

HİYERARŞİK KİPLEME KULLANILAN İŞBİRLİKLİ
HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE ÇEŞİTLEME KAZANCI
İNCELEMESİ

AHMET ZAHİD YALÇIN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK VE ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AĞUSTOS 2012

ANKARA

Fen Bilimleri Enstitü onayı

Prof. Dr. Ünver KAYNAK
Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

Doç. Dr. Hamza KURT
Anabilim Dalı Başkanı

AHMET ZAHİD YALÇIN tarafından hazırlanan HİYERARŞİK KİPLEME KULLANILAN İŞBİRLİKLİ HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE ÇEŞİTLEME KAZANCI İNCELEMESİ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Ayşe Melda YÜKSEL
Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

Başkan : Yrd. Doç. Dr. Tolga GİRİCİ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Ayşe Melda YÜKSEL

Üye : Doç. Dr. Ali Özgür YILMAZ

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Ahmet Zahid YALÇIN

Üniversitesi : TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Enstitüsü : Fen Bilimleri
Anabilim Dalı : Elektrik ve Elektronik Mühendisliği
Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Ayşe Melda YÜKSEL
Tez Türü ve Tarihi : Yüksek Lisans – Ağustos 2012

Ahmet Zahid YALÇIN

HİYERARŞİK KİPLEME KULLANILAN İŞBİRLİKLİ HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE ÇEŞİTLEME KAZANCI İNCELEMESİ

ÖZET

Hiyerarşik kipleme, hem hataya karşı dayanıklılığı artırmak hem de farklı bilgi akışlarını aynı anda gönderebilmek için röleli sistemlerde de kullanılmaktadır. Hiyerarşik kipleme kullanılan röleli sistemlerde de hata yayılımı, diğer röleli sistemlerde olduğu gibi tam çeşitleme kazançlarının elde edilmesini engelleyen önemli bir sorundur. Hata yayılımından kurtulmak için, röle üzerinde, kaynak ve röle arasındaki SNR'a bağlı eşik değerleri belirlenebilmektedir. Röle ile kaynak arasındaki anlık SNR, birinci eşikten küçükse, röle iletim yapmaz, birinci ve ikinci eşik arasındaysa röle yalnızca birincil bitleri çözer ve gönderir, ikinci eşikten büyükse röle hem birincil bitleri hem de ikincil bitleri çözer ve gönderir. Hedefte ise, birinci ve ikinci zaman dilimlerinde alınan sinyaller, en büyük oransal birleştirme metodu kullanılarak birleştirilmektedir.

Bu çalışmada, hiyerarşik kipleme kullanılan röleli sistemlerde hem birincil bitlerde hem de ikincil bitlerde tam çeşitleme kazancının sağlanabildiği gösterilmektedir. Röle, belirlenen iki eşik değerine göre işlem yapmaktadır. Hata yayılımının olmaması ve hem birincil (yüksek öncelikli) hem de ikincil bilgi bitleri (düşük öncelikli) için tam çeşitleme kazancı sağlanabilmesi, eşik değerlerinin düzgün seçilmiş olmasına bağlıdır. Bu çalışmada birinci ve ikinci eşik değerleri sırasıyla $c_1 \log(SNR)$ ve $c_2 \log(SNR)$ ($c_1 < c_2 \in IR^+$) şeklinde belirlenerek her iki tür bilgi biti için tam çeşitleme kazancı elde edildiği hem analitik olarak hem de benzetimlerle gösterilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Hiyerarşik Kipleme, İşbirlikli Haberleşme, Eşik Seçimi, Çeşitleme Kazancı İncelemesi, Röleli Ağlar.

University : TOBB University of Economics and Technology
Institute : Institute of Natural and Applied Sciences
Science Programme : Electrical and Electronics Engineering
Supervisor : Asst. Prof. Ayşe Melda YÜKSEL
Degree Awarded and Date : M.Sc. – AUGUST 2012

Ahmet Zahid YALÇIN

**DIVERSITY ANALYSIS OF HIERARCHICAL MODULATION IN
COOPERATIVE COMMUNICATION**

ABSTRACT

In cooperative communication, hierarchical modulation is used both to increase the robustness of the system by minimizing the BERs and to send different information bits simultaneously. In cooperative communication which uses hierarchical modulation, error propagation is the most important problem that prevents achieving full diversity gain such as in the other cooperative communication systems. Thresholds that depend on the SNR value between the source and the relay can be used to mitigate the error propagation. If the SNR between the source and the relay is lower than the first threshold, the relay doesn't transmit the signal. If the SNR is between the first and the second threshold, the relay demodulates and transmits only the primary bits. If the SNR is higher than the second threshold, the relay demodulates and transmits both the primary and the secondary bits. At the destination, the signals coming from the source and the relay can be combined by using Maximal Ratio Combining (MRC).

In this study, it is shown that with a single relay, diversity order of 2 can be achieved for both primary and secondary bits. Mitigating error propagation and achieving full diversity for all bits depend on setting the thresholds at the relay properly. It is proven that first and second threshold of the form $c_1 \log(SNR)$ and $c_2 \log(SNR)$ ($c_1 < c_2 \in IR^+$), achieves full diversity gain. Analytical and simulation results are provided to verify the analysis.

Keywords: Hierarchical Modulation, Cooperative Communication, Relay Networks, Threshold Selection, Diversity Analysis.

TEŐEKKÜR

Bu alıőmanın tamamlanmasında ilgisi, alakası ve sabrı ile beni yönlendiren ve akademik alıőmalarımnda desteğini her zaman yanımda hissettiğim değerli danıőmanım Ayşe Melda Yüksel'e,

Bu çalışmada bana destek veren çalışma arkadaşlarıma,

Ve son olarak maddi ve manevi destekleri ile her zaman yanımda olan Anneme, Babama ve Kardeőlerime

Teőekkürü bir borç bilirim...

İçindekiler

1 GİRİŞ	1
1.1 Hiyerarşik Kipleme	1
1.2 Çeşitleme	4
1.2.1 Çeşitleme Türleri	5
1.2.2 Seçme Birleştirme	6
1.2.3 Eşikli Birleştirme	6
1.2.4 En Büyük Oransal Birleştirme	7
1.2.5 Eşit Ağırlıklı Birleştirme	8
1.3 İşbirlikli Haberleşme	8
1.3.1 İşbirlikli Röle Ağları	10
1.3.2 Hata Düzelten Kodlar Kullanan Röleleme	12
1.3.3 Eşikli Röleleme	12
2 PROBLEM TANIMI	15
2.1 Sistem Modeli	16
2.2 Sistem Analizi	19

3	GENEL İSPATLAR VE TANIMLAMALAR	22
4	BİRİNCİL BİTLERİN BİT HATA ORANI VE ÇEŞİTLEME KAZANCI İNCELEMESİ	26
4.1	Birinci Bölge ($\Theta = 1$): ($\gamma_{sr} < \gamma_1^{th}$)	27
4.1.1	$P(\epsilon_d, i_1 \Theta = 1)$	27
4.1.2	$P(\Theta = 1)$	28
4.2	İkinci Bölge ($\Theta = 2$): ($\gamma_1^{th} < \gamma_{sr} < \gamma_2^{th}$)	29
4.2.1	Röle Birincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 1$)	29
4.2.2	Röle Birincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 2$)	35
4.3	Üçüncü Bölge ($\Theta = 3$): ($\gamma_2^{th} < \gamma_{sr}$)	37
4.3.1	Röle Birincil Bitleri Yanlış, İkincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 1$)	38
4.3.2	Röle Birincil ve İkincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 2$)	41
4.3.3	Röle Birincil Bitleri Doğru, İkincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 3$)	43
4.3.4	Röle Birincil ve İkincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 4$)	45
4.4	Birincil Bitlerin Çeşitleme Kazancı İncelemesi	47
5	İKİNCİL BİTLERİN BİT HATA ORANI VE ÇEŞİTLEME KAZANCI İNCELEMESİ	49
5.1	Birinci Bölge ($\Theta = 1$): ($\gamma_{sr} < \gamma_1^{th}$)	50
5.1.1	$P(\epsilon_d, i_2 \Theta = 1)$	50
5.1.2	$P(\Theta = 1)$	51
5.2	İkinci Bölge ($\Theta = 2$): ($\gamma_1^{th} < \gamma_{sr} < \gamma_2^{th}$)	52
5.2.1	Röle Birincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 1$)	52

5.2.2	Röle Birincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 2$)	53
5.3	Üçüncü Bölge($\Theta = 3$):($\gamma_2^{th} < \gamma_{sr}$)	54
5.3.1	Röle Birincil Bitleri Yanlış, İkincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 1$)	54
5.3.2	Röle Birincil ve İkincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 2$)	56
5.3.3	Röle Birincil Bitleri Doğru, İkincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 3$)	57
5.3.4	Röle Birincil ve İkincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 4$)	59
5.4	İkincil Bitlerin Çeşitleme Kazancı İncelemesi	60
6	BENZETİM SONUÇLARI	62
6.1	Hiyerarşik Kipleme	62
6.2	İşbirlikli Haberleşme	63
6.3	Röleli Sistemlerde Hiyerarşik Kipleme	65
6.4	Uygun Eşik Kullanılan Röleli Sistemlerde Hiyerarşik Kipleme	66
7	SONUÇ	71
	ÖZGEÇMİŞ	77

Şekil Listesi

1.1	Hiyerarşik Kiplleme Alıcı-Verici Yapısı	2
1.2	Genelleştirilmiş Hiyerarşik 4/16 QAM Sinyal Uzayı [1]	3
1.3	Genelleştirilmiş Kablosuz Röle Ağları	10
2.1	Sistem Modeli	16
2.2	Genelleştirilmiş Hiyerarşik 2/4-ASK Sinyal Uzayı	18
2.3	Rölenin Çalışma Bölgeleri	20
6.1	Hiyerarşik 2/4 ASK BER Grafiğı	63
6.2	Hiyerarşik 4/16 QAM ve 16 QAM Karşılaştırma	64
6.3	Röleli Sistem - 16 QAM Kiplleme	65
6.4	Hata Yayılımı Olmayan Röleli Sistem - 16 QAM Kiplleme	66
6.5	Eşik Kullanılmayan Röleli Sistemde Hiyerarşik 2/4 ASK Kiplleme	67
6.6	Eşik Kullanılmayan Röleli Sistemde Hiyerarşik 4/16 QAM Kiplleme	68
6.7	c SNR Şeklinde Eşikler Kullanılan Röleli Sistemde Hiyerarşik 2/4 ASK Kiplleme	68
6.8	c SNR Şeklinde Eşikler Kullanılan Röleli Sistemde Hiyerarşik 4/16 QAM Kiplleme	69

6.9	$c(\alpha^2 + 1) \log \mathbf{SNR}$ Şeklinde Eşikler Kullanılan Röleli Sistemde Hiyerarşik 2/4 ASK Kipleme	69
6.10	$c(\alpha^2 + 1) \log \mathbf{SNR}$ Şeklinde Eşikler Kullanılan Röleli Sistemde Hiyerarşik 4/16 QAM Kipleme	70
7.1	Farklı 2 Eşik İçin Hiyerarşik 2/4 ASK Kipleme	72
7.2	Farklı 2 Eşik İçin Hiyerarşik 4/16 QAM Kipleme	73

1. GİRİŞ

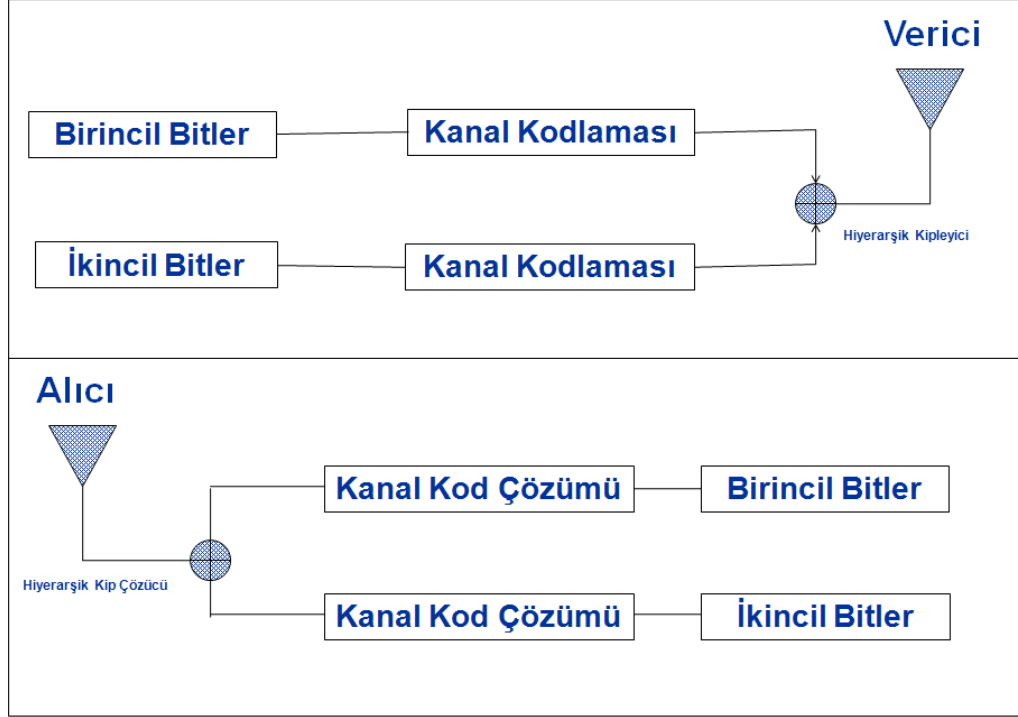
Bu bölümde genel olarak, sistemin parçaları olarak ifade edebilecek;

- Hiyerarşik Kipleme
- Çeşitleme
- İşbirlikli Haberleşme

konuları ele alınacak ve bu konular hakkında literatür bilgisi verilecektir.

1.1 Hiyerarşik Kipleme

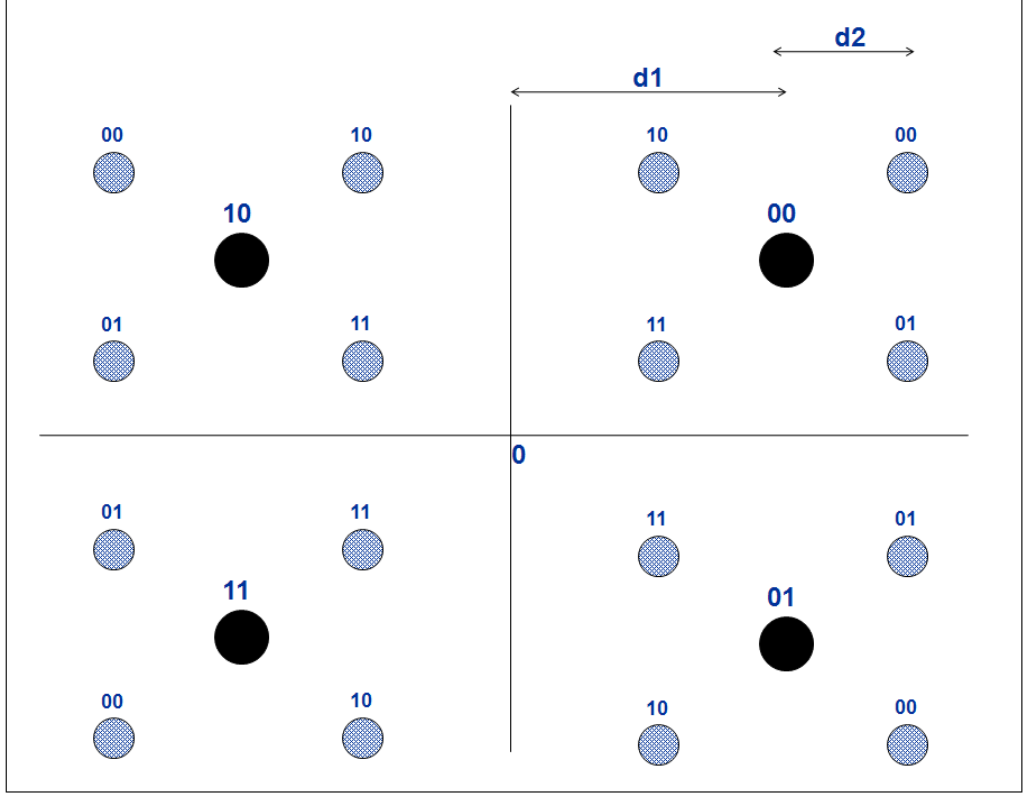
Birçok haberleşme sistemindeki temel amaçlardan bir tanesi de, sistemin içinde bulunduğu bütün koşullar altında iyi bir servis kalitesine sahip olmaktır. Özellikle, sönümlenmeli ve gürültülü kanalların bulunduğu Çoklu Giriş-Çoklu Çıkış (MIMO) sistemlerinde, her kullanıcının farklı kanal özellikleriyle karşı karşıya kalmaları, benzer servis kalitesi sağlama düşüncelerini zora sokmaktadır. Çoklu kullanıcıların olduğu bir sistemde, bütün sistemlerin değişik kanal özellikleriyle karşılaşması ve bu sistemde birbirinden farklı özelliklere sahip bilgi akışlarının gönderilmesi durumu ortaya çıkmıştır. Gönderici tarafından farklı zamanlarda farklı bilgi bitleri farklı alıcılara gönderilmesi durumuna alternatif olarak, farklı bilgi akışlarını aynı anda aynı sinyalle kullanıcılara gönderme fikri ortaya çıkmıştır. İlk olarak yayınlama kanallarında ortaya atılan [2] bu fikre "Hiyerarşik Kipleme" denilmektedir.



Şekil 1.1: Hiyerarşik Kipleme Alıcı-Verici Yapısı

Hiyerarşik kipleme, birden fazla veri akışının farklı şekilde kanal kodlamasından geçirildikten sonra aynı veri akışı içinde çoğullanmasına ve kiplenmesine olanak sağlayan bir sinyal işleme tekniğidir. Bu teknikte farklı veri akışları (ses, görüntü, video vb.) birbirlerinin üstüne bindirilerek aynı sinyal üzerinden iletilirler. Hiyerarşik kipleme ile gönderilen farklı bilgi akışlarının her biri kullanıcı açısından farklı öneme sahiptir. Farklı önem derecelerine sahip bilgi akışları bu özelliklerinden dolayı farklı koruma derecelerine sahiptir. Yani, önem derecesi daha yüksek olan bilgi akışları daha fazla koruma ile gönderilmelidir. Önem derecesi diğer akışlara göre daha alt seviyede olan bilgi akışları ise diğerlerine oranla daha az bir koruma ile hedef alıcılara ulaştırılırlar. Burada, koruma derecesinden kast edilen, bilgi akışlarının hatalı kip çözümüne karşı daha korunaklı olarak gönderilmesidir. Hiyerarşik kiplemde, en alt katmandaki veri akışı temel katman, üzerindeki katmanlar da iyileştirme katmanları olarak adlandırılır. Temel katmanda gönderilen bilgi bitlerine "birincil bitler" (primary bits) ya da daha fazla korumaya sahip olduklarından dolayı "yüksek öncelikli" (highest priority), iyileştirme katmanında gönderilen bilgi bitlerine ise "ikincil bitler" (secondary bits) ya da "düşük öncelikli" (lowest priority) adı verilmektedir. Temel katmandaki ve iyileştirme katmanlarındaki semboller eşzamanlı olarak

işlenir ve kiplenerek kanala verilirler.



Şekil 1.2: Genelleştirilmiş Hiyerarşik 4/16 QAM Sinyal Uzayı [1]

Hiyerarşik kipleme sembollerin sinyal uzayına düzgün olmayan bir şekilde yerleştirilmesine olanak sağlayarak, var olan kipleme yöntemlerini genelleştirir ve sistemin serbestlik derecesini artırır. Yani, sistemde bulunan bilgi akışlarına önem derecelerine göre enerjiler vererek onları sönmülmeye ve gürültüye karşı daha dayanıklı olmalarını sağlar. Normal bir kipleme tipinde, sinyal uzayında bulunan semboller arasındaki uzaklık sabitken, hiyerarşik kiplemde bu uzaklık sistemin özelliklerine göre değiştirilebilir. Hiyerarşik kipleme, literatürde gömülü (embedded), düzgün olmayan (non-uniform), asitmetrik (asymmetrical), çok katmanlı (multi-layer) veya çoklu çözünürlüklü (multi-resolution) olarak da nitelendirilmektedir.

Hiyerarşik kipleme, özellikle DVB-T (digital video broadcast-terrestrial) gibi sayısal televizyon yayınında ve video iletiminde kullanılmaktadır [3], [4]. DVB-T'ye ek olarak DVB-H (digital video broadcast-handheld), Japonya'daki ISDB (Integrated Services Digital Broadcasting) ve güney Amerika kıtasında yaygın

olarak kullanılan ISDB-T International (Brazilian Digital Television System) gibi standartlar, fiziksel katmanda hiyerarşik kipleme uygulamaktadır. Sayısal televizyon iletimine ek olarak 3GPP LTE sistemlerde çoklu ortam iletiminde de kullanılmaktadır [5], [6], [7].

Hiyerarşik kipleme, temel olarak üstdüşümle kodlamanın pratik uygulama şekli olarak düşünülmelidir ve bu nedenle üstdüşümle kodlamanın yarar sağladığı tüm uygulamalarda kullanılabilir genel bir yöntemdir. Bu uygulama alanları

- Noktadan noktaya kanallar
 1. Aynı kullanıcıya ses ve veri gibi farklı bilgilerin farklı kalitelere iletimi
 2. Sönümlenmeye karşı gürbüzlük
- Yayınlama kanalları
- Girişim kanalları
- Gizli dinlemeye karşı uygulamalar
- Röleli kanallar (kısmi çöz-ilet uygulaması)

olarak listelenebilir.

Hiyerarşik kipleme kullanıldığında iyi kanal kazançlarına ve ileri kip çözümü yapabilen cihazlara sahip alıcı(lar) birden fazla katmanı çözerken, geleneksel kip çözücülere ve kötü kanal kazançlarına sahip alıcı(lar) temel katmanı çözer. Bu şekilde, farklı alıcılara farklı servis kalitesinde hizmet sunmak, kanal kazançlarındaki değişikliklere karşı gürbüz sistemler tasarlamak ve/veya sistemdeki girişimin bir kısmını veya tamamını sistemden uzaklaştırmak mümkündür.

1.2 Çeşitleme

Kablosuz haberleşme kanallarında, kullanılan kiplemenin performansını düşüren ve daha fazla güç kullanılmasına neden olan problemlerin başında sönümlenme (fading) ve gölgeleme (shadowing) gelmektedir. Çevresel faktörler,

atmosferde meydana gelen kayıplar ve sistemde bulunan vericinin ya da alıcının hareketli olması durumları sönümlenmeye neden olan faktörler arasında gösterilebilir. Kanallarda meydana gelen sönümlenmenin etkilerinden kurtulmanın en önemli yollarından bir tanesi, kaynak ile hedef arasında birbirinden bağımsız sönümlenme yolları oluşturmaktır. Oluşturulan bu yolların hepsinin, aynı anda güçlü bir sönümlenmeye maruz kalmaları çok düşük bir ihtimale sahiptir. Yani, birbirinden bağımsız bir şekilde oluşturulan bu yolların, sinyal gönderimini etkileyecek şekilde, aynı anda çok kötü bir karakteristikte olması çok düşük bir ihtimaldir. Çeşitleme düşüncesinin arkasında yatan prensip, aynı sinyali farklı yollardan hedefe göndermektir. Bu şekilde, hem yollardan herhangi birisi sinyal iletimi için elverişsiz olsa dahi, diğer yollar kullanılarak sinyal gönderimi tamamlanabilecek hem de sistemdeki yolların hepsi sinyal gönderimi kullanılarak, sinyal bu yollardan gönderilecek ve çeşitleme kazancı sağlanabilecektir. Çeşitleme kazancının yüksek olduğu sistemler, sönümlenmeye ve hataya karşı daha gürbüz sistemlerdir [8][Bölüm 7].

Çeşitleme derecesi yüksek SNR değerlerinde, çeşitlemenin faydalarını incelemek için önemli bir kriterdir. Çeşitleme derecesi, [9]'de gösterildiği gibi şu şekilde hesaplanır.

$$d = - \lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{\log(BER)}{\log(SNR)} \quad (1.1)$$

1.2.1 Çeşitleme Türleri

Kablosuz sistemlerde, birbirinden bağımsız yol oluşturmamanın birçok yolu vardır. Çoklu gönderici ve alıcı antenlerden oluşan anten dizilerini kullanmak bunlardan bir tanesidir. Bu sistemde, anten dizisinin içindeki antenler birbirlerinden yeterince ayrı yerleştirilirler. Alıcı tarafta ya da verici tarafta birden çok anten kullanılarak yapılan çeşitlemeye "uzaysal çeşitleme" adı verilir.

Çeşitleme elde etmenin diğer bir yolu da farklı polarizasyona sahip 2 alıcı anten ya da 2 verici anten kullanmaktır. Kaynak tarafından gönderilen polarizasyonu farklı sinyaller aynı yolu takip ederek hedefe ulaşırlar. Bu sinyallerin polarizasyonları farklı olduğu için, aynı anda güçlü bir sönümlenmeye maruz kalmaları çok düşük bir ihtimaldir. Uygulanan bu sistemin olumsuz özelliklerinden

bir tanesi, verici taraftaki gücün bu iki sinyal için eşit paylaşılmasıdır.

Frekans çeşitleme, aynı sinyali farklı frekanslarda göndererek elde edilir. Bu teknikte sinyal, farklı frekans bantlarında gönderildiği için, gönderim esnasında daha fazla güç gereksinimi vardır. Yayılı-spectrum (spread-spectrum) tekniklerinin, kanal kazancının gönderilen sinyalin bant genişliğine göre değişiklik göstermesinden dolayı, frekans çeşitlemesi sağladığı düşünülmektedir. Ancak yayılı-spectrum, aynı bilgiyi farklı frekans bantlarında göndermekle aynı şey değildir.

Zamanda çeşitleme, aynı sinyalin farklı zaman dilimlerinde alıcı tarafa iletilmesi ile elde edilmektedir. Buradaki zaman dilimleri, kanalın eşfazlılık süresinden (channel coherence time) büyüktür. Zamanda çeşitleme tekniğinde, gönderici tarafta daha fazla güce ihtiyaç yoktur. Ancak bu teknikte, sistem diğer çeşitleme türlerine göre daha az veri hızına sahiptir. Çünkü, farklı zamanlarda iki farklı sinyal göndermek yerine, aynı sinyal farklı zamanlarda tekrarlanmaktadır. [8][Bölüm 7.1].

1.2.2 Seçme Birleştirme

Seçme birleştirme (Selection Combining) yönteminde, alıcıda bulunan birleştirici, alıcıya farklı yollardan gelen sinyallerin işaret gürültü oranlarını (SNR) kontrol eder ve en büyük işaret gürültü oranına sahip olan sinyali çıkış olarak verir. Bu yöntemde tam manasıyla bir birleştirme işlemi yapılmaz. Alıcı tarafa gelen sinyallerin enerjileri karşılaştırılır ve en büyük olan seçilir. Bu teknikte faz uyumu sorunu yoktur çünkü sadece bir sinyal çıkış olarak verilmektedir [8][Bölüm 7.2.2].

1.2.3 Eşikli Birleştirme

Seçme birleştirme yönteminde, alıcı tarafa gelen her bir yol için tahsis edilmiş bir alıcı olması gerekmektedir. Çünkü, bu birleştirme yöntemine göre gelen sinyallerin işaret gürültü oranlarının sürekli kontrol edilmesi gerekmektedir. Eşikli birleştirme (Threshold Combining) yöntemi adı verilen bu yöntemde ise, her

bir yol için ayrı alıcı tahsis edilmesine gerek yoktur. Her bir yol için ayrı alıcı tahsis etmek yerine, alıcı bütün yolları taramakta ve daha önceden belirlenmiş olan bir eşik değeri üzerinde olan ilk sinyali çıkış olarak vermektedir [8][Bölüm 7.2.3]. Bu sistemde de seçme birleştirme yönteminde olduğu gibi faz uyumu gerekmemektedir çünkü sadece bir sinyal çıkış olarak verilmektedir.

Alıcı tarafta, eşik değerinden büyük bir yol seçildikten sonra, o yol eşik değerinin altında kalana kadar seçilen yol kullanılmaya devam eder. Seçilen yol, eşik değerinden aşağıda kaldığı zaman, alıcı yeni bir yol bulmak için aramaya başlar. Birleştiricinin hangi kriterlere bağlı olarak bu seçimleri yapacağını bir çok yolu bulunmaktadır.

1.2.4 En Büyük Oransal Birleştirme

Seçme birleştirme ve eşikli birleştirme yöntemlerinde, alıcıya gelen sinyallerden sadece bir tanesi belirli bir kritere göre seçilmektedir. En büyük oransal birleştirme yönteminde (Maximal Ratio Combining) ise gelen sinyallerin ağırlıklı toplamları kullanılmaktadır [8][Bölüm 7.2.4]. Sinyalin geldiği kanalın kazancı ne kadar iyiyse o sinyalin toplamdaki ağırlığı daha fazladır. Bu şekilde kanal kazancı iyi olmayan kanallardan gelen sinyallerin daha az etkili, kanal kazancı daha iyi olan kanallardan gelen sinyallerin ise daha fazla etkili olması sağlanmaktadır.

$$y_1 = h_1x + z_1 \quad (1.2)$$

$$y_2 = h_2x + z_2 \quad (1.3)$$

şeklinde alıcıya gelen iki sinyal en büyük oransal birleştirme yöntemi kullanılarak birleştirilirse, öncelikle alınan sinyaller, kendi kanal kazançlarının eşleniği ile çarpılırlar.

$$y_{toplam} = h_1^*y_1 + h_2^*y_2 \quad (1.4)$$

$$= h_1^*(h_1x + z_1) + h_2^*(h_2x + z_2) \quad (1.5)$$

$$= |h_1|^2x + h_1^*z_1 + |h_2|^2x + h_2^*z_2 \quad (1.6)$$

Daha sonra elde edilen bu sinyal toplamı, kanallardan gelen sinyallerin herbirinin kanal kazançlarının boylarının karelerine bölünerek,

$$\tilde{y}_{toplam} = \frac{|h_1|^2 x + h_1^* z_1 + |h_2|^2 x + h_2^* z_2}{|h_1|^2 + |h_2|^2} \quad (1.7)$$

$$= x + \tilde{z}_1 + \tilde{z}_2 \quad (1.8)$$

$$= x + \tilde{z} \quad (1.9)$$

\tilde{y}_{toplam} oluşturulur ve gönderilen sinyalin kararı \tilde{y}_{toplam} kullanılarak verilir.

En büyük oransal birleştirme, diğer birleştirme türleriyle karşılaştırıldığında oldukça iyi bir performansa sahiptir. Sönümleme ve zayıflamalardan dolayı bütün sinyaller aynı oranda etkilenmezler. Bundan dolayı, gelen sinyalleri, kanalda uğradıkları kayıplara göre değerlendirmek diğer sistemlerden daha üstün performans elde edilmesini sağlamaktadır.

1.2.5 Eşit Ağırlıklı Birleştirme

En büyük oransal birleştirme performans olarak diğer yöntemlerden daha üstün olmasına rağmen her bir yoldan gelen sinyallerin kanal durum bilgilerinin sürekli ölçülmesi gerekmektedir. Kanal durumunun sürekli değiştiği bir sistemde kanal durum bilgisini ölçmek oldukça zor bir işlemdir ve sistemin karmaşıklığını artırmaktadır. Eşit ağırlıklı birleştirme (Equal Gain Combining) metodunda, gelen sinyallerin fazları eşitlendikten sonra her bir sinyal toplanıp, toplamın ortalaması alınmaktadır. En büyük oransal birleştirmede kanal kazancının hem genliğinin hem de fazının bilinmesi gerekmektedir. Bu teknikte ise, sadece kanal kazancının fazının bilinmesi yeterli olmaktadır [8][Bölüm 7.2.5].

1.3 İşbirlikli Haberleşme

Kablosuz hücreli haberleşme sistemlerinin, öne çıkan kilometre taşlarından birisi de dördüncü nesil haberleşme sistemi (4G-LTE) olarak adlandırılan bu sistemin geliştirilmesi ve standartlarının belirlenmesidir. 4G sistemleri kullanıcılar için çok yüksek başarımlar sunmaktadır. Özellikle noktadan noktaya kanallarda mobil kullanıcılar için 100Mb/s, sabit kullanıcılar için ise 1Gb/s 'ye kadar

yüksek hızlara ulaşılabilir. Bu şekilde, önemli amaçları hedefleyen bir sistem için klasik yöntemler kullanarak öngörülen veri hızlarına ulaşmak mümkün değildir. Şu an kullanılan hücreli haberleşme sistemi yapısıyla, hedeflenen hızlara ulaşamaması probleminin sebepleri şu şekilde ifade edilebilir [10].

1. Sistemdeki veri hızı arttıkça, bit başına düşen enerji miktarını ve hedeflenen bit hata oranı (BER) kısıtlarını sabit tutabilmek için, sisteme verilecek olan toplam enerji miktarı artırılmalıdır. Kullanılan devrelerin karmaşıklığının artacağından dolayı sistem tarafından gönderilen güç miktarı artacaktır. Standartlar ve sağlık koşulları çerçevesinde düşünüldüğünde, sistemin gönderebileceği en yüksek güç sınırı bulunmaktadır. Bu sınır insan sağlığını tehdit edecek derecede artırılamaz [10].

2. Standartlara göre 4G sistemler için öngörülen bant, 2GHz ve üstüdür. Bu bant aralığının karakteristiğine bakıldığında, bu aralıkta kullanılacak sinyallerin dalga boylarının çok küçük olduğu ve bunların kullanımında görüş mesafesi içerisinde (Line of Sight) olma zorunluluğu ortaya çıkmaktadır. Bu koşulun sağlanabilmesi için, mümkün olduğunca sık aralıklarda servis sağlayıcı baz istasyonlarının bulunması gerekmektedir. Mevcut baz istasyonlarının yoğunluğu, bu sistemin ihtiyacına cevap verebilecek durumda değildir. İhtiyaç duyulan sıklıkta baz istasyonu kurmak ekonomik açıdan mümkün görünmemektedir. [11]

Son yıllarda çoklu atlamalı (Multihop) ağlarda uygulanan yapı, hedeflenen veri hızlarına ulaşabilmek için, 4G sistemlerin üzerine uygulanmaya başladı. Normal bir kablosuz haberleşme sisteminde baz istasyonu, göndereceği bilgileri doğrudan kullanıcıya göndermektedir. Çok atlamalı ağlar tarafından kullanılan ve 4G uygulaması için önerilen sistemde, baz istasyonu ve kullanıcıya ek olarak, röle istasyonları bulunmaktadır. Röle istasyonları, baz istasyonu ile kullanıcı arasında bulunarak yardımcı bir rol üstlenmektedir. Başka bir deyişle, baz istasyonu (kaynak) tarafından gönderilen bilgiler iki farklı yoldan,

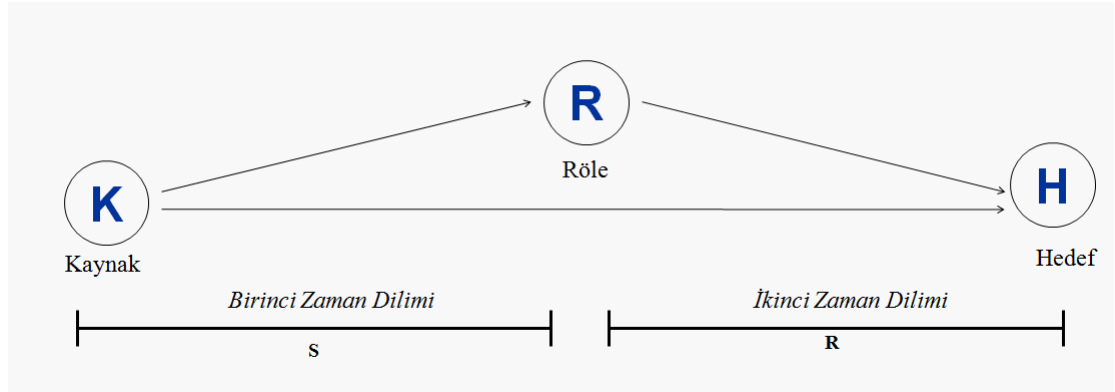
1. Baz İstasyonu - Kullanıcı
2. Baz İstasyonu - Röle İstasyonu - Kullanıcı

yollarını takip ederek kullanıcıya (hedefe) ulaşmaktadır. Kaynak ile hedef arasındaki yolların herhangi birisinde olumsuz bir durum olursa, diğer yollardan gelen

sinyaller sayesinde, alınan sinyal kalitesini yüksek tutmak hala mümkün olabilir. Bu şekilde röle kullanılan sistemler diğer sistemlere göre daha iyi kapsama alanına sahiptir ve olumsuz durumlara karşı dirençli olma bakımından daha avantajlıdır. [11]

1.3.1 İşbirlikli Röle Ağları

İşbirlikli haberleşme sistemlerinde kullanılan röleler işlevlerine göre ikiye ayrılırlar. Aldığı sinyalin kod çözümünü yapmadan sadece genliğini yükselterek gönderen "yükselt-ilet" (Amplify and Forward) analog röleler ve aldığı sinyalin kod çözümünü yaptıktan sonra tekrar kodlayarak gönderen "çöz-ilet" (Decode and Forward) dijital röleler [12–14]. Yeni nesil haberleşme sistemlerinin uygulamalarında çoğunlukla dijital röleler kullanılmaktadır. Kullanım yerlerine göre, servis sağlayıcılar tarafından sabit bir noktaya yerleştirilen "sabit röleler" ve hareketli bir platformda isteğe bağlı konumlandırılabilen "hareketli röleler" olmak üzere ikiye ayrılırlar.



Şekil 1.3: Genelleştirilmiş Kablosuz Röle Ağları

İşbirlikli röle ağlarında röleler çift yönlü iletimle (Half-Duplex) çalışmaktadır. Bu sistemlerde zaman, frekans ya da kod bölmeli çoklamadan bir tanesi kullanılmaktadır. Bu tezde anlatılacak olan sistemlerde röle, zaman bölmeli çoklama (Time Division Multiplex) ve çöz-ilet yöntemi kullanılacaktır.

Rölenin zaman bölmeli çoklama kullandığı sistemlerde zaman iki parçaya ayrılmaktadır. Birinci zaman diliminde kaynak (baz istasyonu) elinde bulunan bilgileri, belirli bir kipleme tekniği ile hem röleye hem de hedefe (kullanıcı) göndermektedir. Röle birinci zaman diliminde aldığı bilgilerin kod çözümünü yapar ve yine belirlenen kipleme tekniğini kullanarak ikinci zaman diliminde bu sinyali tekrardan hedefe gönderir. İkinci zaman dilimini sonunda hedef, hem kaynaktan aldığı sinyali hem de röleden aldığı sinyali daha önceden belirlenmiş bir birleştirme metodu kullanarak birleştirir. Bu tezde birleştirme metodu olarak "En Büyük Oransal Birleştirme" metodu kullanılmaktadır. Kaynak ile hedef arasındaki yollar birbirinden bağımsızdır. Kaynak ile röle arasında, bu şekilde oluşturulmuş yollar, sönümlenmeden dolayı meydana gelen kayıpların önemli ölçüde önüne geçebilmek için etkin bir yöntemdir. [15], [16]

Kaynak ile rölenin, gönderim esnasında kullandıkları kipleme tekniği farklılık gösterebilmektedir. Örneğin; kaynak birinci zaman diliminde 16-QAM ile gönderim yaparken, ikinci zaman diliminde röle, yine aynı kipleme tekniği olan 16-QAM ile kipleme yapabileceği gibi BPSK, QPSK ya da 4-PAM ile de gönderim yapabilir. Hedef, kaynak ve röleden gelen sinyallerin kiplenme biçimini bildiği sürece, bu şekilde birçok kombinasyon yapılabilir. Bu konuyla alakalı daha geniş bilgi için [17] ve [18] makalelerine bakılabilir.

Genel anlamda röleli sistemlere bakıldığında, röle kullanımının sisteme sağladığı katkı yadsınamaz. Bu tip sistemlerde temel amaçlardan bir tanesi de sistemin hatalara karşı gürbüzlüğünü artırmaktır. Hatalara karşı daha gürbüz bir sistemin oluşması sistemin çeşitleme kazancı (diversity gain) ile doğrudan ilgilidir. Röle, birinci zaman diliminde kaynaktan aldığı sinyalin kip çözümünü (demodulation) yapmaktadır. Rölenin kip çözümünü yaparken belirli seviyede hata yapma olasılığı mevcuttur. Hatalı çözülen bu bilgi bitleri, röle tarafından doğru çözülen bitlerle birlikte, sanki hepsi doğruymuş gibi kiplenerek hedefe gönderilmektedir. Hedef, kendisine gelen, tamamı doğru bitlerden oluşmayan bu sinyal ile kaynaktan gelen ve tamamı doğru bitlerden oluşan sinyali birleştirir. Sonuç olarak, aynı seviyede doğru bit içermeyen iki sinyali, aynı derecede doğruymuş gibi birleştirir. Bu işlem sonucunda, hatalı bitlerin doğruymuş gibi gönderilmesi ve bu şekilde birleştirilmesi "hata yayılımı" (error propagation) adı verilen duruma sebep olmaktadır.

Hata yayılımı, işbirlikli röle ağlarında, sistemin tam çeşitleme kazancına ulaşmasına engel olan en önemli problemlerden bir tanesidir. Hata yayılımı olan bir sistemde hedeflenen çeşitleme kazancının elde edilmesi mümkün değildir. Bu nedenle, işbirlikli haberleşme sistemlerinde hata yayılımının önüne geçmek gerekmektedir.

Hata kontrolü birden farklı yolla yapılabilmektedir. Rölede hata kontrolü yapıldığı takdirde, röle hatalı çözdüğünü anladığı bitleri göndermez ya da hatalı bitleri düzelterek gönderebilir. Hatalı bitlerin düzeltilerek gönderildiği sistemlere örnek olarak, hata düzelten kodların kullanıldığı işbirlikli sistemler verilebilir. Hatalı bitlerin gönderilmediği sistemlere örnek olarak da "anahtarlı röleleme" ya da "eşikli röleleme" (Threshold Relaying) sistemleri verilebilir.

1.3.2 Hata Düzelten Kodlar Kullanan Röleleme

Hata düzelten kodların kullanıldığı röleleme biçiminde, hata yayılımının önüne geçilebilmektedir [19]. Röle kaynaktan aldığı sinyali, yanlış çözdüğü durumlarda, hata düzelten kodlar kullanıldığı için, bitlere yanlış karar verdiğinin farkına varıp onları düzeltme yeteneğine sahiptir. Böyle bir durumda, röle her zaman doğru bitleri gönderdiğinden dolayı, hata yayılımına sebep olacak herhangi bir durum söz konusu değildir.

İşbirlikli röle ağlarında hata düzelten kodlar ya da buna benzer kodlar kullanmak çoğu zaman elverişli değildir. İşbirlikli sistemlerde kodlama kullanmak, sistem için oluşturulacak devrelerin karmaşıklığını arttırmakta ve sistemi yavaşlatarak performansını azaltmaktadır [1].

1.3.3 Eşikli Röleleme

Eşikli röleleme, kodlama kullanılmayan işbirlikli sistemlerde hata yayılımının önüne geçebilmek için kullanılan önemli bir yöntemdir [19]. Noktadan noktaya bit hata oranlarının (BER) düşürülmesi için eşikli röleleme teknikleri kullanılmaktadır. Bu tekniklerde herhangi bir kodlama kullanılmamaktadır. Kullanıcı tarafından röleye, daha önceden belirlenecek olan bir eşik değeri ile sistemin

performansında artış gözlenlenebilmektedir. Belirlenecek olan eşik değerinin, elde edilecek performans artışında önemli bir rolü vardır. Çünkü, eşik değeri sisteme uygun seçilmediği takdirde, sistemin bit hata oranını iyileştirmesine ve kodlama kazancı sağlamasına rağmen istenilen çeşitleme kazancının elde edilmesine engel teşkil etmektedir [19].

Anahtarlı röleleme kullanılan sistemlerde, sistemde bulunan rölenin kaynak ile röle arasındaki işaret gürültü oranı (SNR) bilgisine sahip olduğu varsayılmaktadır. Kaynak ile röle arasındaki işaret gürültü oranı bilgisi, rölenin çalışacağı durumları belirlemesi açısından çok önemlidir. Çünkü, kodlama kullanılmadığı için hata yayılımının önüne geçebilmek, ancak rölenin belirli zamanlarda sisteme dahil olması ile mümkündür. Röleli sistemlerde eşik değeri belirleme ayrı bir ihtisas konusudur. Bazı uygulamalarda rölede belirlenen eşik değeri sabit bir değer seçilmiş ve bu konu hakkında incelemeler yapılmıştır. Yapılan bu röleleme işlemine "basit röleleme" (simple relaying) adı verilmektedir. Başka bir tür röleleme çeşidi de "Sayısal Eşik Röleleme" (digital threshold relaying) adı verilen yöntemdir [20]. Bu yöntemde, belirlenecek eşik değeri, sabit bir değer seçilmemiş, aksine kaynak ile röle arasındaki SNR değerine bağlı bir fonksiyon olarak belirlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda sayısal rölelemenin basit rölelemeden daha iyi bir performans gösterdiği ortaya çıkmıştır [19] [20]. Röle, şu şekilde çalışmaktadır: Kaynak ile röle arasındaki SNR;

- eşik değerinden küçükse röle iletim yapmaz,
- eşik değerinden büyükse röle iletim yapar [20] [21] [22].

Daha önce de bahsedildiği gibi, hata yayılımının önüne geçebilmek en önemli amaçtır. Kaynak ile röle arasındaki anlık SNR, eğer belirlenen eşik değerinden düşük ise, rölenin kaynaktan aldığı sinyali düzgün bir şekilde çözebilmesi mümkün değildir. Sinyalin SNR değeri, kip çözümünün gerçekleştirilebilmesi için yeterli değildir. Eğer röle, eşik kullanmasaydı ve kip çözümünü gerçekleştirseydi, yüksek olasılıkla bitlere yanlış karar verilecekti ve bu hatalı bitler hedefe gönderilecekti. Eşik kullanılması, rölenin bu durumda sisteme katkı (hatalı katkı) sağlamasının önüne geçmiş oldu.

Sinyalin SNR değerinin eşik değerinden büyük olması durumunda, röle

aldığı sinyali, yüksek olasılıkla doğru çözebilme yeteğine sahiptir. Eşik değeri belirlenirken, rölenin doğru kip çözümü yapabileceği durumlar göz önüne alınarak hesaplama yapılmaktadır. Belirlenen eşik değerinin üstündeki SNR değerlerinde sinyal, rölenin doğru kip çözümü yapabilmesi için yeterli miktarda enerjiye sahiptir.

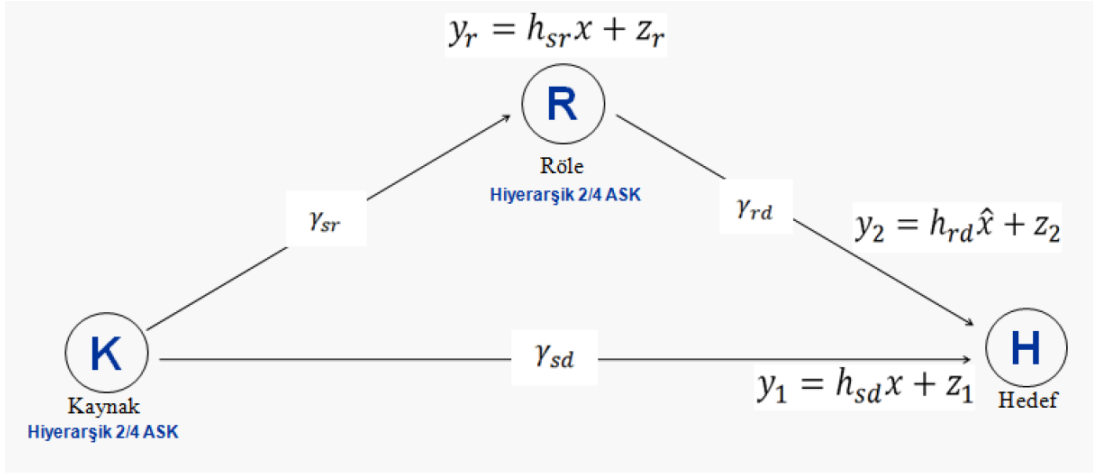
2. PROBLEM TANIMI

Hiyerarşik kiplleme tekniğinde, farklı koruma seviyelerine sahip bilgi akışları aynı anda gönderilebilmektedir. İşbirlikli haberleşme sistemlerinde, sistemde bulunan röle yardımıyla, gönderilen bitlerin sönümlemeye ve hataya karşı daha gürbüz bir yapıya sahip olmaları sağlanmaktadır. İşbirlikli sistemlerde istenilen performansın elde edilebilmesi için, rölelerin her zaman sisteme yardım etmesinden dolayı meydana gelen hata yayılımı probleminin önüne geçilmesi gerekmektedir. Rölenin belli koşullar altında sisteme dahil olmasıyla hata yayılımının önüne geçilebilmektedir.

Kodlama kullanılan sistemlerde, röle aldığı sinyalin kip çözümünü hatalı yaptığında, hata düzelten kodlar kullanıldığı için, röle hata yapıp yapmadığına karar verebilir ve hatalı bitleri düzeltebilir. Bu şekilde rölenin hatalı karar vermesinin önüne geçilebilir.

Kodlama kullanılmayan işbirlikli sistemlerde röle, bitlere hatalı karar verip vermediğinin farkında olmadığı için sistemde hata yayılımı meydana gelmektedir. Kodlama kullanılmayan sistemlerde hata yayılımının önüne geçilebilmesi için en etkili yöntem eşikli röleleme kullanmaktır.

Bu çalışmada, işbirlikli haberleşme sistemlerinde tek katmanlı kipllemede uygulanan eşikli sayısal röleleme uygulaması, çok katmanlı (hiyerarşik kiplleme) kiplleme tekniği için uyarlanmıştır.



Şekil 2.1: Sistem Modeli

2.1 Sistem Modeli

Kaynak ile hedef arasında 1 tane rölenin olduğu, Şekil 1.3'deki gibi bir işbirlikli haberleşme sistemi düşünelim. Bu sistemde diğer işbirlikli sistemlerden farklı olarak, hem kaynakta hem de röle de hiyerarşik kiplenme kullanılmaktadır.

Sistemde zaman, iki eşit parçaya ayrılmaktadır ve kaynak ile röle sırasıyla sisteme dahil olmaktadır. Birinci zaman diliminde kaynak, göndereceği bitleri, şekil 2.2 de gösterilen hiyerarşik 2/4 ASK kiplenme kullanarak göndermektedir. Röle ve hedef kaynaktan gelen bilgileri dinlemektedir. İkinci zaman diliminde ise kaynak sessiz kalır, röle, kaynaktan aldığı sinyalin hiyerarşik kip çözümünü yaptıktan sonra yine hiyerarşik 2/4 ASK (Genlik Kaydırmalı Kiplenme) kiplenme tekniği kullanarak sinyali hedefe gönderir.

Bu çalışmada kullanılan kanallar, karmaşık eklenebilir beyaz Gauss gürültülü (CAWGN) Rayleigh sönümlemeli kanallardır. Sönümlemenin yavaş olduğu (slow fading) varsayılmaktadır. Yavaş sönümlemede, bir blok uzunluğu süresince (gönderim esnasında) kanal kazancının değişmediği kabul edilmektedir.

Yapılan bu çalışmada, herhangi bir kodlama yöntemi kullanılmamaktadır. Röledeki ve hedefteki kip çözümleri sembol sembol yapılmaktadır. Kip çözümü için tüm bilginin gelmesi beklenmemekte, gelen sembol bloğunun sonunda hemen

kip çözümü yapılmaktadır.

$$y_{sr} = h_{sr}x + z_{sr} \quad (2.1)$$

$$y_{sd} = h_{sd}x + z_{sd} \quad (2.2)$$

$$y_{rd} = h_{rd}\hat{x} + z_{rd} \quad (2.3)$$

Şekil 2.1'de gösterildiği gibi birbirinden bağımsız 3 farklı sönümlenme kanalı vardır. Sistem parametreleri;

- i ve j noktaları arasındaki kanal kazancı h_{ij} ,
- i ve j noktaları arasındaki karmaşık gürültü z_{ij}
- i ve j noktaları arasındaki anlık Sinyal Gürültü Oranı γ_{ij}
- i ve j noktaları arasındaki ortalama Sinyal Gürültü Oranı σ_{ij}^2

ile gösterilmektedir. Bu parametrelerin özellikleri şu şekilde gösterilebilir;

$$h_{ij} \sim CN(0, \sigma_{ij}^2) \quad (2.4)$$

$$z_{ij} \sim CN(0, N_0) \quad (2.5)$$

$$\gamma_{ij} = E_i|h_{ij}|^2/N_0 \quad (2.6)$$

$$\sigma_{ij}^2 = \mathbf{SNR} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{SNR} = E_i/N_0 \quad (2.8)$$

Burada, E_i 'ler i .noktada sisteme konulan ortalama sembol enerjisini, \mathbf{SNR} referans enerjiyi, $|h_{ij}|^2$ ise, genellikle kaybetmeden, bağımsız ve eş dağılımlı,

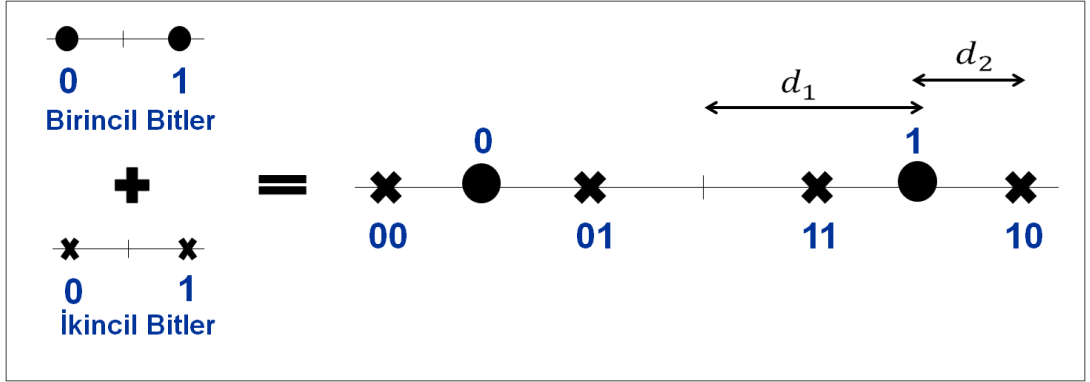
$$|h_{ij}|^2 \sim exp(1) \quad (2.9)$$

üstel rastgele değişkenlerdir. γ_{ij} 'lerin olasılık yoğunluk fonksiyonlarını şu şekilde gösterebiliriz.

$$f_{ij}(\gamma_{ij}) = (1/\sigma_{ij}^2) \exp(-\gamma_{ij}/\sigma_{ij}^2) \quad (2.10)$$

İşlemler sırasında, basitlik açısından hiyerarşik 2/4 ASK kipleme kullanılmaktadır. Yapılan simülasyonlar ve analitik incelemeler diğer hiyerarşik kipleme yöntemleri için genelleştirilebilmektedir.

Yapılan varsayımlardan bir tanesi de, rölenin ve hedefin kanal durum bilgilerini tam olarak bildiği varsayımdır. Ayrıca röle, kaynak ile röle arasındaki kanalın anlık SNR (γ_{sr}), bilgisine sahiptir.



Şekil 2.2: Genelleştirilmiş Hiyerarşik 2/4-ASK Sinyal Uzayı

Daha önce de bahsedildiği gibi, kaynakta ve rölede hiyerarşik 2/4 ASK kipleme kullanılmaktadır. Kullanılan sinyal uzayı Şekil 2.2'de gösterilmektedir. Hiyerarşik sinyal uzaylarında iki farklı bilgi akışı aynı sinyalde gönderilmektedir. Bu sistemde kullanılan sinyal uzayında iki tane katman vardır. İlk katmanda, daha fazla korumaya sahip bilgi bitleri (birincil bitler), ikinci katmanda ise daha az korumaya sahip bilgi bitleri (ikincil bitler) bulunmaktadır. Farklı korumalara sahip bu bitlere, koruma derecelerine göre enerji verilmektedir. Yani koruma derecesi fazla olan bitler, koruma derecesi az olan bitlerden daha fazla enerjiye sahiptir.

Normal bir kipleme tekniğinin sinyal uzayında semboller, sinyal uzayına homojen bir şekilde dağıtılmıştır. Sinyal uzayında birbirine komşu semboller arasındaki uzaklıklar birbirine eşittir. Hiyerarşik kipleme tekniğinde ise semboller, öncelik ya da koruma derecelerine göre homojen olmayan bir yapıda yerleştirilmişlerdir. Şekil 2.2'de görüldüğü gibi, sistemde bulunan birincil ve ikincil bitler arasında, koruma oranı adı verilen bir oran vardır [23]. Bu oran, birincil bitlerin merkez noktasına olan uzaklığının, ikincil bitlerin birincil bitlere olan uzaklığına

oranı şeklinde ifade edilir.

$$\alpha = \frac{d_1}{d_2} \quad (2.11)$$

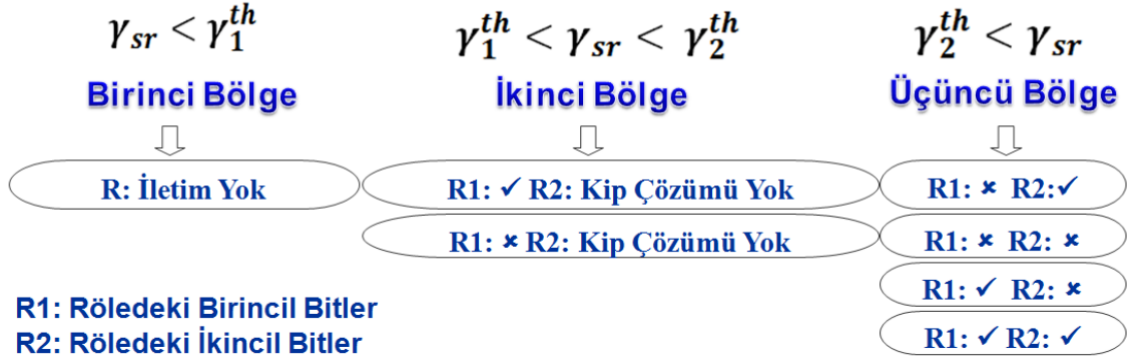
Koruma oranı ile sistemde, birincil bitler ile ikincil bitlere ne kadar enerji verileceği ayarlanabilmektedir. Bu oranın değeri en düşük 2 olmaktadır. Bu oran 2'den küçük olduğunda, semboller birbirleriyle çakışmakta ve sinyal uzayı anlamsız olmaktadır. Özel bir durum olarak, $\alpha = 2$ durumunda, sistemdeki birbirine komşu olan sembollerin birbirlerine olan uzaklıkları eşit olmaktadır. Bu durumda hiyerarşik 2/4 ASK ile 4 ASK aynı sistem olmaktadır. Bundan dolayı, 4-ASK kipleme $\alpha = 2$ durumunda, hiyerarşik 2/4 ASK kipleminin özel bir durumu denilebilir. Bu durum, kullanılacak olan diğer kipleme teknikleri için de geçerlidir. (16-QAM ve hiyerarşik 4/16 QAM gibi)

2.2 Sistem Analizi

Kodlama kullanılmayan işbirlikli haberleşme sistemlerinde, rölenin her zaman sisteme katkıda bulunmasından kaynaklı hata yayılımının olduğu, daha önceki bölümlerde anlatılmıştı. Hata yayılımının önüne geçebilmek ve tam çeşitleme kazancı elde edebilmek amacıyla, bu çalışmada eşikli röleme kullanılmaktadır. Eşikli röleme tekniğine göre röle belirlenen eşiklere göre sisteme dahil olmaktadır.

Hiyerarşik kipleme kullanılan işbirlikli sistemlerde, röleme kullanılmayabilir, röleme kullanıldığı halde eşik seçilmeyebilir ya da tek eşik seçilebilir. Ancak bu çalışmada, işbirlikli sistemde 2 katmanlı hiyerarşik kipleme kullanıldığından dolayı 2 adet eşik bulunmaktadır ve sistem Şekil 2.3'de gösterildiği gibi 3 farklı bölgeye ayrılmıştır. Bu bölgeler, sistemde bulunan rölenin nasıl çalışacağını gösteren bölgelerdir. Şekil 2.3, şu şekilde açıklanabilir;

- Birinci Bölge : Kaynak ile röle arasındaki anlık SNR'ın (γ_{sr}), birinci eşikten (γ_1^{th}) küçük olduğu durumdur. Bu durumda rölenin aldığı sinyalin SNR'ı



Şekil 2.3: Rölenin Çalışma Bölgeleri

hem birincil bitleri hem de ikincil bitleri çözecek kadar büyük değildir. Yani, röle bu durumda kip çözümü yapsa bile yüksek olasılıkla yanlış kip çözümü yapacaktır. Bundan dolayı röle bu bölgede sisteme yardım etmez.

- İkinci Bölge : Kaynak ile röle arasındaki anlık SNR'ın (γ_{sr}), birinci eşikten (γ_1^{th}) büyük, ikinci eşikten (γ_2^{th}) küçük olduğu durumdur. Bu durumda rölenin aldığı sinyalin SNR'ı sadece alt katmanda olan birincil bitlerini çoğu zaman doğru çözebilecek kadar büyüktür. İkincil bitler yüksek olasılıkla yanlış çözülecektir. Bundan dolayı, ikincil bitlerin kip çözümü bu bölgede yapılmaz.
- Üçüncü Bölge : Kaynak ile röle arasındaki anlık SNR'ın (γ_{sr}), ikinci eşikten (γ_2^{th}) büyük olduğu durumdur. Bu durumda, rölenin aldığı sinyalin SNR'ı hem birincil bitleri hem de ikincil bitleri yüksek olasılıkla doğru çözebilecek kadar büyüktür. Hem alt katmanda hem de üst katmanda kip çözümü düşük hata oranları ile gerçekleştirilebilmektedir.

Şekil 2.3'de bulunan 3 farklı bölge için 7 farklı senaryodan bahsedilebilir. Bu senaryolar, daha sonraki bölümlerde ele alınacak olan bit hata oranı ve çeşitleme kazancı incelemelerinde kullanılacak olan muhtemel durumlardır. Bu durumlar şu şekilde incelenecektir;

- 1.Bölge ($\Theta = 1$) 1.Durum ($\Phi = 1$): Röle sisteme yardım etmez, herhangi bir iletim yapmaz.

- 2.Bölge ($\Theta = 2$) 1.Durum ($\Phi = 1$): Röle birincil bitleri doğru çözer ve hedefe gönderir, ikincil bitleri çözmez.
- 2.Bölge ($\Theta = 2$) 2.Durum ($\Phi = 2$): Röle birincil bitleri yanlış çözer ve hedefe gönderir, ikincil bitleri çözmez.
- 3.Bölge ($\Theta = 3$) 1.Durum ($\Phi = 1$): Röle birincil bitleri yanlış, ikincil bitleri doğru çözer ve hedefe gönderir.
- 3.Bölge ($\Theta = 3$) 2.Durum ($\Phi = 2$): Röle hem birincil bitleri hem de ikincil bitleri yanlış çözer ve hedefe gönderir.
- 3.Bölge ($\Theta = 3$) 3.Durum ($\Phi = 3$): Röle birincil bitleri doğru, ikincil bitleri yanlış çözer ve hedefe gönderir.
- 3.Bölge ($\Theta = 3$) 4.Durum ($\Phi = 4$): Röle hem birincil bitleri hem de ikincil bitleri doğru çözer ve hedefe gönderir.

İkinci zaman dilimi sonunda hedef, kaynaktan aldığı sinyal ile röleden aldığı sinyali (eğer röleden bilgi geldiyse) en büyük oransal birleştirme (MRC) kullanarak birleştirir. Birleştirme işleminin ardından kip çözümünü yaparak hem birincil bitlere hem de ikincil bitlere karar verir.

Bu çalışmada kullanılan asimtotik gösterimler şu şekildedir;

$$\limsup_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| < \infty \quad \text{ise} \quad f(x) = O(g(x)) \quad (2.12)$$

Eğer iki fonksiyon birbirine asimtotik olarak eşit ise, aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1 \quad (2.13)$$

3. GENEL İSPATLAR VE TANIMLAMALAR

Bu bölümde, Bölüm 4 ve 5'te kullanılacak olan ana denklemlerin ispatları gösterilecek ve bazı tanımlamalar yapılacaktır.

Lemma 1: Birden fazla kanaldan gelen sinyallerin toplanmasıyla elde edilen sinyalin, kanal sayısına bağlı geliştirilmiş bit hata oranı hesaplaması yapılmaktadır.

İşbirlikli röle ağlarında birden fazla kana kullanıldığı için, kanalların kazançları vektör halinde gösterilebilir. L tane birbirinden bağımsız kanal bulunan bir sistem için,

$$\mathbf{h} = [h_1 \quad h_2 \quad \dots h_L] \quad (3.1)$$

dir. Yapılacak işlemlerde,

$$t = \|\mathbf{h}\|^2 \quad (3.2)$$

$$\gamma_i = |h_i|^2 \text{SNR} \quad (3.3)$$

tanımlamaları yapılabilir. Bu tanımlamalar kullanılarak

$$\gamma = t\text{SNR} \quad (3.4)$$

anlık sinyal gürültü oranı için geliştirilmiş ifade elde edilir. Burada,

$$h_i \sim CN(0, 1) \quad (3.5)$$

olarak tanımlanmıştır.

Birden fazla kanaldan gelen sinyaller toplandığında elde edilen sinyalin bit hata oranı şu şekilde ifade edilir [24]

$$P_e = \mathbb{E}\{Q(\sqrt{2c(\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_L)})\} \quad (3.6)$$

$$= \mathbb{E}\{Q(\sqrt{2c\gamma})\} \quad (3.7)$$

$$= \mathbb{E}\{Q(\sqrt{2ct\mathbf{SNR}})\} \quad (3.8)$$

Kullanılan kanalların olasılık yoğunluk fonksiyonu ve hedefteki bit hata oranı genel olarak şu şekilde yazılabilir [24];

$$f(t) = \frac{1}{(L-1)!} t^{L-1} e^{-t} \quad t \geq 0 \quad (3.9)$$

Ortalama hata olasılığı [24]'de

$$\begin{aligned} P_e &= \mathbb{E}\{Q(\sqrt{2c\gamma})\} \\ &= \int_0^\infty Q(\sqrt{2ct\mathbf{SNR}}) f(t) dt \quad c \in \mathbb{R}^+, c < \infty \\ &= \left(\frac{1-\mu}{2}\right)^L \sum_{l=0}^{L-1} \binom{L-1+l}{l} \left(\frac{1+\mu}{2}\right)^l \end{aligned} \quad (3.10)$$

olarak gösterilmiştir. Burada

$$\mu = \sqrt{\frac{c\mathbf{SNR}}{1+c\mathbf{SNR}}} \quad (3.11)$$

olarak tanımlanmıştır.

Yüksek SNR değerlerinde L 'nin rolü daha iyi anlaşılmaktadır. Çeşitleme kanal sayısı (L) arttıkça bit hata oranı grafiği daha hızlı azalmaktadır. Yüksek SNR değerlerinde,

$$\frac{1+\mu}{2} \approx 1 \quad (3.12)$$

olarak elde edilir. Yüksek SNR değerlerinde, μ ifadesinin Taylor serisi açılımı yapıldığında,

$$\sqrt{\frac{c\mathbf{SNR}}{1+c\mathbf{SNR}}} = 1 - \left(\frac{1}{2c\mathbf{SNR}}\right) + O\left(\frac{1}{\mathbf{SNR}^2}\right) \quad (3.13)$$

eşitliğini elde ederiz. Bu ifadeyi, μ eşitliğinde yerine koyarsak,

$$\frac{1-\mu}{2} \approx \frac{1}{4c\mathbf{SNR}} \quad (3.14)$$

elde etmiş oluruz. [24]'de gösterilen

$$\sum_{l=0}^{L-1} \binom{L-1+l}{l} = \binom{2L-1}{L} \quad (3.15)$$

eşitliğini 3.10'de yerine koyarsak son olarak;

$$P_e \approx \binom{2L-1}{L} \frac{1}{(4c\text{SNR})^L} \quad (3.16)$$

deklemini elde edilir [24].

Bu ifadenini Denklem 1.1'de gösterildiği gibi, çeşitleme kazancı incelemesi yapılırsa,

$$\begin{aligned} d &= - \lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} \frac{\log \mathbb{E}\{Q(\sqrt{2c(\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_L)})\}}{\log \text{SNR}} \\ &= - \lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} \frac{\log \binom{2L-1}{L} - L \log(4c\text{SNR})}{\log \text{SNR}} \\ &= - \lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} \frac{\log \binom{2L-1}{L} - L \log 4c - L \log \text{SNR}}{\log \text{SNR}} \\ &= L \end{aligned} \quad (3.17)$$

elde edilir.

Görüldüğü gibi, alıcı ile verici arasında L tane bağımsız Rayleigh kanalı olduğunda çeşitleme kazancı L 'dir.

Lemma 2: Rölenin, belirli eşik değerleri arasında hata yapma olasılığı hesaplanmaktadır.

$$P_e = \frac{e^{\gamma_t/\sigma_{sr}^2}}{2\sigma_{sr}^2} \int_{\gamma_t}^{\infty} \text{erfc}(\sqrt{\gamma_{sr}}) \exp\left(\frac{-\gamma_{sr}}{\sigma_{sr}^2}\right) d\gamma_{sr} \quad (3.18)$$

şeklindeki ifadelerin çözümünde $\text{erfc}(z)$ fonksiyonunun yerine, [25]'de gösterilen,

$$\text{erfc}(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-z^2/\sin^2 \theta} d\theta \quad (3.19)$$

ifadesi yazılırsa;

$$\begin{aligned}
P_e &= \frac{e^{\gamma_t/\sigma_{sr}^2}}{\pi\sigma_{sr}^2} \int_{\gamma_t}^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma_{sr}}{\sigma_{sr}^2}\right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp\left(-\frac{\gamma_{sr}}{\sin^2\theta}\right) d\theta d\gamma_{sr} \\
&= \frac{e^{\gamma_t/\sigma_{sr}^2}}{\pi\sigma_{sr}^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{\gamma_t}^{\infty} \exp\left(-\gamma_{sr}\left(\frac{1}{\sin^2\theta} + \frac{1}{\sigma_{sr}^2}\right)\right) d\gamma_{sr} d\theta \\
&= \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\theta}{\sigma_{sr}^2 + \sin^2\theta} \exp\left(-\frac{\gamma_t}{\sin^2\theta}\right) d\theta
\end{aligned} \tag{3.20}$$

olduğu gösterilebilir [19]. Burada, $\sigma_{sr}^2 > 0$ olduğu durumlarda,

$$\frac{\sin^2\theta}{\sigma_{sr}^2 + \sin^2\theta} < \frac{1}{\sigma_{sr}^2} \tag{3.21}$$

ifadesi kullanılarak P_e ifadesi için üst sınır yazılabilir.

$$P_e < \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sigma_{sr}^2} \exp\left(-\frac{\gamma_t}{\sin^2\theta}\right) d\theta \tag{3.22}$$

$$= \frac{1}{2\sigma_{sr}^2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma_t}) \tag{3.23}$$

elde edilir. Elde edilen üst sınıra,

$$\operatorname{erfc}(z) < e^{-z^2} \tag{3.24}$$

ifadesini kullanarak yeni bir üst sınır yazılırsa,

$$P_e < \frac{1}{2\sigma_{sr}^2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma_t}) < \frac{1}{2\sigma_{sr}^2} \exp(-\gamma_t) \tag{3.25}$$

$$P_e < \frac{1}{2\mathbf{SNR}} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma_t}) < \frac{1}{2\mathbf{SNR}} \exp(-\gamma_t) \tag{3.26}$$

elde edilir. γ_t eşiği $c(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})$ şeklinde seçildiğinde

$$P_e < \frac{1}{2\mathbf{SNR}^{c+1}} \tag{3.27}$$

olarak tanımlanır. Burada, P_e için bulunan üst sınırın mertebesi $O(\mathbf{SNR}^{-(c+1)})$ seviyesindedir. Bundan dolayı,

$$P_e = O(\mathbf{SNR}^{-(c+1)}) \tag{3.28}$$

dir.

Not: Bu çalışmadaki bütün "log" ifadeleri, doğal taban (ln) için geçerlidir.

4. BİRİNCİL BİTLERİN BİT HATA ORANI VE ÇEŞİTLEME KAZANCI İNCELEMESİ

Bu bölümde birincil bitler için performans analizi yapılacaktır. Performans analizi yapılırken işlem kolaylığı olması açısından Bölüm 2.1 ve 2.2'de anlatıldığı gibi, rölenin 3 farklı çalışma durumuna göre inceleme yapılacaktır. Öncelikle hedefteki bit hata oranı (BER) incelemesi yapılacak, ardından asimtotik olarak çeşitleme kazancı incelenecektir.

Birincil bitler için hedefteki bit hata oranını ifade eden ana denklem şu şekilde gösterilebilir [1];

$$\begin{aligned} BER(\gamma_1^{th}, \gamma_2^{th}, i_1) &= P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 1)P(\Theta = 1) \\ &+ P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 1)P(\Phi = 1 | \Theta = 2)P(\Theta = 2) \\ &+ P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 2)P(\Phi = 2 | \Theta = 2)P(\Theta = 2) \\ &+ P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 1)P(\Phi = 1 | \Theta = 3)P(\Theta = 3) \\ &+ P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 2)P(\Phi = 2 | \Theta = 3)P(\Theta = 3) \\ &+ P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 3)P(\Phi = 3 | \Theta = 3)P(\Theta = 3) \\ &+ P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 4)P(\Phi = 4 | \Theta = 3)P(\Theta = 3) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Denklem 4.1, röle için belirlenen 3 farklı bölgedeki bit hata oranı ifadelerinin toplam halidir. Bu ifadeler sırasıyla, Bölüm 4.1, 4.2 ve 4.3'de detaylı olarak incelenecektir.

4.1 Birinci Bölge ($\Theta = 1$) : ($\gamma_{sr} < \gamma_1^{th}$)

Bu bölgede, kaynak ile röle arasındaki anlık SNR (γ_{sr}), γ_1^{th} eşliğinden küçüktür. Bundan dolayı röle aldığı sinyalin kip çözümünü yapmaz yani sessiz kalır. Hedef ise, yalnızca ilk zaman diliminde kaynaktan aldığı sinyalin kip çözümünü yapar.

4.1.1 $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 1)$

Röle birinci bölgede çalışırken, hedefte birincil bitlerde hata yapma olasılığı $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 1)$ ile gösterilmektedir. Şekil 2.2'deki sinyal uzayını düşünelim. Bu sinyal uzayında 4 tane sembol bulunmaktadır. Bu sembollerin birinci bitlerinde hata yapma olasılığı şu şekilde hesaplanmaktadır [23];

$$\begin{aligned} P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 1, \gamma_{sd}) &= \frac{1}{4} [P(i_1|00) + P(i_1|01) + P(i_1|10) + P(i_1|11)] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{d_1 + d_2}{\sqrt{N_0}} \right) + \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{d_1 - d_2}{\sqrt{N_0}} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$Q(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \quad (4.3)$$

[23] ve [26]'deki sonuçlar ve Denklem 2.11, 4.3 kullanılarak, Denklem 4.2 eşitliği son haline şu şekilde getirilmektedir;

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 1, \gamma_{sd}) = \frac{1}{2} \left[Q \left(\frac{(\alpha + 1)\sqrt{2\gamma_{sd}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) + Q \left(\frac{(\alpha - 1)\sqrt{2\gamma_{sd}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) \right] \quad (4.4)$$

Bu ifade, kaynak ile hedef arasındaki anlık SNR'a (γ_{sr}) bağlı olduğu için bu ifadenin beklenen değerine bakılması gerekmektedir. Denklem 4.4 ifadesinin beklenen değeri [1], [23], [24, Bölüm 3.1] ve [26]'da hesaplandığı gibi;

$$\begin{aligned} P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 1) &= \mathbb{E}_{\gamma_{sd}} \{ P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 1, \gamma_{sd}) \} \\ &= \mathbb{E}_{\gamma_{sd}} \left\{ \frac{1}{2} \left[Q \left(\frac{(\alpha + 1)\sqrt{2\gamma_{sd}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) + Q \left(\frac{(\alpha - 1)\sqrt{2\gamma_{sd}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.5)$$

şeklinde hesaplanabilir.

Denklem 4.4 ifadesi yapı olarak Lemma 1'de ispatı gösterilen ifadeye benzemektedir. Denklem 4.4'de iki tane Q fonksiyonu vardır. Bu fonksiyonların içerisindeki c_1 ve c_2 katsayıları sırasıyla;

$$c_1 = \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha^2 + 1} \quad (4.6)$$

$$c_2 = \frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha^2 + 1} \quad (4.7)$$

'dir.

$\Theta = 1$ durumunda, hedef sadece kaynaktan gelen sinyalin kip çözümünü yaptığı için, burada sadece 1 tane kanal vardır yani $L=1$ 'dir. 3.16'de elde edilen denklem, $L=1$ için gerçekleşirse ve c katsayıları yerine sırasıyla yukarıda tanımlanan c_1 ve c_2 katsayıları yazılırsa;

$$\begin{aligned} P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 1) &\approx \frac{1}{4c_1 \mathbf{SNR}} + \frac{1}{4c_2 \mathbf{SNR}} \\ &= \frac{\alpha^2 + 1}{4(\alpha + 1)^2 \mathbf{SNR}} + \frac{\alpha^2 + 1}{4(\alpha - 1)^2 \mathbf{SNR}} \\ &= \frac{(\alpha^2 + 1)^2}{2(\alpha + 1)^2 (\alpha - 1)^2 \mathbf{SNR}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

ifadesi elde edilmiş olur. $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 1)$ ifadesinin mertebesi de $O(\mathbf{SNR}^{-1})$ olarak belirlenmiş olur.

4.1.2 $P(\Theta = 1)$

Sistemin $\Theta = 1$ durumunda olma olasılığı $P(\Theta = 1)$ şu şekilde ifade edilmektedir [1];

$$\begin{aligned} P(\Theta = 1) &= P(\gamma_{sr} \leq \gamma_1^{th}) \\ &= 1 - e^{-\gamma_1^{th} / \sigma_{sr}^2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Denklem 4.9'in Taylor serisi açılımı yapılırsa;

$$\begin{aligned} P(\Theta = 1) &\approx 1 - \left(1 - \frac{\gamma_1^{th}}{\sigma_{sr}^2}\right) \\ &\approx \frac{\gamma_1^{th}}{\sigma_{sr}^2} \end{aligned} \quad (4.10)$$

ifadesi elde edilir. Birinci eşliğin değeri $c_1(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})$ şeklinde seçildiğinde bu ifade;

$$\frac{c_1(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})}{\sigma_{sr}^2} = \frac{c_1(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})}{\mathbf{SNR}} \quad (4.11)$$

şeklini alır. Elde edilen bu son ifadeye bakıldığında, $P(\Theta = 1)$ ifadesinin mertebesi $O\left(\frac{\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}}\right)$ seviyesindedir.

4.2 İkinci Bölge ($\Theta = 2$): ($\gamma_1^{th} < \gamma_{sr} < \gamma_2^{th}$)

İkinci bölgede, kaynak ile röle arasındaki anlık SNR (γ_{sr}), γ_1^{th} eşliğinden büyük, γ_2^{th} eşliğinden küçüktür. Bu bölgede röle, aldığı sinyalin sadece birincil bitlerinin kip çözümünü yapar, ikincil bitlerin kip çözümüne karışmaz. Kip çözümünü yaptığı birincil bitleri ikinci zaman diliminde tekrar kipleyerek hedefe gönderir. Hedef ise, birinci zamanda kaynaktan aldığı sinyal ile ikinci zaman diliminde röleden aldığı sinyali birleştirerek birincil bitlerin kip çözümünü yapar, sadece kaynaktan aldığı sinyali kullanarak da ikincil bitlerin kip çözümünü gerçekleştirir.

İkinci bölgede, Şekil 2.3’de gösterildiği gibi, rölenin birincil bitleri doğru çözdüğü durum $\Phi = 1$ ve birincil bitleri yanlış çözdüğü durum $\Phi = 2$ olmak üzere iki durum vardır.

4.2.1 Röle Birincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 1$)

Bu durumda, $\Theta = 2$ bölgesinde, rölenin birincil bitleri doğru olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 4.1’in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

4.2.1.1 $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 1)$

Sistemin, $\Theta = 2$ bölgesinde $\Phi = 1$ durumunda, hedefte birincil bitlerdeki bit hata oranı $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 1)$ olarak gösterilmektedir [1].

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 1) = \mathbb{E}_{\gamma_{sd}, \gamma_{rd}} \left\{ \frac{1}{2} \left(Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right) \right\} \quad (4.12)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \times \frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (4.13)$$

γ_{sd} ve γ_{rd} rastgele değişkenleri;

$$\gamma_{sd} \approx \exp \left(\frac{1}{\sigma_{sd}^2} \right) \quad (4.14)$$

$$\gamma_{rd} \approx \exp \left(\frac{1}{\sigma_{rd}^2} \right) \quad (4.15)$$

olarak verilmiştir. Denklem 4.13'deki Q fonksiyonlarının içerisinde, 2 tane üstel rastgele değişkenin (γ_{sd} ve γ_{rd}) toplamı bulunmaktadır.

Denklem 4.13 için üst sınır ve alt sınır yazılabilir. Üst sınır;

$$\begin{aligned} &< \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \times \\ &e^{-\gamma_{sd}} e^{-\gamma_{rd}} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\sqrt{2(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})} \right) + Q \left(\sqrt{2 \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha^2+1} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd})} \right) \right\} \times \\ &e^{-\gamma_{sd}} e^{-\gamma_{rd}} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \end{aligned} \quad (4.16)$$

alt sınır da;

$$\begin{aligned} &> \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \times \\ &e^{-\gamma_{sd}} e^{-\gamma_{rd}} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\sqrt{2 \frac{(\alpha+1)^2}{\alpha^2+1} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd})} \right) + Q \left(\sqrt{2(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})} \right) \right\} \times \\ &e^{-\gamma_{sd}} e^{-\gamma_{rd}} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \end{aligned} \quad (4.17)$$

şeklinde yazılabilir.

Lemma 1, Denklem 4.16 ve 4.17'e uygulandığında;

$$< \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left\{ Q\left(\sqrt{2\gamma_t}\right) + Q\left(\sqrt{2\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha^2+1}\gamma_t}\right) \right\} \gamma_t e^{-\gamma_t} d\gamma_t \quad (4.18)$$

$$> \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left\{ Q\left(\sqrt{2\frac{(\alpha+1)^2}{\alpha^2+1}\gamma_t}\right) + Q\left(\sqrt{2\gamma_t}\right) \right\} \gamma_t e^{-\gamma_t} d\gamma_t \quad (4.19)$$

olur. Elde edilen sınırlara, Denklem 3.16 yakınsaması $L = 2$ için uygulanırsa;

$$\frac{3(\alpha^2+1)^2}{16(\alpha+1)^4\text{SNR}^2} + \frac{3}{16\text{SNR}^2} < P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 1) \quad (4.20)$$

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 1) < \frac{3}{16\text{SNR}^2} + \frac{3(\alpha^2+1)^2}{16(\alpha-1)^4\text{SNR}^2} \quad (4.21)$$

$$\frac{3(\alpha^2+1)^2}{16(\alpha+1)^4\text{SNR}^2} < P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 1) < \frac{3(\alpha^2+1)^2}{16(\alpha-1)^4\text{SNR}^2} \quad (4.22)$$

elde edilmiş olur.

Denklem 4.22'de alt ve üst sınırların mertebesi $O(\text{SNR}^{-2})$ seviyesindedir. Bundan dolayı, mertebesini bulmaya çalıştığımız $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 1)$ ifadesinin de mertebesi de $O(\text{SNR}^{-2})$ olarak elde edilmiş olur.

4.2.1.2 $P(\Phi = 1 | \Theta = 2)$

Sistem $\Theta = 2$ durumundayken rölenin birincil bitlerde hata yapma olasılığı $P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 2)$ olarak ifade edilir. Rölenin, $\Theta = 2$ durumunda birincil bitleri doğru çözme olasılığı;

$$P(\Phi = 1 | \Theta = 2) = 1 - P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 2) \quad (4.23)$$

olur. Rölenin birincil bitlerin çözümünde hata yapma olasılığı [1]'de şu şekilde ifade edilmiştir;

$$\begin{aligned}
& P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 2) \\
&= \frac{1}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{2\sigma_{sr}^2} \int_{\gamma_1^{th}}^{\gamma_2^{th}} Q\left(\frac{(\alpha+1)\sqrt{2\gamma_{sr}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) e^{-\gamma_{sr}/\sigma_{sr}^2} d\gamma_{sr} \\
&+ \frac{1}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{2\sigma_{sr}^2} \int_{\gamma_1^{th}}^{\gamma_2^{th}} Q\left(\frac{(\alpha-1)\sqrt{2\gamma_{sr}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) e^{-\gamma_{sr}/\sigma_{sr}^2} d\gamma_{sr} \quad (4.24)
\end{aligned}$$

Bu denklemde;

$$Q(\sqrt{2x}) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(x) \quad (4.25)$$

eşitliği kullanılarak,

$$\begin{aligned}
& P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 2) \\
&= \frac{1}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{4\sigma_{sr}^2} \int_{\gamma_1^{th}}^{\gamma_2^{th}} \operatorname{erfc}\left(\frac{(\alpha+1)\sqrt{\gamma_{sr}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) e^{-\gamma_{sr}/\sigma_{sr}^2} d\gamma_{sr} \\
&+ \frac{1}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{4\sigma_{sr}^2} \int_{\gamma_1^{th}}^{\gamma_2^{th}} \operatorname{erfc}\left(\frac{(\alpha-1)\sqrt{\gamma_{sr}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) e^{-\gamma_{sr}/\sigma_{sr}^2} d\gamma_{sr} \quad (4.26)
\end{aligned}$$

denklemi elde edilir. Denklem 4.26'de, işlem kolaylığı açısından [25]'de gösterilen

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-z^2/\sin^2\theta} d\theta \quad (4.27)$$

Craig formülü kullanılarak bu denklem,

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_{sr}^2} \int_{\gamma_1^{th}}^{\gamma_2^{th}} \exp(-\gamma_{sr}/\sigma_{sr}^2) \times \\
&\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \exp\left(-\frac{(\alpha+1)^2\gamma_{sr}}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right) + \exp\left(-\frac{(\alpha-1)^2\gamma_{sr}}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right) \right\} d\theta d\gamma_{sr} \\
&= \frac{1}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_{sr}^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{\gamma_1^{th}}^{\gamma_2^{th}} \left\{ \exp\left(-\gamma_{sr} \left(\frac{1}{\sigma_{sr}^2} + \frac{(\alpha+1)^2}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right)\right) \right. \\
&+ \left. \exp\left(-\gamma_{sr} \left(\frac{1}{\sigma_{sr}^2} + \frac{(\alpha-1)^2}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right)\right) \right\} d\gamma_{sr} d\theta \quad (4.29)
\end{aligned}$$

haline gelir. İlk integral alındığında,

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_{sr}^2} \times \\
&\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\exp\left(\frac{-\gamma_1^{th}}{\sigma_{sr}^2}\right) \exp\left(\frac{-\gamma_1^{th}(\alpha+1)^2}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right) - \exp\left(\frac{-\gamma_2^{th}}{\sigma_{sr}^2}\right) \exp\left(\frac{-\gamma_2^{th}(\alpha+1)^2}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right)}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta + (\alpha+1)^2\sigma_{sr}^2} \times \\
&\quad \sigma_{sr}^2(\alpha^2+1)\sin^2\theta d\theta \\
&+ \frac{1}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_{sr}^2} \times \\
&\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\exp\left(\frac{-\gamma_1^{th}}{\sigma_{sr}^2}\right) \exp\left(\frac{-\gamma_1^{th}(\alpha-1)^2}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right) - \exp\left(\frac{-\gamma_2^{th}}{\sigma_{sr}^2}\right) \exp\left(\frac{-\gamma_2^{th}(\alpha-1)^2}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right)}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta + (\alpha-1)^2\sigma_{sr}^2} \times \\
&\quad \sigma_{sr}^2(\alpha^2+1)\sin^2\theta d\theta \\
&\triangleq K_1 + K_2 \tag{4.30}
\end{aligned}$$

elde edilir. İntegral teriminin içerisindeki negatif olan terimler kaldırıldığında $K_1 + K_2$ için bir üst sınır elde edilebilir:

$$\begin{aligned}
K_1 + K_2 &< \frac{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2}}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{\sigma_{sr}^2}{2\pi\sigma_{sr}^2} \times \\
&\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp\left(\frac{-\gamma_1^{th}(\alpha+1)^2}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right) \frac{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta + (\alpha+1)^2\sigma_{sr}^2} d\theta \\
&+ \frac{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2}}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{\sigma_{sr}^2}{2\pi\sigma_{sr}^2} \times \\
&\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp\left(\frac{-\gamma_1^{th}(\alpha-1)^2}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right) \frac{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta + (\alpha-1)^2\sigma_{sr}^2} d\theta \tag{4.31}
\end{aligned}$$

Bulunan bu üst sınırlarda,

$$\frac{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta + (\alpha+1)^2\sigma_{sr}^2} < \frac{1}{\sigma_{sr}^2}, \sigma_{sr}^2 > 0, \alpha > 1 \tag{4.32}$$

$$\frac{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta + (\alpha-1)^2\sigma_{sr}^2} < \frac{1}{\sigma_{sr}^2}, \sigma_{sr}^2 > 0, \alpha > 1 \tag{4.33}$$

eşitsizliklerini kullanarak $K_1 + K_2$ için yeni bir üst sınır,

$$K_1 + K_2 < \frac{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2}}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_{sr}^2} \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \exp\left(\frac{-\gamma_1^{th}(\alpha+1)^2}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right) + \exp\left(\frac{-\gamma_1^{th}(\alpha-1)^2}{(\alpha^2+1)\sin^2\theta}\right) \right\} d\theta \quad (4.34)$$

elde edilir. Denklem 4.27 ve 4.34 kullanılarak, elde edilen üst sınır son haline şu şekilde getirilir.

$$K_1 + K_2 < \frac{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2}}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{4\sigma_{sr}^2} \left\{ \operatorname{erfc}\left(\frac{(\alpha+1)\sqrt{\gamma_1^{th}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{(\alpha-1)\sqrt{\gamma_1^{th}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) \right\} \quad (4.35)$$

[27]'de ifade edilen,

$$\operatorname{erfc}(x) < e^{-x^2} \quad (4.36)$$

üst sınırı, Denklem 4.35'ye uygulandığında,

$$K_1 + K_2 < \frac{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2}}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{4\sigma_{sr}^2} \left\{ \exp\left(-\frac{(\alpha+1)^2\gamma_1^{th}}{\alpha^2+1}\right) + \exp\left(-\frac{(\alpha-1)^2\gamma_1^{th}}{\alpha^2+1}\right) \right\} \quad (4.37)$$

elde edilmiş olur. Birinci eşik $\gamma_1^{th} = c_1(\alpha^2+1)\log \mathbf{SNR}$ olarak, ikinci eşik de $\gamma_2^{th} = c_2(\alpha^2+1)\log \mathbf{SNR}$ olarak seçilip Denklem 4.37'de yerine konulursa,

$$K_1 + K_2 < \frac{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2}}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \frac{1}{4\mathbf{SNR}} \left\{ \frac{1}{\mathbf{SNR}^{c_1(\alpha^2+1)^2}} + \frac{1}{\mathbf{SNR}^{c_1(\alpha-1)^2}} \right\} \quad (4.38)$$

elde edilir. İfadenin baş tarafında bulunan terimlerin taylor serisi açılımı yapıлып, limit ifadeleri incelenirse,

$$\begin{aligned} & \frac{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2}}{e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}} \\ &= \frac{1 - \frac{c_1(\alpha^2+1)\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}} + \frac{1}{2}\left(\frac{c_1(\alpha^2+1)\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}}\right)^2 - \dots}{1 - \frac{c_1(\alpha^2+1)\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}} + \frac{1}{2}\left(\frac{c_1(\alpha^2+1)\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}}\right)^2 \dots - 1 + \frac{c_1(\alpha^2+1)\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}} - \frac{1}{2}\left(\frac{c_1(\alpha^2+1)\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}}\right)^2 \dots} \\ & \lim_{\mathbf{SNR} \rightarrow \infty} D(x) = \frac{1 - \frac{c_1(\alpha^2+1)\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}}}{\frac{(c_2-c_1)(\alpha^2+1)\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}}} \\ &= \frac{\mathbf{SNR}}{(c_2 - c_1)(\alpha^2 + 1)\log \mathbf{SNR}} \quad (4.40) \end{aligned}$$

elde edilir. Elde edilen bu ifade Denklem 4.38'de yerine konulduğunda

$$\begin{aligned}
P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 2) &< \frac{1}{(c_2 - c_1)(\alpha^2 + 1)} \left\{ \frac{1}{\mathbf{SNR}^{c_1(\alpha+1)^2} \log \mathbf{SNR}} + \frac{1}{\mathbf{SNR}^{c_1(\alpha-1)^2} \log \mathbf{SNR}} \right\} \\
&< \frac{1}{(c_2 - c_1)(\alpha^2 + 1)} \frac{1}{\mathbf{SNR}^{c_1(\alpha-1)^2} \log \mathbf{SNR}} \\
&< \frac{1}{(c_2 - c_1)(\alpha^2 + 1)} \frac{1}{\mathbf{SNR}^{c_1(\alpha-1)^2}} \tag{4.41}
\end{aligned}$$

üst sınırı elde edilir. Ulaşılan bu son ifadenin mertebesi $O(\mathbf{SNR}^{-(c_1(\alpha-1)^2)})$ seviyesindedir. Burada $c_1(\alpha-1)^2 \geq 1$ 'dir. Denklem 4.23 kullanılarak $P(\Phi = 1 | \Theta = 2)$ ifadesinin mertebesinin $\mathbf{SNR} \rightarrow \infty$ durumunda 1'e yakınsadığı görülmektedir.

4.2.1.3 $P(\Theta = 2)$

Sistemin $\Theta = 2$ durumunda olma olasılığı $P(\Theta = 2)$ şu şekilde ifade edilmektedir [1];

$$\begin{aligned}
P(\Theta = 2) &= P(\gamma_1^{th} \leq \gamma_{sr} \leq \gamma_2^{th}) \\
&= e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2} \tag{4.42}
\end{aligned}$$

Denklem 4.42'in Taylor serisi açılımı yapılırsa;

$$\begin{aligned}
P(\Theta = 2) &\approx 1 - \frac{\gamma_1^{th}}{\sigma_{sr}^2} - 1 + \frac{\gamma_2^{th}}{\sigma_{sr}^2} \\
&\approx \frac{\gamma_2^{th} - \gamma_1^{th}}{\sigma_{sr}^2} \tag{4.43}
\end{aligned}$$

ifadesi elde edilir. Birinci eşliğin değeri $c_1(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})$, ikinci eşliğin değeri $c_2(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})$ şeklinde seçildiğinde bu ifade;

$$\frac{(c_2 - c_1)(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})}{\sigma_{sr}^2} \approx \frac{(c_2 - c_1)(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})}{\mathbf{SNR}} \tag{4.44}$$

şeklini alır. Elde edilen bu son ifadeye bakıldığında, $P(\Theta = 2)$ ifadesinin mertebesi $O\left(\frac{\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}}\right)$ seviyesindedir.

4.2.2 Röle Birincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 2$)

Bu durumda, $\Theta = 2$ bölgesinde, rölenin birincil bitleri yanlış olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir.

Denklem 4.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

4.2.2.1 $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 2)$

Sistemin, $\Theta = 2$ bölgesinde $\Phi = 2$ durumunda, hedefte birincil bitlerdeki bit hata oranı $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 2)$ olarak gösterilmektedir [1].

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 2) = \mathbb{E}_{\gamma_{sd}, \gamma_{rd}} \left\{ \frac{1}{2} \left(Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right) \right\} \quad (4.45)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \times \\ = \frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (4.46)$$

Denklem 4.46'deki Q fonksiyonlarının içerisinde, 2 tane üstel rastgele değişkenin (γ_{sd} ve γ_{rd}) farkı bulunmaktadır.

$$\frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty Q \left(\frac{b_1 \gamma_{sd} - b_2 \gamma_{rd}}{\sqrt{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}} \right) \frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (4.47)$$

şeklindeki ifadelerin yaklaşık olarak

$$\approx \frac{b_2 \sigma_{rd}^2}{b_1 \sigma_{sd}^2 + b_2 \sigma_{rd}^2} \quad (4.48)$$

ifadesine eşit olduğu hem [1] hem de [19] 'de detaylı bir şekilde gösterilmiştir. Bu sonuçtan yola çıkarak Denklem 4.46;

$$\approx \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{rd}^2}{\frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{sd}^2 + \sigma_{rd}^2} + \frac{\sigma_{rd}^2}{\frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{sd}^2 + \sigma_{rd}^2} \right) \quad (4.49)$$

ifadesine eşittir.

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 2) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\text{SNR}}{\frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \text{SNR} + \text{SNR}} + \frac{\text{SNR}}{\frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \text{SNR} + \text{SNR}} \right) \quad (4.50)$$

Denklem 4.50'de $\mathbf{SNR} \rightarrow \infty$ olduğu durumlarda $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 2)$ ifadesi $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2-1}} \right)$ 'ye yakınsamaktadır.

4.2.2.2 $P(\Phi = 2 | \Theta = 2)$

Sistem $\Theta = 2$ durumundayken rölenin birincil bitlerde hata yapma olasılığı $P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 2)$ olarak ifade edilir. Rölenin, $\Theta = 2$ durumunda birincil bitleri yanlış çözme olasılığı;

$$P(\Phi = 2 | \Theta = 2) = P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 2) \quad (4.51)$$

olarak verilmektedir [1].

Denklem 4.51 ve 4.41 kullanılarak $P(\Phi = 2 | \Theta = 2)$ ifadesinin mertebesinin $O(\mathbf{SNR}^{-(c_1(\alpha-1)^2)})$ ile üst sınırlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Burada $c_1(\alpha-1)^2 \geq 1$ 'dir.

4.2.2.3 $P(\Theta = 2)$

Sistemin $\Theta = 2$ durumunda olma olasılığı $P(\Theta = 2)$ şu şekilde ifade edilmektedir [1];

$$\begin{aligned} P(\Theta = 2) &= P(\gamma_1^{th} \leq \gamma_{sr} \leq \gamma_2^{th}) \\ &= e^{-\gamma_1^{th}/\sigma_{sr}^2} - e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2} \end{aligned} \quad (4.52)$$

$P(\Theta = 2)$ ifadesinin mertebesinin $O\left(\frac{\log \mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR}}\right)$ seviyesinde olduğu Bölüm 4.2.1.3'de gösterilmiştir.

4.3 Üçüncü Bölge ($\Theta = 3$): ($\gamma_2^{th} < \gamma_{sr}$)

Üçüncü bölgede, kaynak ile röle arasındaki anlık SNR (γ_{sr}), γ_2^{th} eşliğinden büyüktür. Bu bölgede röle, aldığı sinyalin hem birincil bitlerinin hem de ikincil

bitlerinin kip çözümünü yapar. Kip çözümünü yaptığı birincil ve ikincil bitleri ikinci zaman diliminde tekrar kipleyerek hedefe gönderir. Hedef ise, birinci zaman diliminde kaynaktan aldığı sinyal ile ikinci zaman diliminde röleden aldığı sinyali birleştirerek birincil bitlerin ve ikincil bitlerin kip çözümünü yapar.

Üçüncü bölgede, Şekil 2.3'de gösterildiği gibi, rölenin birincil bitleri yanlış ikincil bitleri doğru çözdüğü durum $\Phi = 1$, birincil ve ikincil bitleri yanlış çözdüğü durum $\Phi = 2$, birincil bitleri doğru ikincil bitleri yanlış çözdüğü durum $\Phi = 3$, birincil ve ikincil bitleri doğru çözdüğü durum $\Phi = 4$ olmak üzere dört tane durum vardır.

4.3.1 Röle Birincil Bitleri Yanlış, İkincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 1$)

Bu durumda, $\Theta = 3$ bölgesinde, rölenin birincil bitleri yanlış ikincil bitleri doğru olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 4.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

4.3.1.1 $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 1)$

Sistemin, $\Theta = 3$ bölgesinde $\Phi = 1$ durumunda, hedefte birincil bitlerdeki bit hata oranı $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 1)$ olarak gösterilmektedir [1].

$$\begin{aligned}
& P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 1) \\
&= \mathbb{E}_{\gamma_{sd}, \gamma_{rd}} \left\{ \frac{1}{2} \left(Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} - \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} - \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right) \right\} \quad (4.53) \\
&= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} - \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} - \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \times \\
&\quad \frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (4.54)
\end{aligned}$$

Denklem 4.54'deki Q fonksiyonlarının içerisinde, 2 tane üstel rastgele değişkenin (γ_{sd} ve γ_{rd}) farkı bulunmaktadır. Denklem 4.47 ve 4.48'de gösterilen eşitlik

Denklem 4.54'e uygulandığında;

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 1) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{rd}^2}{\frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{sd}^2 + \frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{rd}^2} + \frac{\frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{rd}^2}{\frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{sd}^2 + \frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{rd}^2} \right) \quad (4.55)$$

ifadesi elde edilir.

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 1) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR} + \mathbf{SNR}} + \frac{\mathbf{SNR}}{\mathbf{SNR} + \mathbf{SNR}} \right) \quad (4.56)$$

Denklem 4.56'de $\mathbf{SNR} \rightarrow \infty$ olduğu durumlarda $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 1)$ ifadesi $1/2$ 'ye yakınsamaktadır.

4.3.1.2 $P(\Phi = 1 | \Theta = 3)$

Sistem $\Theta = 3$ durumundayken rölenin birincil bitlerde hata yapma olasılığı $P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 3)$, ikincil bitlerde hata yapma olasılığı da $P(\epsilon_r, i_2 | \Theta = 3)$ olarak ifade edilir. Rölenin, $\Theta = 3$ durumunda birincil bitleri yanlış, ikincil bitleri doğru çözme olasılığı [1];

$$P(\Phi = 1 | \Theta = 3) = P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 3)[1 - P(\epsilon_r, i_2 | \Theta = 3)] \quad (4.57)$$

olur. Rölenin birincil bitlere yanlış karar vermesi ile ikincil bitlere doğru karar vermesi birbirinden bağımsız olaylar olduğu için Denklem 4.57'deki ifadeler çarpım şeklinde yazılabilmektedir. İki durum arasındaki bağımsızlık nümerik sonuçlarla da desteklenmektedir.

Rölenin birincil bitlerin ve ikinci bitlerin çözümünde hata yapma olasılığı [1]'de sırasıyla şu şekilde ifade edilmiştir;

$$P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 3) = \frac{e^{\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}}{2\sigma_{sr}^2} \int_{\gamma_2^{th}}^{\infty} \left\{ Q\left(\frac{(\alpha+1)\sqrt{2\gamma_{sr}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) + Q\left(\frac{(\alpha-1)\sqrt{2\gamma_{sr}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) \right\} \times e^{-\gamma_{sr}/\sigma_{sr}^2} d\gamma_{sr} \quad (4.58)$$

$$P(\epsilon_r, i_2 | \Theta = 3) = \frac{e^{\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2}}{2\sigma_{sr}^2} \int_{\gamma_2^{th}}^{\infty} \left\{ 2Q\left(\frac{\sqrt{2\gamma_{sr}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) - Q\left(\frac{(2\alpha+1)\sqrt{2\gamma_{sr}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) + Q\left(\frac{(2\alpha-1)\sqrt{2\gamma_{sr}}}{\sqrt{\alpha^2+1}}\right) \right\} e^{-\gamma_{sr}/\sigma_{sr}^2} d\gamma_{sr} \quad (4.59)$$

Denlem 4.58 ve 4.59'deki ifadeler, Lemma 2'de ispatı gösterilen ifade ile aynı yapıdadırlar. Denklem 4.3 ve 3.26, bu iki ifade için uygulanırsa ve katsayılar uygun bir şekilde yazılırsa;

$$\begin{aligned}
P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 3) &< \frac{1}{4\text{SNR}} \left\{ \text{erfc} \left(\frac{\alpha + 1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \sqrt{\gamma_2^{th}} \right) + \text{erfc} \left(\frac{\alpha - 1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \sqrt{\gamma_2^{th}} \right) \right\} \\
&< \frac{1}{4\text{SNR}} \left\{ \exp \left(-\frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha^2 + 1} \gamma_2^{th} \right) + \exp \left(-\frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha^2 + 1} \gamma_2^{th} \right) \right\} \\
P(\epsilon_r, i_2 | \Theta = 3) &< \frac{1}{4\text{SNR}} \left\{ 2 \text{erfc} \left(\frac{\sqrt{\gamma_2^{th}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) - \text{erfc} \left(\frac{2\alpha + 1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \sqrt{\gamma_2^{th}} \right) \right. \\
&\quad \left. + \text{erfc} \left(\frac{2\alpha - 1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \sqrt{\gamma_2^{th}} \right) \right\} \\
&< \frac{1}{4\text{SNR}} \left\{ 2 \exp \left(-\frac{\gamma_2^{th}}{\alpha^2 + 1} \right) - \exp \left(-\frac{(2\alpha + 1)^2}{\alpha^2 + 1} \gamma_2^{th} \right) \right. \\
&\quad \left. + \exp \left(-\frac{(2\alpha - 1)^2}{\alpha^2 + 1} \gamma_2^{th} \right) \right\} \tag{4.61}
\end{aligned}$$

elde edilir. $\gamma_2^{th} = c_2(\alpha^2 + 1) \log(\text{SNR})$ seçildiğinde bu ifadeler,

$$\begin{aligned}
P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 3) &< \frac{1}{4\text{SNR}} \{ e^{-c_2(\alpha+1)^2 \log \text{SNR}} + e^{-c_2(\alpha-1)^2 \log \text{SNR}} \} \\
&= \frac{1}{4\text{SNR}} \left\{ \frac{1}{\text{SNR}^{c_2(\alpha+1)^2}} + \frac{1}{\text{SNR}^{c_2(\alpha-1)^2}} \right\} \\
&\approx \frac{1}{4\text{SNR}} \frac{1}{\text{SNR}^{c_2(\alpha-1)^2}} \\
P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 3) &< \frac{1}{4\text{SNR}^{c_2(\alpha-1)^2+1}} \tag{4.62}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(\epsilon_r, i_2 | \Theta = 3) &< \frac{1}{4\text{SNR}} \{ 2e^{-c_2 \log \text{SNR}} - e^{-c_2(2\alpha+1)^2 \log \text{SNR}} + e^{-c_2(2\alpha-1)^2 \log \text{SNR}} \} \\
&= \frac{1}{4\text{SNR}} \left\{ \frac{2}{\text{SNR}^{c_2}} - \frac{1}{\text{SNR}^{c_2(2\alpha+1)^2}} + \frac{1}{\text{SNR}^{c_2(2\alpha-1)^2}} \right\} \\
&\approx \frac{1}{4\text{SNR}} \frac{2}{\text{SNR}^{c_2}} \\
P(\epsilon_r, i_2 | \Theta = 3) &< \frac{2}{4\text{SNR}^{c_2+1}} \tag{4.63}
\end{aligned}$$

şeklini alır. Buradan, $P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 3)$ ifadesinin mertebesinin $O(\mathbf{SNR}^{-(c_2(\alpha-1)^2+1)})$ seviyesinde, $P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 3)$ ifadesinin mertebesinin de $O(\mathbf{SNR}^{-(c_2+1)})$ seviyesinde olduğu görülmektedir.

$P(\Phi = 1 | \Theta = 3)$ ifadesinin mertebesi, Denklem 4.57, 4.62 ve 4.63 ifadeleri kullanılarak,

$$P(\Phi = 1 | \Theta = 3) < \left(\frac{1}{\mathbf{SNR}^{c_2(\alpha-1)^2+1}} \right) \left(1 - \frac{2}{\mathbf{SNR}^{c_2+1}} \right) \quad (4.64)$$

$O(\mathbf{SNR}^{-(c_2(\alpha-1)^2+1)})$ seviyesinde elde edilir.

4.3.1.3 $P(\Theta = 3)$

Sistemin $\Theta = 3$ durumunda olma olasılığı $P(\Theta = 3)$ şu şekilde ifade edilmektedir [1];

$$\begin{aligned} P(\Theta = 3) &= P(\gamma_2^{th} \leq \gamma_{sr}) \\ &= e^{-\gamma_2^{th}/\sigma_{sr}^2} \end{aligned} \quad (4.65)$$

Denklem 4.65'in Taylor serisi açılımı yapılırsa;

$$P(\Theta = 3) \approx 1 - \frac{\gamma_2^{th}}{\sigma_{sr}^2} \quad (4.66)$$

ifadesi elde edilir. İkinci eşliğin değeri $c_2(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})$ şeklinde seçildiğinde bu ifade;

$$1 - \frac{c_2(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})}{\sigma_{sr}^2} \approx 1 - \frac{c_2(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})}{\mathbf{SNR}} \quad (4.67)$$

şeklini alır. Elde edilen bu son ifadeye bakıldığında, $P(\Theta = 3)$ ifadesi $\mathbf{SNR} \rightarrow \infty$ durumunda 1'e yakınsamaktadır.

4.3.2 Röle Birincil ve İkincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 2$)

Bu durumda, $\Theta = 3$ bölgesinde, rölenin birincil ve ikincil bitleri yanlış olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 4.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

4.3.2.1 $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 2)$

Sistemin, $\Theta = 3$ bölgesinde $\Phi = 2$ durumunda, hedefte birincil bitlerdeki bit hata oranı $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 2)$ olarak gösterilmektedir [1].

$$\begin{aligned}
& P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 2) \tag{4.68} \\
&= \mathbb{E}_{\gamma_{sd}, \gamma_{rd}} \left\{ \frac{1}{2} \left(Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right) \right\} \\
&= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \times \\
&\quad \frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \tag{4.69}
\end{aligned}$$

Denklem 4.69'deki Q fonksiyonlarının içerisinde, 2 tane üstel rastgele değişkenin (γ_{sd} ve γ_{rd}) farkı bulunmaktadır. Denklem 4.47 ve 4.48'de gösterilen eşitlik Denklem 4.69'e uygulandığında;

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 2) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{rd}^2}{\frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{sd}^2 + \frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{rd}^2} + \frac{\frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{rd}^2}{\frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{sd}^2 + \frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \sigma_{rd}^2} \right) \tag{4.70}$$

ifadesi elde edilir.

$$\begin{aligned}
P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 2) &\approx \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \mathbf{SNR}}{\frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \mathbf{SNR} + \frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \mathbf{SNR}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \mathbf{SNR}}{\frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \mathbf{SNR} + \frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \mathbf{SNR}} \right) \tag{4.71}
\end{aligned}$$

Denklem 4.71'de $\mathbf{SNR} \rightarrow \infty$ olduğu durumlarda $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 2)$ ifadesi $1/2$ 'ye yakınsamaktadır.

4.3.2.2 $P(\Phi = 2 | \Theta = 3)$

Rölenin, $\Theta = 3$ durumunda birincil bitleri ve ikincil bitleri yanlış çözme olasılığı [1];

$$P(\Phi = 2|\Theta = 3) = P(\epsilon_r, i_1|\Theta = 3)P(\epsilon_r, i_2|\Theta = 3) \quad (4.72)$$

olarak verilmiştir.

$P(\Phi = 2|\Theta = 3)$ ifadesinin mertebesi, Denklem 4.72,4.62ve 4.63 ifadeleri kullanılarak,

$$P(\Phi = 2|\Theta = 3) < \left(\frac{1}{\text{SNR}^{c_2(\alpha-1)^2+1}} \right) \left(\frac{2}{\text{SNR}^{c_2+1}} \right) \quad (4.73)$$

$O(\text{SNR}^{-((c_2(\alpha-1)^2+1)+2)})$ seviyesinde elde edilir.

4.3.2.3 $P(\Theta = 3)$

Bu terimin incelenmesi, Bölüm 4.3.1.3'de yapılmıştır.

4.3.3 Röle Birincil Bitleri Doğru, İkincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 3$)

Bu durumda, $\Theta = 3$ bölgesinde, rölenin birincil bitleri doğru ikincil bitleri yanlış olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 4.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

4.3.3.1 $P(\epsilon_d, i_1|\Theta = 3, \Phi = 3)$

Sistemin, $\Theta = 3$ bölgesinde $\Phi = 3$ durumunda, hedefte birincil bitlerdeki bit hata oranı $P(\epsilon_d, i_1|\Theta = 3, \Phi = 3)$ olarak gösterilmektedir [1].

$$\begin{aligned} & P(\epsilon_d, i_1|\Theta = 3, \Phi = 3) \quad (4.74) \\ = & \mathbb{E}_{\gamma_{sd}, \gamma_{rd}} \left\{ \frac{1}{2} \left(Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd}+\gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd}+\gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \times \\
&\quad \frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (4.75)
\end{aligned}$$

Denklem 4.75'deki Q fonksiyonlarının içerisinde, 2 tane üstel rastgele değişkenin (γ_{sd} ve γ_{rd}) toplamı bulunmaktadır.

Denklem 4.75 için üst sınır ve alt sınır yazılabilir. Üst sınır;

$$\begin{aligned}
&< \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd}+\gamma_{rd}}{2}}} \right) + \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd}+\gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} e^{-\gamma_{sd}} e^{-\gamma_{rd}} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \\
&= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\sqrt{2 \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd}) \right) + Q \left(\sqrt{2 \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd}) \right) \right\} \times \\
&\quad e^{-\gamma_{sd}} e^{-\gamma_{rd}} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (4.76)
\end{aligned}$$

alt sınır da;

$$\begin{aligned}
&> \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd}+\gamma_{rd}}{2}}} \right) + \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd}+\gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} e^{-\gamma_{sd}} e^{-\gamma_{rd}} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \\
&= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\sqrt{2 \frac{(\alpha+1)^2}{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd}) \right) + Q \left(\sqrt{2 \frac{(\alpha+1)^2}{\alpha^2+1}} (\gamma_{sd} + \gamma_{rd}) \right) \right\} \times \\
&\quad e^{-\gamma_{sd}} e^{-\gamma_{rd}} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (4.77)
\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir.

Lemma 1, Denklem 4.76 ve 4.77'e uygulandığında;

$$< \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ Q \left(\sqrt{2 \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha^2+1}} \gamma_t \right) + Q \left(\sqrt{2 \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha^2+1}} \gamma_t \right) \right\} \gamma_t e^{-\gamma_t} d\gamma_t \quad (4.78)$$

$$> \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ Q \left(\sqrt{2 \frac{(\alpha+1)^2}{\alpha^2+1}} \gamma_t \right) + Q \left(\sqrt{2 \frac{(\alpha+1)^2}{\alpha^2+1}} \gamma_t \right) \right\} \gamma_t e^{-\gamma_t} d\gamma_t \quad (4.79)$$

olur. Elde edilen sınırlara, Denklem 3.16 yakınsaması $L = 2$ için uygulanırsa;

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 3) > \frac{3(\alpha^2 + 1)^2}{16(\alpha + 1)^4 \mathbf{SNR}^2} + \frac{3(\alpha^2 + 1)^2}{16(\alpha + 1)^4 \mathbf{SNR}^2} \quad (4.80)$$

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 3) < \frac{3(\alpha^2 + 1)^2}{16(\alpha - 1)^4 \text{SNR}^2} + \frac{3(\alpha^2 + 1)^2}{16(\alpha - 1)^4 \text{SNR}^2} \quad (4.81)$$

$$\frac{3(\alpha^2 + 1)^2}{8(\alpha + 1)^4 \text{SNR}^2} < P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 3) < \frac{3(\alpha^2 + 1)^2}{8(\alpha - 1)^4 \text{SNR}^2} \quad (4.82)$$

elde edilmiş olur.

Denklem 4.82'de alt ve üst sınırların mertebesi $O(\text{SNR}^{-2})$ seviyesindedir. Bundan dolayı, mertebesini bulmaya çalıştığımız $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 3)$ ifadesinin de mertebesi de $O(\text{SNR}^{-2})$ olarak elde edilmiş olur.

4.3.3.2 $P(\Phi = 3 | \Theta = 3)$

Rölenin, $\Theta = 3$ durumunda birincil bitleri doğru, ikincil bitleri yanlış çözme olasılığı [1];

$$P(\Phi = 3 | \Theta = 3) = [1 - P(\epsilon_r, i_1 | \Theta = 3)]P(\epsilon_r, i_2 | \Theta = 3) \quad (4.83)$$

olarak verilmiştir.

$P(\Phi = 3 | \Theta = 3)$ ifadesinin mertebesi, Denklem 4.83, 4.62 ve 4.63 ifadeleri kullanılarak,

$$P(\Phi = 3 | \Theta = 3) < \left(1 - \frac{1}{\text{SNR}^{c_2(\alpha-1)^2+1}}\right) \left(\frac{2}{\text{SNR}^{c_2+1}}\right) \quad (4.84)$$

$O(\text{SNR}^{-(c_2+1)})$ seviyesinde elde edilir.

4.3.3.3 $P(\Theta = 3)$

Bu terimin incelenmesi, Bölüm 4.3.1.3'de yapılmıştır.

4.3.4 Röle Birincil ve İkincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 4$)

Bu durumda, $\Theta = 3$ bölgesinde, rölenin birincil ve ikincil bitleri doğru olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 4.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

4.3.4.1 $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 4)$

Sistemin, $\Theta = 3$ bölgesinde $\Phi = 4$ durumunda, hedefte birincil bitlerdeki bit hata oranı $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 4)$ olarak gösterilmektedir [1].

$$\begin{aligned}
& P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 4) \tag{4.85} \\
&= \mathbb{E}_{\gamma_{sd}, \gamma_{rd}} \left\{ \frac{1}{2} \left(Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right) \right\} \\
&= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{(\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \times \\
&\quad \frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \tag{4.86}
\end{aligned}$$

Denklem 4.86'deki Q fonksiyonlarının içerisinde, 2 tane üstel rastgele değişkenin (γ_{sd} ve γ_{rd}) toplamı bulunmaktadır.

Denklem 4.86 'ye, Lemma 1 uygulandığında;

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(2\sqrt{\frac{(\alpha+1)^2}{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd}) \right) + Q \left(2\sqrt{\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd}) \right) \right\} \times \\
&\quad \frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \tag{4.87}
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ Q \left(2\sqrt{\frac{(\alpha+1)^2}{\alpha^2+1}}\gamma_t \right) + Q \left(2\sqrt{\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha^2+1}}\gamma_t \right) \right\} \gamma_t e^{-\gamma_t} d\gamma_t \tag{4.88}$$

elde edilir.

Lemma 1, $L = 2$ için Denklem 4.88'e uygulanırsa;

$$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 4) \approx \frac{3(\alpha^2 + 1)^2}{16(\alpha + 1)^4 \mathbf{SNR}^2} \tag{4.89}$$

elde edilmiş olur.

$P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 3, \Phi = 4)$ ifadesinin mertebesi $O(\mathbf{SNR}^{-2})$ seviyesindedir.

4.3.4.2 $P(\Phi = 4|\Theta = 3)$

Rölenin, $\Theta = 3$ durumunda birincil bitleri ve ikincil bitleri doğru çözme olasılığı [1];

$$P(\Phi = 4|\Theta = 3) = [1 - P(\epsilon_r, i_1|\Theta = 3)][1 - P(\epsilon_r, i_2|\Theta = 3)] \quad (4.90)$$

olarak verilmiştir. Denklem 4.90, 4.62 ve 4.63 ifadeleri kullanılarak,

$$P(\Phi = 4|\Theta = 3) < \left(1 - \frac{1}{\text{SNR}^{c_2(\alpha-1)^2+1}}\right) \left(1 - \frac{2}{\text{SNR}^{c_2+1}}\right) \quad (4.91)$$

ifadesi elde edilmiştir. Bu ifadeye göre, $\text{SNR} \rightarrow \infty$ olduğu durumlarda $P(\Phi = 4|\Theta = 3)$ ifadesi 1'e yakınsamaktadır.

4.3.4.3 $P(\Theta = 3)$

Bu terimin incelenmesi, Bölüm 4.3.1.3'de yapılmıştır.

4.4 Birincil Bitlerin Çeşitleme Kazancı İncelemesi

Birincil bitler için elde edilen bit hata oranlarının toplamı, Denklem 4.1 ve Bölüm 4 içinde elde edilen denklemler kullanılarak şu şekilde ifade edilebilir [19].

$$\begin{aligned} BER(\gamma_1^{th}, \gamma_2^{th}, i_1) &= \frac{1}{\text{SNR}} \frac{\log \text{SNR}}{\text{SNR}} + \frac{1}{\text{SNR}^2} \frac{\log \text{SNR}}{\text{SNR}} + \frac{K}{2} \frac{1}{\text{SNR}^{c_1(\alpha-1)^2}} \frac{\log \text{SNR}}{\text{SNR}} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{1}{\text{SNR}^{c_2(\alpha-1)^2+1}} + \frac{1}{2} \frac{1}{\text{SNR}^{c_2((\alpha-1)^2+1)+2}} + \frac{1}{\text{SNR}^2} \frac{1}{\text{SNR}^{c_2+1}} \\ &+ \frac{1}{\text{SNR}^2} \end{aligned} \quad (4.92)$$

$K = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\frac{\alpha+1}{\sqrt{\alpha^2+1}}} + \frac{1}{\frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha^2+1}}} \right)$. Denklem 4.92 düzenlendiğinde

$$\lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} BER(\gamma_1^{th}, \gamma_2^{th}, i_1) = \frac{\log \text{SNR}}{\text{SNR}^2} \quad (4.93)$$

elde edilir. Denklem 1.1 kullanılarak, çeşitleme kazancı incelemesi yapılırsa

$$\begin{aligned} d_{i_1} &= - \lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} \frac{\log(\log(\text{SNR})/\text{SNR}^2)}{\log(\text{SNR})} \\ &= - \lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} \frac{\log(\log(\text{SNR}))}{\log(\text{SNR})} + \lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} \frac{\log(\text{SNR}^2)}{\log(\text{SNR})} \\ &= 2 \end{aligned} \quad (4.94)$$

elde edilir. Burada; $\lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{\log(\log(SNR))}{\log(SNR)} = 0$, $c_1(\alpha - 1)^2 \geq 1$ ve $c_2 \geq 1$ 'dir.

Birincil bitler için yapılan çeşitleme kazancı incelemesinde, sistemde bulunan röle için uygun eşik seçildiği takdirde, sistemde hata yayılımının önüne geçilebildiği görülmektedir. Hata yayılımının önüne geçilebildiğinde sistemde tam çeşitleme kazancı elde edilmektedir.

Kodlama yapılmayan işbirlikli röle ağlarında, rölenin her zaman çalışıp sisteme katkıda bulunması istenilen bir durum değildir. Röleyi belli durumlarda çalıştırmak, her durumda çalıştırmaktan daha avantajlıdır. Rölenin belli koşullar altında çalışması hata yayılımını önüne geçebilmek için önemli bir işlemdir.

Rölenin belli bir eşik değerine göre çalışması bu konuya iyi bir örnektir. Röle belirli bir eşğin altında çalışmaz, o eşğin üstündeyse sisteme katkıda bulunmaya devam eder. Burada önemli olan husus, eşğin nasıl seçileceği konusudur. Rölede rastgele bir eşik belirlemek, sistemin bit hata oranı performansı artırmaktadır ancak hata yayılımının önüne geçilememektedir. [1] çalışmasında, röle için belirlenen eşik $cSNR$ şeklinde belirlenmiştir. Ancak, istenildiği gibi hata yayılımına engel olunamamış ve tam çeşitleme kazancı elde edilememiştir.

Bu çalışmada, birincil bitler için çeşitleme kazancı 2 olarak hesaplanmıştır. Tam çeşitleme kazancı elde edebilmek için, rölede seçilen eşik $c(\alpha^2 + 1) \log(SNR)$ mertebesinde seçilmiştir. Ayrıca belirlenecek eşiklerin katsayılarının da $c_1(\alpha - 1)^2 \geq 1$ ve $c_2 \geq 1$ şartlarına uygun seçilmesi gerekmektedir.

5. İKİNCİL BİTLERİN BİT HATA ORANI VE ÇEŞİTLEME KAZANCI İNCELEMESİ

Bu bölümde ikincil bitler için performans analizi yapılacaktır. Performans analizi yapılırken işlem kolaylığı olması açısından Bölüm 2.2 ve 2.1 'de anlatıldığı gibi, rölenin 3 farklı çalışma durumuna göre inceleme yapılacaktır. Öncelikle hedefteki bit hata oranı (BER) incelemesi yapılacak, ardından asimtotik olarak çeşitleme kazancı incelenecektir.

İkincil bitler için hedefteki bit hata oranını ifade eden ana denklem şu şekilde gösterilebilir;

$$\begin{aligned} BER(\gamma_1^{th}, \gamma_2^{th}, i_2) &= P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 1)P(\Theta = 1) \\ &+ P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 2, \Phi = 1)P(\Phi = 1 | \Theta = 2)P(\Theta = 2) \\ &+ P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 2, \Phi = 2)P(\Phi = 2 | \Theta = 2)P(\Theta = 2) \\ &+ P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 1)P(\Phi = 1 | \Theta = 3)P(\Theta = 3) \\ &+ P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 2)P(\Phi = 2 | \Theta = 3)P(\Theta = 3) \\ &+ P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 3)P(\Phi = 3 | \Theta = 3)P(\Theta = 3) \\ &+ P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 4)P(\Phi = 4 | \Theta = 3)P(\Theta = 3) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Denklem 5.1, röle için belirlenen 3 farklı bölgedeki bit hata oranı ifadelerinin toplam halidir. Bu ifadeler sırasıyla, Bölüm 5.1, 5.2 ve 5.3'de detaylı olarak incelenecektir.

5.1 Birinci Bölge ($\Theta = 1$) : ($\gamma_{sr} < \gamma_1^{th}$)

Bu bölgede, kaynak ile röle arasındaki anlık SNR (γ_{sr}), γ_1^{th} eşliğinden küçüktür. Bundan dolayı röle aldığı sinyalin kip çözümünü yapmaz yani sessiz kalır. Hedef ise, yalnızca ilk zaman diliminde kaynaktan aldığı sinyalin kip çözümünü yapar.

5.1.1 $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 1)$

Röle birinci bölgede çalışırken, hedefte ikincil bitlerde hata yapma olasılığı $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 1)$ ile gösterilmektedir. Şekil 2.2'deki sinyal uzayını düşünelim. Bu sinyal uzayında 4 tane sembol bulunmaktadır. Bu sembollerin ikinci bitlerinde hata yapma olasılığı şu şekilde hesaplanmaktadır [23];

$$\begin{aligned} P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 1, \gamma_{sd}) &= \frac{1}{4} [P(i_2|00) + P(i_2|01) + P(i_2|10) + P(i_2|11)] \quad (5.2) \\ &= \frac{1}{4} \left[2 \operatorname{erfc} \left(\frac{d_2}{\sqrt{N_0}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{2d_1 + d_2}{\sqrt{N_0}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{2d_1 - d_2}{\sqrt{N_0}} \right) \right] \end{aligned}$$

[23] ve [26]'deki sonuçlar ve Denklem 2.11, 4.3 kullanılarak, Denklem 5.2 eşitliği son haline şu şekilde getirilmektedir;

$$\begin{aligned} P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 1, \gamma_{sd}) &= \quad (5.3) \\ &\left\{ \frac{1}{2} \left[2Q \left(\frac{\sqrt{2\gamma_{sd}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) - Q \left(\frac{(2\alpha + 1)\sqrt{2\gamma_{sd}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) + Q \left(\frac{(2\alpha - 1)\sqrt{2\gamma_{sd}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

Bu ifade, kaynak ile hedef arasındaki anlık SNR'a (γ_{sr}) bağlı olduğu için bu ifadenin beklenen değerine bakılması gerekmektedir. Denklem 5.3 ifadesinin beklenen değeri [23], [26], [24, Bölüm 3.1] ve [1] hesaplandığı gibi;

$$\begin{aligned} &P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 1) \\ &= \mathbb{E}_{\gamma_{sd}} \{ P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 1, \gamma_{sd}) \} \quad (5.4) \\ &= \mathbb{E}_{\gamma_{sd}} \left\{ \frac{1}{2} \left[2Q \left(\frac{\sqrt{2\gamma_{sd}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) - Q \left(\frac{(2\alpha + 1)\sqrt{2\gamma_{sd}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) + Q \left(\frac{(2\alpha - 1)\sqrt{2\gamma_{sd}}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanabilir.

Denklem 5.3 ifadesi yapı olarak Lemma 1'de ispatı gösterilen ifadeye benzemektedir. Denklem 5.3'de üç tane Q fonksiyonu vardır. Bu fonksiyonların içerisindeki c_1 , c_2 ve c_3 katsayıları sırasıyla;

$$c_1 = \frac{1}{\alpha^2 + 1} \quad (5.5)$$

$$c_2 = \frac{(2\alpha + 1)^2}{\alpha^2 + 1} \quad (5.6)$$

$$c_3 = \frac{(2\alpha - 1)^2}{\alpha^2 + 1} \quad (5.7)$$

$\Theta = 1$ durumunda, hedef sadece kaynaktan gelen sinyalin kip çözümünü yaptığı için, burada sadece 1 tane kanal vardır yani $L=1$ 'dir. 3.16'de elde edilen denklem, $L=1$ için gerçekleşirse ve c katsayıları yerine sırasıyla yukarıda tanımlanan c_1 , c_2 ve c_3 katsayıları yazılırsa;

$$\begin{aligned} & P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 1) \\ \approx & \frac{2}{4c_1 \text{SNR}} - \frac{1}{4c_2 \text{SNR}} + \frac{1}{4c_3 \text{SNR}} \\ = & \frac{2(\alpha^2 + 1)}{4\text{SNR}} - \frac{\alpha^2 + 1}{4(2\alpha + 1)^2 \text{SNR}} + \frac{\alpha^2 + 1}{4(2\alpha - 1)^2 \text{SNR}} \\ = & \frac{2(\alpha^2 + 1)(2\alpha + 1)^2(2\alpha - 1)^2 - (\alpha^2 + 1)(2\alpha - 1)^2 + (\alpha^2 + 1)(2\alpha + 1)^2}{4(2\alpha + 1)^2(2\alpha - 1)^2 \text{SNR}} \\ = & K \frac{1}{\text{SNR}} \quad K > 0 \end{aligned} \quad (5.8)$$

ifadesi elde edilmiş olur. Bu ifadeden, $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 1)$ ifadesinin mertebesinin $O(\text{SNR}^{-1})$ seviyesinde olduğu açıkça görülmektedir.

5.1.2 $P(\Theta = 1)$

$P(\Theta = 1)$ ifadesinin mertebesinin $O\left(\frac{\log \text{SNR}}{\text{SNR}}\right)$ seviyesinde olduğu Bölüm 4.1.2'de gösterilmiştir.

5.2 İkinci Bölge($\Theta = 2$):($\gamma_1^{th} < \gamma_{sr} < \gamma_2^{th}$)

İkinci bölgede, kaynak ile röle arasındaki anlık SNR (γ_{sr}), γ_1^{th} eşliğinden büyük, γ_2^{th} eşliğinden küçüktür. Bu bölgede röle, aldığı sinyalin sadece birincil bitlerinin kip çözümünü yapar, ikincil bitlerin kip çözümüne karışmaz. Kip çözümünü yaptığı birincil bitleri ikinci zaman diliminde tekrar kipleyerek hedefe gönderir. Hedef ise, birinci zamanda kaynaktan aldığı sinyal ile ikinci zaman diliminde röleden aldığı sinyali birleştirerek birincil bitlerin kip çözümünü yapar, sadece kaynaktan aldığı sinyali kullanarak da ikincil bitlerin kip çözümünü gerçekleştirir.

İkinci bölgede, Şekil 2.3'de gösterildiği gibi, rölenin birincil bitleri doğru çözdüğü durum $\Phi = 1$ ve birincil bitleri yanlış çözdüğü durum $\Phi = 2$ olmak üzere iki durum vardır.

5.2.1 Röle Birincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 1$)

Bu durumda, $\Theta = 2$ bölgesinde, rölenin birincil bitleri doğru olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 5.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

5.2.1.1 $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 2, \Phi = 1)$

$\Theta = 2$ bölgesinde röle, sadece birincil bitleri çözüp sisteme yardım etmektedir. Bundan dolayı sistem $\Theta = 2$ bölgesindeyken ikinci bitlerin çözümünde rölenin yardımı kullanılmaz. Hedefte, ikincil bitlerin çözümü için sadece kaynaktan gelen sinyal kullanılır. Bundan dolayı,

$$P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 2, \Phi = 1) = P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 2, \Phi = 2) = P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 1) \quad (5.9)$$

durumu ortaya çıkıyor.

Rölenin birincil bitleri yanlış ya da doğru çözmesi ve bu bilgileri hedefe göndermesi ikincil bitler açısından bir anlam ifade etmez. $\Theta = 1$ ve $\Theta = 2$

bölgesinde birincil bitlerin hedefteki bit hata oranları birbirine eşittir. Bu yüzden $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 2, \Phi = 1)$ ifadesinin mertebesi de Bölüm 5.1.1'de gösterildiği gibi $O(\text{SNR}^{-1})$ seviyesindedir.

5.2.1.2 $P(\Phi = 1 | \Theta = 2)$

Bu bölüm daha önce, Bölüm 4'de birincil bitler konusunda açıklanmıştır. Detaylı çözümler için Bölüm 4.2.1.2'ye bakılabilir.

5.2.1.3 $P(\Theta = 2)$

$P(\Theta = 2)$ ifadesinin mertebesi $O\left(\frac{\log \text{SNR}}{\text{SNR}}\right)$ seviyesinde olduğu Bölüm 4.2.1.3'de gösterilmiştir.

5.2.2 Röle Birincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 2$)

Bu durumda, $\Theta = 2$ bölgesinde, rölenin birincil bitleri yanlış olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 5.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

5.2.2.1 $P(\epsilon_d, i_1 | \Theta = 2, \Phi = 2)$

Bu bölümle ilgili açıklamalar Bölüm 5.2.1.1'de anlatılmıştır.

5.2.2.2 $P(\Phi = 2 | \Theta = 2)$

Bu bölüm daha önce, Bölüm 4'de birincil bitler konusunda açıklanmıştır. Detaylı çözümler için Bölüm 4.2.2.2'ye bakılabilir.

5.2.2.3 $P(\Theta = 2)$

$P(\Theta = 2)$ ifadesinin mertebesi $O\left(\frac{\log \text{SNR}}{\text{SNR}}\right)$ seviyesinde olduğu Bölüm 4.2.1.3'de gösterilmiştir.

5.3 Üçüncü Bölge ($\Theta = 3$): ($\gamma_2^{th} < \gamma_{sr}$)

Üçüncü bölgede, kaynak ile röle arasındaki anlık SNR (γ_{sr}), γ_2^{th} eşliğinden büyüktür. Bu bölgede röle, aldığı sinyalin hem birincil bitlerinin hem de ikincil bitlerinin kip çözümünü yapar. Kip çözümünü yaptığı birincil ve ikincil bitleri ikinci zaman diliminde tekrar kipleyerek hedefe gönderir. Hedef ise, birinci zaman diliminde kaynaktan aldığı sinyal ile ikinci zaman diliminde röleden aldığı sinyali birleştirerek birincil bitlerin ve ikincil bitlerin kip çözümünü yapar.

Üçüncü bölgede, Şekil 2.3'de gösterildiği gibi, rölenin birincil bitleri yanlış ikincil bitleri doğru çözdüğü durum $\Phi = 1$, birincil ve ikincil bitleri yanlış çözdüğü durum $\Phi = 2$, birincil bitleri doğru ikincil bitleri yanlış çözdüğü durum $\Phi = 3$, birincil ve ikincil bitleri doğru çözdüğü durum $\Phi = 4$ olmak üzere dört tane durum vardır.

5.3.1 Röle Birincil Bitleri Yanlış, İkincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 1$)

Bu durumda, $\Theta = 3$ bölgesinde, rölenin birincil bitleri yanlış ikincil bitleri doğru olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 5.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

5.3.1.1 $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 1)$

Sistemin, $\Theta = 3$ bölgesinde $\Phi = 1$ durumunda, hedefte ikincil bitlerdeki bit hata oranı $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 1)$ olarak gösterilmektedir [1].

$$\begin{aligned}
& P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 1) \\
&= \mathbb{E}_{\gamma_{sd}, \gamma_{rd}} \left\{ \frac{1}{2} \left[Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) - Q \left(\frac{\frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right. \right. \\
&+ \left. \left. Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right] \right\} \quad (5.10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) - Q \left(\frac{\frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right. \\
&+ \left. Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \times \\
&\frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (5.12)
\end{aligned}$$

Denklem 5.11'deki Q fonksiyonlarının içerisinde, 2 tane üstel rastgele değişkenin (γ_{sd} ve γ_{rd}) farkı ve toplamı bulunmaktadır. Fark ifadesi bulunan ifadeler için Denklem 4.47 ve 4.48'deki, toplam ifadesi bulunan ifadeler için ise Lemma 1'deki işlemler uygulandığında ifadenin en son hali,

$$P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 1) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{2\alpha + 1}{2\alpha + 2} - \frac{1}{2\alpha + 2} + \frac{1}{\mathbf{SNR}^2} + \frac{1}{\mathbf{SNR}^2} \right) \quad (5.13)$$

olmaktadır.

Denklem 5.13'de $\mathbf{SNR} \rightarrow \infty$ olduğu durumlarda $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 2)$ ifadesi $\frac{1}{2} \frac{\alpha}{\alpha+1}$ 'e yakınsamaktadır.

5.3.1.2 $P(\Phi = 1 | \Theta = 3)$

Bu bölüm daha önce, Bölüm 4'de birincil bitler konusunda açıklanmıştır. Detaylı çözümler için Bölüm 4.3.1.2'ye bakılabilir.

5.3.1.3 $P(\Theta = 3)$

Bu terimin incelenmesi, Bölüm 4.3.1.3'de yapılmıştır.

5.3.2 Röle Birincil ve İkincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 2$)

Bu durumda, $\Theta = 3$ bölgesinde, rölenin birincil ve ikincil bitleri yanlış olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 5.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

5.3.2.1 $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 2)$

Sistemin, $\Theta = 3$ bölgesinde $\Phi = 2$ durumunda, hedefte ikincil bitlerdeki bit hata oranı $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 2)$ olarak gösterilmektedir [1].

$$\begin{aligned}
 & P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 2) \\
 = & \mathbb{E}_{\gamma_{sd}, \gamma_{rd}} \left\{ \frac{1}{2} \left[Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) - Q \left(\frac{\frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. + Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right] \right\} \quad (5.14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 = & \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) - Q \left(\frac{\frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right. \\
 & \left. + Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} + \frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{sd} - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}} \gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \times \quad (5.15)
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (5.16)$$

Denklem 5.15'deki Q fonksiyonlarının içerisinde, 2 tane üstel rastgele değişkenin (γ_{sd} ve γ_{rd}) farkı ve toplamı bulunmaktadır. Fark ifadesi bulunan ifadeler

için Denklem 4.47 ve 4.48'deki, toplam ifadesi bulunan ifadeler için ise Lemma 1'deki işlemler uygulandığında ifadenin en son hali,

$$P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 2) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{2\alpha - 1}{2\alpha} - \frac{1}{\text{SNR}^2} + \frac{1}{\text{SNR}^2} + \frac{1}{2\alpha} \right) \quad (5.17)$$

olmaktadır.

Denklem 5.17'de $\text{SNR} \rightarrow \infty$ olduğu durumlarda $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 2)$ ifadesi $\frac{1}{2}$ 'ye yakınsamaktadır.

5.3.2.2 $P(\Phi = 2 | \Theta = 3)$

Bu bölüm daha önce, Bölüm 4'de birincil bitler konusunda açıklanmıştır. Detaylı çözümler için Bölüm 4.3.2.2'ye bakılabilir.

5.3.2.3 $P(\Theta = 3)$

Bu terimin incelenmesi, Bölüm 4.3.1.3'de yapılmıştır.

5.3.3 Rôle Birincil Bitleri Doğru, İkincil Bitleri Yanlış Çözer ($\Phi = 3$)

Bu durumda, $\Theta = 3$ bölgesinde, rölenin birincil bitleri doğru ikincil bitleri yanlış olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 5.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

5.3.3.1 $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 3)$

Sistemin, $\Theta = 3$ bölgesinde $\Phi = 3$ durumunda, hedefte ikincil bitlerdeki bit hata oranı $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 3)$ olarak gösterilmektedir [1].

$$P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 3) = \mathbb{E}_{\gamma_{sd}, \gamma_{rd}} \left\{ \frac{1}{2} \left[2Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} - \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}\gamma_{sd} + \frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}\gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}\gamma_{sd} + \frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}\gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right] \right\} \quad (5.18)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ 2Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} - \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}\gamma_{sd} + \frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}\gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}\gamma_{sd} + \frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}\gamma_{rd}}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (5.19)$$

Denklem 5.19'deki Q fonksiyonlarının içerisinde, 2 tane üstel rastgele değişkenin (γ_{sd} ve γ_{rd}) farkı ve toplamı bulunmaktadır. Fark ifadesi bulunan ifadeler için Denklem 4.47 ve 4.48'deki, toplam ifadesi bulunan ifadeler için ise Lemma 1'deki işlemler uygulandığında ifadenin en son hali,

$$P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 3) \approx \frac{1}{2} \left(2\frac{1}{2} + \frac{1}{\mathbf{SNR}^2} + \frac{1}{\mathbf{SNR}^2} \right) \quad (5.20)$$

olmaktadır.

Denklem 5.17'de $\mathbf{SNR} \rightarrow \infty$ olduğu durumlarda $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 3)$ ifadesi $\frac{1}{2}$ 'ye yakınsamaktadır.

5.3.3.2 $P(\Phi = 3 | \Theta = 3)$

Bu bölüm daha önce, Bölüm 4'de birincil bitler konusunda açıklanmıştır. Detaylı çözümler için Bölüm 4.3.3.2'ye bakılabilir.

5.3.3.3 $P(\Theta = 3)$

Bu terimin incelenmesi, Bölüm 4.3.1.3'de yapılmıştır.

5.3.4 Rôle Birincil ve İkincil Bitleri Doğru Çözer ($\Phi = 4$)

Bu durumda, $\Theta = 3$ bölgesinde, rölenin birincil ve ikincil bitleri doğru olarak çözüp hedefe gönderdiği durumda, hedefte ve röledeki bit hata oranları incelenecektir. Denklem 5.1'in bu aşamasında 3 tane terim vardır ve bu terimler sırasıyla incelenecektir.

5.3.4.1 $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 4)$

Sistemin, $\Theta = 3$ bölgesinde $\Phi = 4$ durumunda, hedefte ikincil bitlerdeki bit hata oranı $P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 4)$ olarak gösterilmektedir [1].

$$P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 4) = \mathbb{E}_{\gamma_{sd}, \gamma_{rd}} \left\{ \frac{1}{2} \left[2Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right] \right\} \quad (5.21)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ 2Q \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha+1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) + Q \left(\frac{\frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{\alpha^2+1}}(\gamma_{sd} + \gamma_{rd})}{\sqrt{\frac{\gamma_{sd} + \gamma_{rd}}{2}}} \right) \right\} \frac{1}{\sigma_{sd}^2 \sigma_{rd}^2} e^{-\gamma_{sd}/\sigma_{sd}^2} e^{-\gamma_{rd}/\sigma_{rd}^2} d\gamma_{sd} d\gamma_{rd} \quad (5.22)$$

Denklem 5.22'deki Q fonksiyonlarının içerisinde, 2 tane üstel rastgele değişkenin (γ_{sd} ve γ_{rd}) farkı ve toplamı bulunmaktadır. Fark ifadesi bulunan ifadeler için Denklem 4.47 ve 4.48'deki, toplam ifadesi bulunan ifadeler için ise Lemma 1'deki işlemler uygulandığında ifadenin en son hali,

$$P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 4) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\text{SNR}^2} + \frac{1}{\text{SNR}^2} + \frac{1}{\text{SNR}^2} \right) \quad (5.23)$$

olmaktadır.

$P(\epsilon_d, i_2 | \Theta = 3, \Phi = 4)$ ifadesinin mertebesinin $O(\mathbf{SNR}^{-2})$ seviyesinde olduğu bu ifadeden görülmektedir.

5.3.4.2 $P(\Phi = 4 | \Theta = 3)$

Bu bölüm daha önce, Bölüm 4'de birincil bitler konusunda açıklanmıştır. Detaylı çözümler için Bölüm 4.3.4.2'ye bakılabilir.

5.3.4.3 $P(\Theta = 3)$

Bu terimin incelenmesi, Bölüm 4.3.1.3'de yapılmıştır.

5.4 İkincil Bitlerin Çeşitleme Kazancı İncelemesi

İkincil bitler için elde edilen bit hata oranlarının toplamı, Denklem 5.1 ve Bölüm 5 içinde elde edilen denklemler kullanılarak şu şekilde ifade edilebilir [19].

$$\begin{aligned}
 BER(\gamma_1^{th}, \gamma_2^{th}, i_2) &= \frac{1}{SNR} \frac{\log SNR}{SNR} + \frac{1}{SNR} \frac{\log SNR}{SNR} + \frac{1}{SNR} \frac{1}{SNR^{c_1(\alpha-1)^2}} \frac{\log SNR}{SNR} \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha} \frac{1}{SNR^{c_2(\alpha-1)^2+1}} + \frac{1}{2} \frac{1}{SNR^{c_2((\alpha-1)^2+1)+2}} + \frac{1}{2} \frac{1}{SNR^{c_2+1}} \\
 &+ \frac{1}{SNR^2} \tag{5.24}
 \end{aligned}$$

Burada $c_1(\alpha - 1)^2 \geq 1$ ve $c_2 \geq 1$ 'dir. Denklem 5.24 düzenlendiğinde

$$\lim_{SNR \rightarrow \infty} BER(\gamma_1^{th}, \gamma_2^{th}, i_2) = \frac{\log SNR}{SNR^2} \tag{5.25}$$

elde edilir. Denklem 1.1 kullanılarak, çeşitleme kazancı incelemesi yapılırsa,

$$\begin{aligned}
 d_{i_2} &= - \lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{\log(\log(SNR))/SNR^2}{\log(SNR)} \\
 &= - \lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{\log(\log(SNR))}{\log(SNR)} + \lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{\log(SNR^2)}{\log(SNR)} \\
 &= 2 \tag{5.26}
 \end{aligned}$$

elde edilir. Burada; $\lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{\log(\log(SNR))}{\log(SNR)} = 0$ 'dir.

Hiyerarşik kipleme ile gönderilen ikincil bitlerin durumu birincil bitler ile aynıdır. İkincil bitler için hesaplanan çeşitleme kazancı 2 'dir.

Rölede belirlenen uygun eşik değeri sayesinde hata yayılımının önüne geçilebilmiş ve tam çeşitleme kazancı elde edilebilmiştir.

[19] çalışmasında, tek katmanlı bir sistem için düşünülen ve uygulanan, sisteme uygun eşik seçme fikri, bu çalışmada, çok katmanlı bir kipleme tekniği için de uygulanmıştır. Uygulanan bu sistem ile hiyerarşik kipleme kullanılan röleli sistemlerde, hem birincil hem de ikincil bitler için tam çeşitleme kazancı elde edilmiştir.

6. BENZETİM SONUÇLARI

Bölüm 4 ve Bölüm 5 'te, tasarlanan sistemin analitik sonuçları incelenmiştir. Bu bölümde ise, analitik olarak incelenen sistemin benzetim sonuçları ele alınacak ve diğer sistemlerle karşılaştırılmaları yapılacaktır.

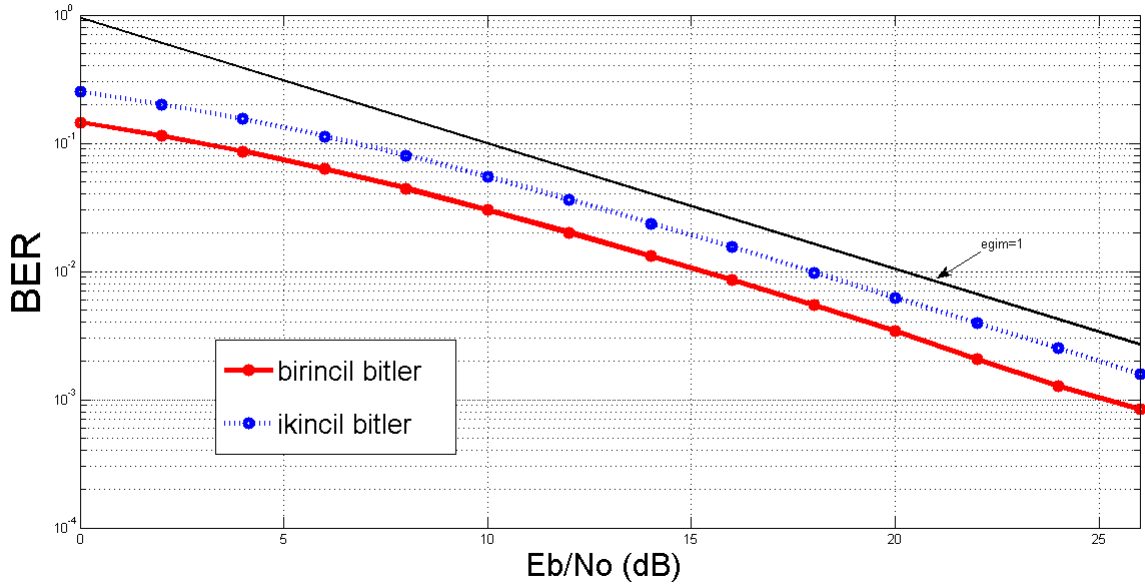
6.1 Hiyerarşik Kipleme

Hiyerarşik kipleme kullanılan sistemlerde iki farklı bilgi akışı gönderilebilmektedir. Şekil 6.1'de bu iki bilgi akışı görülmektedir. Şekil 6.1'deki sistemde hiyerarşik 2/4 ASK kipleme kullanılmaktadır. Birincil bitlerin karşılaştığı bit hata oranı ile ikincil bitlerin karşılaştığı bit hata oranı farklılık göstermektedir. Daha önceki bölümlerde anlatıldığı gibi, birincil bitler ikincil bitlere oranla daha fazla korumaya sahiptirler. Koruma oranı fazla olan bitlere, koruma oranı az olan bitlere oranla daha fazla enerji verilmektedir.

Şekil 6.2'deki sistemde ise hiyerarşik 4/16 QAM kipleme ve karşılaştırma olarak 16 QAM kullanılmaktadır.

Şekil 6.2'deki sistemde de birincil bitler ile ikincil bitler farklı bit hata oranı görmektedir. $\alpha = 2$ durumunda hiyerarşik 4/16 QAM kipleme ile 16 QAM kipleme aynı sinyal uzayına sahiptir. Şekil 6.2'de, hiyerarşik 4/16 QAM kiplemde, birincil ve ikincil bitlerin toplam hata olasılığının, 16 QAM kiplemenin hata olasılığı ile aynı olduğu görülmektedir. Bu durum beklenen bir durumdur. Sistemde bulunan α parametresi değiştirilerek değişik koruma oranlarına sahip sinyal uzayı elde edilebilmektedir.

Bu çalışmanın amacı sistemlerin çeşitleme kazancını incelemek olduğu için,



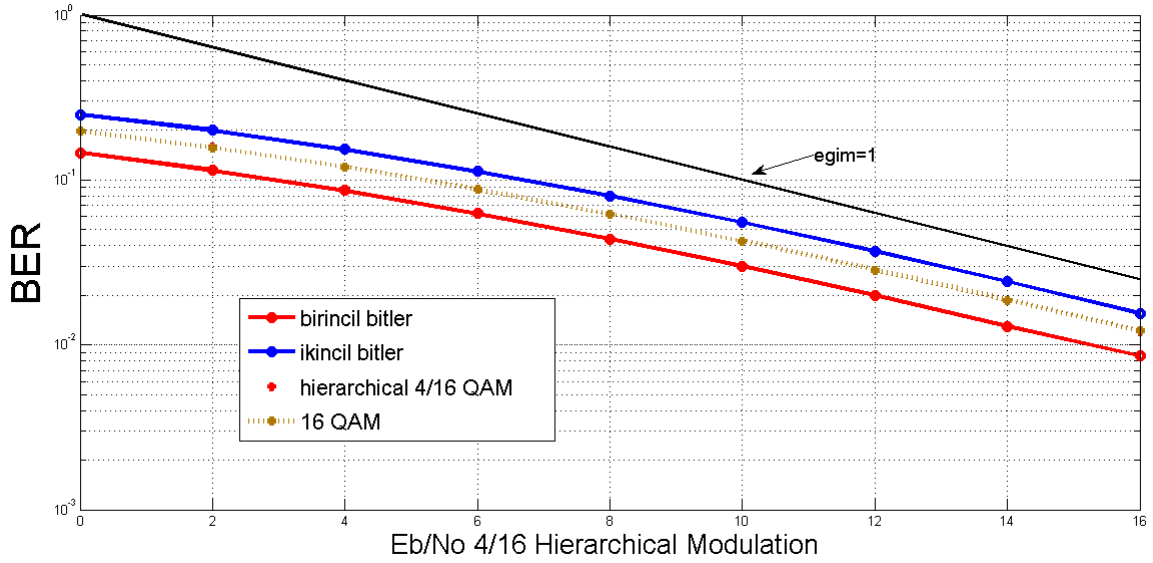
Şekil 6.1: Hiyerarşik 2/4 ASK BER Grafiği

elde edilen grafiklerin yanına o grafikteki bitlerin çeşitleme kazançları hakkında yorum yapmayı kolaylaştıracı "eğim çizgileri" eklenmiştir. Şekil 6.1 ve 6.2'deki grafiklerde sistemdeki bitlerin eğimleri beklendiği gibi 1 çıkmaktadır. Yani bu sistemlerin çeşitleme kazancı 1' dir.

6.2 İşbirlikli Haberleşme

İşbirlikli haberleşme sistemlerinde çeşitleme kazancı, kullanılan rölenin sayısına ve incelenen kanalların yapısına göre değişiklik göstermektedir. Röleli sistemlerde tam çeşitleme kazancı elde etmek sistemin hataya karşı gürbüzlüğünü arttırmaktadır. Bundan dolayı çeşitleme kazancı sistemler için önemli bir parametredir.

Sistemde bulunan rölenin aldığı sinyali, hiçbir kritere tabi tutmadan çözüp ilettiği bir sistem düşünelim. Bu tarz sistemlerde, rölenin hatalı karar vermesinden kaynaklı hata yayılımının olduğu Bölüm 1'de detaylı olarak incelenmişti. Şekil 6.3'de, röleli bir sistemde 16 QAM kipleme kullanıldığında, hedefteki bit hata oranı grafiği görülmektedir. Grafikteki eğim çizgisinin eğimi 1'e eşittir. Bu sistemde hata yayılımı olduğundan dolayı, aynı bilgi iki farklı yoldan hedefe



Şekil 6.2: Hiyerarşik 4/16 QAM ve 16 QAM Karşılaştırma

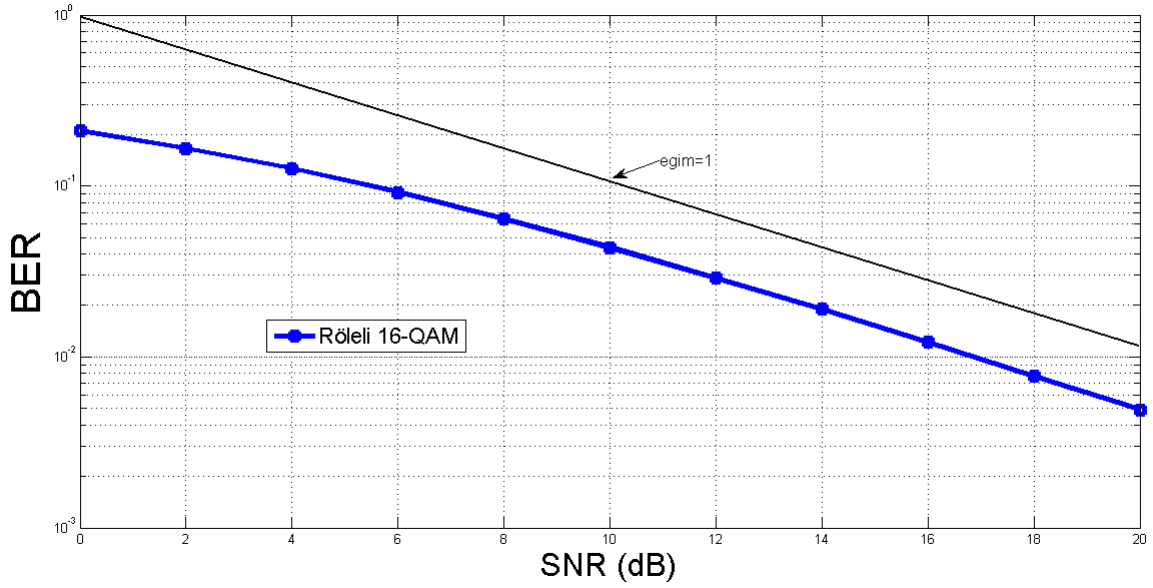
ulaşmasına rağmen tam çeşitleme kazancı elde edilememiştir. Bu tarz bir işbirlikli haberleşme sisteminde çeşitleme kazancının Şekil 6.4'de olduğu gibi 2 olması gerekmektedir.

Şekil 6.4'de, kaynak ile röle arasındaki kaynağın ideal olduğu ve rölenin kaynaktan gelen sinyali hatasız bir şekilde aldığı varsayılmaktadır. Bu durum, röleli bir sistemde olabilecek en iyi durumdur.

Röleli sistemlerde olabilecek en iyi durum ile en kötü durum arasında, rölede eşik kullanma tekniği bulunmaktadır. Rölede eşik kullanarak olabilecek en iyi ve en kötü durumlar arasında uygun bir yer elde edilebilir. Sistemin çeşitleme kazancı 1 ile 2 arasında bir değer alır. Eşik değeri sisteme uygun seçilmezse sistemde hata yayılımı devam eder ve tam çeşitleme kazancı elde edilemez. Eşik değerinin uygun seçildiği durumlarda ise hata yayılımı engellenebilir ve tam çeşitleme kazancı elde edilebilir.

[19] çalışmasında 1 tane rölenin kullanıldığı bir işbirlikli sistemde, rölede eşik belirlenmiştir. Belirlenen eşik, $\log(c\text{SNR})$ seviyesinde seçilerek hata yayılımının önüne geçilmiş ve tam çeşitleme kazancı elde edilmiştir.

[19] çalışmasına göre, uygun eşik değeri kullanıldığında sistem, 2 çeşitleme kazancına ulaşabilmektedir.



Şekil 6.3: Röleli Sistem - 16 QAM Kipleme

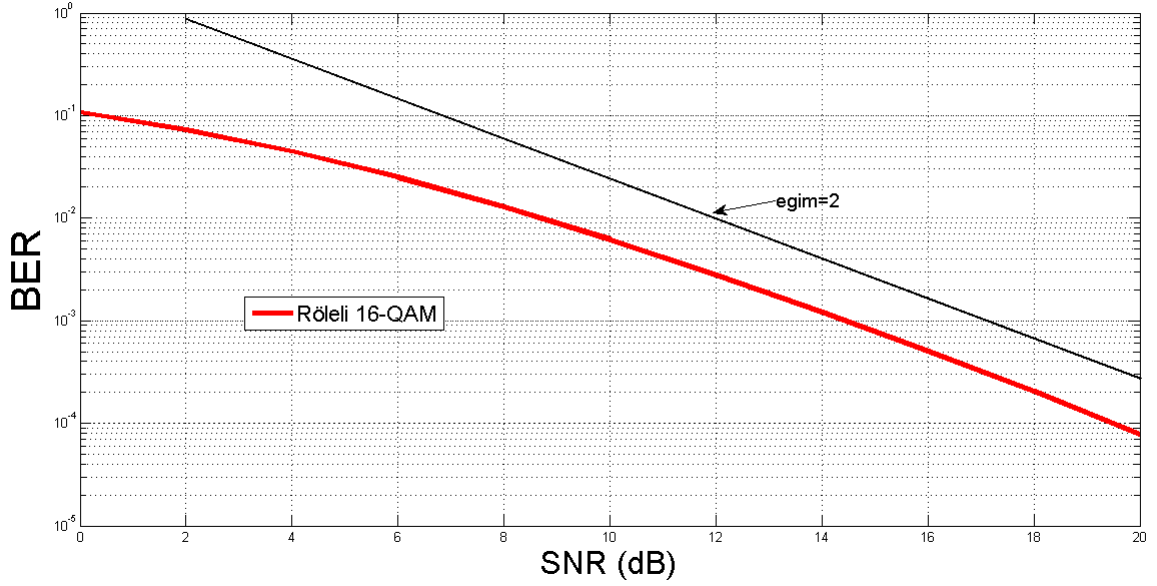
6.3 Röleli Sistemlerde Hiyerarşik Kipleme

İşbirlikli haberleşme sistemlerinde hiyerarşik kipleme kullanma, Bölüm 6.1 ve 6.2’de anlatılan iki sistemin birleştirilmesi sonucu oluşturulmuştur. Bu tarz röleli sistemlerde, kaynak ve röle, göndereceği sinyalleri hiyerarşik kipleme yaparak göndermektedir. Röleli sistemlerde olduğu gibi bu sistemde de hem birincil hem de ikincil bitlerin çeşitleme kazancı incelemesi yapılacaktır.

Şekil 6.5 ve 6.6’deki röleli sistemlerde hiyerarşik kipleme kullanılmıştır. Ancak, bu sistemlerde bulunan röleler için eşik değeri belirlenmemiştir ve aldığı sinyallerin hiyerarşik kip çözümünü yaparak tekrardan iletmektedir. Daha önceki bölümlerde anlatıldığı gibi, rölenin bu davranışı hata yayılımına sebep olmaktadır ve tam çeşitleme kazancına engel olmaktadır.

Şekil 6.5 ve 6.6’de hem birincil hem de ikincil bitlerin bit hata oranı grafiğinin eğimi 1’e eşittir. Yani çeşitleme kazancı 1’dir. Bu tarz sistemlerde tam çeşitleme kazancı (2) elde edilebilecekken, hata yayılımından dolayı tam çeşitleme kazancı elde edilememiştir.

İşbirlikli sistemlerde de hata yayılımından kurtulmanın en pratik yollarından bir tanesi, rölede eşik kullanmaktır [1]. Ancak röle için belirlenecek eşik uygun



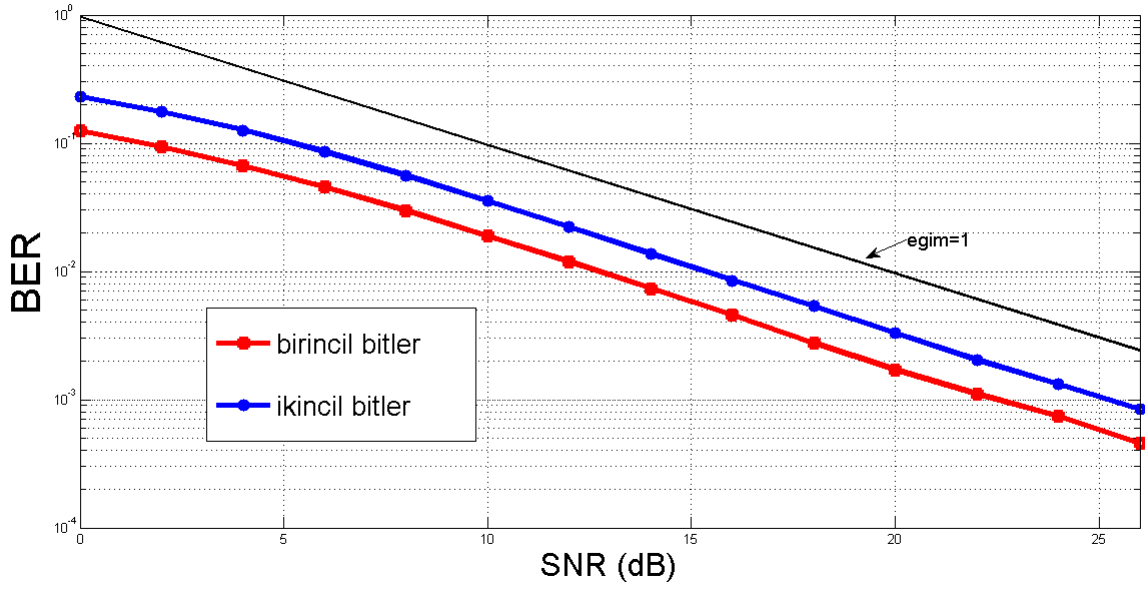
Şekil 6.4: Hata Yayılımı Olmayan Röleli Sistem - 16 QAM Kipleme

seçilmiş olması gerekmektedir. Uygun seçilmeyen eşikler Şekil 6.7 ve 6.8'deki gibi sonuçlar vermektedir.

Şekil 6.7 ve 6.8'de, eşik olarak, kaynak ile röle arasındaki anlık SNR'a bağlı $c\text{SNR}$ şeklinde iki eşik belirlenmiştir [1]. Bu eşiklerin kullanılması sistemin bit hata oranını iyileştirmiştir ancak istenilen çeşitleme kazancını elde etmek için yeterli değildir. Şekil 6.7 ve 6.8'de hem birincil bitlerin hem de ikincil bitlerin çeşitleme kazançları 1'dir. Bu sistemde eşik kullanılmasına rağmen, hala tam çeşitleme kazancı elde edilememiştir. Sistemde kullanılacak eşik uygun seviyede seçilmesi gerekmektedir.

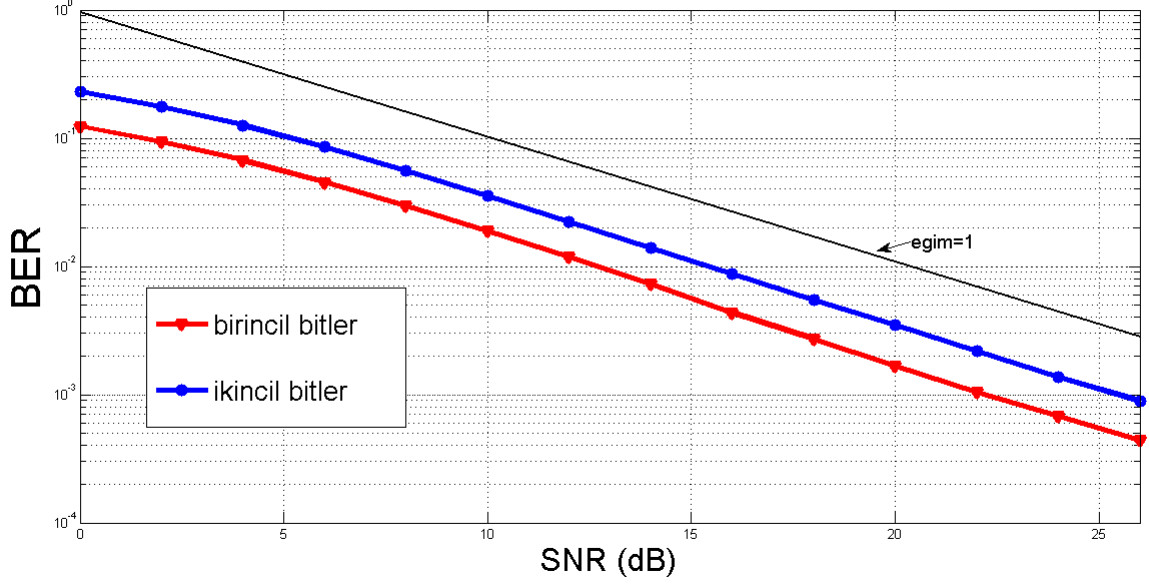
6.4 Uygun Eşik Kullanılan Röleli Sistemlerde Hiyerarşik Kipleme

Rölede kullanılacak eşik değerinin düzgün bir şekilde belirlenmesi çok önemlidir. Hata yayılımının önüne geçmek ve tam çeşitleme kazancı elde etmek için, bu çalışmada, $c(\alpha^2 + 1) \log \text{SNR}$ şeklinde eşikler kullanılmıştır.

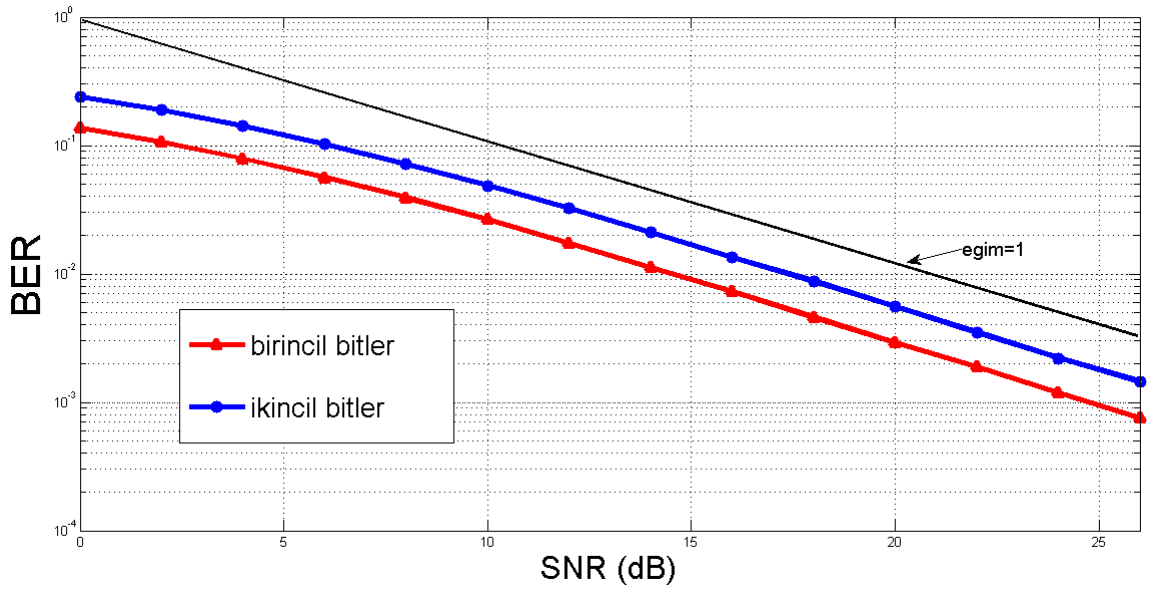


Şekil 6.5: Eşik Kullanılmayan Röleli Sistemde Hiyerarşik 2/4 ASK Kipleme

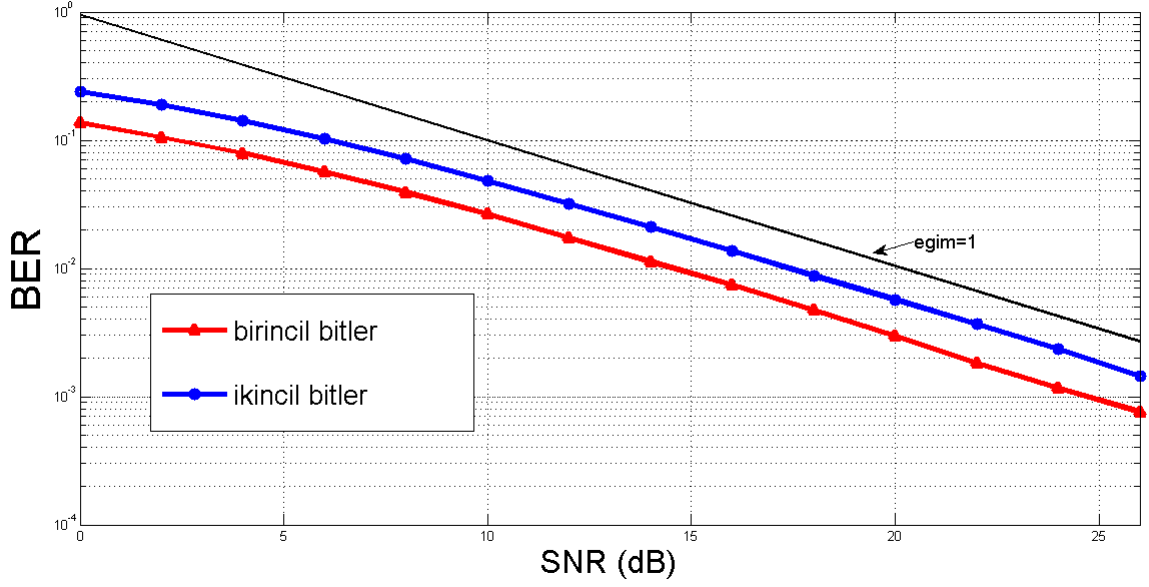
Şekil 6.9 ve 6.10'de, birincil ve ikincil bitlerin eğimleri yüksek SNR değerlerinde 2'ye yaklaşmaktadır. Rölede kullanılan eşikler $c(\alpha^2 + 1) \log \text{SNR}$ mertebesinde seçildiği için hata yayılımının önüne geçilmiş ve arzu edilen tam çeşitleme kazancı, hem birincil hem de ikincil bitler için elde edilmiş oldu.



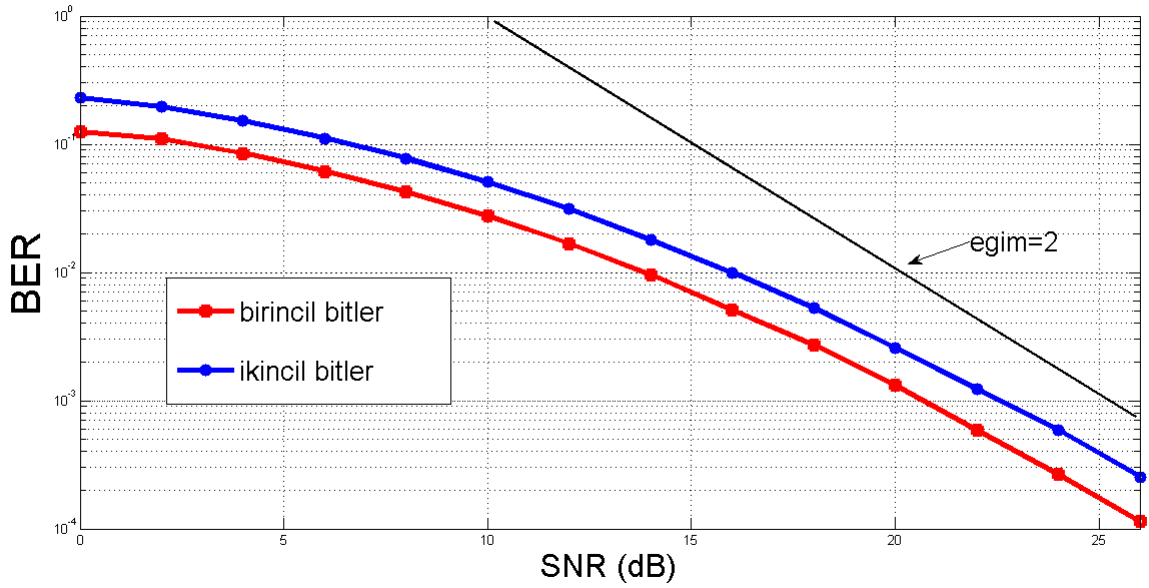
Şekil 6.6: Eşik Kullanılmayan Röleli Sistemde Hiyerarşik 4/16 QAM Kipleme



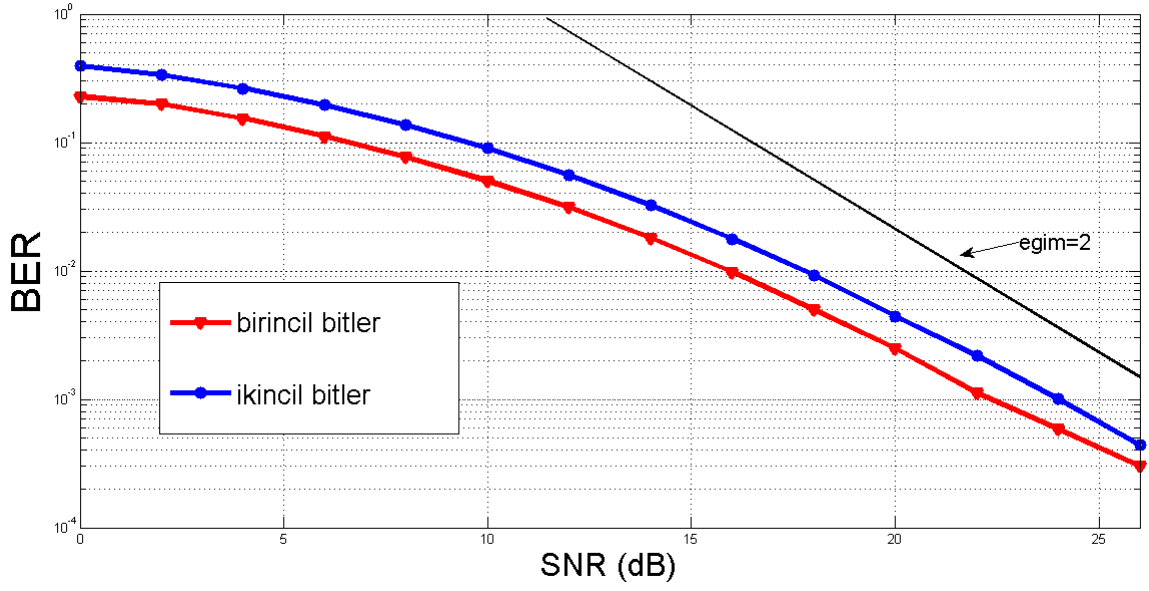
Şekil 6.7: c SNR Şeklinde Eşikler Kullanılan Röleli Sistemde Hiyerarşik 2/4 ASK Kipleme



Şekil 6.8: $c\text{SNR}$ Şeklinde Eşikler Kullanılan Röleli Sistemde Hiyerarşik 4/16 QAM Kipleme



Şekil 6.9: $c(\alpha^2+1) \log \text{SNR}$ Şeklinde Eşikler Kullanılan Röleli Sistemde Hiyerarşik 2/4 ASK Kipleme



Şekil 6.10: $c(\alpha^2 + 1) \log \mathbf{SNR}$ Şeklinde Eşikler Kullanılan Röleli Sistemde Hiyerarşik 4/16 QAM Kipleme

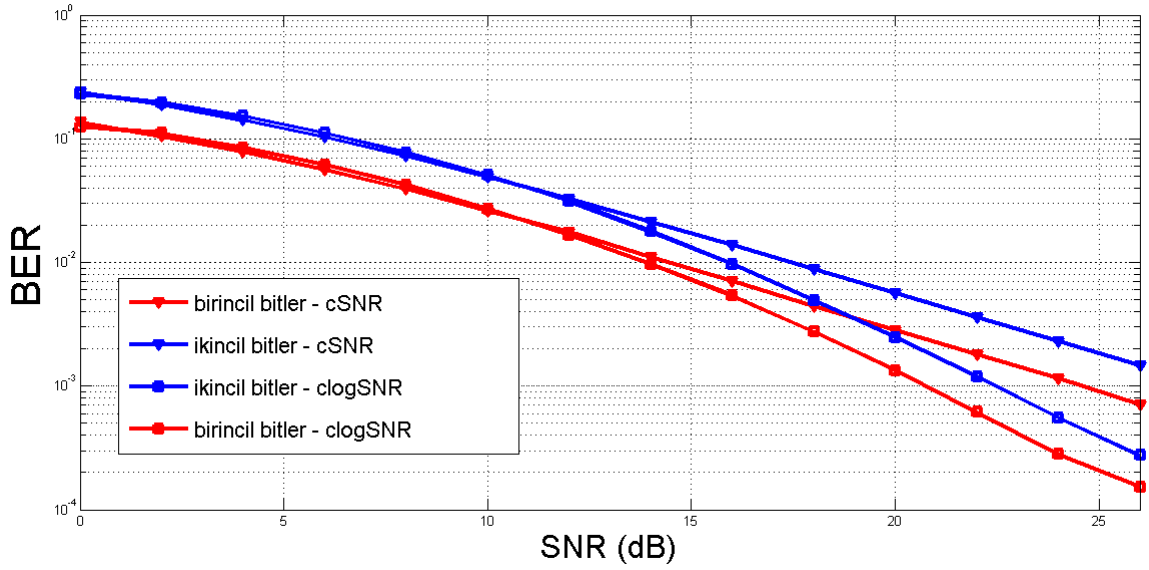
7. SONUÇ

Hiyerarşik kipleme, kullanım alanı oldukça geniş bir kipleme tekniğidir. Hiyerarşik kipleme, farklı koruma oranlarına sahip bilgi akışlarını, koruma derecelerine göre, aynı sinyal içerisinde göndermeye imkan sağlamaktadır. Kullanılacak sinyal uzayında belirlenen koruma oranı sayesinde, hangi bilgi akışına ne kadar öncelik verileceği belirlenebilmektedir.

İşbirlikli haberleşme sistemlerinde, sistemde bulunan röleler yardımıyla, kaynak ile hedef arasında birbirinden bağımsız yollar oluşturulmaktadır. Bu yollar kullanılarak sistemin çeşitleme derecesi arttırılmaktadır. İşbirlikli sistemlerde rölelerin her zaman sisteme yardım etmesi, hata yayılımına sebep olmaktadır. Hata yayılımından kurtulmak ve sistemde tam çeşitleme kazancı elde edebilmek için rölede eşik kullanılmaktadır. Röle, belirlenen eşiklere göre işlem yapmaktadır. Ancak, rölede belirlenen eşğin, uygun bir şekilde seçilmesi önemlidir. Aksi halde sistemin bit hata oranı performansı iyileşmekte ama tam çeşitleme kazancı elde edilememektedir.

Hiyerarşik kipleme kullanılan işbirlikli haberleşme sistemlerinde, farklı koruma oranlarına sahip bilgi akışları röle yardımıyla hedefe ulaştırılmaktadır. Bu sistemlerde de tam çeşitleme kazancı elde edilememesinin sebebi hata yayılımıdır. Hata yayılımının önüne geçmek için röleyi belli koşullar altında çalıştırmak gerekmektedir. Rölenin her zaman çalışması hata yayılımına sebep olmaktadır.

Bu çalışmada, hiyerarşik kipleme kullanılan işbirlikli haberleşme sistemleri ele alınmıştır. İki katmanlı hiyerarşik kipleme kullanıldığı için 2 adet eşik belirlenmiş ve rölenin çalışma aralıkları Bölüm 2’de incelenmiştir. Sistemde hata yayılımı olmaması için, rölede belirlenen eşikler $c(\alpha^2 + 1) \log \text{SNR}$ şeklinde seçilmiştir.

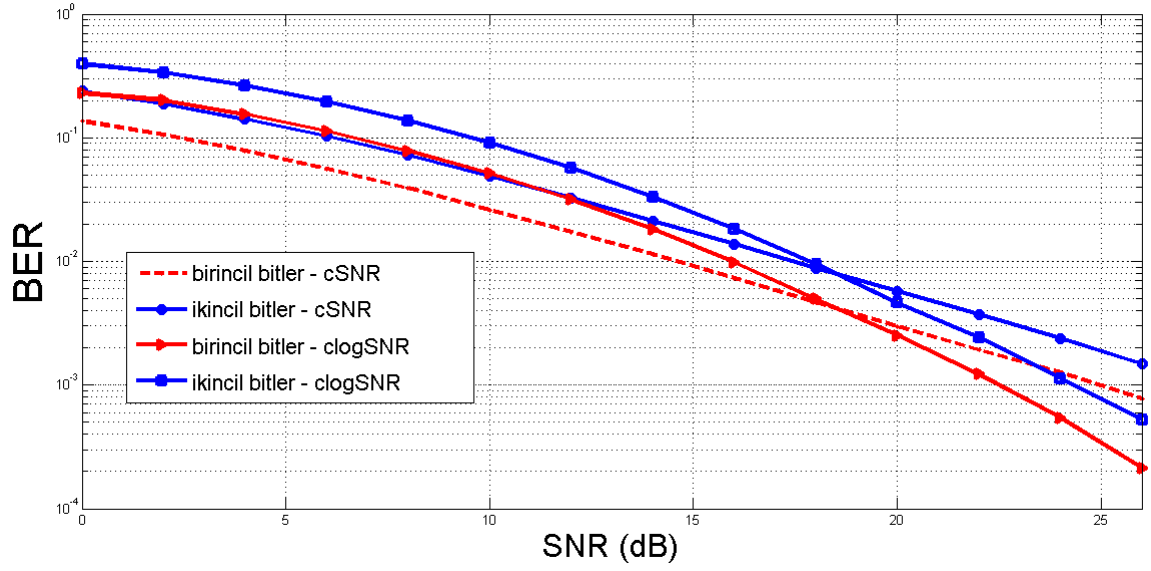


Şekil 7.1: Farklı 2 Eşik İçin Hiyerarşik 2/4 ASK Kipleme

Şekil 7.1 ve 7.2’de farklı 2 eşik değeri için elde edilen sonuçlar bulunmaktadır. Eşik değerleri $c\mathbf{SNR}$ şeklinde seçildiğinde, hata yayılımının önüne geçilememiş ve tam çeşitleme kazancı elde edilememiştir.

Rölede eşik değerleri $c(\alpha^2 + 1) \log(\mathbf{SNR})$ şeklinde seçildiğinde ise, sistemde hata yayılımının büyük ölçüde önüne geçilmiş ve tam çeşitleme kazancı elde edilmiştir.

Seçilen eşiklerin katsayılarının da $c_1(\alpha - 1)^2 \geq 1$ ve $c_2 \geq 1$ şartlarına uygun seçilmesi gerekmektedir. Aksi takdirde, istenilen tam çeşitleme kazancına ulaşamaz.



Şekil 7.2: Farklı 2 Eşik İçin Hiyerarşik 4/16 QAM Kipleme

Kaynakça

- [1] H. X. Nguyen, H. H. Nguyen, and T. Le-Ngoc, "Signal transmission with unequal error protection in wireless relay networks," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 59, June 2010.
- [2] T. M. Cover, "Broadcast channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 18, January 1972.
- [3] H. Jiang and P. Wilford, "A hierarchical modulation for upgrading digital broadcast systems," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 51, pp. 223–229, June 2005.
- [4] S. Arslan, P. Cosman, and L. Milstein, "Progressive source transmissions using joint source-channel coding and hierarchical modulation in packetized networks," pp. 1–6, 30 2009-dec. 4 2009.
- [5] M. Pursley and J. Shea, "Adaptive nonuniform phase-shift-key modulation for multimedia traffic in wireless networks," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 18, pp. 1394–1407, Aug 2000.
- [6] G. T. 25.814, "Physical layer aspects for evolved UTRA, v7.0.0," p. 22, June 2006.
- [7] V. ETSI, EN 300 744, "Digital video broadcasting (DVB): framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television," November 2004.
- [8] A. Goldsmith, *Wireless Communication*, vol. 1. Cambridge University, 2005.
- [9] L. Zheng and D. Tse, "Diversity and multiplexing: a fundamental tradeoff in multiple antenna channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, May 2003.

- [10] A. S. bin Sediq, "Diversity combining of signals with different modulation levels and constellation rearrangement in cooperative relay networks," Master's thesis, Carleton University, September 2008.
- [11] R.Pabst, B.H.Walke, D.C.Schultz, P.Herold, H.Yanikomeroglu, S.Mukherjee, H.Viswanathan, M.Lott, W.Zirwas, M.Dohler, H.Aghvami, D.D.Falconer, and G.P.Fettweis, "Relay-based deployment concepts for wireless and mobile broadband radio," *IEEE Communication Magazine*, vol. 42, pp. 80–89, september 2004.
- [12] M.R.Souryal, "Performance of amplify-and-forward and decode-and-forward relaying in rayleigh fading with turbo codes," *IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP 2006)*, 2006.
- [13] S.Ikki and M.Ahmed, "Performance of decode-and-forward cooperative diversity networks over nakagami-m fading channels," *IEEE GLOBECOM 2007*, pp. 4328–4333, november 2007.
- [14] G.Farhad and N.Beaulieu, "Fixed relaying versus selective relaying in multi-hop diversity transmission systems," *IEEE Transactions on Communications*, 2006.
- [15] A.Sendoranis, R.Erkip, and B.Aazhang, "User cooperation diversity-part 1: System description," *IEEE Communication Magazine*, vol. 51, no. 11, pp. 1927–1938, 2003.
- [16] A.Sendoranis, R.Erkip, and B.Aazhang, "User cooperation diversity-part 2: Implementation aspects and performance analysis," *IEEE Communication Magazine*, vol. 51, no. 11, pp. 1939–1948, 2003.
- [17] A. B. Sediq and H. Yanikomeroglu, "Performance analysis of soft-bit maximal ratio combining in cooperative relay networks," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, October 2009.
- [18] A. B. Sediq and H. Yanikomeroglu, "Diversity combining of signals with different modulation levels in cooperative relay networks," pp. 1–5, september 2008.
- [19] F. A. Onat, Y. Fan, H. Yanikomeroglu, and J. S. Thompson, "Asymptotic BER analysis of threshold digital relaying schemes in cooperative wireless

- systems,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, December 2008.
- [20] F. A. Onat, A. Adinoyi, Y. Fan, H. Yanıkömeroğlu, J. S. Thompson, and I.D.Marsland, “Threshold selection for snr-based selective digital relaying in cooperative wireless networks,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, November 2008.
- [21] J.Laneman, D.Tse, and G.Wornell, “Cooperative diversity in wireless networks:efficient protocols and outage behavior,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, pp. 3062–3080, December 2004.
- [22] A.Adinoyi and H.Yanikomeroğlu, “Cooperative relaying in multiantenna fixed relay networks,” *IEEE Transactions on Wireless Communication*, vol. 6, pp. 533–544, February 2007.
- [23] P. K. Vitthaladevuni and M.-S. Alouini, “A recursive algorithm for the exact ber computation of generalized hierarchical qam constellations,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, January 2003.
- [24] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*, vol. 1. Cambridge University, September 2004.
- [25] J. W. Craig, “A new, simple, and exact result for calculating the peobability of error for two-dimensional signal constellations,” pp. 571–575, IEEE Military Communications Conference (MILCOM), October 1991.
- [26] T. Wang, A. Cano, G. B. Giannakis, and J. Ramos, “Multi-tier cooperative broadcasting with hierarchical modulations,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 6, August 2007.
- [27] J. M. Wozencraft and I. M. Jacobs, *Principles of Communication*, vol. 1. Waveland Press, 1990.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı : YALÇIN, Ahmet Zahid
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 25.07.1987 Tokat
Medeni hali : Bekar
Telefon : 05413655775
Faks :
e-mail : azyalcin@etu.edu.tr

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Lisans	TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi	2010

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2010-2012	TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce (Çok iyi)
İtalyanca (Orta)

Yayınlar

Ahmet Zahid Yalçın, Melda Yüksel. "Diversity Analysis of Hierarchical Modulation in Cooperative Systems". MASFOR Conference, June,2012.