinin Von Karman vortekslerine etkisi incelenmiştir.



Şekil 5.37. Engelle sahip temel geometrinin sayısal ağ gösterimi

Engel etrafındaki sayısal ağ çalışması çok önemlidir. Engelden sonra konulan monitör noktalarından elde edilen verilerle FFT yapılarak frekans ve Strouhal sayısı hesabı yapılacaktır. Bu nedenle, engel etrafında daha yoğun sayısal ağ varken engelden uzaklaştıkça belli oranda sayısal ağ sayısında azalma gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.38’de engel etrafındaki sayısal ağ gösterimi verilmiştir. Engel etrafında yoğun sayısal ağ kullanılmasının nedeni engelden sonra von Karman vortekslerinin oluşmasıdır. Sayısal ağ yapısının engelden uzaklaştıkça yoğunluğunun azalması analizlerin hesaplama zamanını da kısalttığından bu şekilde bir sayısal ağ yapısı tercih edilmiştir.



Şekil 5.38. Engel etrafındaki sayısal ağ yapısı

5.2.2 Zaman Adımı Çalışması

Zaman adımı seçimi, uygun sayısal ağın belirlenmesi gibi Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği'nde önemli bir yere sahiptir. Zaman adımının belirlenmesinde CFL (convective time scale), Von Neumann sayısı, türbülans zaman ölçeği (turbulent time scale) ve Strouhal sayısından faydalanılır. Yapılan çalışmalarda engelden sonra periyodik olarak meydana gelen girdaplar (vortex shedding) olduğundan zaman adımının belirlenmesinde Strouhal sayısından faydalanılmıştır [54].

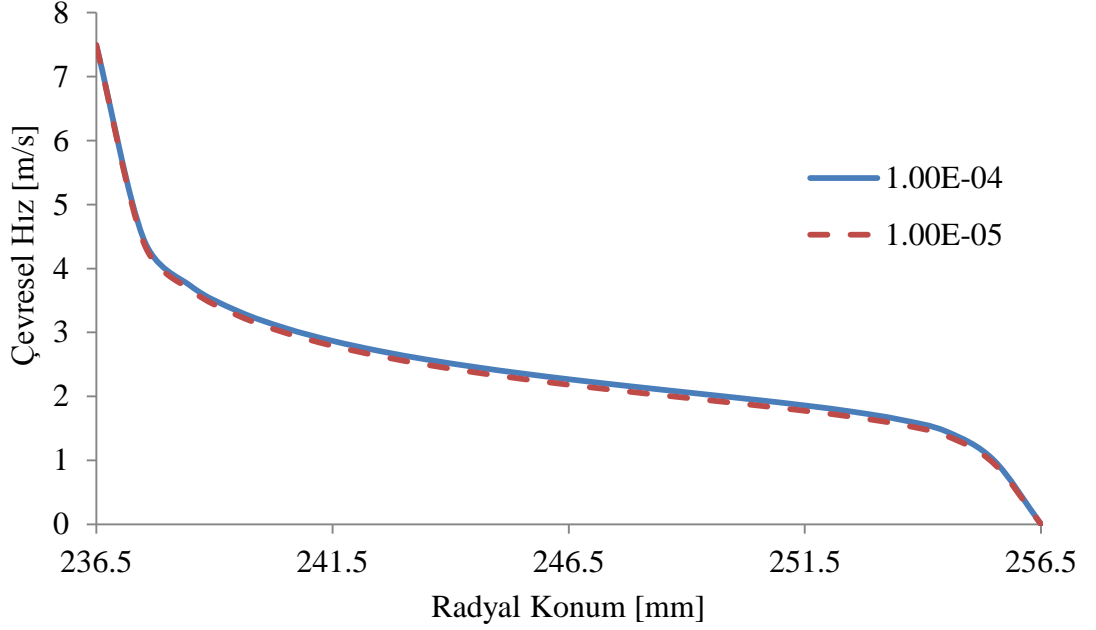
78 000 olan sayısal ağ çalışmasında hesaplanan akışın frekans ve periyodu örnek olarak aşağıda verilmektedir.

$$St = \frac{fD}{V} \rightarrow f = \frac{1}{T} = 166 \text{ Hz}, T = 0.006 \text{ s}$$

Zaman adımı 10^{-4} saniye seçilerek analizler ~ 0.9 saniye devam ettirilmiştir. Ağ yapısına karar verilirken yapılan HAD analizlerinde bu zaman adımı büyüklüğü kullanılmıştır.

Zaman adımı çalışması için seçilen diğer zaman adımı büyüklüğü, $\Delta t=10^{-5}$ saniye olarak belirlenmiştir. Yapılan zaman adımı çalışması Şekil 5.39'da verilmiştir. Radyal konumda çevresel hızlarda fazla bir değişiklik olmadığından (%3 fark) iki zaman adımı arasında herhangi biri seçilebilir. Çözümleme zamanı açısından 10^{-5} s olan zaman adımı büyüklüğü 10^{-4} zaman adımına göre daha uzun sürer. Ancak yapılan analizlerde 10^{-5} s olan zaman adımı kullanılmıştır.

Zaman Adımı Çalışması

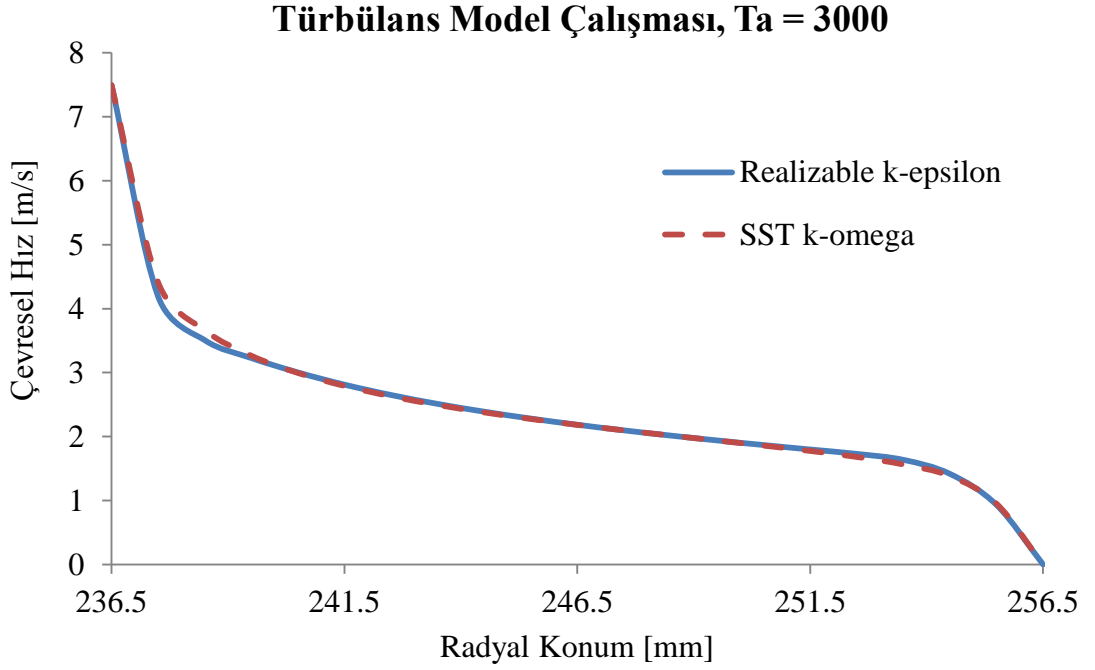


Şekil 5.39. Engele sahip temel geometrinin için zaman adımı çalışması, $Ta=3000$

5.2.3 Türbülans Model Seçimi

Türbülans modelinin yapılan analizler üzerindeki etkisini gözlemlemek için farklı türbülans modelleri ile HAD analizleri yapılmıştır. Realizable $k-\epsilon$ modeli ve SST $k-\omega$ modeli arasında elde edilen veriler karşılaştırıldığında %1 ile %4 arasında fark gözlemlenmektedir. Bu nedenle, her iki modelde analizlerde kullanılabilir.

Şekil 5.40'da $Ta=3000$ için iki türbülans modeli karşılaştırması verilmiştir. Yapılan analizler sonucunda SST $k-\omega$ modelinde salınımların daha erken başladığı ve daha hızlı sonuç alındığı gözlemlenmiştir. Bu nedenle, tercih edilen model SST $k-\omega$ olmuştur.



Şekil 5.40. Türbülans model çalışması, $Ta = 3000$

5.2.4 Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform, FFT)

Ayrık Fourier Dönüşümü (AFD) bir deneysel veya sayısal çalışma ile elde edilen karmaşık sinyallerde hangi frekansta ne şiddette veri olduğunu ayırıştırıcı bir işlemdir. Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform, FFT) ise Ayrık Fourier Dönüşümü yapan fakat daha hızlı bir algoritmaya sahip olan bir işlemdir [56].

ϕ_k verilerinin Ayırık Fourier Dönüşümü Denklem 5.1 ile bulunur.

$$\phi_k = \sum_{n=0}^{N-1} \hat{\phi}_n e^{2\pi i kn/N}, \quad k = 0, 1, 2, \dots (N - 1) \quad (5.1)$$

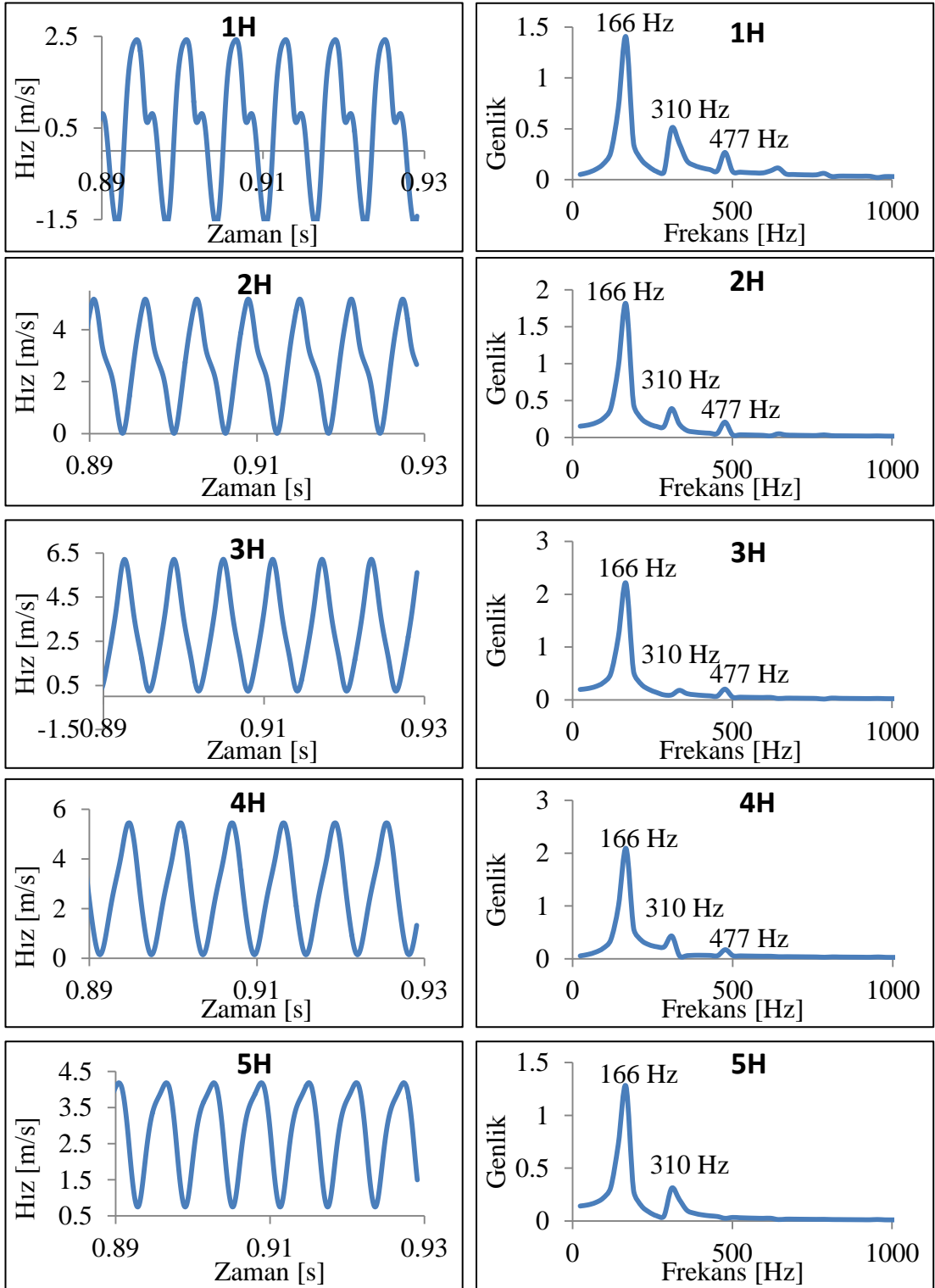
Burada $\hat{\phi}_n$ ayırık Fourier katsayılarını göstermektedir. Bu katsayılar ise Denklem 5.2 yardımıyla bulunur. Denklem 5.1 ve Denklem 5.2 kullanılarak dönüşüm ve ters dönüşüm işlemleri gerçekleştirilebilir.

$$\hat{\phi}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \phi_k e^{-2\pi i kn/N}, \quad k = 0, 1, 2, \dots (N - 1) \quad (5.2)$$

FFT, titreşim analizinde kullanılan istatistik tabanlı matematiksel bir işlemdir. Karışık sinyal yumaklarını ayırıştırır ve hangi frekansta ne şiddette bir titreşim olduğunu gösterir. Kısaca FFT sinyallerimizi zaman alanından frekans alanına geçirirken kullandığımız bir işlemdir ve tekrarlanmayan sinyalleri dikkate almaz. Karmaşık sinyaller içinde periyodik olanları belirleyip harmonik bileşenlerine ayırır. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği analizlerinde elde edilen veri topluluğunun içerisinde kendini tekrarlayan niceliklerin frekansı FFT sayesinde bulunur ve akış periyodik ise akışın periyodu, frekansı, Strouhal sayısı hesaplanabilir [56].

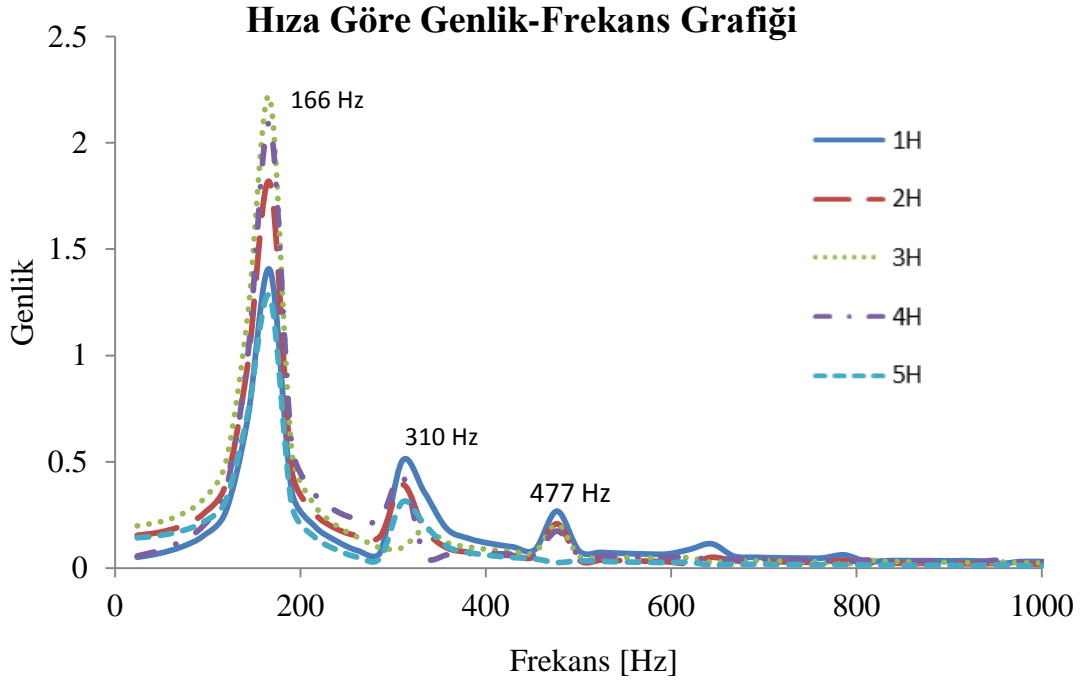
Bu çalışmada, engel üzerindeki hız ve basıncın zamana bağlı değişimine FFT uygulanmaktadır. Yapılan FFT, araştırmalar sırasında bulunan dökümanlar yardımıyla Excel'de gerçekleştirilmiştir [57]. Isıtıcı eleman olarak düşünülen engel için belli uzaklık noktalarında (monitor points) elde edilen verilerin (hız ve basınç), zamana göre alınmasıyla elde edilen grafikler Star-CCM+ programı yardımıyla çizdirilmiştir. Ardından da Excel'de uygun hesaplamalar yapılarak genlik-frekans grafikleri elde edilmiştir. Strouhal sayısı frekansa bağlı olduğundan FFT uygulanmasıyla akışın Strouhal sayısına karşılık güç spektral yoğunluğu veya büyüklük grafikleri elde edilmektedir. Buradaki güç spektral yoğunluğu sinyal gücünün frekans alanındaki dağılımıdır.

Şekil 5.41'de hızın zamana göre değişimi ve FFT sonuçları verilmektedir.

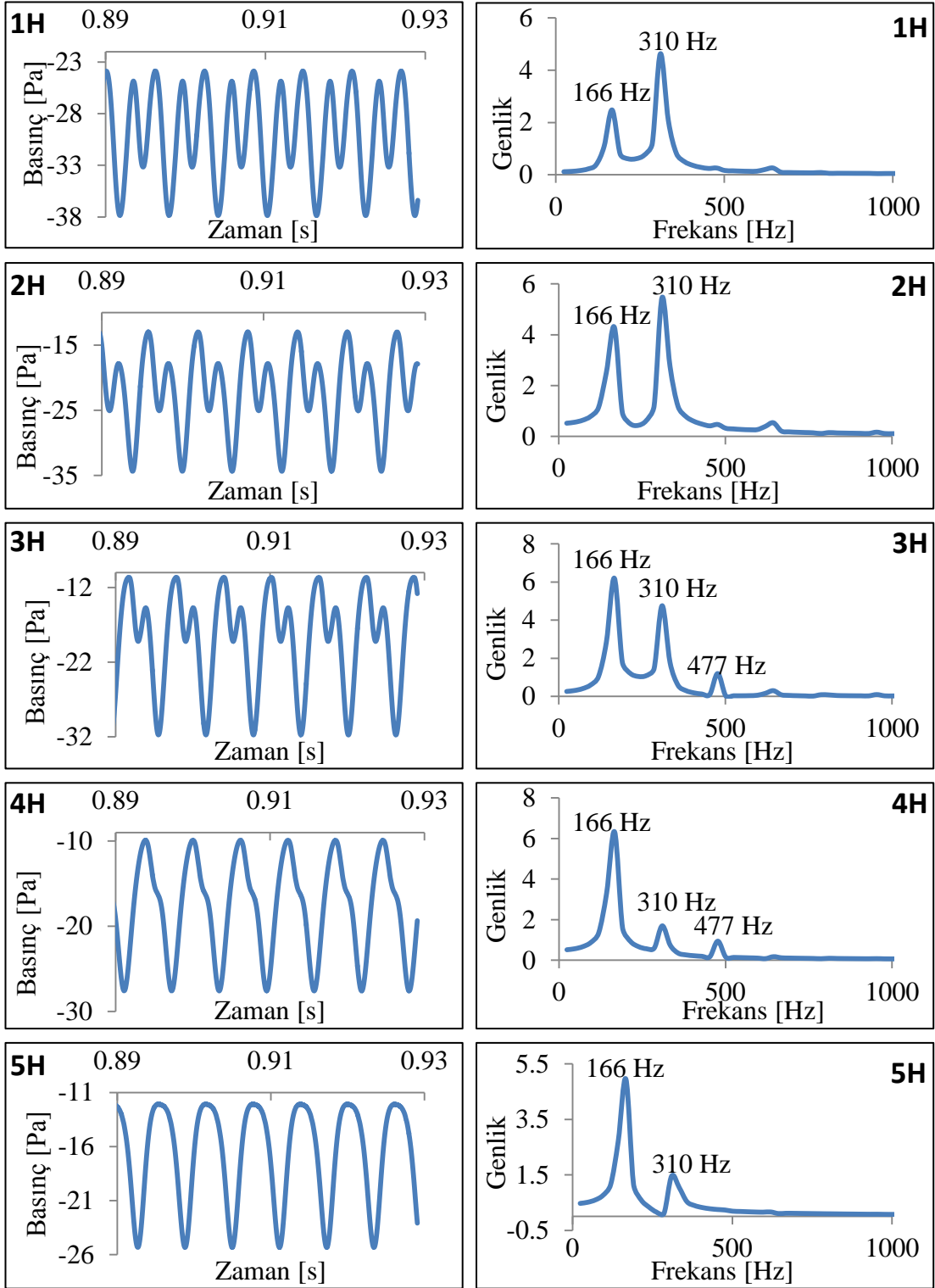


Şekil 5.41. Farklı H uzaklıklarında hızın değişimi ve elde edilen frekans değerleri, $T_a=5000$

Şekil 5.41’de engelden sonra alınan farklı H uzaklıkları için hızın zamana göre değişimleri verilmiştir. Aynı grafikte, bu H uzaklıklarında hızın zamana göre değişiminden elde edilen genlik-frekans grafikleri de verilmektedir. Hız değerleri engelden sonra yerleştirilen 5 farklı monitor noktasından alınmıştır. FFT yöntemiyle genlik-frekans eğrisi elde edilmiştir. Genliğin engelden hemen sonra ve engelden çok uzakta düşük değerler aldığı, orta mesafedeki noktalarda ise yüksek değerlere sahip olduğu Şekil 5.42’de net bir şekilde gözlenmektedir. Bu noktadaki hız değerlerinin diğer noktalara göre daha yüksek olması genliği arttırmıştır.



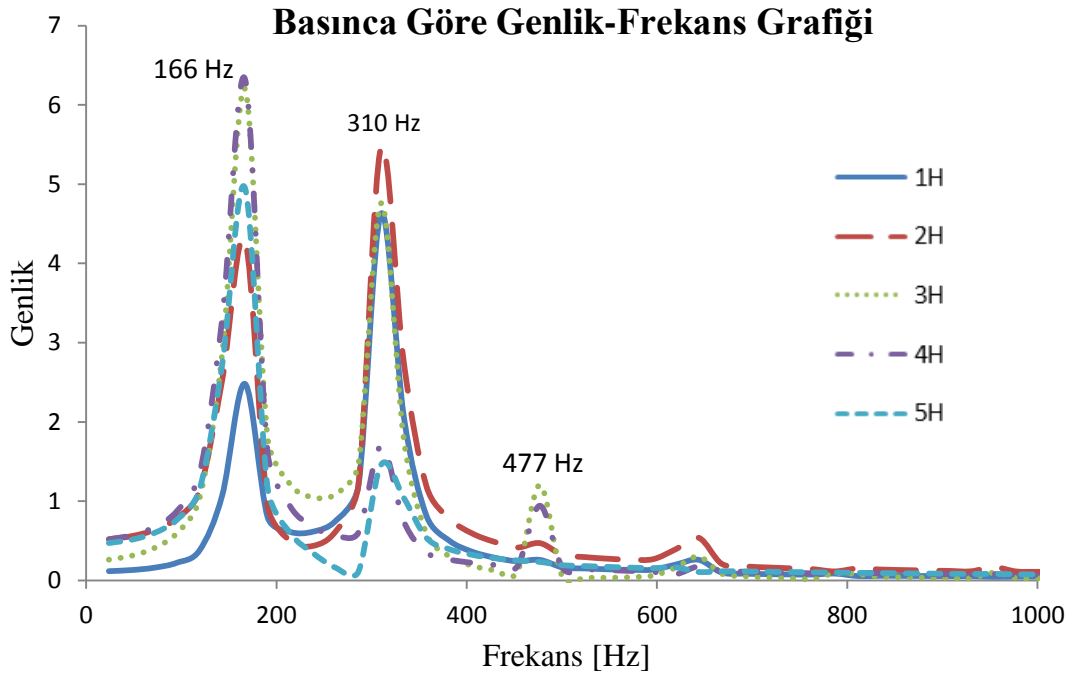
Şekil 5.42. Farklı H uzaklıklarında hıza göre genlik-frekans, $T_a=5000$



Şekil 5.43. Farklı H uzaklıklarında basıncın değişimi ve elde edilen frekans değerleri, $T_a=5000$

Hızın zamana göre değişiminin incelendiği gibi Şekil 5.43'te de, engelden sonra alınan farklı H uzaklıkları için basıncın zamana göre değişimleri incelenmiştir. Basıncın zamana göre değişiminden elde edilen genlik-frekans grafikleri de farklı H uzaklıklarına yerleştirilen noktalar için oluşturulmuştur. 5 farklı monitor noktasından alınan basınç değerleri kullanılarak, FFT yöntemiyle elde edilen genlik-frekans eğrileri $T_a=5000$ için Şekil 5.44'te verilmektedir. Bu sayede farklı H uzaklıklarında genlik-frekans değerlerindeki değişim net bir şekilde gözlemlenmektedir.

Basıncın zamana göre değişiminde de hızda olduğu gibi engelden sonraki orta noktaların genliği daha yüksek değerlere sahiptir. Bu durum Şekil 5.44'te verilmiştir.



Şekil 5.44. Farklı H uzaklıklarında basınca göre genlik-frekans, $T_a=5000$

Ses basınç seviyesi (sound pressure level, SPL) veya ses seviyesi, L_p logaritmik olarak ifade edilen efektif ses basınç değerinin (p_{rms}) referans bir ses basınç değerine (p_{ref}) oranıdır. İnsan işitme eşiği göz önünde bulundurulduğunda standart referans basınç değeri, $p_{ref}=20 \mu\text{Pa}$ olarak alınır [58]. Ses seviyesi Denklem (5.3)'te verilmektedir ve birimi desibeldir (dB).

$$L_p = 20 \log_{10} \frac{p_{rms}}{p_{ref}} \quad (5.3)$$

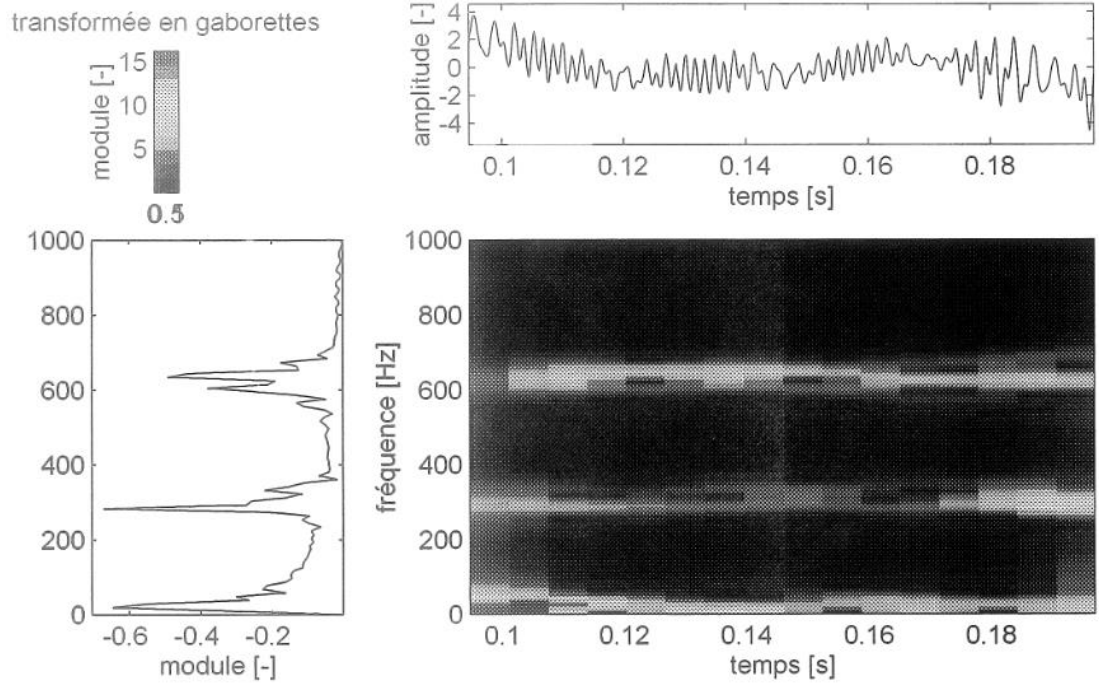
Basınç ve hız pertürbasyon alanı (sırasıyla p', u') herhangi bir yaklaşım ile elde edildikten sonra p_{rms} aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$p_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^N (p_i')^2 \right)} \quad (5.4)$$

Denklem (5.4)'te verilen efektif ses basınç değeri hesaplanıp Denklem (5.3)'te yerine konulduğunda ses basınç seviyesi (SPL) kolaylıkla dB olarak elde edilebilir. Piyasadaki çamaşır makinelerinde ses seviyesi genellikle 50-75 dB arasındadır [59]. Yapılan çalışmalarda kullanılan ısıtıcı elemanın geometrisi ve konumu değiştirilerek SPL'de meydana gelen değişim ilerleyen çalışmalarda incelenebilir. Bu sayede de mevcut çamaşır makineleri için gürültü problemlerinde iyileştirme sağlanabilir.

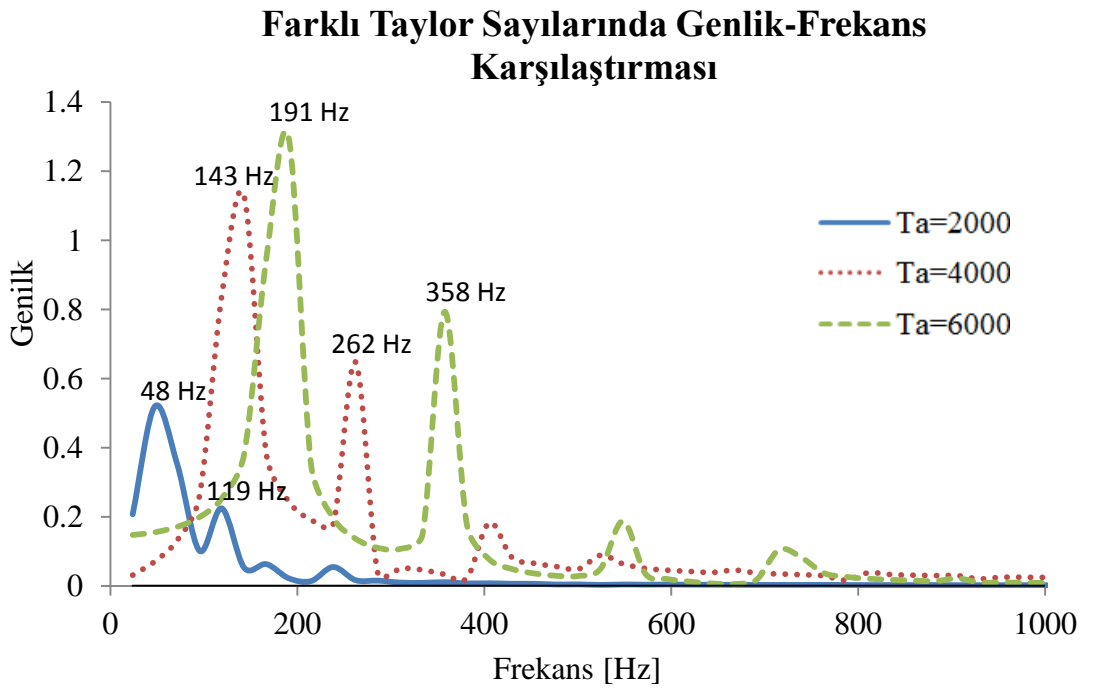
Hem hız hem de basınç değişimi ile elde edilen frekans değerleri Şekil 5.42 ve Şekil 5.44'te gösterilmiştir. Frekans değerleri aynıken hıza göre elde edilen genliğin basınca göre elde edilen genlikten az olduğu görülmektedir. Her iki analizde, baskın frekans değeri 166 Hz'dir. Ancak, basınç değişiminde bu frekansa ek olarak 310 Hz'lik frekans değerinde de genliğin yüksek olduğu gözlemlenmektedir. Bu nedenle, basınç alanına bakıldığında Karman vorteks kararsızlıkları daha belirgin hale gelmektedir.

Şekil 5.45'te gerçek bir çamaşır makinesine ait frekans değerleri verilmektedir [60]. Elde edilen frekans değerleriyle kıyaslandığında büyük benzerlik olduğu gözlemlenmektedir.



Şekil 5.45. Çamaşır makinesine ait genlik-frekans [60]

Şekil 5.46'da hızın zamana göre değişiminden elde edilen genlik-frekans grafikleri 1H monitör noktası için farklı Taylor sayılarında incelenmiştir. Taylor sayısı, Reynolds sayısı ile orantılı olduğundan hızdaki artışın frekans değerlerinde de artışa sebep olduğu gözlemlenmektedir. $Ta=2000$ için baskın frekans değeri 48 Hz iken $Ta=4000$ için 143 Hz ve $Ta=6000$ için de 191 Hz olarak hesaplanmıştır. Şekil üzerinde de bu değerler gösterilmektedir.

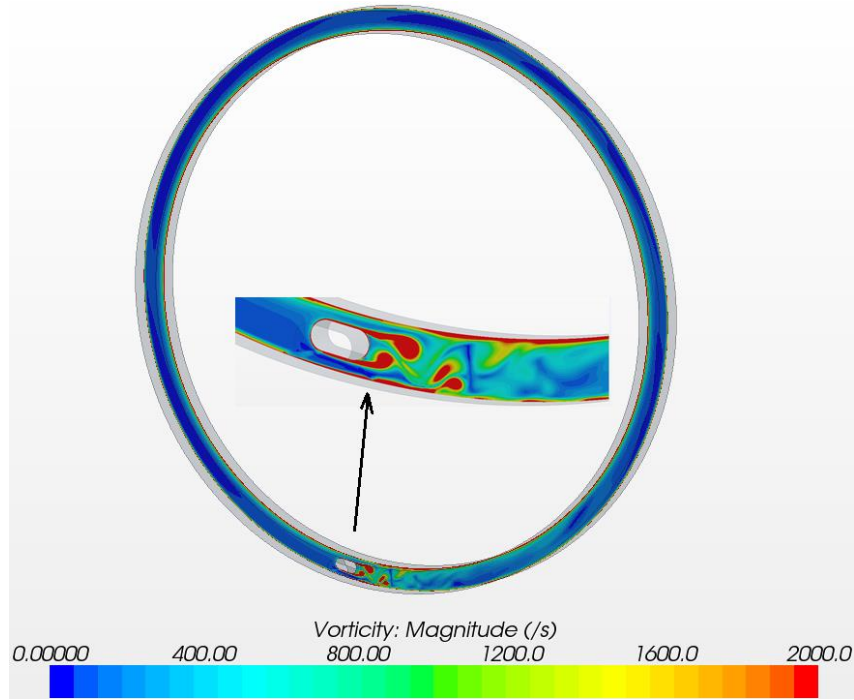


Şekil 5.46. Farklı Taylor sayılarında 1H mesafedeki baskın frekans

5.2.5 HAD Sonuçları

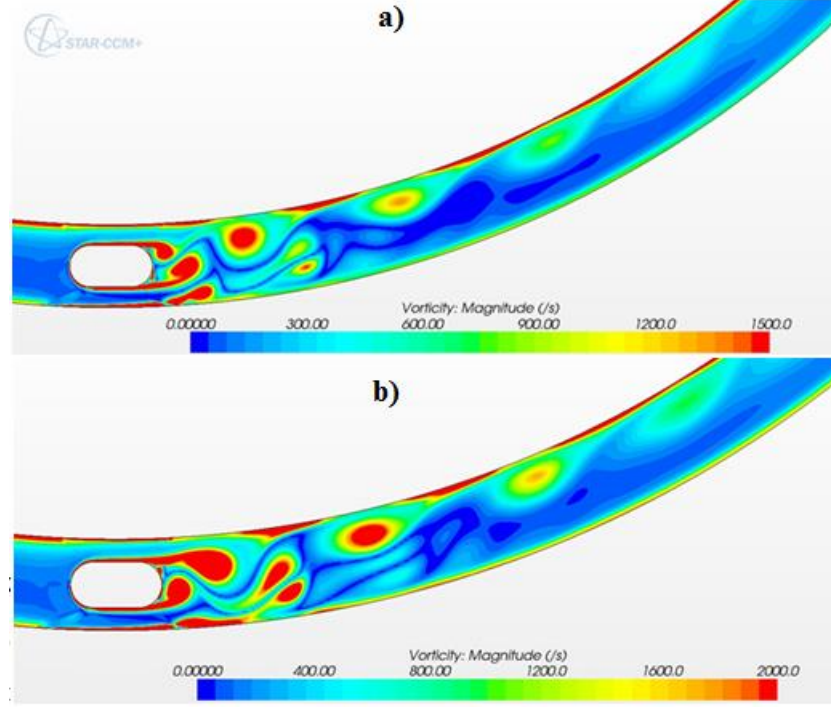
Engelden sonra oluşan von Karman vortekslerinin meydana getirdiği salınımlar ile hesaplanan frekans değerleri Bölüm 5.2.4'te incelenmiştir. Ayrıca, Strouhal sayısının Reynolds sayısı ile değişimini incelemek için baskın frekans değerleri elde edilmiştir. Bu bölümde ise engelin akış üzerinde oluşturduğu girdaplar konturlar yardımıyla incelenmiş, 2 boyutlu ve 3 boyutlu analizler karşılaştırılmıştır. Bir önceki bölümde FFT yapılarak hesaplanan frekans değerleriyle oluşturulan St-Re grafiği literatürle karşılaştırılarak yeni bir korelasyon elde edilmeye çalışılmıştır.

3 boyutlu simülasyonlar sonucunda SST $k-\omega$ türbülans modeli kullanılarak elde edilen vortisite konturu Şekil 5.47'de verilmiştir. Engelden sonra girdapların oluştuğu ve engelden uzaklaştıkça vortisite şiddetinin azalmasıyla girdapların kaybolduğu gözlemlenmektedir.



Şekil 5.47. Engelden sonra oluşan vortisite konturu, $Ta=5000$

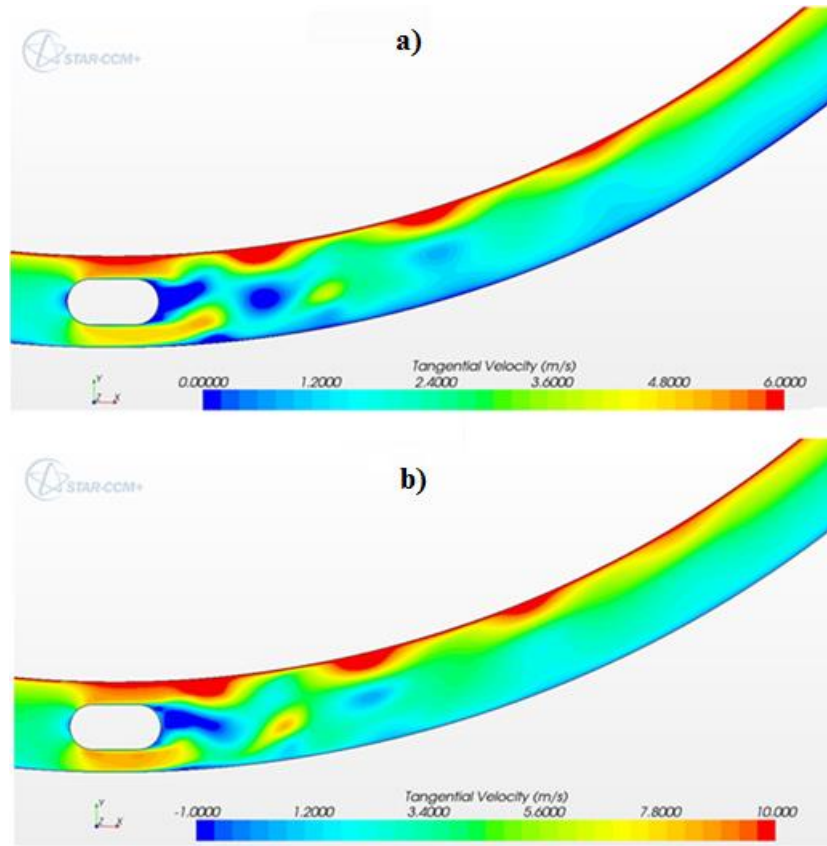
2 boyutlu simülasyonlarla elde edilen konturlar farklı Taylor sayılarında incelenmiştir. Şekil 5.48 a) ve Şekil 5.48 b)'de sırasıyla $Ta=3000$ ve $Ta=5000$ değerlerinde elde edilen vortisite konturları verilmiştir.



Şekil 5.48. Vortisite konturunun gösterimi: a) $Ta= 3000$, b) $Ta= 5000$

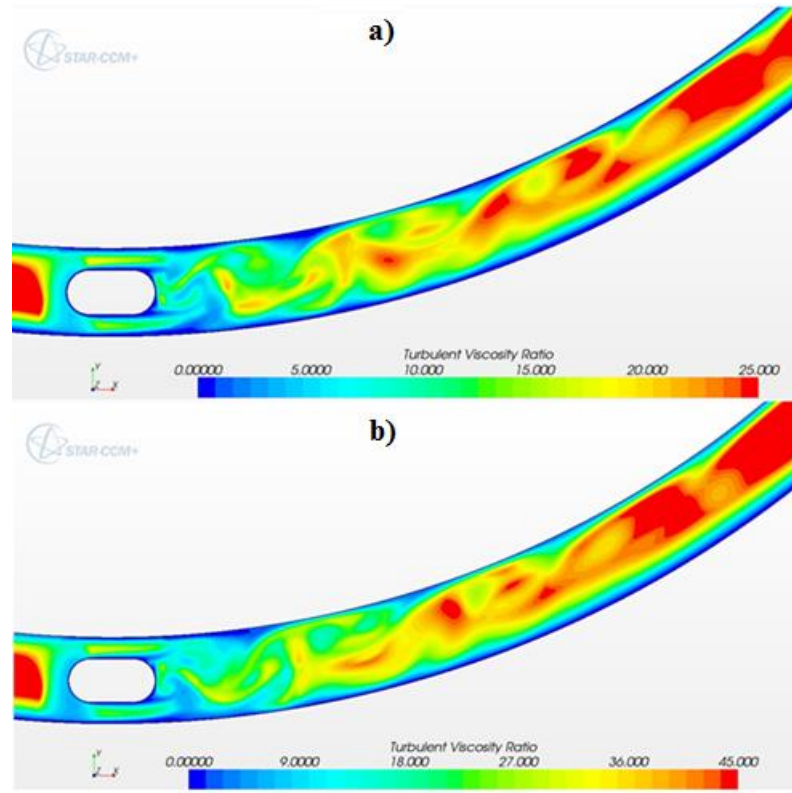
$Ta=3000$ olduğunda engel sonrasında oluşan girdapların dönme hızları $Ta=5000$ 'e göre daha düşük olduğundan vortisite şiddetinin de daha düşük olduğu görülmektedir.

Şekil 5.49'da $Ta=3000$ ve $Ta=5000$ değeri için hız konturları verilmiştir. Zamana bağlı çözüm yapıldığından konturları karşılaştırmak çok zordur. Ancak, Taylor sayısının Reynolds ile ilişkisinden yararlanılabilir. $Ta=5000$ daha yüksek Taylor sayısına sahip olduğundan $Ta=3000$ değerine göre daha yüksek Reynolds sayısına da sahiptir. Bu nedenle elde edilen hızların şiddeti de daha fazladır. Şekillerde bu durum gözlenmektedir.



Şekil 5.49. Hız konturu: a) $Ta=3000$, b) $Ta=5000$

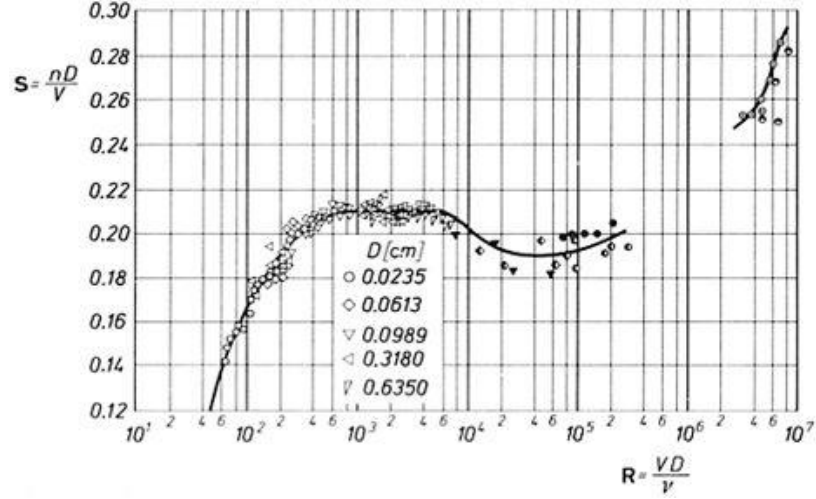
Şekil 5.50’de farklı Taylor sayıları için türbülans viskozite oranı (turbulent viscosity ratio) konturları verilmektedir. Türbülans viskozite oranı, TVR kısaltmasıyla adlandırılır ve türbülanslı viskozitenin moleküler dinamik viskoziteye bölünmesiyle elde edilir. TVR, türbülanslı viskozitenin baskın olup olmadığını gösterir. Bu nedenle özellikle az türbülanslı durumlarda akışın karakteristiğini tahmin etmek için sıkça kullanılır.



Şekil 5.50. Türbülans viskozite oranı: a) $Ta=3000$, b) $Ta=5000$

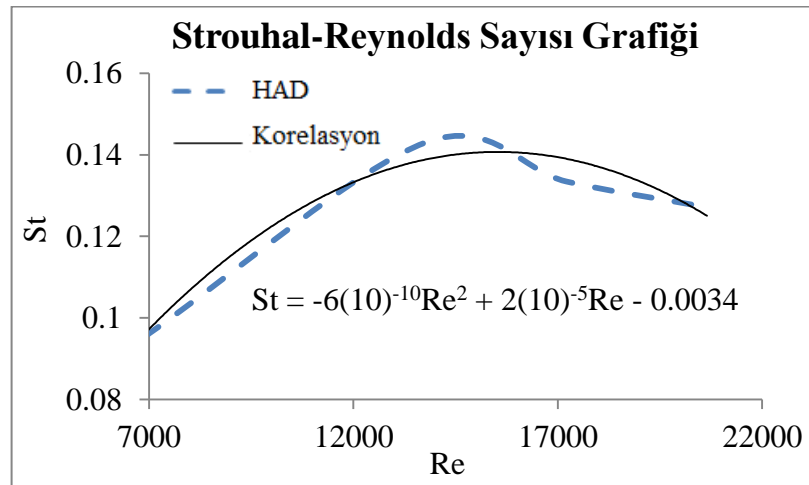
Taylor sayısındaki artış, viskozite oranının da artmasını sağlar. Bu durum verilen şekillerde de gözlemlenmektedir.

Literatür çalışmalarında genellikle dairesel ve kare kesit etrafında meydana gelen akış hareketleri incelenmiş St-Re grafikleri bu engeller için oluşturulmuştur. Şekil 5.51’de dairesel silindir engel için Roshko [61] tarafından oluşturulan St-Re grafiği verilmiştir.



Şekil 5.51. Dairesel silindir engelde Strouhal-Reynolds sayısı grafiği [61]

Temel geometride silindirlerin içine yerleştirilen ve ısıtıcı eleman olarak düşünülen engelin Strouhal-Reynolds sayısı değişim grafiği Şekil 5.52’de verilmiştir. Kesikli çizgi HAD sonuçlarını, düz çizgi ise uydurulan korelasyonu temsil etmektedir.



Şekil 5.52. Strouhal-Reynolds sayısı grafiği

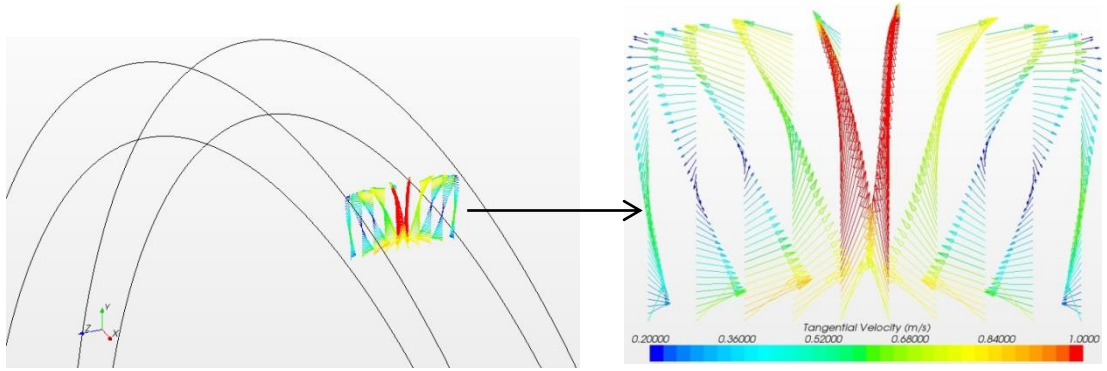
Farklı Taylor sayıları kullanılarak yapılan analizlerde elde edilen baskın frekans değeri 166 Hz'dir. Engel geometrisi dairesel ve kare kesit bir engel gibi daha önceden çalışılmadığından elde edilen veriler ilerleyen çalışmalar için önemli bir yere sahiptir.

Strouhal sayısı denklemleri kaynaklarda, $St=fD/V$ ya da $St=fL/V$ olarak verilmektedir. Kullanılan engel geometrisinde L, engel uzunluğu olan 10 mm alınmıştır. Farklı Taylor sayılarıyla hesaplanan hızlar sayesinde de St-Re grafiği elde edilmiştir. Elde edilen bu grafik, kullanılan engel geometrisi için $7000 < Re < 22000$ aralığında bir korelasyon vermektedir. Şekil 5.52'de düz çizgi ile gösterilen eğri kesikli çizgiyle gösterilen St-Re değerleri için geçerli 2. dereceden bir denklem elde edilmesini sağlamıştır. Denklem (5.5) olarak adlandırılan bu denklem aşağıda verilmiştir.

$$St = -6(10)^{-10}Re^2 + 2(10)^{-5}Re - 0.0034 \quad (5.5)$$

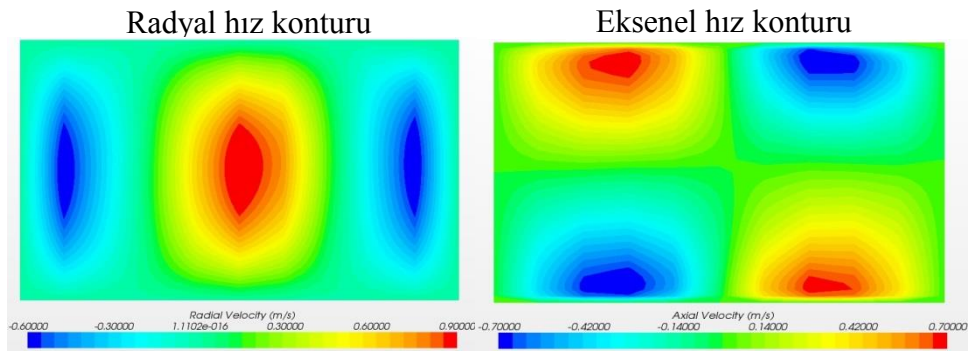
Şekil 5.51 ve Şekil 5.52'de, geometri şeklinin farklı olması nedeniyle elde edilen Strouhal sayısı değerleri birbirlerinden farklıdır. Ancak, grafik eğimine bakıldığında, yapılan çalışmaların literatür çalışmaları ile uyumlu olduğu gözlenmektedir.

Engele sahip 3 boyutlu geometride von Karman vortekse ek olarak ikincil akışlardan meydana gelen akışlarda incelenmektedir. Şekil 5.53'te iki silindir arasında meydana gelen vorteks çifti gözlemlenmektedir. Yapılan analizde 1 adet vorteks çifti olmasının nedeni 224 mm olan silindir uzunluğunu 32 mm'ye düşürülmesidir. Bu sayede yapılan analizlerin süresi kısaltılmıştır. $Ta=5000$ için SST $k-\omega$ türbülans modelinde elde edilen vorteks çifti türbülanslı yapının etkisiyle laminar akışta elde edilen Taylor vorteks çiftlerinden farklı bir görünüme sahiptir.



Şekil 5.53. Engele sahip temel geometri, Taylor vorteksleri

Şekil 5.54'te sırasıyla radyal ve aksenal hız bileşenleri verilmektedir. Reynolds sayısının çok yüksek olması ikincil akış olan Taylor vorteks görünümünde değişikliğe yol açarken radyal ve aksenal hız görünümünün aynı olduğu dikkat çekmektedir.



Şekil 5.54. Engele sahip temel geometri için radyal ve aksenal hız konturu

6. TARTIŞMALAR ve GELECEK ÇALIŞMALAR

Yapılan tez çalışması kapsamında eş merkezli iki silindir arasında meydana gelen akış türleri incelenmiş, Taylor ve von Karman vorteks akışları üzerinde detaylı çalışmalar elde edilmiştir. Hesaplamalı akışkanlar dinamiği analizi farklı geometri ölçüleri için yapılmıştır. Taylor-Couette akışı, farklı hızlarda dönen iki eş merkezli silindir arasındaki kararsızlıkla ilgilidir. Taylor vortekslerini gözlemlemek için öncelikle tez geometrisi ve literatürde bulunan Stuart geometrisi üzerinde çalışılmıştır. Hesaplamalarda sabit bir dış silindirle, konsantrik dönen bir iç silindir arasındaki akış incelenmiştir. Dönüş hızı bir kritik değeri aşarsa, Taylor vorteksleri meydana gelir. Bu nedenle, yapılan çalışmada bu kritik değer HAD analizleriyle belirlenerek analitik ve HAD sonuçları karşılaştırılmıştır. Daha hızlı sonuç elde etmek için periyodik sınır koşulları kullanılarak, tüm silindir yerine 2 derecelik sektör alınarak analizler yapılmıştır. Sonuçların etkilenmediği uygun sayısal ağ belirlenerek farklı Taylor sayıları (Ta) için akış hesaplamaları gerçekleştirilmiştir. Silindirler arasındaki hem hız hem basınç değerleri alınarak yarıçapa göre değişimleri analitik değerleriyle karşılaştırılmıştır ve yapılan hesaplamaların doğruluğu kanıtlanmıştır. Tork katsayısının (C_m) Taylor sayısı ile değişim grafiği oluşturularak analitik ve HAD sonuçları karşılaştırılmıştır. Literatürde kabul gören kritik Taylor sayısı 41.3 olarak belirtilirken yapılan analizlerde 45 olarak bulunmuştur. Kritik Taylor sayısını eş merkezli silindirlerin yarıçap oranları ve açısız hız oranları etkilemektedir. Roberts [8] yaptığı çalışmalarda, farklı yarıçap ve açısız hız oranlarına sahip silindirler için kritik Taylor sayısının değiştiğini gözlemlemiştir. Bu sayede, Stuart'ın [1] belirlediği kritik Taylor sayısını 42 olarak bulmuştur.

Analizlerde farklı türbülans modelleri ve sayısal ağ yapıları kullanılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmaların sonucunda, en uygun türbülans model ve sayısal ağ yapısına karar verilmiştir.

Literatür çalışması sırasında bulunan farklı akış çeşitleri tüm geometri için farklı Re sayıları kullanılarak denenmiştir. İncelenen akışların Taylor vortekslerindeki gibi periyodik gerçekleşmemesinden dolayı 2 derecelik sektörle akış karakteristiğini anlamak imkansızdır. Tez çalışması kapsamında açıklanan bazı akış çeşitlerini StarCCM+ programıyla çözümlenebilmek için Andreck ve diğerlerinin kullandığı geometri CATIA programı yardımıyla çizilerek elde edilmiştir. Andreck geometrisiyle, temel tez geometrisi karşılaştırılarak yapılan analizlerin doğruluğu kanıtlanmıştır.

Son olarak da tez geometrisine ısıtıcı elemanı olarak düşünülen bir engel konulmuştur. Hem 3 boyutlu hem de 2 boyutlu analizler yapılmıştır ve monitör noktaları konularak engelden sonra oluşan Von Karman vorteksleri incelenmiştir. Von Karman vorteks küt cisimlerin etrafındaki akış hareketinin kararsız ayrılması sonucu dönen (swirl) vortekslerin tekrarladığı bir şekilde oluşur. Literatürde genellikle dairesel ya da kare bir cismin etrafındaki akış incelenmiştir. Keskin köşeli bir engelden sonra çok daha fazla frekans değerleri elde edilirken ısıtıcı elemanı olarak tez çalışmasında kullanılan kenarları yuvarlatılmış engelde çok daha az sayıda frekans değerleri elde edilmiştir. Yapılan 3 boyutlu analiz sırasında von Karman vortekslerine ek olarak ikincil akışlar da gözlemlenmiştir. Ancak hesaplama zamanını kısaltmak için daha sonra 2 boyutlu olarak analizlere devam edilmiştir. Engelden sonra konulan 5 noktada hız ve basınç değişimleri incelenmiş, FFT sayesinde frekans değerleri hesaplanmıştır.

Hem hız hem de basınç değişimi ile elde edilen frekans değerleri aynıken hıza göre elde edilen genliğin basınca göre elde edilen genlikten az olduğu görülmüştür. Her iki analizde de, baskın frekans değeri 166 Hz'dir. Ancak, basınç değişiminde bu frekansa ek olarak 310 Hz'lik frekans değerinde de genliğin yüksek olduğu gözlemlenmektedir. Bu nedenle, basınç alanına bakıldığında Karman vorteks kararsızlıkları daha belirgin hale gelmektedirler.

Tez çalışması kapsamında, baskın frekans değeri kullanılarak, farklı Reynolds sayıları için Strouhal sayıları hesaplanmış Strouhal-Reynolds grafiği çizdirilmiştir. Literatürde genellikle dairesel ve kare kesitli engeller kullanıldığı için yapılan çalışmada aynı Reynolds sayıları için farklı Strouhal sayılarına ulaşılmıştır. Ancak grafiğin eğimi beklenilenle uyumlu elde edilmiştir. Bu durum yapılan analizlerin doğruluğunu göstermektedir. Isıtıcı eleman olarak düşünülen engel geometrisi için Strouhal korelasyonu elde edilerek Strouhal-Reynolds ilişkisinin engel geometrisiyle nasıl değiştiği yapılan çalışmalarda incelenmiştir. Bu sayede, engel geometrisinin Strouhal sayısının değişimindeki önemi vurgulanmıştır.

Çamaşır makinelerinde ses seviyesi genellikle 50-75 dB arasındadır [59]. Gelecek çalışmalarda pertürbasyon alanı da hesaplanarak gürültü seviyesi doğrudan dB olarak hesaplanabilir. Isıtıcı elemanın geometrisi ve konumu değiştirilerek SPL'de meydana gelen değişim incelenebilir. Gürültü problemlerinde de bu şekilde bir iyileştirme sağlanabilir.

Gelecek çalışmalarda ısıtıcı eleman dış silindirin altına konumlandırılan bir hazneye yerleştirilebilir. Bu sayede von Karman vortekslerinin etkisi azaltılarak gürültü problemleri azaltılabilir. Ancak ısıtıcı eleman alt hazneye yerleştirildiğinde çamaşır makinesindeki ısı transferi incelenmelidir. Bu şekilde yapılan çalışmalarda her açıdan iyileştirme sağlanabilir.

Eş merkezli alınan iki silindir arası çamaşır makinesinin haznesi olarak düşünüldüğünde ilerleyen çalışmalarda gürültü problemlerini azaltmak için daha ayrıntılı analizler ve hesaplamalar yapılabilir. Karman vorteks akışı ile ikincil akışın etkileşimini görebilmek için üç boyutlu analiz yapmak gereklidir. Bu sayede ısıtıcı elemanını da daha gerçekçi simüle etmek mümkün olur. Bir de yapılan hesaplamalardaki gibi daimi olmayan (unsteady) bir akışta türbülans için LES akış analizlerinin daha gerçekçi sonuçlar vereceği düşünülürse LES ile elde edilecek simülasyonlar gelecek çalışmalar için daha önemlidir.

KAYNAKLAR

- [1] Schlichting, H., Boundary Layer Theory, 1979.
- [2] Inoue O., Hatakeyama, N., Sound generation by a two-dimensional circular cylinder in a uniform flow, Journal of Fluid Mechanics, 471, 285-314, 2001.
- [3] Blevins, R. D., Flow-Induced Vibration, Journal of Sound and Vibration, Second Edition, 149, Newyork, 1990.
- [4] Donnelly, R.J., Physics Today, Taylor-Couette flow: the early days, American institute of Physics, 1991.
- [5] “Velocity streamlines of a Taylor vortex flow” erişim adresi: http://www.itaps.org/assets/images/velo_streamline_full.jpg, erişim tarihi: 17 Kasım 2013.
- [6] Stuart, J. T., Taylor-vortex flow: a dynamical system, 3, 28, 315–342, 1986.
- [7] Youd, A.J., Bifurcations in Forced Taylor–Couette Flow, School of Mathematics and Statistics University of Newcastle upon Tyne Newcastle upon Tyne, United Kingdom, 2005.
- [8] Roberts, P.H, Appendix in experiments on the stability of viscous flow between rotating cylinders, London, 238, 531-556, 1965.
- [9] Andereck, C.D., Dickman, R. and Swinney, H.L., New flows in a circular Couette system with co-rotating cylinders, Phys. Fluids, 26, 1395, 1983.
- [10] Eckmann, J. P., Rev. Mod. Phys., 53, 643, 1981.
- [11] Swinney, H. L., Observations of order and chaos in nonlinear systems, Physica D, 7, 21, 1983.
- [12] DiPrima, R.C. and Swinney, H.L., Instabilities and transition in flow between concentric rotating cylinders, 1981.
- [13] Snyder, H. A., Waveforms in rotating Couette flow, Intl J. Non-Linear Mech., 5, 659, 1970.
- [14] Donnelly, R. J., Park, K., Shaw, R. & Walden, R.W., Phys. Rev. Lett., 44, 987, 1980.
- [15] Gorman M.A, Reith L. A & Swinney H. L., Ann. N.Y. Acad. Sci., 357, 10, 1980.

- [16] King, G. P. & Swinney, H. L., Limits of stability and irregular flow patterns in wavy vortex flow, *Phys. Rev.*, 27, 1240, 1983.
- [17] Shaw, R. S, Andereck, C. D., Reith, L. A. & Swinney, H. L., Superposition of traveling waves in the circular Couette system, *Phys. Rev. Lett.*, 48, 1172, 1982.
- [18] Zhou, S. Ul-Islam and C.Y., Characteristics of Flow past a Square Cylinder using the Lattice Boltzmann Method, *Information Technology Journal*, 8, 1094-1114, 2009.
- [19] Dreyden, H.L., Theodore Von Karman, National Academy of Sciences, Washington, 1965.
- [20] Dryden H.L., Von Karman T., *Advanced in Applied Mechanics*, 6, 273-285.
- [21] Stalberg, E., A high order method for simulation of fluid flow in complex geometries, Stockholm, Sweden, 2005.
- [22] “Relationship between St and Re for circular cylinders” erişim adresi: <http://www.flickr.com/photos/mitopencourseware/4152622161/in/photostream>, erişim tarihi: 4 Mart 2014.
- [23] “Taylor-Couette Streamlines at Re=950” erişim adresi: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Taylor-Couette_Streamlines_Re%3D950.png, erişim tarihi: 12 Ocak 2013.
- [24] Andereck, C.D., Liu, S.S. and Swinney, H.L., Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, 164, 155-183, Texas, 1986.
- [25] Park, K.J. and Donnelly, R.J., Study of the transition to Taylor vortex flow, *Phys. Rev.*, 24, 2277, 1981.
- [26] King, G. P., Li, Y., Lee, W., Swinney, H. L. & Marcus, P. S., Wave speeds in wavy Taylor vortex flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 141, 365, 1984.
- [27] Hinko, Kathleen A., Transitions in the Small Gap Limit of Taylor-Couette Flow, The Ohio State University, REU, 2003.
- [28] Coles, D. and Van Atta, C., Measured distortion of a laminar circular Couette flow by end effects, *Journal of Fluid Mechanics*, 25, 513, 1966.
- [29] Snyder, H.A., End effects and length effects in rotating Couette flow, 1969.

- [30] Snyder, H. A., Stability of rotating Couette flow. Comparison with numerical results, *Phys. Fluids*, 11, 1599, 1968.
- [31] Krueger, E.R., Gross, A.& DiPrima, R.C., On the relative importance of Taylor vortex and non-axisymmetric modes in flow between rotating cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, 24, 521, 1966.
- [32] Jones, C. A., On flow between counter-rotating cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, 120, 433, 1982.
- [33] Ahlers, G., Cannell, D.S. and Dominguez-Lerma, M.A., Possible mechanism for transitions in wavy Taylor vortex flow, *Phys. Rev.*, 27, 1225, 1983.
- [34] Coles, D., Transition in circular Couette flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 21, 385, 1965.
- [35] Van Atta, C., Wave-number selection at finite amplitude in rotating Couette flow, 25, 495, 1966.
- [36] Fenstermacher, P.R., Swinney, H.L. and Gollub, J.P., Dynamical instabilities and the transition to chaotic Taylor vortex flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 94, ,103,1979.
- [37] Brandstater, A., Swift, J., Swinney, H. L., Wolf, A., Farmer, J. D., Jen, E. & Crutchfield, J.P, Low dimensional chaos in a hydrodynamic system, *Phys. Rev. Lett.*, 51, 1442, 1983.
- [38] Golubitsky, M. and Stewart, I., Symmetry and stability in Taylor-Couette flow, *J. Math. Anal.*, 17, 1986.
- [39] Chossat, P., Iooss, G., Primary and secondary bifurcation in the Couette-Taylor problem, *J. Appl. Maths*, 2, 37, Japan, 1985.
- [40] Demay, Y. and Iooss, G., Computation pf bifurcated solutions for the Couette-Taylor problem, both cylinders rotating, *J. Mec. Theor. Appl.*, 1984.
- [41] Gorman, M. A and Swinney, H.L., Spatial and temporal characteristics of modulated waves in the circular Couette system, *Journal of Fluid Mechanics*, 117, 123, 1982.
- [42] “Kármán vortex street” erişim adresi: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Vortex-street-animation.gif>, erişim tarihi: 5 Ocak 2014.
- [43] Erişim adresi: <http://web.mit.edu/hml/ncfmf/15FI.pdf>, erişim tarihi: 9 Şubat 2014.

- [44] "Patterns in fluid flow around a cylinder as a function of the Re" erişim adresi: <http://www.hitechprojects.com/euprojects/artic/index/Low%20Reynolds%20number%20flows.pdf>, erişim tarihi: 18 Mart 2014.
- [45] Erişim adresi: <http://www.fizikevreni.com/akiskanlarmekanigi.pdf>, erişim tarihi: 22 Şubat 2014.
- [46] "Silindirik koordinatlarda Navier-Stokes denklemleri" erişim adresi: http://uotechnology.edu.iq/depMechanicsandEquipment/english/lecture/Aircraft%20Engineering/third_class/Aerodynamics%203.pdf, erişim tarihi: 22 Şubat 2014.
- [47] "Silindirik koordinatlara ait yönlerin gösterimi" erişim adresi: http://eng.harran.edu.tr/moodle/moodledata/19/yesilata/Ders_Notlari/FluidII_ch5full.pdf, erişim tarihi: Temmuz 2013.
- [48] Erişim adresi: <http://tr.wikipedia.org/wiki/Türbülans>, erişim tarihi: 3 Şubat 2014.
- [49] Sagaut, P. and Germano, M., Large Eddy Simulation for Incompressible Flows, Springer, Berlin, 2004.
- [50] Versteeg, H. and Malalasekera, W., An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Prentice Hall, New Jersey, 2007 .
- [51] Jones, W.P. and Launder, B.E., The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence, International Journal of Heat and Mass Transfer, 15, 301-314, 1972.
- [52] Shih, T.H., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z. and Zhu, J., A New k- ϵ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbent Flows, 1994.
- [53] Wilcox, D.C., Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries Inc., California, 1998.
- [54] *Star-CCM+, User Guide, 2013.*
- [55] Erişim adresi: <http://www.rsc.org/ej/CP/2006/b604810m/b604810m-f3.gif>, erişim tarihi: 3 Mart 2014.
- [56] Erişim adresi: http://en.wikipedia.org/wiki/Fast_Fourier_transform, erişim tarihi: 7 Şubat 2014.
- [57] "Frequency Domain Using Excel" erişim adresi: <http://online.sfsu.edu/jtai/downloads/ENGR%20302/Excel.FFT.pdf>, erişim tarihi: 12 Şubat 2014.

[58] Erişim adresi: http://en.wikipedia.org/wiki/Sound_pressure, erişim tarihi: 27 Mart 2014.

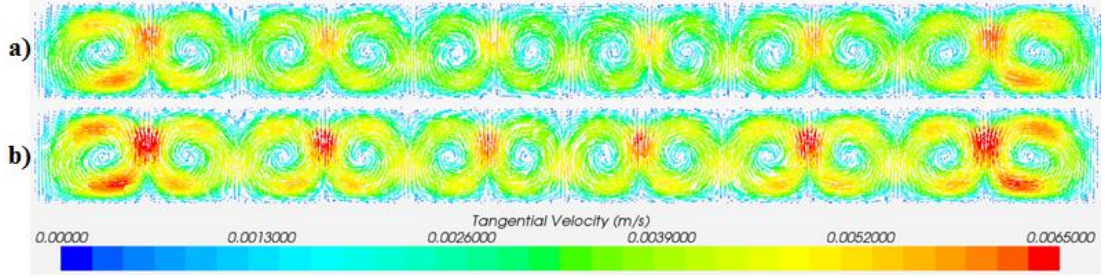
[59] Erişim adresi: <http://www.stac-uk.com/downloads/Noise%20Levels.pdf>, erişim tarihi: 27 Mart 2014.

[60] Uslu, S., Schmidt D., Calculation of Taylor vortices between concentric and eccentric cylinders, Daimler-Benz AG F1M/T HPC G212, Stuttgart.

[61] "Strouhal number as a function of the Reynolds number" erişim adresi: http://hmf.enseeiht.fr/travaux/CD0102/travaux/optmfn/gpfnho/01-02/grp6/images/s_fct_re.jpg, erişim tarihi: 3 Mart 2014.

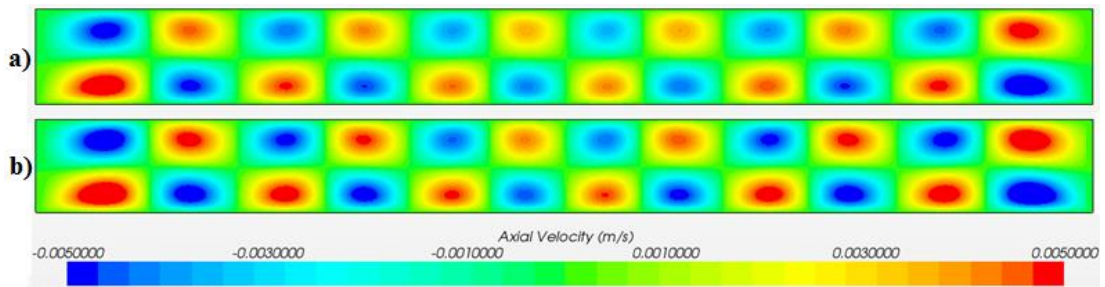
EKLER

Ek 1: Temel geometri ve Stuart geometrisi için, 2° 'lik Kesitte $Ta=50$ için simülasyon sonuçları:



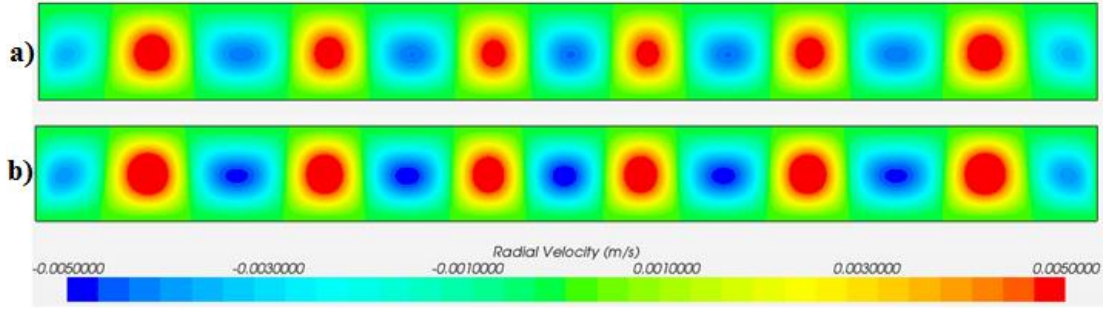
Şekil A 1. Taylor vorteksleri, $Ta = 50$: a) Temel geometri, b) Stuart geometrisi

Şekil A.1'de Stuart geometrisi ve Temel geometri için aynı Taylor sayılarında 6 adet vorteks çifti görülmektedir. İki kesitinde aynı uzunluktaki silindirlere alınması nedeniyle aynı sayıda vorteks çifti elde edilmiştir. Ancak farklı yarıçaplara sahip olmaları Reynolds sayılarının da farklı olmasına neden olur. Bu nedenle iç silindirlere farklı hızlarda (sabit dış silindir) dönerler.



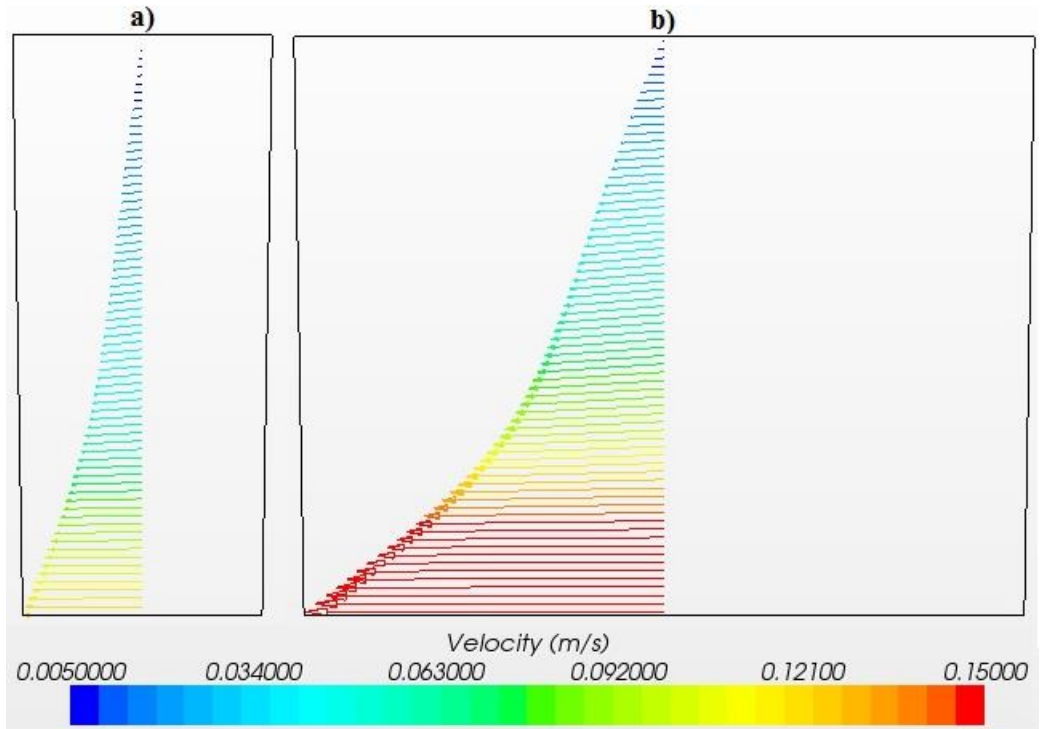
Şekil A 2. Eksenel hız, $Ta = 50$: a) Temel geometri, b) Stuart geometrisi

Şekil A.2.'de eksenel hız bileşeni (axial velocity) gösterimi temel geometri ve Stuart geometrisi için verilirken, Şekil A.3.'te radyal hız bileşeni (radial velocity) gösterimleri iki geometri için de verilmiştir. Taylor sayısı yarıçapa bağlı olduğundan aynı Taylor sayısında Stuart geometrisi daha düşük hızda döner.



Şekil A 3. Radyal hız, $Ta = 50$: a)Temel geometri, b)Stuart geometrisi

Şekil A.4.'te çizgi üzerindeki hız dağılımı hem hemel hem de Stuart geometrisi için verilmiştir. İki geometrideki farklı yarıçap değerlerine rağmen eş merkezli silindirler arasındaki mesafe (20mm) aynı olduğundan Stuart geometrisi daha geniş görülmektedir.



Şekil A 4. Çizgi üzerindeki hız dağılımı, $Ta = 50$: a)Temel geometri, b)Stuart geometrisi

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : DOĞAN, Fatma Burcu
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 11.05.1989 Ankara
Medeni hali : Bekar
Telefon : 0 (536) 476 27 32
e-mail : bdogan@etu.edu.tr

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek Lisans	TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi	2014
Lisans	TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi	2011
Lise	Anı Fen Lisesi	2006

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2011	TUSAŞ, Türk Havacılık ve Uzay Sanayi	Stajyer
2009	FER Isı Teknolojileri	Stajyer
2008	Yiğit Akü	Stajyer

Yabancı Dil

İngilizce
Almanca

Yayınlar

Dogan, F.B., and Uslu S., Taylor Vortices Formed between two Concentric Rotating Cylinders with CFD Characterization, 19.National Thermal Science and Technology Congress, Samsun, 2013.