

**TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TEMAS MEKANİĞİ VE OPTİMİZASYON YÖNTEMLERİ KULLANARAK  
YENİ VE ENERJİ ETKİN SİLİNDİRİK MAKARALI RULMAN TASARIMI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Evren Emre ÜSTÜN**

**Makina Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Erdem ACAR**

**AĞUSTOS 2021**

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, alıntı yapılan kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, referansların tam olarak belirtildiğini ve ayrıca bu tezin TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Evren Emre ÜSTÜN

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### TEMAS MEKANİĞİ VE OPTİMİZASYON YÖNTEMLERİ KULLANARAK YENİ VE ENERJİ ETKİN SİLİNDİRİK MAKARALI RULMAN TASARIMI

Evren Emre Üstün

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Erdem Acar

Tarih: Ağustos 2021

Bu tez kapsamında, NJ tipi bir silindirik makaralı rulmanın masura bombe profili ve bilezik yuvarlanma yolu optimizasyonu yapılmıştır. Mevcut silindirik makaralı rulmanın yorulma ömründen feragat edilmeksizin sürtünme momentinin enküçüklenmesi amaçlanmıştır. Masura profilindeki bombe yükseklikleri ve bilezik yuvarlanma yolu tasarım değişkenleri olarak seçilmiş, bu değişkenlerin muhtelif kombinasyonları için sonlu elemanlar analizleri gerçekleştirilmiştir. Sürtünme momenti ve yorulma ömrü tahmini için ayrı ayrı geliştirilen sonlu elemanlar modelleri, test mekanizmasındaki rulmanın çalışma ve yükleme şartlarını yansıtacak biçimde geliştirilmiştir. Sonlu elemanlar yöntemi vasıtasıyla, söz konusu tasarım değişkenlerinin farklı değerleri için sürtünme momenti ve yorulma ömrü değerleri elde edilmiş ve bu veriler doğrultusunda eniyileme süreci başlatılmıştır. Eniyileme çalışması için tekrarlı simülasyonlar gerektiğinden vekil model kullanımına gidilmiş, böylelikle hesap maliyeti azaltılmıştır. Vekil model oluşturmak için Kriging yöntemi, optimizasyon probleminin çözümü için ise genetik algoritma kullanılmıştır. Bu sürecin sonunda belirlenen optimum tasarım üretilmiş; sürtünme momenti ve yorulma ömrü testleri yapılmıştır. Mevcut tasarım ve optimum tasarıma ilişkin elde edilen deneysel çıktılar karşılaştırıldığında; optimum tasarımın sürtünme momentinin mevcut rulmaninkinden %29 daha düşük olduğu, L10 yorulma ömrünün ise sadece %3 daha az olduğu görülmüştür. Test sonuçlarının istatistiksel değerlendirmesi yapıldığında ise, mevcut tasarım ile optimum tasarımın sürtünme testi sonuçları arasındaki farkın

istatistiksel olarak önemli olduğu, yorulma testi sonuçları arasında ise istatistiksel olarak önemli bir farkın olmadığı değerlendirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Eniyileme, Silindirik makaralı rulman, Sonlu elemanlar yöntemi, Sürtünme momenti, Temas mekaniği, Yorulma ömrü.



## **ABSTRACT**

Master of Science

### **NEW AND ENERGY EFFICIENT CYLINDRICAL ROLLER BEARING DESIGN USING CONTACT MECHANICS AND OPTIMIZATION METHODS**

Evren Emre ÜSTÜN

TOBB University of Economics and Technology  
Institute of Natural and Applied Sciences  
Mechanical Engineering Science Programme

Supervisor: Prof. Dr. Erdem Acar

Date: August 2021

In this thesis, the roller crown profile and ring raceway of an NJ type cylindrical roller bearing are optimized. It is intended to minimize the friction moment without sacrificing the fatigue life of the existing cylindrical roller bearing. The crown heights in the roller profile and the ring raceway were selected as design variables, and finite element analyzes were performed for various combinations of these variables. Separately developed finite element models for frictional moment and fatigue life estimation were developed to reflect the operating and loading conditions of the bearing in the test mechanism. By means of the finite element method, frictional moment and fatigue life values were obtained for different values of the design variables, and the optimization process was started in line with these data. Since repetitive simulations are required for the optimization work, a surrogate model has been used, thus the computational cost was reduced. Kriging method was used to create a surrogate model, and a genetic algorithm was used to solve the optimization problem. At the end of this process, the optimum design determined was produced; friction moment and fatigue life tests were carried out. When the experimental outputs related to the current design and optimum design are compared; It was found that the frictional moment of the optimum design was 29% lower than that of the existing bearing, while the L10 fatigue life was only 3% less. When the test results were evaluated statistically, it was evaluated that the difference between the frictional test results of the current design and the optimum design was statistically significant, but there was no statistically significant difference between the fatigue test results.

**Keywords:** Contact mechanics, Finite element method, Optimization, Frictional moment, Fatigue life, Cylindrical roller bearing



## TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren kıymetli hocalarım Prof. Dr. Erdem Acar ve Prof. Dr. Mehmet Ali Güler'e, tez çalıőmalarımı 5180049 no.lu proje kapsamında destekleyen TÜBİTAK ve Ortadoğu Rulman Sanayi A.Ő. 'ye, sevgili yol arkadaőım Yağmur Sıla Karataő'a ve destekleriyle her zaman yanımda olan aileme ve arkadaőlarıma çok teşekkür ederim.



## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

ÖZET.....	iv
ABSTRACT .....	vi
TEŞEKKÜR .....	viii
İÇİNDEKİLER .....	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	x
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xii
KISALTMALAR .....	xiii
SEMBOL LİSTESİ .....	xiv
RESİM LİSTESİ.....	xv
<b>1.GİRİŞ .....</b>	<b>1</b>
<b>2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI .....</b>	<b>3</b>
2.1 Temas Mekanığı .....	3
2.1.1 Rijit Silindirik Masura, Elastik Yarı-Sonsuz Bilezik, Kaymalı Temas .....	7
2.1.2 Rijit Parabolik Masura, Elastik Yarı-Sonsuz Bilezik, Kaymalı Temas .....	9
2.1.3 Yuvarlanmalı Temas Problemi .....	10
2.2 Yorulma Ömrü.....	13
2.2.1. Gerilme-Ömür Yaklaşımı (S-N) .....	14
2.2.2. Gerinim-Ömür Yaklaşımı ( $\epsilon$ -N).....	14
2.2.3. Rulmanlarda Yorulma Ömrü .....	15
2.3 Vekil Modeller İle Eniyileme .....	16
2.3.1. Polinom Yanıt Yüzey Yöntemi .....	17
2.3.2. Radyal Tabanlı Fonksiyonlar.....	18
2.3.3. Kriging.....	19
2.3.4. Eniyileme Probleminde Çözüm Yöntemleri.....	19
2.4 Bombe Profili Yaklaşımları.....	20
<b>3. YUVARLANMALI TEMASIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE MODELLENMESİ VE ANALİTİK YÖNTEMLER İLE VALİDASYONU ....</b>	<b>27</b>
<b>4. ENİYİLEME PROBLEMİNİN TANIMLANMASI.....</b>	<b>37</b>
<b>5. SONLU ELEMANLAR MODELLERİ.....</b>	<b>41</b>
5.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Yorulma Ömrü Tahmini .....	41
5.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Sürtünme Momenti Tahmini .....	52
<b>6. SONLU ELEMANLAR ANALİZLERİNİN SONUÇLARI .....</b>	<b>65</b>
6.1 Ömür Tahmini Sonuçları .....	65
6.2 Sürtünme Momenti Sonuçları.....	69
<b>7. PARETO OPTİMAL TASARIMLARIN BELİRLENMESİ VE TEST SONUÇLARI İLE KARŞILAŞTIRILMASI.....</b>	<b>73</b>
7.1 Pareto Optimal Tasarımların Belirlenmesi .....	73
7.2 Testler ve Sonuçları .....	76
7.2.1 Yorulma Ömrü Testleri.....	76
7.2.2 Sürtünme Momenti Testleri.....	78
7.3 Pareto Optimal Tasarımların Test Sonuçları ile Karşılaştırılması.....	85
<b>8. SONUÇ VE ÖNERİLER.....</b>	<b>89</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>91</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>	<b>95</b>



## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 2.1: Rijit silindirik masura, elastik yarı-sonsuz bilezik, kaymalı temas .....	7
Şekil 2.2: Rijit parabolik masura, elastik yarı-sonsuz bilezik, kaymalı temas .....	9
Şekil 2.3: Silindirlerin yuvarlanmalı teması problemi .....	11
Şekil 2.4: Silindirik masura, elastik yarı-sonsuz bilezik, yuvarlanmalı temas.....	12
Şekil 2.5: Temas alanındaki kayma/tutma dağılımı, yuvarlanmalı temas problemi ..	13
Şekil 2.6: Genetik algoritmanın akış şeması .....	20
Şekil 2.7: Farklı masura bombe profilleri .....	21
Şekil 2.8: Farklı bombe profili tipleri ve temas geometrileri .....	22
Şekil 2.9: 3 boyutlu silindir – yarı-uzay temas modeli ve koordinatları .....	22
Şekil 2.10: Silindirik masura ve yuvarlanma yolu .....	23
Şekil 2.11: Kumar vd. (2019) tarafından geliştirilen logaritmik profil yaklaşımı ...	24
Şekil 2.12: Fujiwara vd. (2010) tarafından geliştirilen logaritmik profil yaklaşımı .	26
Şekil 3.1: Yuvarlanmalı temas problemi temsili diyagramı.....	27
Şekil 3.2: Eleman boyutlarına göre elde edilen maksimum temas gerilmeleri, yuvarlanmalı temas problemi .....	29
Şekil 3.3: Çözüm ağı görüntüsü .....	30
Şekil 3.4: Sınır koşullarının şematik diyagramı .....	30
Şekil 3.5: Farklı traksiyon katsayıları için sonlu elemanlar modeli çözümleri - analitik çözüm verileri .....	32
Şekil 4.1: Sonlu elemanlar analizlerinde kullanılan masura profilleri .....	38
Şekil 4.2: Yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapının (R) şematik gösterimi.....	39
Şekil 5.1: NJ309 EP4 CAD çizimleri.....	41
Şekil 5.2: Sonlu elemanlar modelinin 1/13'lük sektörel modellemesi.....	42
Şekil 5.3: ANSYS CONTA174 elemanı .....	43
Şekil 5.4: ANSYS TARGE170 elemanı .....	44
Şekil 5.5: ANSYS SOLID186 elemanı .....	45
Şekil 5.6: Hazne ve dış bilezik arasındaki temas bölgeleri .....	46
Şekil 5.7: Masura ve iç bilezik arasındaki sürtünmeli temas bölgeleri .....	47
Şekil 5.8: Masura ve dış bilezik arasındaki sürtünmeli temas bölgeleri .....	47
Şekil 5.9: Dış bileziğe atanmış bağlantı .....	48
Şekil 5.10: İç bileziğe atanmış bağlantı .....	48
Şekil 5.11: Masuraya atanmış bağlantı .....	49
Şekil 5.12: Yorulma ömrü modelinde oluşturulan çözüm ağ yapısı .....	50
Şekil 5.13: Yorulma ömrü modelinde oluşturulan çözüm ağ yapısı, masura iç görüntüsü ve iç bilezik.....	50
Şekil 5.14: Temas yüzeyindeki eleman boyutu ve maksimum temas gerilmesi, yorulma ömrü modeli .....	51
Şekil 5.15: Rulman sektörüne uygulanan sınır koşulları.....	52
Şekil 5.16: Sürtünme momenti sonlu elemanlar modeli geometrisi .....	53
Şekil 5.17: Rulman geometrisindeki bölümlendirme.....	54
Şekil 5.18: Masura geometrisi.....	54
Şekil 5.19: Dış bilezik ve hazne arasında tanımlanan temas.....	55
Şekil 5.20: Masura ve bilezikler arasında tanımlanan sürtünmeli temaslar .....	56

Şekil 5.21: Masura ve kafes arasında tanımlanan sürtünmeli temas.....	56
Şekil 5.22: İç bileziğe atanan döner bağlantı .....	57
Şekil 5.23: Dış bileziğe ve kafese atanan döner bağlantılar.....	58
Şekil 5.24: Masuralara atanan düzlemsel bağlantılar.....	58
Şekil 5.25: Rulman ve hazneye ait çözüm ağı görüntüsü .....	60
Şekil 5.26: Eleman boyutlarına göre elde edilen sürtünme momentleri .....	60
Şekil 5.27: Bilezikler ve masuralardaki çözüm ağı.....	61
Şekil 5.28: Sonlu elemanlar modelinde uygulanan sınır şartları, kuvvet ve rotasyon	61
Şekil 5.29: Çözüm adımlarında verilen rotasyon açısının analiz süresine bağlı değişim grafiği.....	62
Şekil 5.30: İkinci çözüm adımında verilen rotasyon açısının zamana bağlı grafiği ..	62
Şekil 5.31: İkinci çözüm adımı boyunca iç bileziğe verilen rotasyonel hız.....	63
Şekil 5.32: Hazne üzerinde sabitlenmiş bölgeler .....	63
Şekil 5.33: Elde edilen moment reaksiyonları .....	64
Şekil 6.1: İç bilezik temas yüzeyinde oluşan temas gerilmeleri, farklı bombe yükseklikleri .....	65
Şekil 6.2: Masura bombe yüksekliklerine göre maksimum temas gerilmeleri, R=9112,5 mm .....	66
Şekil 6.3: Masura bombe yüksekliklerine göre yorulma ömürleri, R=9112,5 mm ...	67
Şekil 6.4: Maksimum temas gerilmelerinin bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapına göre değişimi.....	68
Şekil 6.5: Yorulma ömrünün farklı bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçaplarına göre değişimi .....	68
Şekil 6.6: Sürtünme momentinin bombe yüksekliğine bağlı değişimi (R=9112.5 mm) .....	69
Şekil 6.7: Sürtünme momentinin farklı bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçaplarına göre değişimi .....	70
Şekil 7.1: CH: 18, 20 ve 22,5 µm bombe yükseklikleri için Pareto Front grafiği .....	73
Şekil 7.2: Eniyileme süreci sonrası elde edilen Pareto Front grafiği .....	75
Şekil 7.3: NJ309 E P4 rulmanı sürtünme momenti ölçüm sonuçları (6 kg radyal ön yük altında).....	80
Şekil 7.4: NJ309 E P4 rulmanı sürtünme momenti ölçüm sonuçları (400 N radyal yük altında).....	80
Şekil 7.5: NJ39 OP rulman sürtünme momenti test sonuçları (yüksüz durumda).....	82
Şekil 7.6: NJ309 OP rulman sürtünme momenti test sonuçları (yükli durumda) .....	82
Şekil 7.7: NJ309 EP4 ve NJ309 OP rulmanları için sonlu elemanlar sürtünme momenti tahmini ve test sonucu .....	87
Şekil 7.8: NJ309 EP4 ve NJ309 OP rulmanları için sonlu elemanlar yorulma ömrü tahmini ve test sonucu .....	87

## ÇİZELGE LİSTESİ

### Sayfa

Çizelge 3.1: Yuvarlanmalı temas probleminde kullanılan malzeme parametreleri ...	28
Çizelge 3.2: Masura ve bilezik boyut parametreleri .....	28
Çizelge 3.3: Eleman boyutlarına göre elde edilen maksimum temas gerilmeleri, yuvarlanmalı temas problemi.....	29
Çizelge 3.4: Yükleme, traksiyon ve sürtünme katsayıları.....	31
Çizelge 3.5: Değişen $Q^*$ katsayılı çözümler için hata oranları .....	34
Çizelge 4.1: Masura bombe profili tasarımlarında kullanılan noktalar.....	38
Çizelge 5.1: NJ309 EP4 geometrik ölçüler .....	41
Çizelge 5.2: Masuralara uygulanan kuvvetler.....	44
Çizelge 5.3: Temas yüzeyindeki eleman boyutu ve maksimum temas gerilmesi, yorulma ömrü modeli .....	51
Çizelge 5.4: Sürtünmeli temaslarda kullanılan sürtünme katsayıları .....	57
Çizelge 5.5: Temas yüzeyindeki eleman boyutu ve elde edilen sürtünme momentleri .....	59
Çizelge 6.1: Farklı bombe yükseklikleri ve yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları için elde edilen maksimum temas gerilmesi değerleri.....	68
Çizelge 6.2: Farklı bombe yükseklikleri ve farklı yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları için elde edilen yorulma ömrü değerleri .....	69
Çizelge 6.3: Sürtünme momentinin bombe yüksekliğine bağlı değişimi ( $R=9112,5$ mm).....	70
Çizelge 6.4: Sürtünme momenti sonuçları, farklı bombe yükseklikleri ve farklı yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları.....	71
Çizelge 7.1: Belirlenen tasarımlar için elde edilen sürtünme momentleri ve yorulma ömürleri.....	74
Çizelge 7.2: MESYS Rolling Bearing Calculation programı test şartları ve teorik ömür değerleri .....	77
Çizelge 7.3: NJ309 E P4 ve NJ309 OP rulmanların ömür süreleri (31 kN radyal yük altında). .....	77
Çizelge 7.4: NJ309 E P4 ve NJ309 OP teorik-deneysel ömür süresi karşılaştırması	78
Çizelge 7.5: NJ309 E P4 sürtünme momenti sonuçları ( $F_{\text{radyal}}=60$ N). .....	81
Çizelge 7.6: NJ309 E P4 sürtünme momenti sonuçları ( $F_{\text{radyal}}=400$ N). .....	81
Çizelge 7.7: NJ309 OP sürtünme momenti sonuç çizelgesi ( $F_{\text{radyal}}=60$ N). .....	83
Çizelge 7.8: NJ309 OP sürtünme momenti sonuç çizelgesi ( $F_{\text{radyal}}=400$ N). .....	83
Çizelge 7.9: Yüksüz durumda ( $F_{\text{radyal}}=60$ N) gerçekleştirilen sürtünme momenti ölçümleri, NJ309 E P4 – NJ309 OP karşılaştırması .....	84
Çizelge 7.10: Yüklü durumda ( $F_{\text{radyal}}=400$ N) gerçekleştirilen sürtünme momenti ölçümleri, NJ309 E P4 – NJ309 OP karşılaştırması .....	85
Çizelge 7.11: NJ309 E P4 ve NJ309 OP arasında t-testi ile yapılan karşılaştırma ....	85

## KISALTMALAR

<b>SQP</b>	: Ardışık Karesel Programlama
<b>MLSQP</b>	: Karışık Tamsayı Ardışık Programlama
<b>NLPQL</b>	: Karesel Lagrange Doğrusal Olmayan Programlama
<b>FEA</b>	: Sonlu Elemanlar Analizi
<b>CH</b>	: Masura Bombe Yüksekliği (Crown Height)
<b>FM</b>	: Sürtünme Momenti (Frictional Moment)
<b>FL</b>	: Yorulma Ömrü (Fatigue Life)



## SEMBOL LİSTESİ

Bu çalışmada kullanılmış olan simgeler açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
E	Elastisite modülü
G	Kayma modülü
$\nu$	Poisson oranı
$\lambda$	Lame sabiti
e	Hacim değiştirme oranı
$\eta, \mu$	Sürtünme katsayısı
Q	Traksiyon kuvveti
Q*	Traksiyon katsayısı
$\zeta$	Sürünme oranı (İng. creepage)
a, b	Temas alanı parametreleri
$\sigma$	Normal gerilme
$\tau$	Kayma gerilmesi
$\rho$	Malzeme yoğunluğu
$\kappa$	Kolosov sabiti
C	Dinamik yük değeri
P	Dinamik eşdeğer rulman yükü
p	Üstel sabit
n	Rulman dönme hızı
$F_r$	Radyal kuvvet
$F_a$	Eksenel kuvvet
N	Çevrim/milyon
$P_{max}$	Maksimum temas gerilmesi
S	Güvenilirlik oranı
$\theta$	Rotasyon açısı
$\omega$	Rotasyonel hız

## RESİM LİSTESİ

### Sayfa

Resim 7.1 : NJ309 Silindirik Masuralı Rulman Ömür Test Aparatı.....	76
Resim 7.2 : Sürtünme Momenti Ölçme Test Aparatı.....	78
Resim 7.3 : Sürtünme Momenti Ölçme Test Aparatı Önden Görünüş .....	79





## 1. GİRİŞ

Rulmanlar, iç ve dış bilezik arasında yer alan yuvarlanma elemanları vasıtasıyla, mekanik parçalar arasındaki hareket ve kuvvet transferini sağlayan mekanik elemanlardır. Yuvarlanma elemanlarının bilezikler ile teması sayesinde hareketin ve kuvvetin iletimi sağlanmış olur. Söz konusu temaslarda gerçekleşen gerilmelerin büyüklüğü ve dağılımı, rulman tasarımının önemli konularından biridir. Zira, temas yüzeylerindeki gerilmelerin büyüklüğü genellikle ilgili malzemenin akma mukavemetinin altında tasarlanırsa da, tekrar eden yüklemelere bağlı olarak malzemede yorulma hasarları meydana gelebilir. Yorulmaya bağlı gerçekleşebilecek muhtemel hasarların hangi sürede meydana gelebileceğini bilmek ve bu süreyi artırmak için temas yüzeylerindeki gerilmeler incelenmeye değerdir. İkincil olarak, söz konusu hareket ve kuvvet transferi esnasında sürtünmeye bağlı gerçekleşen enerji kayıpları üzerine düşünülmesi gereken konulardan biridir. Yuvarlanma elemanları ve bilezik yuvarlanma yolları arasındaki hareket ve temasın karakterine bağlı olarak değişen sürtünme kuvvetlerinin büyüklüğü, mekanik sistemlerdeki enerji kaybı sebeplerinin başında gelmektedir. Bu açıdan yeterince iyi tasarlanmamış bir rulman, kullanıldığı sistemde enerji verimliliğini düşürecek ve karbon emisyonlarının artışına neden olacaktır. Rulmanlar için bu konsept, genellikle sürtünme momenti ile ifade edilir. Sürtünme momenti, bir rulmanın dönüşü esnasında meydana gelen iç sürtünme kuvvetlerinin rulman merkezinde yarattığı dönme etkisi olarak tanımlanabilir. Tüm bu sebeplerden ötürü, sürtünme momenti düşük ve yorulma ömrü yüksek bir rulman tercih sebebidir.

Bu tezin amacı, yeni ve enerji etkin silindirik makaralı rulman tasarımı ve optimizasyonudur. Bu amaç doğrultusunda, Ortadoğu Rulman Sanayi A.Ş.'ye (ORS) ait NJ309 EP4 tipi silindirik makaralı rulmanın yorulma ömründen feragat edilmeksizin sürtünme momentinin enküçüklenmesi hedeflenmiştir. Söz konusu hedefi sağlamak maksadıyla, farklı masura bombe yükseklikleri ve bilezik yuvarlanma yolu yarıçapları sonlu elemanlar yöntemi ile modellenmiş ve bu çalışmadan elde edilen



veriler optimizasyon sürecine tabi tutulmuştur. Bu süreç sonunda, optimum tasarıma sahip NJ309 OP rulman serisi geliştirilmiştir.

Bu çalışma, 5180049 numaralı TÜBİTAK-TEYDEB projesi kapsamında desteklenmiş, Ortadoğu Rulman Sanayi A.Ş. ile birlikte yürütülmüş bir çalışmadır.



## 2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

### 2.1 Temas Mekanığı

Geleneksel olarak, yuvarlanma teması problemi iki kısma ayrılır: normal ve teğetsel (İng. tangential) problemler. Normal çözüm, normal basınç ve kontak yaması ile ilgili iken; teğetsel problem sürtünme ve etkileri ile ilişkilidir. Yüzey kayma gerilmesi dağılımı, çekiş kuvvetine ve sürtünme katsayısına bağlıdır. Yüzey kayma gerilmesinin dağılımı, temas alanındaki kayma (İng. slip) ve tutma (İng. stick) alanları ile ifade edilir. Kayma, temas halinde olan iki malzeme arasındaki bağıl hıza ve çekiş kuvvetine bağlı olarak değişir.

Hertz, 1882'de ikinci dereceden yüzeyler arasındaki normal temas problemini çözmüştür [1]. 2 boyutlu sürtünmeli yuvarlanma teması problemi için, Carter modelini geliştirdi ve temas alanındaki yüzey kayma gerilmesini ele almıştır [2]. Vermeulen ve Johnson ise, eliptik bir temas alanı varsayarak 3 boyutlu sürtünmeli yuvarlanma teması için bir model öne sürmüştür [3]. Daha sonra Kalker, çeşitli sayısal yöntemler kullanarak hem yanal hem de boylamsal yönlerde muhtelif sürünmeler (İng. creepage) için 3B sürtünmeli yuvarlanma temas problemini çözmüştür [4]. Alinia ve Güler, hem düzlem gerilme hem de düzlem gerinim geometrileri için uyarlanabilirliği ile 3 boyutlu problemlere uygulanabilen 2 boyutlu analitik bir çözüm ortaya koymuşlardır [5]. Bu çalışmada, Alinia ve Güler'in analitik formülasyonu, sonlu elemanlar sonuçlarının doğrulanması için bir temel olarak kullanılmıştır. Yukarıda bahsedilen çözüm yöntemlerinde olduğu gibi bu formülasyon da lineer-elastisite, statik ve yarı-uzay varsayımına dayanmaktadır.

Sonlu elemanlar modeli bölümünde, bazı statik yaklaşımlar [6-7] veya 2 boyutlu açık çözümler [8] olmasına rağmen, teğetsel çözüme odaklanan çalışmalar hala nadirdir. Zhao ve Li, tekerlek-ray etkileşimlerindeki 3 boyutlu zamana bağlı problem için kapalı-açık (İng. implicit-explicit) sıralı bir çözüm yöntemi önermektedir [9-11].

Yuvarlanmalı temasın çözülebilmesi için öncelikle normal yöndeki temas basınçlarının basitleştirilmiş kabuller yardımıyla hesaplanabilmesi gerekmektedir. Zira normal ve teğetsel çözümler birbirinden bağımsız değildir. Bu sebeple, temas mekaniği ile ilgili literatür araştırması bölümünde, önce nispeten basit problemler için kaymalı temas konusu ele alınmış; ardından yuvarlanmalı temas ile ilgili analitik yöntem anlatılmıştır.

Temas problemleri için analitik çözüm elde edebilmek için, öncelikle bazı kabuller yardımıyla problem basitleştirilmektedir. Ardından elastisite teorisi ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak çözüm elde edilmektedir. İntegral dönüşüm teknikleri, denge denklemlerinin yer değiştirmeler cinsinden ifadeleri olan Navier denklemlerine uygulanır ve böylece diferansiyel denklemlerdeki değişken sayısı azaltılır. Problemdeki değişken sayısının azalması problemin çözümünü kolaylaştırır.

Dengede olan bir cisim için Kartezyen koordinatlarda denge denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0\end{aligned}\tag{2.1}$$

Burada  $\sigma$  ve  $\tau$  normal ve kayma gerilmelerini,  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  ise kütle kuvvetlerini göstermektedir. Hooke yasası kullanılarak gerilmeler gerinimler cinsinden yazılıp, ardından şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntıları kullanıldığında; aşağıda verilen Navier denklemleri elde edilebilir:

$$\begin{aligned}(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial x} + G \nabla^2 u + X &= 0 \\ (\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial y} + G \nabla^2 v + Y &= 0 \\ (\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} + G \nabla^2 w + Z &= 0\end{aligned}\tag{2.2}$$

Malzemenin izotropik olduğu kabul edilerek; burada  $e$  hacim değiştirme oranını,  $\lambda$  Lamé sabitini,  $G$  ise kayma modülünü göstermekte olup, elastisite modülü  $E$  ve Poisson oranı  $\nu$  cinsinden aşağıdaki denklemlerle tanımlanabilirler:

$$e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (2.3)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Navier denklemlerindeki Laplace operatörü aşağıda verildiği gibi tanımlanabilir:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.4)$$

Kütle kuvvetleri ihmal edildiğinde, iki boyutlu bir problem için Navier denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$(\lambda + G) \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right] + G \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] = 0$$

$$(\lambda + G) \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + G \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] = 0 \quad (2.5)$$

Navier denklemleri çözümlenerek  $u(x,y)$  ve  $v(x,y)$  yerdeğiştirme fonksiyonları elde edildikten sonra, gerinimler ve gerilmeler hesaplanabilir. Navier denklemleri kısmi türevli diferansiyel denklem takımı olduklarından çözümleri zordur. Navier denklemlerini adi diferansiyel denklem takımına dönüştürmek ve çözümleri kolaylaştırmak için integral dönüşüm tekniklerinden yararlanılmaktadır.

Yer değiştirme fonksiyonları  $u(x, y)$  ve  $v(x, y)$  bilinmeyen  $\Phi(\alpha, y)$  ve  $\Psi(\alpha, y)$  fonksiyonlarının üstel Fourier dönüşümleri olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\alpha, y) e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (2.6)$$

$$v(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\alpha, y) e^{-i\alpha x} d\alpha$$

Bu ifadelerin ters dönüşümleri alındığında,  $\Phi(\alpha, y)$  ve  $\Psi(\alpha, y)$  fonksiyonları  $u(x, y)$  ve  $v(x, y)$  fonksiyonları cinsinden aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) e^{i\alpha x} dx \\ \Psi(\alpha, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} v(x, y) e^{i\alpha x} dx \end{aligned} \quad (2.7)$$

Bilinmeyen  $\Phi(\alpha, y)$  ve  $\Psi(\alpha, y)$  fonksiyonlarının belirlenebilmesi için Navier denklemleri  $e^{i\alpha x}$  ile çarpılır ve integrali alınırsa aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ (\lambda + G) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) + G \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right] e^{i\alpha x} dx &= 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \left[ (\lambda + G) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + G \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right] e^{i\alpha x} dx &= 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Denklem 2.6'da verilen yer değiştirme fonksiyonlarının türevleri alınırsa, aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} e^{i\alpha x} dx &= -\alpha^2 \Phi \\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} e^{i\alpha x} dx &= \frac{d^2 \Phi}{dy^2} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} e^{i\alpha x} dx &= -i\alpha \frac{d\Phi}{dy} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} e^{i\alpha x} dx &= -\alpha^2 \Psi \\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} e^{i\alpha x} dx &= \frac{d^2 \Psi}{dy^2} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} e^{i\alpha x} dx &= -i\alpha \frac{d\Psi}{dy} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Denklem 2.9’da sunulan eşitlikler Denklem 2.8’de yerine konulursa, aşağıda verilen adi diferansiyel denklem takımı elde edilir:

$$\begin{aligned} -(\kappa + 1)\alpha^2\Phi + (\kappa - 1)\frac{d^2\Phi}{dy^2} - 2i\alpha\frac{d\Psi}{dy} &= 0 \\ -(\kappa - 1)\alpha^2\Psi + (\kappa + 1)\frac{d^2\Psi}{dy^2} - 2i\alpha\frac{d\Phi}{dy} &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

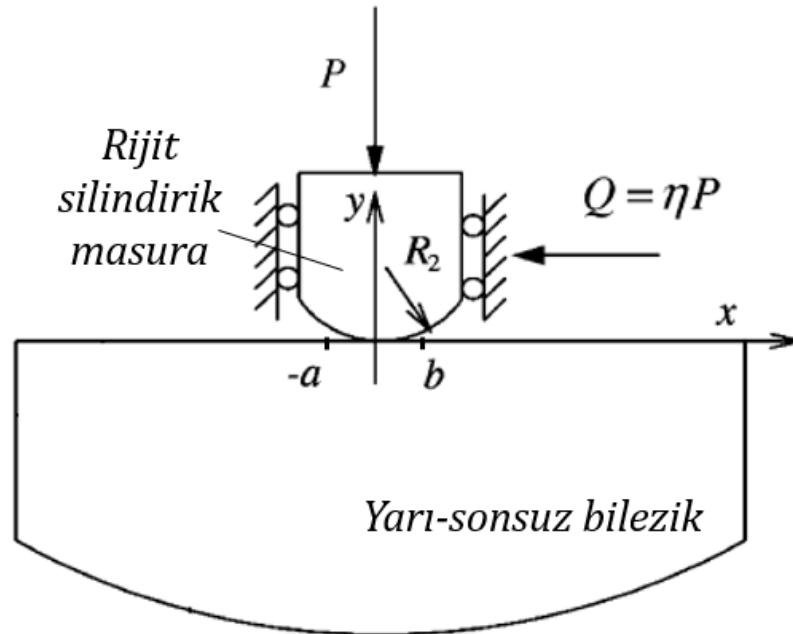
Burada  $\kappa$ , malzeme sabitidir ve düzlem gerinim problemi için  $\kappa=3-4\nu$ , düzlem gerilme problemi için  $\kappa=(3-\nu)/(1+\nu)$  olarak tanımlanmaktadır.

Denklem 2.10’da verilen adi diferansiyel denklem takımı, Denklem 2.5’te verilen kısmi türevli diferansiyel denklem takımına nazaran oldukça kolay bir biçimde çözülebilmektedir.

İlerleyen kısımda yer alan üç başlıkta, masura ve yarı-sonsuz bilezik arasında gerçekleşen kaymalı temas ve yuvarlanmalı temas problemleri ele alınmıştır. Bu problemlerin çözümünde elde edilen tecrübe, silindirik masuralı rulman probleminde bir temel oluşturmaktadır.

### 2.1.1 Rijit silindirik masura, elastik yarı-sonsuz bilezik, kaymalı temas

Tez kapsamında yapılan çalışmalarda öncelikle masura silindir geometrili rijit malzeme olarak, bilezikler ise yarı-sonsuz geometrili şekil değiştirebilir elastik malzeme olarak modellenmiş ve masura ile bilezik arasındaki kaymalı temas durumu ele alınmıştır (bkz. Şekil 2.1).



Şekil 2.1: Rijit silindirik masura, elastik yarı-sonsuz bilezik, kaymalı temas problemi [12]

Masura ve bileziğin  $-a < x < b$  aralığında temas halinde olduğu, masuraya düşey P kuvveti uygulandığı, sürtünme katsayısının  $\eta$  olduğu, masuranın silindirik geometriye rijit malzeme olarak, bileziklerin yarı-sonsuz geometriye şekil değiştirebilir elastik malzeme olarak modellendiği problem için yüzey gerilmeleri kapalı formda aşağıdaki gibi elde edilebilir [12, 13].

$$\frac{\sigma_{yy}(x, 0)}{\mu_1} = -\frac{4}{\kappa + 1} \frac{\sin\pi\alpha}{R_2} (b - x)^\alpha (x + a)^\beta$$

$$\frac{\sigma_{xx}(x, 0)}{\mu_1} = -\frac{4}{\kappa + 1} \frac{\sin\pi\alpha}{R_2} \begin{cases} (b - x)^\alpha (x + a)^\beta + \frac{\eta}{\pi} L_0(x), & -a < x < b \\ \frac{\eta}{\pi} L_0(x), & x < -a, x > b \end{cases} \quad (2.11)$$

Burada  $\mu_1$  bilezik malzemesinin kayma modülü,  $\kappa$  düzlem gerinim problemi için  $\kappa=3-4\nu$  ve düzlem gerilme problemi için  $\kappa=(3-\nu)/(1+\nu)$  olarak tanımlanan malzeme sabiti (bilezik malzemesinin),  $R_2$  masuranın yarıçapıdır. Diğer problem parametreleri ve  $L_0(x)$  fonksiyonu ise aşağıdaki denklemlerde verilmiştir:

$$\alpha = \frac{\theta}{\pi} \quad \beta = 1 - \frac{\theta}{\pi}$$

$$\theta = \arctan \left| \frac{\kappa + 1}{\eta(\kappa - 1)} \right|$$

$$b = \frac{\beta}{\alpha} a \quad (2.12)$$

$$L_0(x) = \frac{\pi}{\sin\pi\alpha}$$

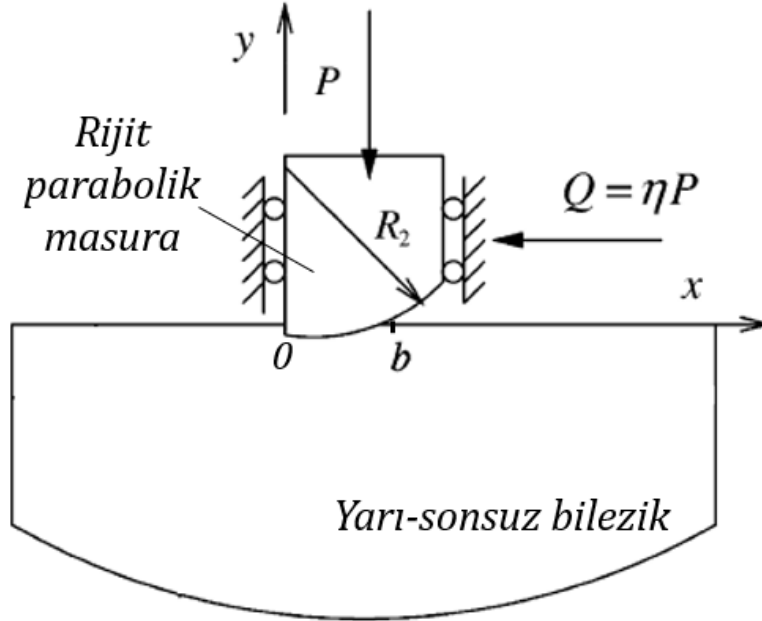
$$\times \begin{cases} -2(b - x)^\alpha (-x - a)^\beta - 2x + b - a + (\alpha - \beta)(b + a), & x < -a \\ 2(b - x)^\alpha (x + a)^\beta \cos\pi\alpha - 2x + b - a + (\alpha - \beta)(b + a), & -a < x < b \\ 2(x - b)^\alpha (x + a)^\beta - 2x + b - a + (\alpha - \beta)(b + a), & x > b \end{cases}$$

Masura ve bileziğin temas genişliği ile masuraya uygulanan P kuvveti arasındaki ilişki aşağıdaki denklemde verilmiştir:

$$\frac{P}{\mu_1 R_2} = \frac{2\pi\alpha\beta}{\kappa + 1} \left( \frac{b + a}{R_2} \right)^2 \quad (2.13)$$

### 2.1.2 Rijit parabolik masura, elastik yarı-sonsuz bilezik, kaymalı temas

Yapılan çalışmaların devamında, masura parabolik geometrili rijit malzeme olarak, bilezikler ise yarı-sonsuz geometrili şekil değiştirebilir elastik malzeme olarak modellenmiştir (bkz. Şekil 2.2). Bir önceki problemde olduğu gibi masura ile bilezik arasındaki kaymalı temas durumu ele alınmıştır.



Şekil 2.2: Rijit parabolik masura, elastik yarı-sonsuz bilezik, kaymalı temas problemi [12]

Masura ve bileziğin  $0 < x < b$  aralığında temas halinde olduğu, masuraya düşey P kuvveti uygulandığı, sürtünme katsayısının  $\eta$  olduğu, masuranın parabolik geometrili rijit malzeme olarak, bileziklerin yarı-sonsuz geometrili şekil değiştirebilir elastik malzeme olarak modellendiği problem için yüzey gerilmeleri kapalı formda aşağıdaki gibi elde edilebilir [12, 13].

$$\frac{\sigma_{yy}(x, 0)}{\mu_1} = -\frac{4}{\kappa + 1} \frac{b}{R_2} \sin\pi\alpha \left(\frac{b-x}{x}\right)^\alpha \left(\alpha + \frac{x}{b}\right)^\beta$$

$$\frac{\sigma_{xx}(x, 0)}{\mu_1} = -\frac{4}{\kappa + 1} \frac{b}{R_2} \begin{cases} \left(\frac{b-x}{x}\right)^\alpha \sin\pi\alpha \left(\alpha + \frac{x}{b}\right) + \frac{b}{R_2} \frac{\eta}{\pi} \sum_{n=0}^1 L_n(x), & 0 < x < b \\ \frac{b}{R_2} \frac{\eta}{\pi} \sum_{n=0}^1 L_n(x), & x < 0, x > b \end{cases} \quad (2.14)$$



Çözümdeki problem parametreleri ile  $L_0(x)$  ve  $L_1(x)$  fonksiyonları aşağıdaki denklemlerde verilmiştir:

$$\alpha = \frac{\theta}{\pi} \quad \beta = -\frac{\theta}{\pi}$$

$$\theta = \arctan \left| \frac{\kappa + 1}{\eta(\kappa - 1)} \right|$$

$$L_0(x) = \frac{\pi}{\sin \pi \alpha} \begin{cases} -\left(\frac{x-b}{x}\right)^\alpha - 1, & x < 0 \\ \left(\frac{b-x}{x}\right)^\alpha \cos \pi \alpha - 1, & 0 < x < b \\ \left(\frac{x-b}{x}\right)^\alpha, & x > b \end{cases} \quad (2.15)$$

$$L_1(x) = P_1^{(\alpha, \beta)} \left( \frac{2x}{b} - 1 \right) L_0(x) + \frac{2\pi\alpha}{\sin \pi \alpha}$$

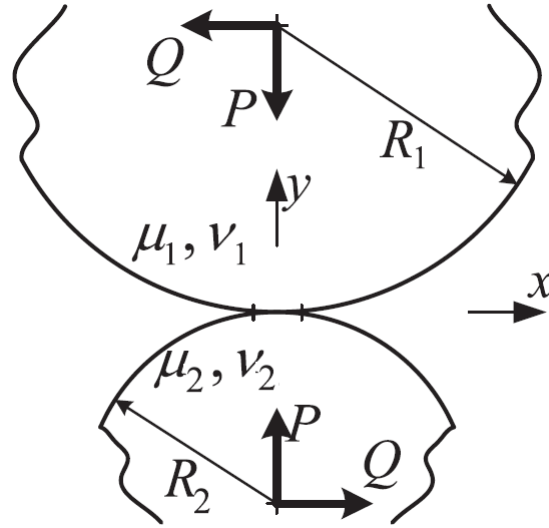
Masura ve bileziğin temas genişliği ile masuraya uygulanan P kuvveti arasındaki ilişki aşağıdaki denklemde verilmiştir:

$$\frac{P}{\mu_1 R_2} = \frac{2\pi\alpha(1+\alpha)}{\kappa+1} \left( \frac{b}{R_2} \right)^2 \quad (2.16)$$

### 2.1.3 Yuvarlanmalı Temas Problemi

Bu kısımda yapılan çalışmalarda masura ve bilezik şekil değiştirilebilir elastik katı malzeme olarak modellenmiş; masura ile bilezik arasındaki yuvarlanmalı temas durumu ele alınmıştır.

Temas alanının temas çiftlerinin yarıçapları ile kıyaslandığında küçük olduğu varsayımıyla hareket edilmiştir. Dolayısıyla bu problem için Hertz teması varsayımı kullanılabilir hale gelmiştir. Tekil integral denklemleri yaklaşımı kullanılarak yuvarlanma teması probleminin temel denklemleri çıkarılmıştır. Cauchy tipi tekil integral denklemleri, yüzey gerilmeleri cinsinden cebirsel denklem sistemlerine dönüştürülmüş ve bu denklem sistemleri uygun sayısal yaklaşımlarla çözülmüştür.



Şekil 2.3: Silindirlerin yuvarlanmalı teması problemi [12, 13]

Birbiriyle aynı malzeme özelliklerine sahip iki silindirin  $-a \leq x \leq a$  aralığında temasta olduğu, sürtünme katsayısının  $\eta$  olduğu, düşey yönde P kuvvetinin uygulandığı problem için yüzey gerilmeleri kapalı formda aşağıdaki gibi elde edilebilir [12, 13]. Denklem 2.17 kullanılarak belirli bir temas genişliği için temas basıncı ve kayma gerilmesi dağılımı temas alanı boyunca hesaplanabilir. Düşey basma kuvveti, çekiş kuvveti, boyut parametreleri, temas genişliği ve kayma/tutma dağılımı arasındaki matematiksel ilişkiler ise Denklem 2.18’de sunulmuştur. Masuranın ve bilezik şekil değiştirebilir elastik malzeme olarak modellenmiştir. Bu analitik yöntemler geliştirilirken, temas eden cisimlerin yarı-sonsuz geometriye sahip olduğu varsayımıyla hareket edilmiştir.

$$\sigma_{yy}(x, 0) = -P_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}, \quad -a \leq x \leq a \quad (2.17)$$

$$\sigma_{xy}(x, 0) = \begin{cases} \eta \sigma_{yy} + \sigma_s, & -a \leq x \leq b \\ \eta \sigma_{yy}, & b \leq x \leq a \end{cases}$$

Çözümde kullanılan parametreler aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\sigma_s = \eta P_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2x + a - b}{a + b}\right)^2} \left(\frac{1 + b/a}{2}\right) \quad (2.18)$$

$$P_0 = \frac{2P}{\pi a}$$

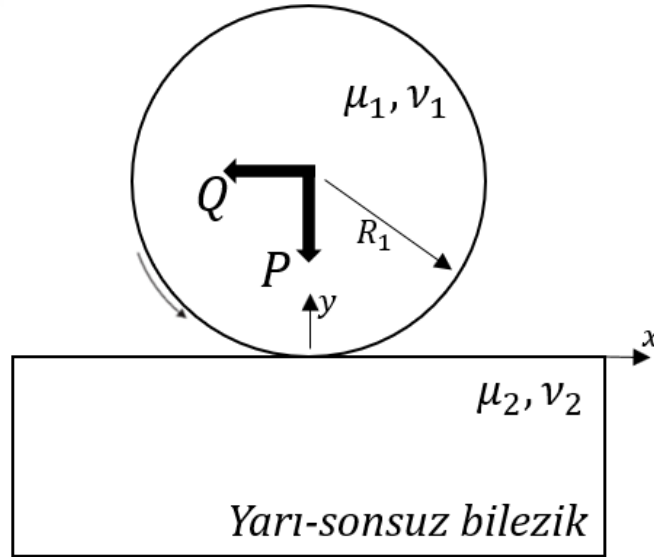
$$\frac{b}{a} = 2 \sqrt{1 - \left| \frac{Q}{\eta P} \right|} - 1$$

$$\frac{R_0 \zeta}{a \eta} = 1 - \sqrt{1 - \left| \frac{Q}{\eta P} \right|}$$

$$a = \sqrt{\frac{2PAR_0}{\pi}}, \quad R_0 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$A = \frac{\kappa_1 + 1}{4\mu_1} + \frac{\kappa_2 + 1}{4\mu_2}$$

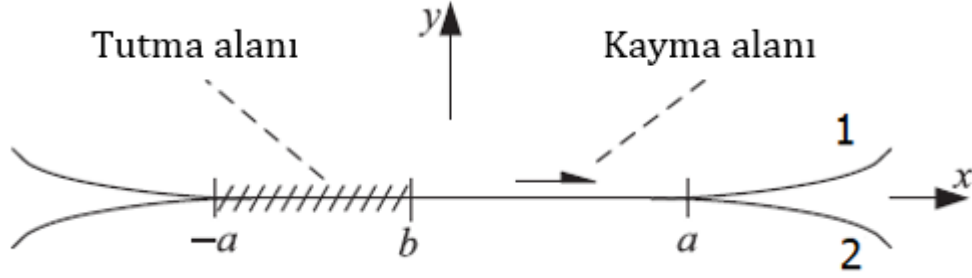
Burada  $\mu_1$  masura malzemesinin kayma modülü,  $\mu_2$  bilezik malzemesinin kayma modülü,  $\kappa$  düzlem gerinim problemi için  $\kappa=3-4\nu$  ve düzlem gerilme problemi için  $\kappa=(3-\nu)/(1+\nu)$  olarak tanımlanan malzeme sabiti (bilezik malzemesinin),  $R_1$  masuranın yarıçapıdır ve  $R_2$  bileziğin yarıçapıdır. Masuranın eğimsiz bir zemin üzerinde yuvarlanma teması inceleniyorsa,  $R_2$  sonsuz kabul edilerek işlem yapılır.  $P_0$  elde edilebilecek maksimum temas basıncı,  $\zeta$  parametresi ise *sürünme oranı* olarak adlandırılır.



Şekil 2.4: Silindirik masura, elastik yarı-sonsuz bilezik, yuvarlanmalı temas problemi [12, 13]

Çözümde kullanılan  $b$  parametresi ise, temas alanındaki kayma ve tutma alanları arasındaki geçiş noktasıdır. Yatay yönde masuraya uygulanan  $Q$  kuvvetinin

büyüklüğüne bağlı olarak kayma ve tutma alanlarının dağılımı, dolayısıyla  $b$  noktasının temas alanındaki konumu da değişiklik gösterir.



Şekil 2.5: Temas alanındaki kayma/tutma dağılımı, yuvarlanmalı temas problemi  
[12, 13]

Masuraya uygulanan çekiş kuvveti  $Q$ , kayma ve tutma alanları arasındaki geçiş noktasının konumunu belirler. Çekiş kuvvetinin büyüklüğü, masuraya uygulanan düşey basma kuvvetine ve sürtünme katsayısına oranlanarak birimsiz bir büyüklük olarak tarif edilebilir.  $Q^* = \frac{Q}{\eta P}$  katsayısı 0 ile 1 arasında değiştirilerek, farklı çekiş kuvvetleri etkisinde meydana gelen kayma gerilmeleri ve temas basınçları hesaplanabilir.

## 2.2 Yorulma Ömrü

Mühendislik yapı ve sistemlerindeki hasarların önemli bir bölümünde, malzemenin akma mukavemetinin altındaki gerilme değerleri rol oynar [14]. Bu durum, söz konusu yapıdaki malzemelerin çevrimsel yüklerle maruz kalmasından kaynaklanmaktadır. Bu tip hasarlar, yorulma hasarı olarak adlandırılmaktadır [15]. Bu sebeple, mühendislik sistemlerinin tasarımında, malzemenin akma mukavemetine göre değil, muhtemel yorulma hasarı dikkate alınarak yaklaşım geliştirmek daha doğru bir yöntem olarak görülmektedir.

Yorulma ömrü hesabında üç ana yaklaşım öne çıkmaktadır. Bunlar sırasıyla; gerilme tabanlı yaklaşım (S-N), gerinim tabanlı yaklaşım ( $\epsilon$ -N) ve kırılma mekaniği yaklaşımıdır [4]. Yükleme altında hasar gerçekleşene kadar geçen süreyi çevrim cinsinden tahmin etmek üzerine kurulu olan bu yaklaşımlarda, yorulma ömrü yüksek çevrimli ve düşük çevrimli ömür olarak sınıflandırılır. Çevrim sayısı ( $N_f$ ) ile ifade

edilen ömür hesabında; genellikle  $N > 10^5$  çevrim sayılı ömür, yüksek çevrimli ömür olarak adlandırılır. Aksi koşulda ise, düşük çevrimli ömürden söz edilir [16].

### 2.2.1 Gerilme-ömür yaklaşımı (S-N)

Yorulma testleri, malzemenin hasara uğradığı ana kadar değişken yüklemeler altında yapılır. Uygulanan kuvvetler, sabit aralığa veya sabit genliğe sahip gerilemeler olacak şekilde ayarlanır. Genellikle testlerde, çekme gerilmeleri pozitif olarak kabul edilir [17]. Testlerde bağımsız değişken olarak, gerilme aralığı ( $\Delta\sigma$ ) ve gerilme genliği ( $\sigma_a$ ) kabul edilirken; çevrim sayısı ( $N_f$ ) ise bağımlı değişkendir. İki tersinim (İng. reversal) ( $2N_f$ ) bir çevrimi oluşturur.

Birçok numune için yapılan gerilme-ömür testleri sonucunda gerilme-ömür eğrileri (S-N) elde edilir. Bahsedilen S-N eğrileri kullanılarak Basquin eşitliği adı verilen denklem elde edilir.

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (2.19)$$

Denklem 2.19'da yer alan  $\sigma'_f$  ve  $b$  sırasıyla yorulma mukavemeti katsayısı (İng. fatigue strength coefficient) ve üssüdür (İng. fatigue strength exponent).

### 2.2.2 Gerinim-ömür yaklaşımı ( $\epsilon$ -N)

Gerilme konsantrasyonlarının daha yoğun olarak gözlendiği kısımlarda, yorulma hasarı meydana gelme ihtimali fazladır. Bu kısımlarda oluşan gerilmelerin malzemenin elastik limitini geçtiği durumlarda, malzeme plastik deformasyona uğrar. Gerilme-ömür yönteminde açıklanan malzeme özelliklerine ek olarak,  $\epsilon'_f$  yorulma sünekliği katsayısı,  $c$  ise yorulma sünekliği üssü olarak adlandırılır.

Toplam gerinim elastik ve plastik gerinimin toplamıdır, toplam gerinim aralığı  $\Delta\epsilon$  ise aşağıda ifade edilebilir:

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\Delta\epsilon_e}{2} + \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \quad (2.20)$$

Elastik ve plastik gerinim aralıkları ise Denklem 2.21 ve 2.22'deki gibi ifade edilir:

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f}{2} (2N_f)^b \quad (2.21)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^b \quad (2.22)$$

Denklem 2.20, 2.21 ve 2.22 birlikte kullanılarak, Coffin-Manson eşitliği olarak bilinen toplam gerinim aralığı şu şekilde yazılabilir [18]:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (2.23)$$

### 2.2.3 Rulmanlarda yorulma ömrü

Bir rulmanın yorulma ömrü ( $L_{10}$ ), belli sayıdaki tüm rulmanların %90'ının arıza yapmadan tamamladığı dönüş sayısı olarak hesaplanır. Bununla birlikte, rulman ömrünün tanımında kullanılan bir diğer ifade ise test edilen rulman grubunun %50'sinin arıza yapmadan tamamladığı dönüş sayısını temel alan  $L_{50}$  ömrüdür. Geleneksel formül çerçevesinde,  $L_{10}$  ömrü Denklem 2.24'teki gibi, saat cinsinden elde edilen  $L_{10h}$  ömrü ise Denklem 2.25'te ifade edilmiştir.

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad (2.24)$$

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n} \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad (2.25)$$

Burada,

$C$ : Dinamik yük değeri [N]

$P$ : Dinamik eşdeğer rulman yükü [N]

$p$ : Üs (bilyalı rulmanlar için 3, makaralı rulmanlar için 10/3)

$n$ : Dönme hızı [rpm]

Rulman ömrü hesabında katalog yöntemi olarak bilinen geleneksel standartlaştırılmış formül kullanılmaktadır. Burada rulman yükü, dönme hızı, dinamik yük değeri ve rulman türü formül parametreleridir. Söz konusu formülde yer alan dinamik yük değeri (temel yük değeri), dış bilezik sabit konumda iken, iç bileziğin bir milyon dönüş

yaptığı süre boyunca rulman üzerine uygulanan sabit yüküdür. Radyal rulmanlarda bu değer, sabit yön ve büyüklükteki radyal yük iken, aksel rulmanlarda ise merkezi eksen ile aynı yönde ve sabit büyüklükteki aksel yük olarak tanımlanmaktadır [19, 20, 21]. Yük değerleri radyal rulmanlar için  $C_r$  ile, aksel rulmanlar için  $C_a$  ile gösterilir.  $p$  üstel sayısı ise Weibull'un katkıları ile Lundberg ve Palmgren tarafından yapılan olasılık analizleri neticesinde tespit edilmiştir [22, 23].

Bir diğer parametre ise, dinamik eşdeğer yüküdür ( $P$ ). Rulmana uygulan kuvvetlerin sabit büyüklükte ve yönde olduğu matematiksel bileşke yük olarak tanımlanmaktadır. Dinamik eşdeğer yük, Denklem 2.26'daki gibi hesaplanır:

$$P = XF_r + YF_a \quad (2.26)$$

### 2.3 Vekil Modeller İle Eniyileme

Eniyileme, ilgilenilen problemin belirlenmiş kısıtlar altında en iyi çözümünü bulmak için sürdürülen işlemdir. Diğer bir ifadeyle, belirli kısıtlar altında tasarım değişkenleri uyarlanır ve bir amaç fonksiyonu en küçüklenir ya da en büyüklenir [24]. Bir mühendislik probleminde, tasarım değişkenleri geometrik özellikler veya malzeme özellikleri olabilir. Amaç fonksiyonu ise, sistemin optimize edilecek yanıtıdır. Amaç fonksiyonun en küçüklenmesi veya en büyüklenmesi, belirli tasarımsal sınırlara tabidir. Örnekler artırılabilir olsa da, tasarım değişkenleri bazen geometriden, bazen malzeme özelliklerine bağlı olarak birtakım kısıtlar altında belirlenir [24].

Eniyileme problemi matematiksel olarak Denklem 2.27'deki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{öyle ki} \quad & h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, n_e \\ & g_k(x) \leq 0 \quad k = 1, \dots, n_g \\ & x^L \leq x \leq x^U \end{aligned} \quad (2.27)$$

Denklem 2.27'de ifade edilen  $x$ , tasarım değişkenlerini,  $f$  amaç fonksiyonunu,  $h$  eşitlik kısıtlarını,  $g$  ise eşitsizlik kısıtlarını sembolize etmektedir.

Mühendislik sistemlerine ilişkin yanıtları, buradaki gibi tasarım değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak ifade etmek her zaman mümkün olmayabileceğinden, genellikle bu tip problemlerde sistem yanıtını tahmin etmek amaçlı doğruluk derecesi yüksek analizler kullanılmaktadır. İstenen doğruluk derecesine ve bilgisayar hızına bağlı olarak söz konusu analizlerin süreleri artabilir. Bir eniyileme probleminde ise optimum çözüme ulaşmak, hazırlanan modellerin pek çok defa koşturulmasını gerektirir. Bu hesapsal maliyeti azaltabilmek için, pek çok problemin çözümünde vekil modeller kullanılmaktadır [25]. Literatürde sıklıkla yer alan vekil model tipleri bir sonraki bölümde anlatılmıştır.

Vekil modeller, tasarım değişkenleri ile amaç ve kısıt fonksiyonları arasında matematiksel ilişki kurmak suretiyle, optimizasyon probleminin çözümü için gerekecek simülasyon sayısının düşürülmesini sağlarlar. Böylelikle, hesapsal maliyet azaltılmış olur. Sıklıkla kullanılan vekil modellere örnek olarak; polinom yanıt yüzey yöntemi, radyal tabanlı fonksiyonlar ve Kriging yöntemi gösterilebilir.

### 2.3.1 Polinom Yanıt Yüzey Yöntemi

Polinom yanıt yüzeyler tasarım değişkenleri ile istenilen yanıt arasındaki bağıntıyı bir polinom uydurarak sağlarlar. Uydurulacak polinomun derecesi arttıkça çoğunlukla modelin doğruluğu da artar. Ancak bu artış oranı gittikçe azalır ve kullanılması gereken veri noktasının sayısı, doğal olarak gerçekleştirilmesi gereken simülasyon sayısı da artar.

En çok kullanılan polinom yanıt yüzey yöntemlerinden biri karesel polinomdur. Karesel yanıt yüzey uydurmalarında adından da anlaşılacağı gibi ikinci derece polinomlar kullanılır. Denklem 2.28 karesel polinom yanıt yüzeyinin (PYY2) genel matematiksel formülüdür.

$$\hat{y}(x) = b_0 + \sum_{i=1}^L b_i x_i + \sum_{i=1}^L b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{L-1} \sum_{j=i+1}^L b_{ij} x_i x_j \quad (2.28)$$

Bu formülde  $\hat{y}$  tahmin edilen fonksiyon,  $x$  tasarım değişkenleri,  $L$  tasarım değişkeni sayısı ve  $b$  değerleri ise modeli oluştururken hesaplanması gereken çarpanlardır.

Kullanımı yaygın olan bir diğer polinom yanıt yüzeyi yöntemi üçüncü derece, kübik, polinomdur. Denklem 2.29'da kübik polinom yanıt yüzeyinin (PYY3) formülü verilmiştir.



$$\hat{y}(x) = b_0 + \sum_{i=1}^L b_i x_i + \sum_{i=1}^L b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{L-1} \sum_{j=i+1}^L b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{L-2} \sum_{j=i+1}^{L-1} \sum_{k=j+1}^L b_{ijk} x_i x_j x_k + \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L b_{iij} x_i^2 x_j \quad (2.29)$$

Model çarpanları olan  $b$  değerleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$b = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (2.30)$$

Daha yüksek dereceli polinomlar da yanıt yüzeyi yöntemi olarak kullanılabilir ancak daha önce de bahsedildiği gibi bu durum daha çok simülasyon gerektirecek olup vekil model kullanım amacının özüne aykırı olacaktır.

### 2.3.2 Radyal Tabanlı Fonksiyonlar

Radyal tabanlı fonksiyonlar dağınık veriye dayanan çok değişkenli fonksiyonları tahmin etmek için uygun yöntemler olup,  $n$  veri noktası kullanılarak oluşturulan modeller için yanıt fonksiyonu aşağıdaki gibi tahmin edilebilir [26]:

$$\hat{y}(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \phi(\|x - x_i\|) \quad (2.31)$$

Burada kullanılan  $x$  tasarım değişkenlerini içeren vektör,  $x_i$  'inci örneklem noktasındaki tasarım değişkenlerinin vektörü,  $\|x - x_i\| = \sqrt{(x - x_i)^T (x - x_i)}$  radyal mesafe olarak kullanılan öklit normu,  $\phi$  ise radyal olarak simetrik olan bir baz fonksiyondur.  $\lambda$  değerleri hesaplanması gereken interpolasyon katsayılarıdır.

En yaygın olarak kullanılan formülasyonlar arasında ince-plaka eğrisi radyal tabanlı fonksiyon (Denklem 2.32) ve çoklu-karesel radyal tabanlı fonksiyon (Denklem 2.33) yer almaktadır.

$$\phi(r) = r^2 \log(r) \quad (2.32)$$

$$\phi(r) = \sqrt{r^2 + c^2} \quad (2.33)$$

İnterpolasyon katsayıları aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\lambda = (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T y \quad (2.34)$$

Burada  $y$  yanıt fonksiyonunun örneklem noktalarındaki değerlerini içeren vektördür.

### 2.3.3 Kriging

Kriging yöntemi de popüler vekil model oluşturma yöntemlerindedir. Yanıt fonksiyonu Denklem 2.35'teki gibi iki bileşenden oluşan bir formül ile tahmin edilir.

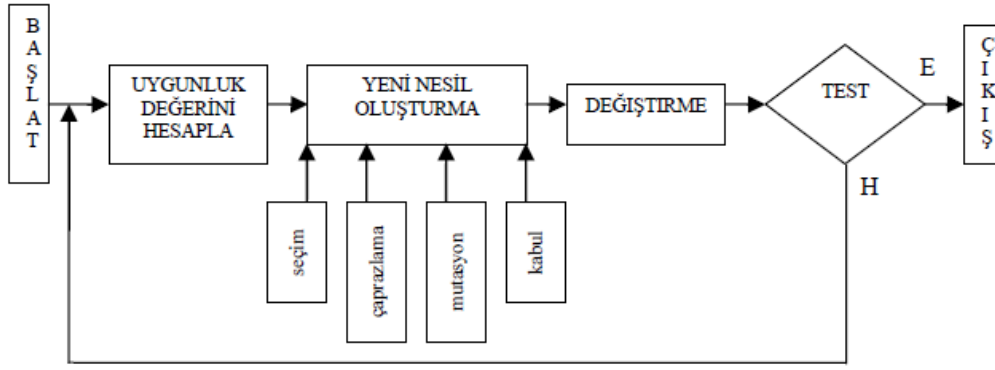
$$\hat{y}(x) = p(x) + Z(x) \quad (2.35)$$

Bu formülasyonda  $p$  global olarak yanıtla yakınsayan polinom eğilim fonksiyonu iken  $Z$  modelin örneklem yanıt verisi arasında interpolasyon yapmasını sağlayan stokastik sapma fonksiyonudur. En yaygın eğilim fonksiyonları arasında sabit (KR0), doğrusal (KR1) ve karesel (KR2) modeller bulunmaktadır. Stokastik sapma için en sık kullanılan fonksiyon ise Gauss korelasyon fonksiyonudur [27]. Bu çalışmada Lophaven vd. (2002) tarafından geliştirilen MATLAB Kriging araç kutusu kullanılmıştır [28].

### 2.3.4 Eniyileme Probleminde Çözüm Yöntemleri

Eniyilenecek amaç fonksiyonu, kısıt fonksiyonları belirlendikten ve vekil model seçimi yapıldıktan sonra, eniyileme yönteminin seçilmesi gerekmektedir. Bu aşamada, gradyan tabanlı yöntemler veya gradyan tabanlı olmayan yöntemler tercih edilebilir. Popüler gradyan tabanlı yöntemlerden biri karesel Lagrange doğrusal olmayan programlama (*NLPQL, Non-Linear Programming by Quadratic Lagrangian*) olarak gösterilebilir. Bu yöntem, tek amaç fonksiyonlu problemlerin çözümünde kullanılır ve *quasi Newton* yöntemi temel alınarak oluşturulmuştur [29]. Gradyan tabanlı yöntemlerden bir diğeri ise, ardışık karesel programlama (SQP) [30] yönteminin geliştirilmiş hali olan karışık tamsayı ardışık programlama (*MLSQP, Mixed-integer sequential quadratic programming*) yöntemidir.

Gradyan tabanlı olmayan çözüm yöntemleri arasında belki de en popülerleri, biyolojik evrimin işleyiş biçimi doğal seleksiyon teorisini taklit eden genetik algoritmadır [31]. Genetik algorithma çözüm dizilerinden oluşan bir başlangıç nesli esas alınarak çaprazlama ve mutasyon gibi doğal seçim işleçleri kullanılır. Algoritmanın çalışmasına dair akış şeması Şekil 2.6'de verilmiştir.



Şekil 2.6: Genetik algoritmanın akış şeması [32]

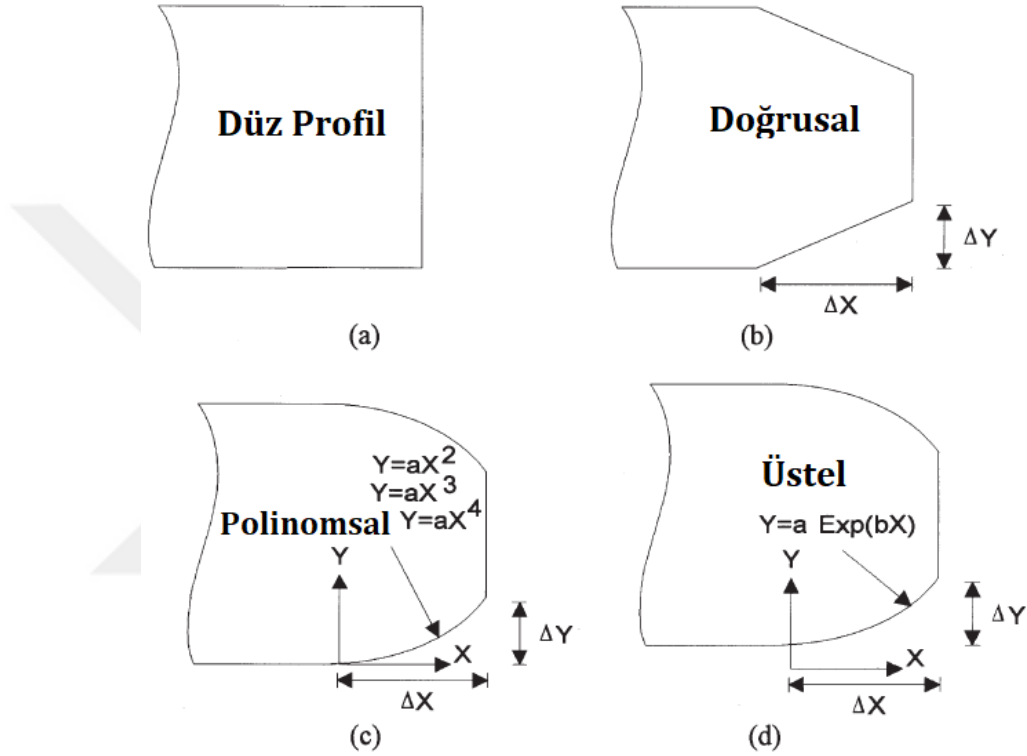
Başlangıç olarak, ilgili problem için rastgele  $n$  kromozomlu bir popülasyon oluşturulur. Ardından, bu popülasyondaki her kromozom için uygunluk fonksiyonu hesaplanır. Bu adımlar yeni bir popülasyon oluşuncaya dek, çaprazlama ve mutasyon aşamaları ile devam ettirilir. Uygunluk fonksiyonu hesabına göre, iki adet kromozom çaprazlanmak için seçilir. Doğal seleksiyon ilkesi burada devrededir, dolayısıyla uygunluk derecesi yüksek olan kromozomun seçilme ihtimal yüksektir. Seçilen kromozomlar, çaprazlama oranlarına göre çaprazlanıp yeni bireyler oluştururlar. Kromozomlar üzerindeki bazı diziler yerleri değiştirilerek mutasyona uğratılır. Oluşturulan yeni neslin kabulünün ardından, yeni nesil eski neslin yerine geçer ve böylece iterasyonlara devam edilmiş olunur. İstenen uygunluk derecesine erişildiğinde yinelemeler biter ve optimum çözüme ulaşılır [32].

## 2.4 Bombe Profili Yaklaşımları

Literatürde farklı bombe profili yaklaşımlarının temas gerilmelerine ve yorulma ömürlerine olan etkisini değerlendiren çalışmalar bulunmaktadır. Bombe profili tasarımında göz önünde bulundurulması gereken konular arasında temas gerilmelerinin temas yüzeyindeki dağılımı ve gerilme konsantrasyonu öne çıkmaktadır. Gerilme konsantrasyonunun temas yüzeyi üzerinde mümkün olduğunca eşit dağıtılması, yorulma ömrünün artırılması açısından önemlidir. Zira, gerilme

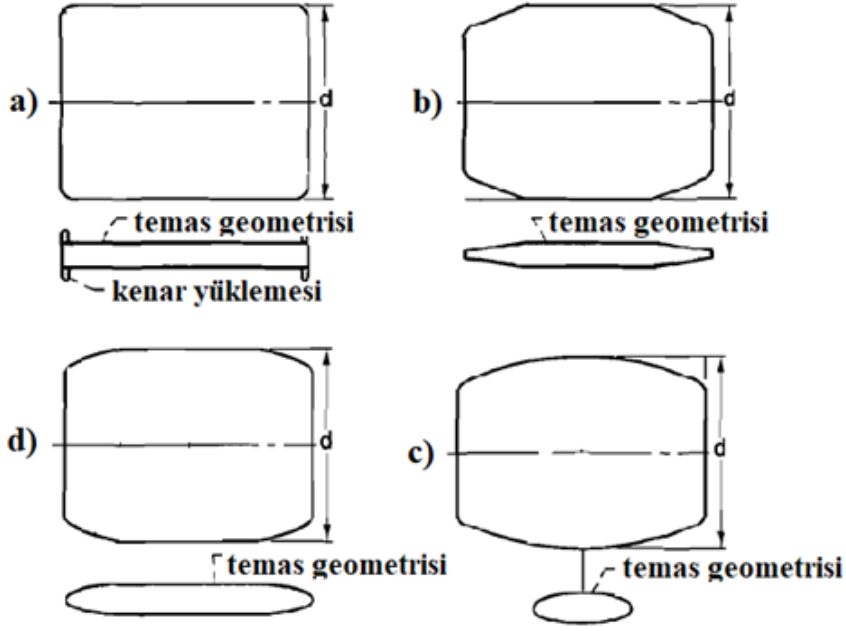
konsantrasyonunun yüksek olduğu bölgelerde, hasarların meydana gelme olasılığı yüksektir.

Bombe profili tasarımında; düz, doğrusal, polinomsal (karesel, kübik vb.) ve üstel profiller üç boyutlu sonlu elemanlar analizleri ile incelendiğinde, temas gerilmeleri ve gerilme konsantrasyonları açısından en iyi performansı gösteren profilin üstel profil olduğu görülmektedir [33].



Şekil 2.7: Farklı masura bombe profilleri, a) Düz profil, b) Doğrusal profil, c) Polinomsal profil, d) Üstel profil [33]

Benzer biçimde, farklı bombe profili tiplerinin rulman yorulma ömrüne olan etkileri de incelenen konular arasındadır. Düz profil, konik uçlu profil (İng. tapered end), havacılık profili (İng. aerospace) ve tam taç profili (İng. full crown) sonlu elemanlar yöntemi ile incelendiğinde, konik uçlu profilin en yüksek ömrü ürettiği, ancak havacılık profilinden önemli ölçüde farklı olmadığı bulunmuştur. Bununla beraber, tam taç profili ise en düşük ömrü üretmiştir [34].

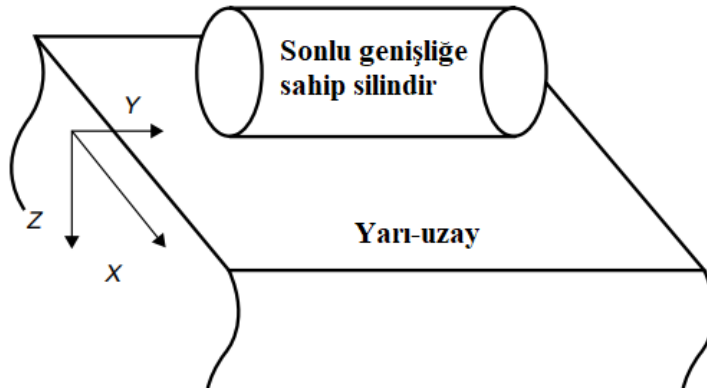


Şekil 2.8: Farklı bombe profili tipleri ve temas geometrileri [34]

Bombe profili tasarımlarında öne çıkan bir diğer konsept ise rulmanın yük taşıma kapasitesidir. Burada geleneksel yaklaşım, temas basıncını silindirlerin yuvarlanma eksenini yönünde temas alanında eşit olarak dağıtan bir profil seçmektir. Bu profil Lundberg profili olarak bilinir (bkz. Denklem 2.36) [35].

$$h_{CR}(y) = \frac{2F}{\pi E' L_{we}} \ln \left( \left( 1 - \left( \frac{2y}{L_{we}} \right)^2 \right)^{-1} \right) \quad (2.36)$$

Burada;  $h_{CR}$  bombe yüksekliğini,  $F$  masuraya uygulanan kuvveti,  $L_{we}$  etkin masura uzunluğunu,  $y$  ise yatay yönlü koordinatı belirtmektedir.



Şekil 2.9: 3 boyutlu silindir – yarı-uzay temas modeli ve koordinatları [35]

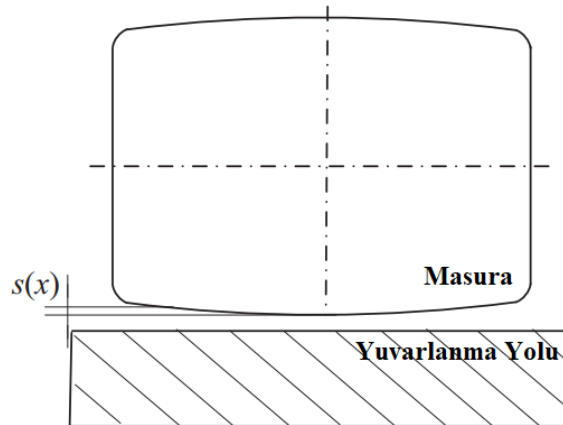
Denklem 2.36’da formülü verilmiş olan Lundberg profili kullanıldığında, bombe merkezindeki eğimin sıfır, masura kenarlarındaki eğimin ise sonsuz olduğu görülmektedir. Buradaki sonsuz eğimi gidermek için Johnson-Gohar formülü Denklem 2.37’deki gibi geliştirmiştir [36]. Burada,  $b$  Hertz temasında ifade edilen temas yarı-genişliğidir.

$$h_{CR}(y) = \frac{2F}{\pi E' L_{we}} \ln \left( \left( 1 - \left( 1 - 0.3033 \frac{2b}{L_{we}} \right) \left( \frac{2y}{L_{we}} \right)^2 \right)^{-1} \right) \quad (2.37)$$

Ancak, özellikle ağır yük koşulları ve devrilme momenti (İng. tilting moment) koşulları altında, Johns-Gohar modeli ile kenar gerilimi tamamen önlenemez, ayrıca silindirin eşit temas basınç dağılımını elde etmek zordur. Bu problemleri çözmek için üç tasarım parametresini dikkate alan yeni bir logaritmik profil modeli önerilmiştir [37]. Bu öneri doğrultusunda oluşturulan profil formülü Denklem 2.38’deki gibi ifade edilmiştir.

$$s(x) = \frac{2k_1 Q}{\pi L_{we} E'} \ln \left( \frac{1}{1 - \left( 1 - 0.3033 \frac{k_2 b}{a} \right) \left( \frac{2x}{L_{we}} \right)^{2k_3}} \right) \quad (2.38)$$

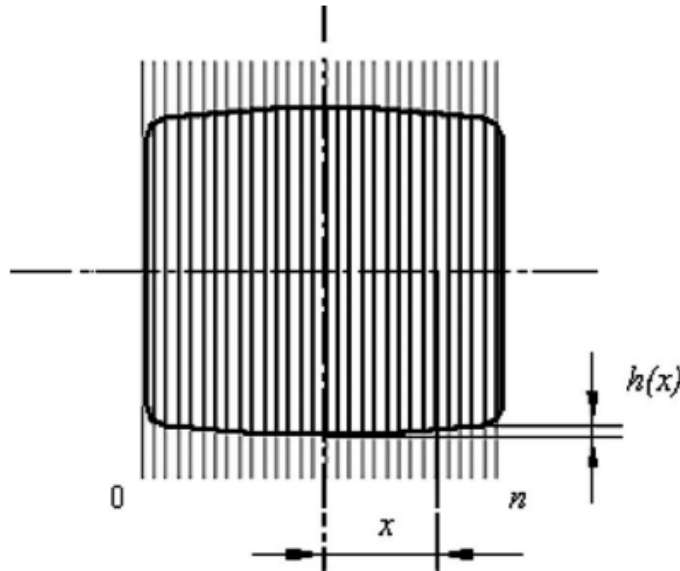
Burada,  $x$  masura merkez çizgisinden masura kenarına olan mesafe parametresini,  $s$  masura bombe yüksekliğini,  $Q$  ise masuraya uygulanan kuvveti belirtmektedir. Diğer parametreler;  $k_1$  uygulanan yükün çoklu faktörünü,  $k_2$  haddeleme temas yüzeyi uçlarında silindir yarıçapının azaltılmasını ve  $k_3$  düz kısmın profile oranını temsil eder.



Şekil 2.10: Silindirik masura ve yuvarlanma yolu [37]

Denklem 2.38 ile ifade edilen yaklaşımda, temas gerilmeleri analitik araçlar kullanılarak hesaplanır ve ardından yorulma ömrü hesaplanır. Maksimum yorulma ömrü için tek bir amaç optimizasyonu gerçekleştirilir. Silindirik masuralı rulmanın temel geometrik parametrelerinin seçildiğini varsayarak, optimizasyon için tasarım değişkenleri olarak masura profilinin üç tasarım parametresi ( $k_1, k_2, k_3$ ) seçilmiştir.

Rulmanlarda yorulma ömrünün artırılabilmesi için yapılan çalışmalarda bombe profilinin etkisinin göz önünde bulundurulduğu ve bu amaç doğrultusunda optimum profile ulaşmayı amaçlayan bir çalışma da, Kumar vd. (2019) tarafından yürütülmüştür. Söz konusu çalışmada, yuvarlanma elemanının düz profilli olduğu durumlarda kenar gerilmesi oluştuğu, dairesel profilli durumlarda ağır yüklerde kenar gerilmelerinin gözlemlendiği, fakat logaritmik profillerde ise düşük-orta-ağır tüm yüklemelerde kenar gerilmelerinin ortadan kalktığı ve masura uzunluğu boyunca temas gerilmesi dağılımının tekdüze kaldığı belirtilmiştir [38]. İlgili çalışmada, silindirik masuralı rulman için logaritmik bombe profili formülasyonu önerilmiş (bkz. Denklem 2.39 ve 2.40) ve formülasyonda yer alan geometrik parametrelerin tasarım değişkeni olarak seçildiği bir optimizasyon problemi de sunulmuştur. Doğrusal olmayan kısıtlara sahip bu optimizasyon probleminde, gerçek kodlu genetik algoritmalar kullanılmıştır. Lundberg-Palmgren ömür denklemi amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir.



Şekil 2.11: Kumar vd. (2019) tarafından geliştirilen logaritmik profil yaklaşımı [38]

$$h(x) = \frac{4p^2}{E^2 \sum \rho} \bar{h} \ln \frac{1}{1 + e^{-g} - (2x/l)^{2\alpha}} \quad (2.39)$$

$$g = 0.5 - \ln \frac{4p}{lE \sum \rho}, \quad \bar{h} = \frac{h}{h_L}$$

$$h_L = \frac{4p^2}{E^2 \sum \rho} \left( 0.5 - \ln \frac{4p}{lE \sum \rho} \right) \quad (2.40)$$

$$\sum \rho = \frac{2}{D_r}, \quad l = l_e + 2r$$

Optimizasyondaki tasarım değişkenleri şunlardır: dört geometrik tasarım değişkeni (adım çapı, masura çapı, masuranın etkin uzunluğu, masura sayısı), iki logaritmik profil parametresi (Denklem 2.39'daki  $\bar{h}$  ve  $\alpha$ ) ve beş kısıtlama sabiti. Genel olarak, 22 kısıtlama (geometrik kısıtlamalar, rulman standartları, mukavemetle ilgili kısıtlamalar) kullanılmıştır. Amaç fonksiyonu yorulma ömrüdür, Denklem 2.41'de sunulmuştur. Denklem 2.42'de ise amaç fonksiyonundaki parametrelerin formülleri verilmiştir.

$$L = A \left( \frac{1}{\tau} \right)^{c/e} \left( \frac{1}{V} \right)^{1/e} (z_c)^{h/e} \quad (2.41)$$

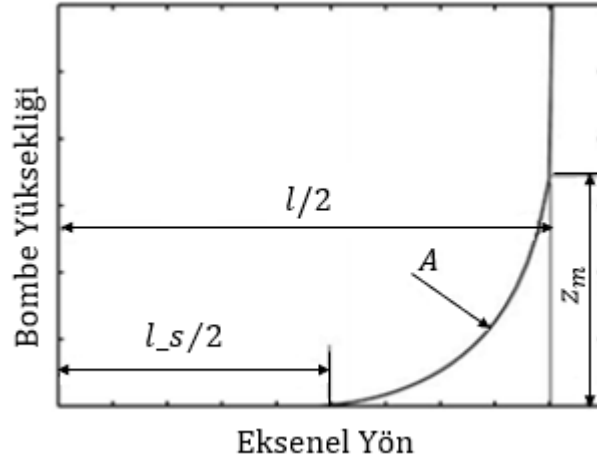
$$V = 0.5 l_e l_L z_c, \quad l_L = \frac{\pi(D_m + D_r)}{Z} \quad (2.42)$$

Burada,  $L$  rulman ömrüdür ve  $A$  malzeme faktörüdür.  $6$ ,  $L$  referans ömrü  $10^6$  devir olarak alınır.  $V$  gerilmeye maruz kalan hacim iken,  $z_c$  Hertz temasında maksimum kritik kayma gerilmesi derinliğidir.  $\tau$  kritik kayma gerilmesi,  $l_e$  masuranın etkin uzunluğu,  $l_L$  gerilmeye maruz kalan hacimdeki dış yuvarlanma yolu uzunluğudur.  $D_m$  rulmanın ortalama çapı,  $D_r$  masura çapı ve  $Z$  masura sayısıdır. Üslerin  $c$  ve  $e$  değerleri Lundberg ve Palmgren tarafından önerildiği gibi seçilir [38].

Fujiwara (2010), optimizasyon ile bulunmuş bir başka logaritmik profil formülasyonu ortaya koymuş, hesaplamalı analizler ve deneyler ile birlikte bu profili diğer bombe profili tipleriyle kıyaslamıştır. Logaritmik profillerin yorulma ömrü açısından daha iyi sonuç verdiğinin gözlemlenebildiği bu çalışmada geliştirilen logaritmik profil formülü Denklem 2.43'te verilmiştir [39].

$$z(y) = -A \left[ 1 - \left[ 1 - \exp \left( -\frac{z_m}{A} \right) \right] \left( \frac{2y - l_s}{l - l_s} \right)^2 \right], \quad \frac{l_s}{2} \leq y \leq \frac{l}{2} \quad (2.43)$$





Şekil 2.12: Fujiwara vd. (2010) tarafından geliştirilen logaritmik profil yaklaşımı [39]

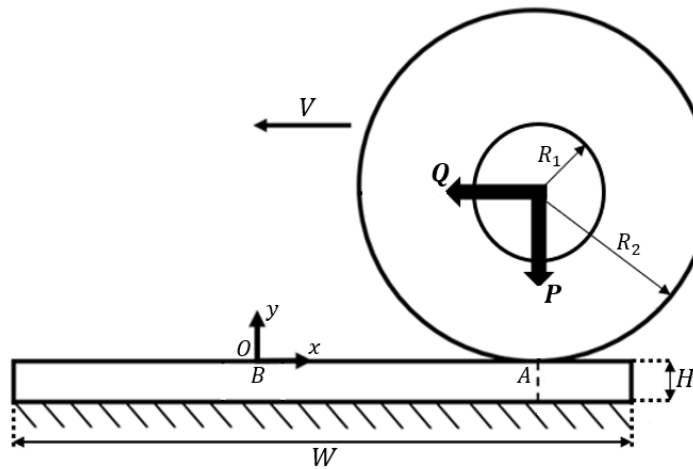
Burada, üç adet tasarım parametresi alınmıştır.  $A$  bombe profilinin eğrisellik derecesini,  $z_m$  etkin temas alanı dışında kalan bombe yüksekliği azalışını,  $l_s$  ise masura merkezinde yer alan düz bölge uzunluğunu göstermektedir.

Rulman çeliği gibi sünek malzemelerde yüzey altı çatlama başlamanın başlaması von Mises teorisini takip ettiğinden, bu çalışmada von Mises maksimum eşdeğer gerilmesinin en aza indirilmesi için bombe profili optimize edilmiştir. Elastik yarı-uzay yaklaşımıyla elde edilen yüzey temas gerilme dağılımına dayalı olarak Love tarafından geliştirilmiş yüzey altı gerilmelerinin sayısal hesaplaması yapılmıştır [40]. Optimizasyon algoritması olarak, Rosenbrock'un doğrudan arama (İng. direct search) yöntemi kullanılmıştır [41]. Bu yaklaşımın özelliği, maksimum von Mises gerilmesini en aza indirirken kenar yüklemelerinin meydana gelmesine izin vermesidir. Böylece, temas merkezinde meydana gelen gerilmeye eşdeğer veya daha düşük kenar gerilmeleri elde edilmiş olur [39].

### 3. YUVARLANMALI TEMASIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE MODELLENMESİ VE ANALİTİK YÖNTEMLER İLE VALİDASYONU

Bu kısımda, yuvarlanmalı temas probleminin sonlu elemanlar yöntemi ile çözülmesi üzerine yapılan çalışmaya yer verilmiştir. Yapılan yuvarlanmalı temas analizlerinde elde edilen temas sonuçları, analitik formülasyon bulguları ile doğrulanmıştır. Uygulanan traksiyon kuvvetlerine bağlı olarak, temas yüzeylerinde oluşan normal yöndeki temas gerilmeleri ve kayma gerilmeleri, sonlu elemanlar analizleri ile tespit edilmiş; bu sonuçlar analitik sonuçlar ile grafiksel ve sayısal olarak karşılaştırılmıştır. Bu başlıkta ele alınan yuvarlanmalı temas probleminin çözümü, bu tezin konusu olan silindirik masuralı rulman problemindeki temas davranışlarının anlaşılabilmesi açısından önem arz etmektedir. Yuvarlanmalı temas probleminde temas davranışları incelenen silindir ve dikdörtgen bölge, silindirik masuralı rulman geometrisindeki masura ve bilezik temasının basitleştirilmiş halini temsil eder.

İlgilenilen sürtülmeli yuvarlanma probleminin şematik bir diyagramı Şekil 3.1’de gösterilmektedir. Problemden ele alınan geometri, dikdörtgen bir temas yüzeyi ve bu yüzeye temas eden bir silindirden oluşmaktadır. Her iki temas yüzeyi deforme olabilir biçimde ayarlanmıştır. Silindir, A noktasından hareketine başlayarak, -x yönündeki  $Q$  kuvveti etkisinde B noktasına kadar ilerlemektedir. Bunun yanı sıra, -y yönünde dikey olarak uygulanan  $P$  kuvveti sayesinde de temas basıncı yaratılmıştır.



Şekil 3.1: Yuvarlanmalı temas problemi temsili diyagramı

Temas tanımının oluşturulmasında Artırılmış Lagrange (İng. Augmented Lagrange) temas formülasyonu kullanılmıştır. Bu formülasyonun seçilmesinde, Artırılmış Lagrange formülasyonunun, temas bölgesindeki süreksizlikleri doğru şekilde tespit edebilmesi ve çözüm süreci boyunca her yinelemede dirençlik matrisini stabilize etme yeteneği belirleyici olmuştur [42]. Yuvarlanmalı temasın modellenmesinde seçilen eleman tipleri 8 düğüm noktalı CONTA174 ve TARGE170'tir [42]. Silindirik temas yüzeyi için TARGE170 ve dikdörtgen temas bölgesi için ise CONTA174 kullanılmıştır. Temas yüzeyleri için yapılan eleman tipi seçiminde, CONTA174 ve TARGE170 eleman tiplerinin, iki yüzey arasındaki temas davranışı için kullanılabilir olması etkili olmuştur. Ek olarak bu eleman tiplerinin, diğer alternatiflere nazaran daha yüksek doğruluk derecesi sunması tercih sebebi olmuştur [42]. Modelde temas yüzeyleri haricindeki diğer bölgelerin tümünde, SOLID185 tipi 8 düğüm noktalı ve 3 serbestlik dereceli elemanlar tercih edilmiştir [43]. Analizler ANSYS/LS-DYNA yazılımı kullanılarak yapılmıştır.

Sonlu elemanlar modelinin tamamında homojen, izotropik ve doğrusal elastik malzeme davranışı tercih edilmiş olup, malzeme tipi olarak ANSYS'teki varsayılan malzemelerden biri olan yapısal çelik kullanılmıştır. Bu malzemeye ait özellikler Çizelge 3.1'de verilmiştir.

Çizelge 3.1: Yuvarlanmalı temas probleminde kullanılan malzeme parametreleri.

Elastisite modülü, $E$	210 GPa
Poisson oranı, $\nu$	0.3
Yoğunluk, $\rho$	7850 kg/m <sup>3</sup>

Çizelge 3.2'de silindirik ve dikdörtgen bölgeye ait boyut parametrelerini göstermektedir. Silindirin dış yarıçapı ( $R_2$ ) 30 mm ve iç yarıçapı ( $R_1$ ) 10 mm, kalınlığı ( $t$ ) ise 1 mm'dir. Dikdörtgen bölge, silindirik ile aynı kalınlığa, 3 mm yüksekliğe ( $H$ ) ve 55 mm genişliğe ( $W$ ) sahiptir.

Çizelge 3.2: Masura ve bilezik boyut parametreleri (mm).

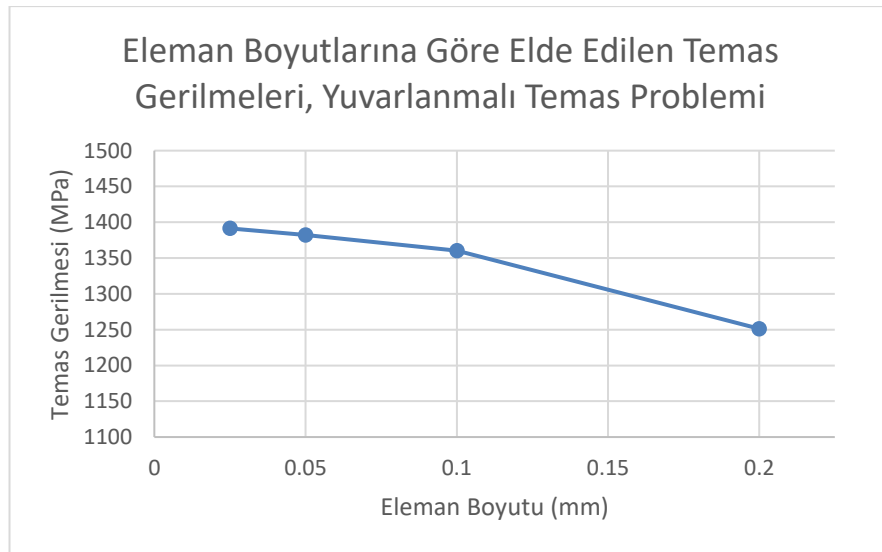
Silindirik iç çapı, $R_1$	10
Silindirik dış çapı, $R_2$	30
Dikdörtgen bölge yüksekliği, $H$	3
Dikdörtgen bölge genişliği, $W$	55
Kalınlık, $t$	1

Dikdörtgen bölge, çözümde hesaplama verimliliği sağlamak için iki gövdeye bölünmüştür. Dikdörtgen bölgenin üst kısmında, yoğun bir çözüm ağı kullanılmıştır. Yüzeydeki elemanların kenar boyutu 0,05 mm'dir. Silindirin temas yüzeyinde ise, eleman kenar boyutu 0,1 mm olarak tercih edilmiştir. Çözüm ağındaki toplam düğüm noktası sayısı 147813 ve toplam eleman sayısı 114254'tür.

Yapılan çözüm ağı duyarlılık analizi ise, Çizelge 3.3'te verilmiştir. Buna göre, temas yüzeyindeki eleman boyutu 0,2 mm'den kademeli olarak 0,025 mm'ye kadar düşürülmüştür. 0,05 mm'lik eleman boyutu kullanıldığında, çözümün yakınsadığı sonucuna varılmıştır. Eleman boyutlarına göre elde edilen maksimum temas gerilmesi değişimi ise Şekil 3.2'de sunulmuştur.

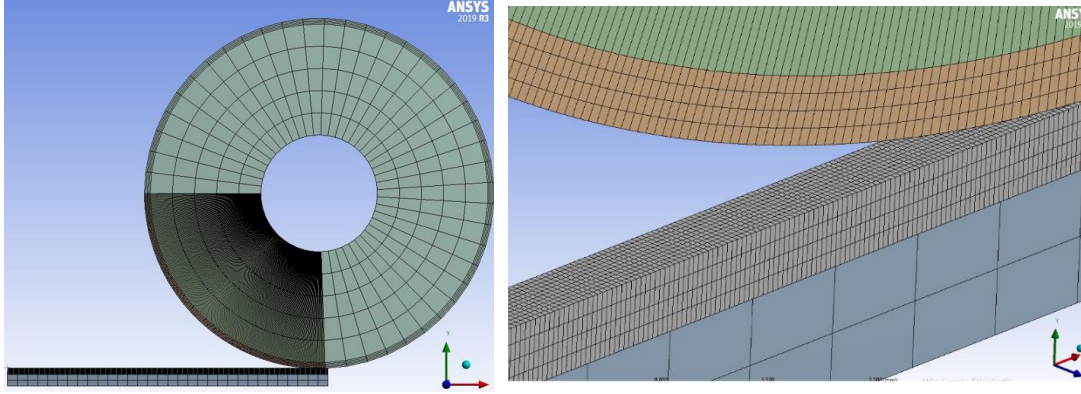
Çizelge 3.3: Eleman boyutlarına göre elde edilen maksimum temas gerilmeleri, yuvarlanmalı temas problemi.

Temas Yüzeyindeki Eleman Boyutu (mm)	Maksimum Temas Gerilmesi (MPa)	Düğüm Noktası Sayısı	Çözüm Süresi	En İyi Sonuca Göre Fark (%)	Bir Sonraki Adıma Göre Fark (%)
0,2	1251	102016	2 sa 10 dk	10,1	8,0
0,1	1360	120812	3 sa 10 dk	2,2	1,6
0,05	1382	147813	4 sa 30 dk	0,7	0,7
0,025	1391	287621	7 sa 30 dk	-	-



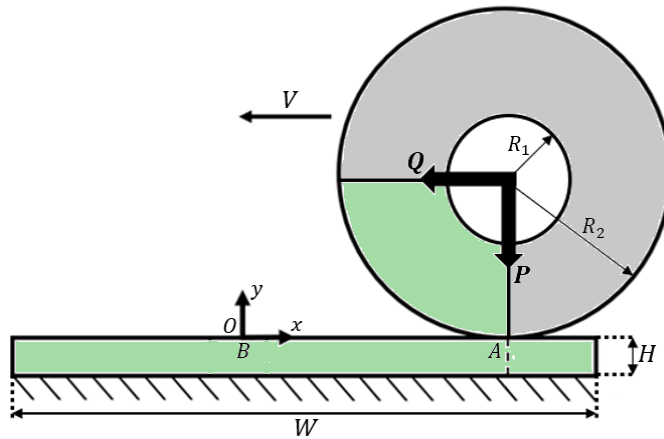
Şekil 3.2: Eleman boyutlarına göre elde edilen maksimum temas gerilmeleri, yuvarlanmalı temas problemi

Silindir, sınır koşullarının uygulanma kolaylığı için ve daha iyi bir çözüm ağı oluşturabilmek adına bölümlere ayrılmıştır. Sözü edilen bölümlendirme ve oluşturulan çözüm ağı Şekil 3.3'te görülmektedir.



Şekil 3.3: Çözüm ağı görüntüsü, a) Önden görünüm, b) İzometrik görünüm

Dikdörtgen bölgenin alt yüzü sabitlenmiş ve alt yüzdeki elemanların tüm serbestlik dereceleri kısıtlanmıştır. Yer değiştirme koşulu ise, Şekil 3.4'te temsili olarak gösterilen sistemde, gri ile renklendirilmiş bölgelerin iç ve dış silindirik yüzeylerine uygulanmıştır. Bu koşul ile, silindirin x, y yönlerindeki hareketi ve z eksenini etrafındaki rotasyonu serbest bırakılmış, diğer serbestlik dereceleri kısıtlanmıştır. ANSYS/LS-DYNA'daki uzaktan yer değiştirme koşulu (İng. remote displacement), tanımlandığı yüzeylerde rijit malzeme davranışına sebep olduğundan, bu koşul temasa dahil olmayan bölgelerde uygulanmıştır. Şekil 3.4'teki yeşil ile renklendirilmiş bölgeler ise deforme olabilir davranışı sahiptir. Böylece temas yüzeylerinde istenen malzeme davranışı sağlanmış olur.



Şekil 3.4: Sınır koşullarının şematik diyagramı

Diğer sınır koşulları ise, silindire uygulanan kuvvetlerdir. Silindir dikey olarak uygulanan ( $P$ ) kuvveti ve yatay olarak uygulanan traksiyon kuvveti ( $Q$ ) etkisinde, A konumundan B konumuna doğru yuvarlanacak şekilde ayarlanmıştır. Dikey kuvvet

( $P$ ) ile traksiyon kuvveti ( $Q$ ) arasındaki ilişki Denklem 3.1’de verilmiştir. Buna göre,  $Q^*$ , silindir üzerinde istenen traksiyon kuvvetinin büyüklüğüne göre 0 ile 1 arasında değişebilen traksiyon katsayısı olarak tanımlanmaktadır.  $Q^* = 0$ , sisteme uygulanmış herhangi bir traksiyon olmadığı anlamına gelir. Bu durum, temas çözümünde tamamen tutma (İng. stick) davranışı olarak açıklanır.  $Q^* = 1$  durumu ise tam kayma (İng. slip) durumuna karşılık gelir. Traksiyon katsayısının sınır değerlerinde olduğu bu durumlar dışında, diğer  $Q^*$  değerleri için temas çözümünde hem kayma hem de tutma davranışı bir arada gözlemlenir.  $Q^* = 0,25, 0,50, 0,75$  ve 1 için yapılan analizler, sabit sürtünme katsayısı,  $\eta = 0,3$  altında yapılmıştır. Burada, Coulomb sürtünme yasası benimsenerek, statik ve kinematik sürtünme katsayıları, silindirin kayma hızından bağımsız olarak eşit alınmıştır. Analizlerde kullanılan yükleme ve sürtünme parametreleri Çizelge 3.4’te verilmiştir.

$$Q^* = Q/(\eta P) \quad (3.1)$$

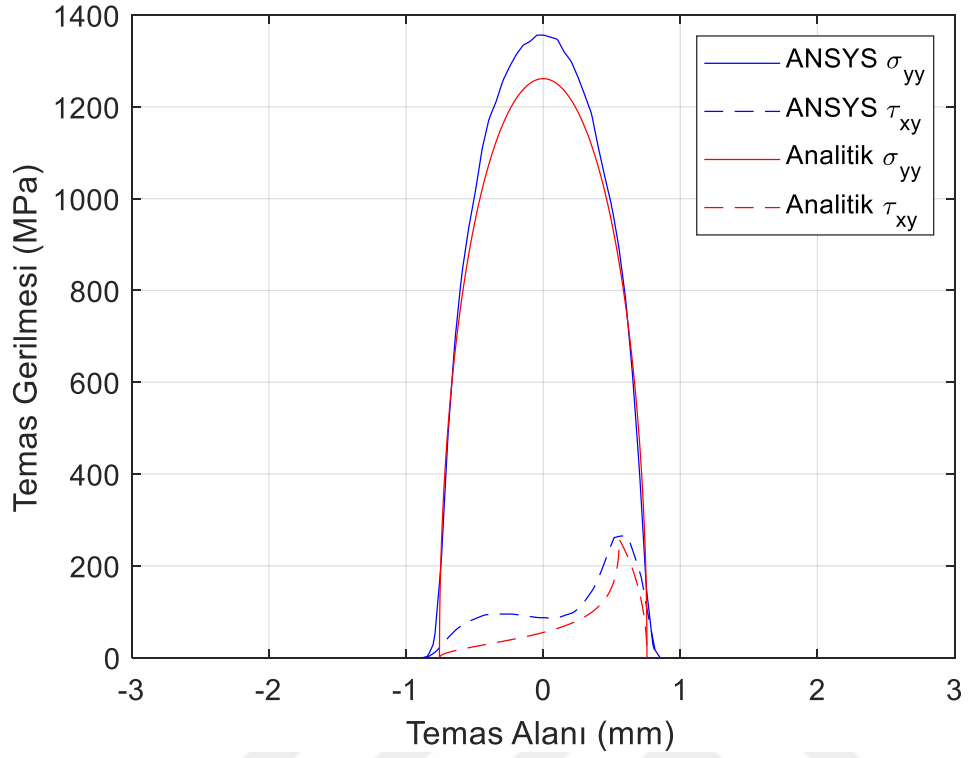
Çizelge 3.4: Yükleme, traksiyon ve sürtünme katsayıları.

Analiz No.	$Q^*$ [N]	$Q$ [N]	$P$ [N]	$\eta$
1	0,25	112,5	1500	0,3
2	0,50	225	1500	0,3
3	0,75	337,5	1500	0,3
4	1	450	1500	0,3

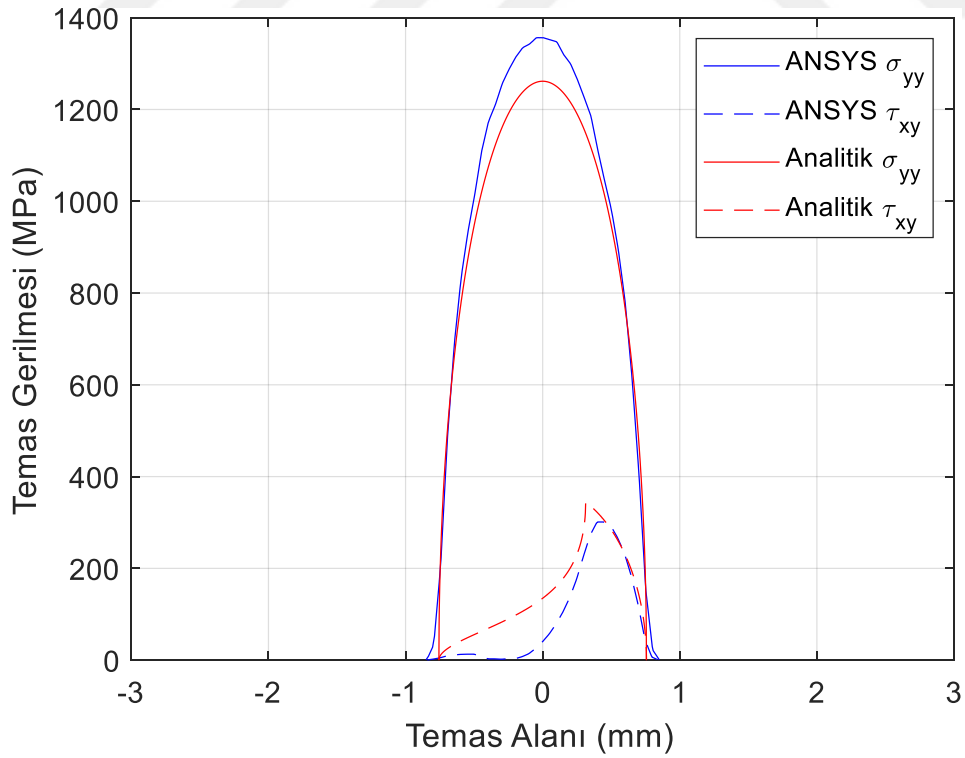
Zamana bağlı yapılan bu analizlerde, analiz bitiş süresinin belirlenmesi önem arz etmektedir. Zira, bu süre olması gerektiğinden daha fazla atandığında, silindir aşırı hızlanmakta ve böylece istenen temas sonuçları yakalanamamaktadır. Olması gerekenden daha düşük süreler uygulandığında ise, temas yüzeyindeki gerilme değerleri beklenen değerlere ulaşamamaktadır. Bu çalışmada, deneme-yanılma süreci neticesinde analiz bitiş süresi  $2,5E-3$  saniye olarak belirlenmiştir. Bu şartlarda, silindir yaklaşık 2000 dev/dk’lık bir hıza ulaşmaktadır.

$Q^* = 0,25, 0,50, 0,75$  ve 1 için yapılan analizlerin sonuçları, Şekil 3.5.a ila Şekil 3.5.d’de gösterilmiştir. Grafiklerde; belirli bir dikey kuvvet ( $P$ ) ve bu kuvvete bağlı olarak değişen bir yatay traksiyon kuvveti ( $Q$ ) şartı altında, temas yüzeyinde oluşan normal gerilme ve kayma gerilmesi sonuçları görselleştirilmiştir. Elde edilen gerilmeler, analitik sonuçlar ile [5] karşılaştırılmıştır. Analitik sonuçlar için sunulan

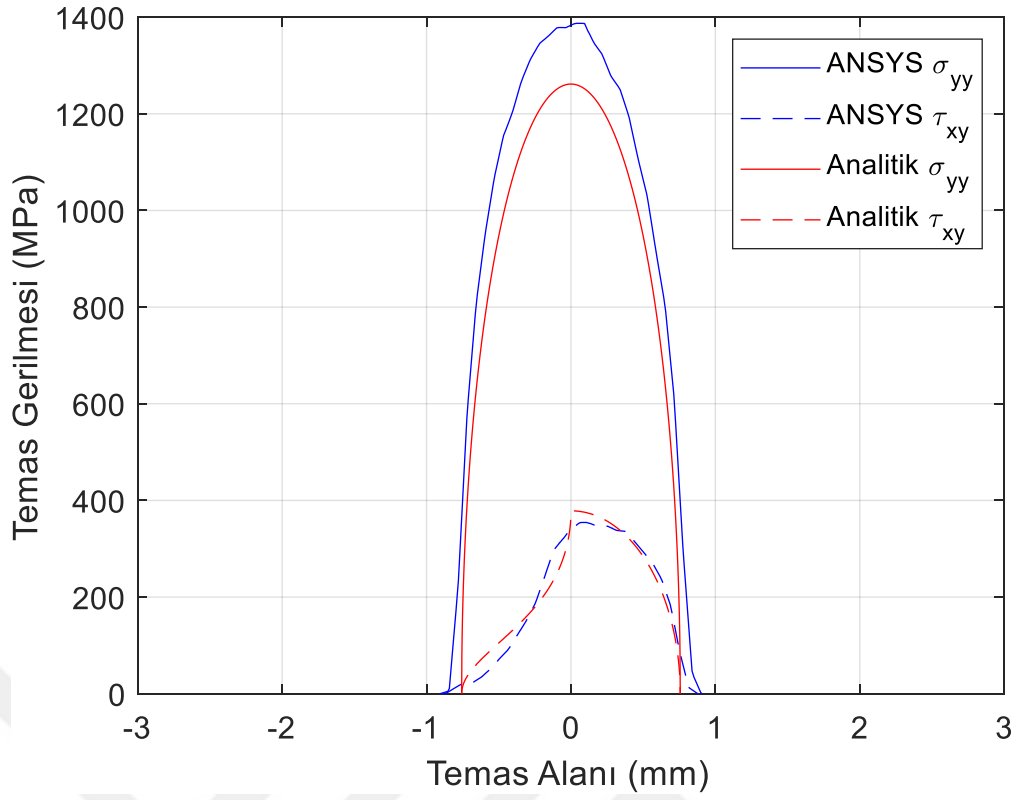
sonuçlar düzlem gerilme koşullarına göre elde edilmiştir. Aynı şekilde, sonlu elemanlar modelinde de düzlem gerilme şartı takip edilmiştir.



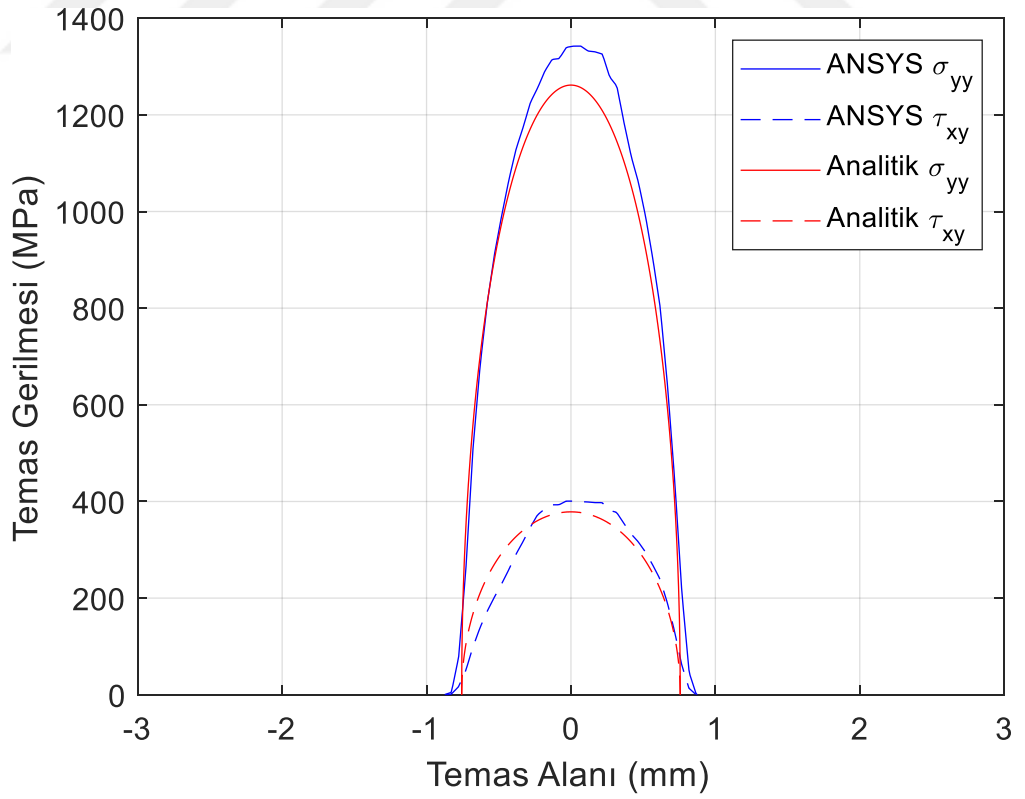
şekil 3.5.a:  $Q^* = 0,25$  için sonlu elemanlar modeli çözümleri - analitik çözüm verileri



şekil 3.5.b:  $Q^* = 0,50$  için sonlu elemanlar modeli çözümleri - analitik çözüm verileri



Şekil 3.5.c:  $Q^* = 0,75$  için sonlu elemanlar modeli çözümleri - analitik çözüm verileri



Şekil 3.5.d:  $Q^* = 1$  için sonlu elemanlar modeli çözümleri - analitik çözüm verileri



Tüm analizlerde, temas bölgesindeki kayma/tutma alanlarının dağılımı, analitik çözüm bulguları ile uyumludur. Traksiyon katsayısı arttıkça, kayma alanının büyüdüğü, tutma alanının ise küçüldüğü gözlemlenmiştir. Analizler neticesinde tespit edilen temas genişlikleri de, tutarlı bir şekilde, analitik bulgular ile yakın değerlere sahiptir. Kayma gerilmesi profillerine bakıldığında,  $Q^* = 0,75$  ve 1 traksiyon katsayılı analizlerde analitik sonuçlar ile analiz sonuçlarının iyi bir biçimde eşleştiği görülmektedir. Bununla beraber,  $Q^* = 0,25$  ve  $Q^* = 0,50$  traksiyon katsayılı analizlerde tutma bölgelerinde iyi bir eşleşme varken, kayma bölgelerinde ise aynı başarı görülmemiştir. Sisteme uygulanan dikey kuvvet tüm analizler için sabit olduğundan, normal gerilmeler (temas basınçları) tüm analizlerde sabittir. Normal yöndeki temas basınçları, analitik yöntemde öngörüldüğü gibi, traksiyon katsayılarının değişiminden etkilenmez.

Çizelge 3.5.a ila 3.5.d, her bir analiz için, sonlu elemanlar sonuçlarının analitik yöntem sonuçlarına göre hata yüzdelerini göstermektedir. Burada, temas genişlikleri, maksimum kayma gerilmesi ( $\tau_{xy}$ ) ve maksimum normal gerilme ( $\sigma_{yy}$ ) değerleri listelenmiştir. Genellikle %10'un altında kalan hata yüzdeleri, analitik sonuçlar ile sonlu elemanlar modeli sonuçlarının birbirleriyle örtüşmekte olduğunu göstermektedir. Hataların en önemli nedenlerinden biri, silindirin yuvarlanması esnasında gerçekleşen salınımıdır. İlgilenilen problemin doğası gereği, herhangi bir sönümleme uygulanmadığından, bu salınımlar giderilememiştir. Hataların oluşumundaki bir diğer etken ise ayrıklaştırmadır. Daha yoğun bir çözüm ağı kullanmak, sonuçların doğruluk derecesini artırmak için tercih edilebilecek yollardan biridir. Ancak, hem çözüm süresinin daha fazla uzamaması için, hem de mevcut hata yüzdelerinin kabul edilebilir oranlarda olması sebebiyle, daha yoğun bir çözüm ağı tercih edilmemiştir.

Çizelge 3.5.a:  $Q^* = 0,25$  için hata oranları.

$Q^* = 0,25$	Analitik	ANSYS	Hata (%)
Temas Genişliği (mm)	1,51	1,61	6,6
Maksimum Gerilme, $\tau_{xy}$ (MPa)	257,8	265,5	3,0
Maksimum Gerilme, $\sigma_{yy}$ (MPa)	1262	1352	7,1

Çizelge 3.5.b:  $Q^* = 0,50$  için hata oranları.

$Q^* = 0,50$	Analitik	ANSYS	Hata (%)
Temas Genişliği (mm)	1,51	1,62	7,3
Maksimum Gerilme, $\tau_{xy}$ (MPa)	344,5	301,1	12,6
Maksimum Gerilme, $\sigma_{yy}$ (MPa)	1262	1356	7,4

Çizelge 3.5.c:  $Q^* = 0,75$  için hata oranları.

$Q^* = 0,75$	Analitik	ANSYS	Hata (%)
Temas Genişliği (mm)	1,51	1,66	9,9
Maksimum Gerilme, $\tau_{xy}$ (MPa)	378,5	344,5	9,0
Maksimum Gerilme, $\sigma_{yy}$ (MPa)	1262	1382	9,5

Çizelge 3.5.d:  $Q^* = 1$  için hata oranları.

$Q^* = 1$	Analitik	ANSYS	Hata (%)
Temas Genişliği (mm)	1,51	1,62	7,3
Maksimum Gerilme, $\tau_{xy}$ (MPa)	378,5	400,7	5,9
Maksimum Gerilme, $\sigma_{yy}$ (MPa)	1262	1341	6,3



#### 4. ENİYİLEME PROBLEMİNİN TANIMLANMASI

Bu çalışmanın temel amacı, Ortadoğu Rulman Sanayi A.Ş.'ye ait NJ309 EP4 tipi silindirik makaralı rulmanın masura bombe profillerinin ve bilezik yuvarlanma yolu yarıçaplarının optimizasyonudur. İlgilenilen problem çok amaçlı bir optimizasyondur. Standart NJ309 EP4 rulmanının sürtünme momentinin %8-10 oranında düşürülmesi hedeflenirken, bu hedefi sağlayan tasarımın yorulma ömrünün maksimum olması amaçlanmaktadır. Mevcut NJ309 EP4 rulmanının bombe profilinin optimizasyonunda kullanılmak üzere iki adet tasarım değişkeni belirlenmiştir: (1) bombe profili Yüksekliği ( $CH$ ), (2) yuvarlanma yolu bombe profili Yarıçapı ( $R$ ). Bu tasarım değişkenlerine ilişkin alt ve üst sınırlar belirlenerek tasarım uzayı oluşturulmuştur. Zira, yapılan sonlu elemanlar analizlerinde bombe yüksekliğinin  $5 \mu m$ 'den düşük ve  $30 \mu m$ 'den büyük değerleri için hem sürtünme momenti sonuçları, hem de Yorulma ömrü sonuçları optimizasyon amaçlarına hizmet etmemektedir. Aynı şekilde, yuvarlanma yolu bombe profilinde  $R=9112,5 \text{ mm}$ 'lik yarıçap değeri, mevcut NJ309 EP4 rulmanının sahip olduğu yarıçap değeridir. Gerek tasarımsal limitler, gerek sonlu elemanlar analizlerinin sonuçları ile üst sınır olarak  $R=25000 \text{ mm}$  yuvarlanma yolu yarıçapı belirlenmiştir. Dolayısıyla optimizasyon problem aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

Bul	$CH, R$
Minimum	$FM, -FL$
Öyle ki	$5 \mu m \leq CH \leq 30 \mu m$
	$9112,5 \text{ mm} \leq R \leq 25000 \text{ mm}$

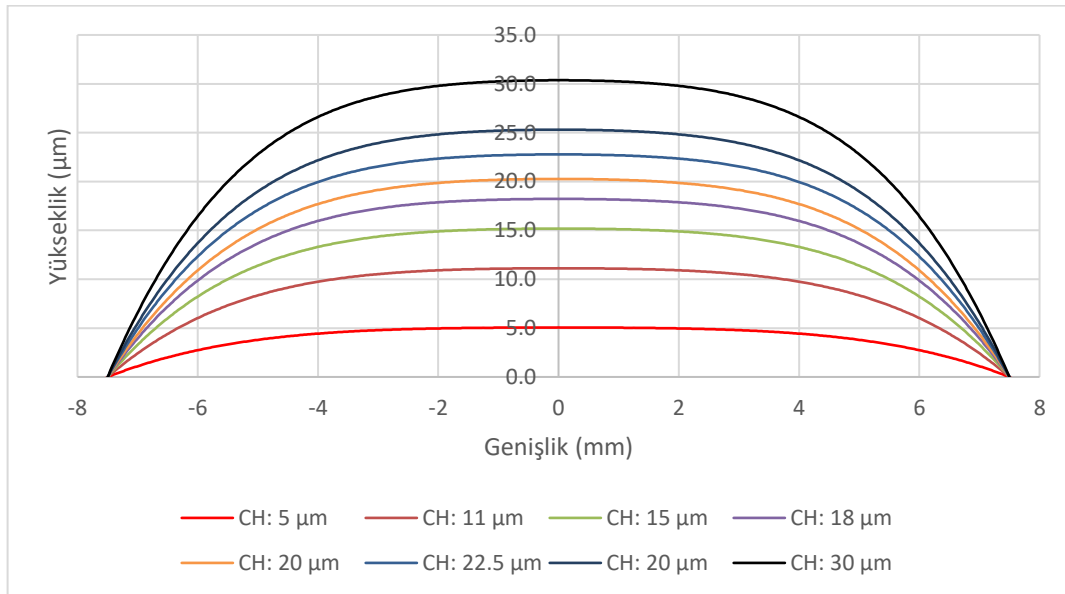
Bu tasarım değişkenlerinin farklı kombinasyonları için sonlu elemanlar modelleri oluşturulmuştur. Oluşturulan sonlu elemanlar modelleri ile yorulma ömrü ve sürtünme momenti hesaplamaları yapılmıştır. Bu çalışma 5. ve 6. Bölümde ifade edilmektedir. Tasarım değişkenleri olarak belirlenen masura bombe yüksekliği ve yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapı, mevcut NJ309 EP4 rulmanındaki masura profili ve bileziklerdeki yuvarlanma yolu profili temel alınarak oluşturulmuştur. Masura profili

üzerindeki eğime ait belirli noktalar belirlenmiş, bu noktaların yükseklikleri orantılı biçimde değiştirilerek yeni masura profilleri elde edilmiştir. Elde edilen noktalar Çizelge 4.1’de verilmiştir.

Çizelge 4.1: Masura bombe profili tasarımlarında kullanılan noktalar.

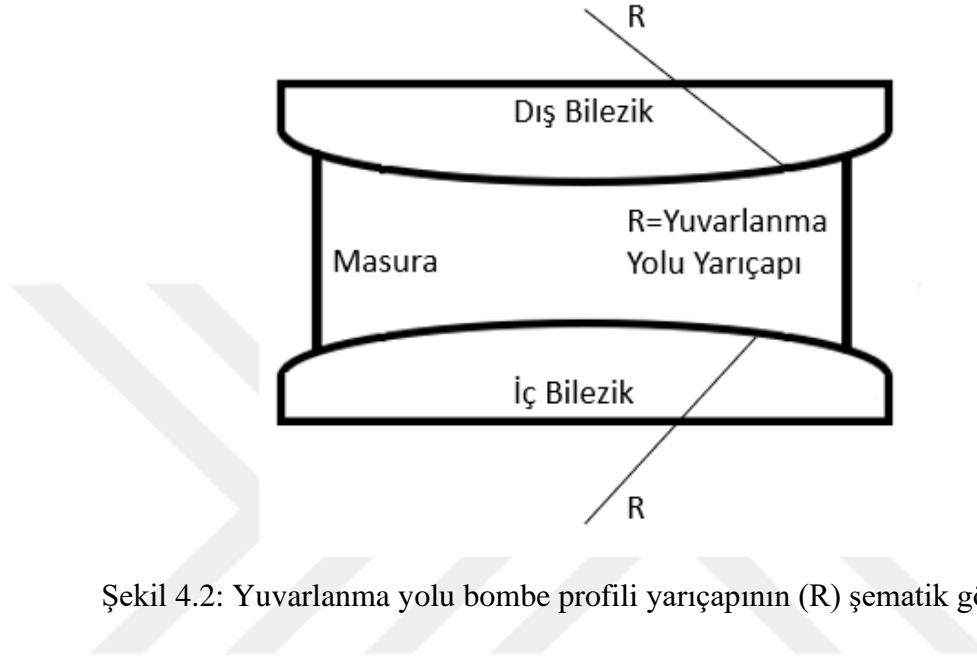
Genişlik (mm)	Bombe Yüksekliği ( $\mu\text{m}$ )							
	5 $\mu\text{m}$	11 $\mu\text{m}$	15 $\mu\text{m}$	18 $\mu\text{m}$	20 $\mu\text{m}$	22,5 $\mu\text{m}$	25 $\mu\text{m}$	30 $\mu\text{m}$
-7,50	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
-6,00	2,543	5,590	7,630	9,156	10,170	11,444	12,716	15,259
-5,25	3,749	8,240	11,247	13,496	14,855	16,870	18,744	22,493
-3,50	4,659	10,240	13,976	16,772	18,640	20,965	23,294	27,953
0,00	5,000	10,990	15,000	18,000	20,000	22,500	25,000	30,000
3,50	4,659	10,240	13,976	16,772	18,640	20,965	23,294	27,953
5,25	3,749	8,240	11,247	13,496	14,855	16,870	18,744	22,493
6,00	2,543	5,590	7,630	9,156	10,170	11,444	12,716	15,259
7,50	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Çizelge 4.1’de sunulan noktalar kullanılarak 4. dereceden polinomsal profiller oluşturulmuştur. Elde edilen ve sonlu elemanlar analizlerinde kullanılan masura profillerine ait görsel Şekil 4.1’de verilmiştir. NJ309 EP4 masuralarının orijinal bombe yüksekliği 11  $\mu\text{m}$  olup, Şekil 4.1’de yer alan diğer profiller ile birlikte gösterilmektedir. Benzer biçimdeki diğer profillerin yükseklikleri 5 – 30  $\mu\text{m}$  arasında değişmektedir.



Şekil 4.1: Sonlu elemanlar analizlerinde kullanılan masura profilleri

Bir diğerk tasarım değişkeni, yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapı ise (bkz. Şekil 4.2), masura profillerindeki gibi değişken eğimli değil, *full crown* adı verilen eğriselliğin tek bir değişkene tabi olduğu yapıdadır. Mevcut NJ309 EP4 rulmanı bileziklerinde yuvarlanma yolu yarıçapı  $R=9112,5$  mm'dir. Mevcut değer ile birlikte,  $R=12500, 15000, 17500, 20000, 22500$  ve  $25000$  mm olmak üzere çeşitli bombe profili yarıçapı değerleri ile çalışmalar yapılmıştır.



Şekil 4.2: Yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapının (R) Şematik gösterimi

İlgili optimizasyon probleminin çözümünde, sonlu elemanlar analizi verileri kullanılarak vekil model oluşturulmuştur. Vekil model kullanılarak tasarım değişkenleri ve amaç fonksiyonu arasında matematiksel ilişki kurulmuş, daha az sayıda simülasyonla eniyileme problemini çözme imkânı elde edilmiştir. Kriging yöntemi ile yapılan eniyileme çalışmasında genetik algoritma kullanılmıştır. Bu süreç sonunda elde edilen sonuçlar ve optimum tasarımlar 7. bölümde sunulmuştur.



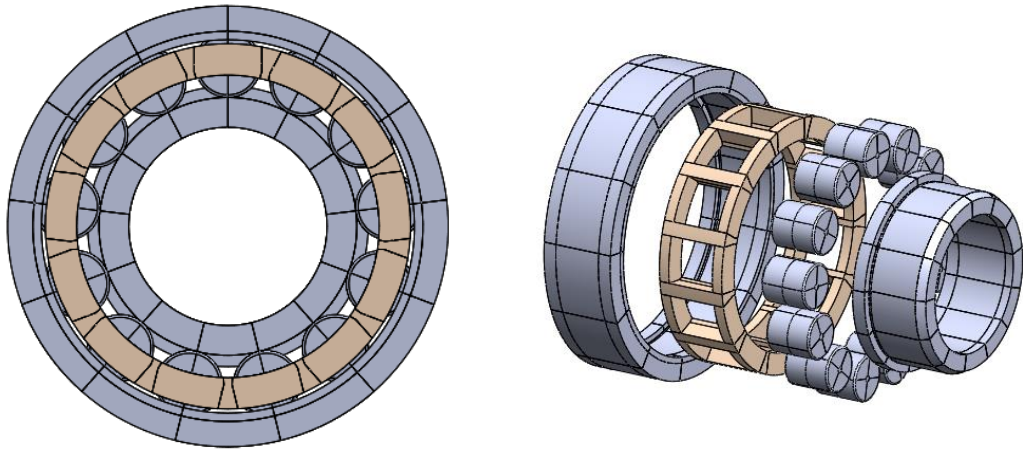
## 5. SONLU ELEMANLAR MODELLERİ

### 5.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Yorulma Ömrü Tahmini

Bu bölümde, silindirik makaralı rulmanların yorulma ömürlerinin tespiti için geliştirilen sonlu elemanlar modellerinin aşamaları sunulmuştur. ANSYS yazılımı kullanılarak geliştirilen bu modellere ilişkin bu anlatıda; incelenen rulmana ait geometri, kullanılan malzeme, seçilen eleman tipleri, çözüm ağı yakınsama çalışması ve sınır koşullarına yer verilmiştir. NJ309 EP4 rulmanının geometrik ölçüleri Çizelge 5.1’de, rulmana ait CAD çizimleri Şekil 2.3’te verilmiştir.

Çizelge 5.1: NJ309 EP4 Geometrik Ölçüler.

Rulman iç çapı (mm)	45
Rulman dış çapı (mm)	100
Rulman genişliği (mm)	25
Masura sayısı	13
Masura çapı (mm)	15
Ortalama çap (mm)	73,5
Masura uzunluğu (mm)	16

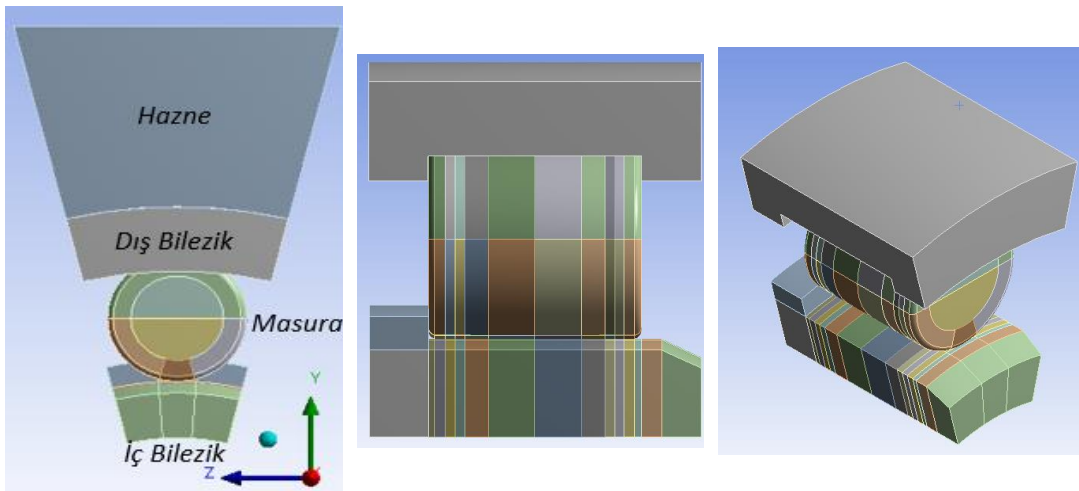


Şekil 5.1: NJ309 EP4 CAD çizimleri, a) Ön görünüm, b) De-monte görünüm



Sonlu elemanlar modelinde, ele alınan rulmanın malzeme özellikleri kullanılmıştır. Rulman çeliği olarak da bilinen 100Cr6 malzemesine uygun olarak, modeldeki tüm elemanlarda elastisite modülü  $E=200$  GPa, Poisson oranı  $\nu=0,3$  olarak alınmıştır [44]. Bununla birlikte, modelde kullanılan tüm elemanlar homojen, izotropik ve lineer elastik olarak tanımlanmıştır.

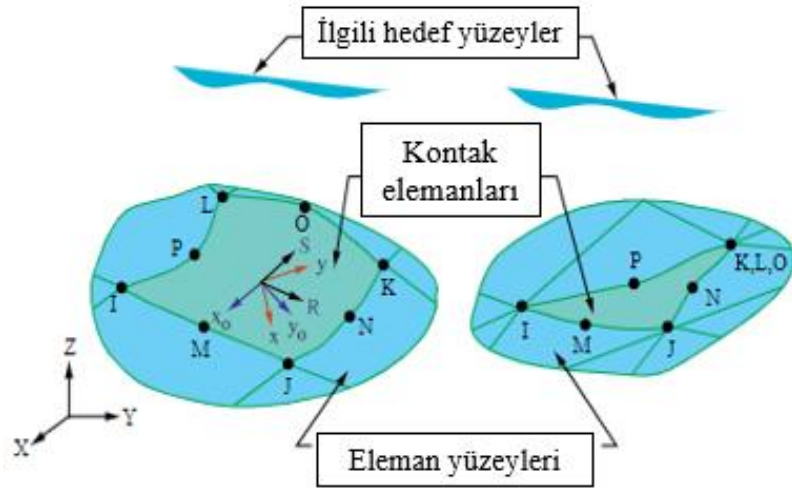
Yorulma ömrü tahmininde, analiz neticesinde elde edilen gerilmelerin doğruluğundan emin olabilmek için, çözüm ağ yapısının sıklaştırılması gerekmektedir. Hesaplama maliyeti ve çözüm süreleri de göz önünde bulundurularak, yeterli sıklıkta bir çözüm ağ yapısı kullanabilmek amacıyla, rulmanın bütünü yerine bir kısmının analizinin yapılması hedeflenmiştir. Rulmanın çalışması esnasında, azami yüke maruz kalan masura ve bu masuranın temas ettiği bilezik yüzeyleri, rulman ömrünün tespiti konusunda belirleyici olacaktır. Zira, söz konusu bölgede oluşacak temas gerilmeleri diğer bölgelerden daha yüksek olacak ve en fazla hasar bu bölgede meydana gelecektir. Bu düşünceden hareketle, rulmanın 1/13'lük dilimi gerilme analizine tabi tutulmuştur. Geometrinin bu şekilde bölümlendirilmesine ilişkin görseller Şekil 5.2'de sunulmuştur. Şekil 5.2.a'da, modelin önden görünümü test mekanizmasına ait hazne ile verilmiştir. Test koşullarında rulmana uygulanacak kuvvet, rulman dış bileziğini çevreleyen bir hazne yardımıyla verilir. Bu sebeple, sektörel modellemede haznenin de bölümlendirilmesi yapılmıştır. Şekil 5.2.b ve Şekil 5.2.c'de görülen yandan ve izometrik görünümlerden de anlaşılacağı üzere, özellikle masura ve iç bilezikte daha detaylı bölümlendirmeler de yapılmıştır. Bunun sebebi, tüm modelde çözüm ağ yapısını daha iyi oluşturabilmek ve temasın gerçekleşeceği bölgedeki ağ yapısını sıklaştırarak çözümün doğruluğunu artırmaktır.



Şekil 5.2: Sonlu elemanlar modelinin 1/13'lük sektörel modellemesi, a) Önden görünüm, b) Yandan görünüm, c) İzometrik görünüm

NJ309 EP4 rulmanı, test şartları gereği 31 kN'luk bir kuvvete maruz bırakılmaktadır. Test şartları ve sonlu elemanlar modeli arasında doğru bir ilişki kurabilmek adına, test esnasında azami yüke maruz kalan masura üzerindeki radyal kuvvet ve sonlu elemanlar modelinde sınır koşulu olarak uygulanacak kuvvet birbirinin aynı olmalıdır. Masura üzerine düşen radyal kuvveti belirleyebilmek için MESYS yazılımından faydalanılmıştır. MESYS yazılımı marifetiyle belirlenmiş olan, masuralara uygulanan kuvvetler Çizelge 5.2'te listelenmiştir. Çizelge 2.3'te görüldüğü üzere, maksimum kuvvet altındaki masuranın 12,049,5 N'luk bir radyal kuvvete maruz kaldığı belirlenmiştir. Belirlenen bu kuvvet değeri, sektörel modellemede rulman sektörü üzerine uygulanacak kuvvet olacaktır.

Temas gerilmelerinin tespiti amacıyla oluşturulan bu sonlu elemanlar modelinde, temas formülasyonu olarak Arttırılmış Lagrange tercih edilmiştir. Bu formülasyonun temas bölgesindeki süreksizlikleri doğru tespit edebilmesi ve çözüm süreci boyunca her yinelemede direngenlik matrisini stabilize edebilmesi, bu seçimde etkili olmuştur [42]. Temas yüzeyleri için seçilen eleman tipleri 8 düğüm noktalı CONTA174 ve TARGE170 seçilmiştir (bkz. Şekil 5.3 ve 5.4). Bilezik temas yüzeyleri için TARGE170 tercih edilirken, masuraya ait temas yüzeyleri için CONTA174 elemanları tercih edilmiştir. Bu eleman tipleri, ANSYS'te 3 boyutlu teması destekleyen, deforme olabilen elastik yüzeylerde kullanılır [42].



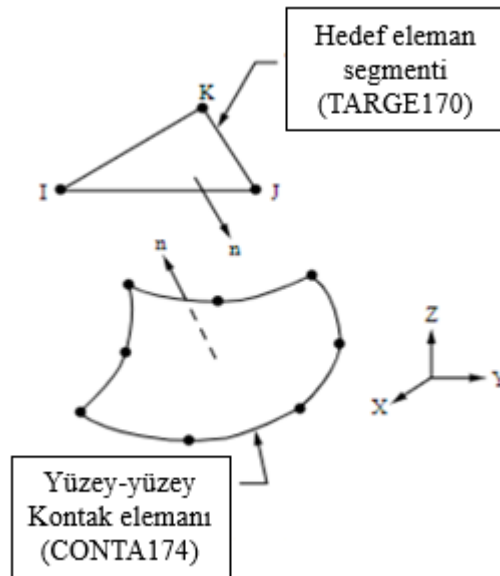
Şekil 5.3: ANSYS CONTA174 elemanı [42]

Çizelge 5.2: Masuralara uygulanan kuvvetler.

Masura	$\Psi$ [°]	$F_a$ [N]	$F_r$ [N]	$M$ [Nm]
1	0	0	0	0
2	27,6	0	-257,7	7e-16
3	55,3	4,4e-14	-6510,6	8,8e-15
4	83,0	-2,4e-14	12049,5	5,5e-15
5	110,7	-5,2e-14	-9743,0	1,3e-14
6	138,4	2,4e-14	-2439,0	5,4e-15
7	166,1	0	0	0
8	193,8	0	0	0
9	221,5	0	0	0
10	249,2	0	0	0
11	276,9	0	0	0
12	304,6	0	0	0
13	332,3	0	0	0

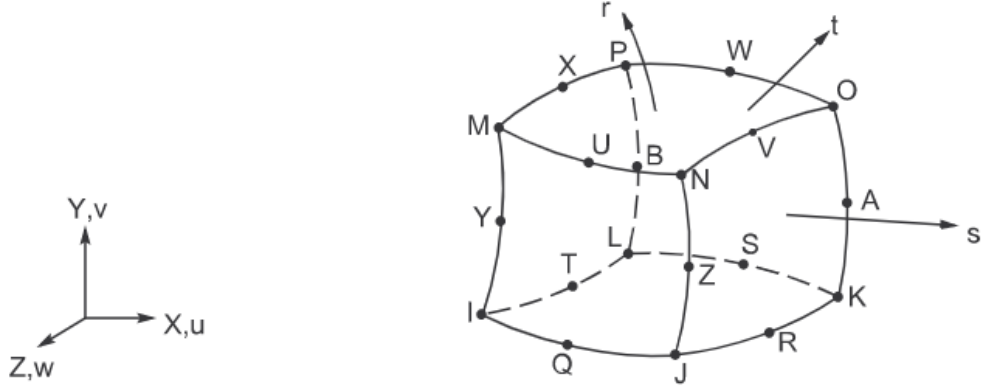
Burada,

- $\Psi$  : Masura pozisyonu  
 $F_a$  : Eksenel kuvvet  
 $F_r$  : Radyal kuvvet (-y yönü)  
 $M$  : İç bilezik üzerindeki moment.



Şekil 5.4: ANSYS TARGE170 elemanı [42]

Sonlu elemanlar modeli sisteminin genelinde kullanılan diğer eleman tipi ise 20 düğüm noktalı, 3 serbestlik dereceli SOLID186 elemanıdır (bkz. Şekil 5.5). Temas yüzeyleri dışında, sistemdeki tüm gövdeler bu eleman tipi ile örülü vaziyettedir.



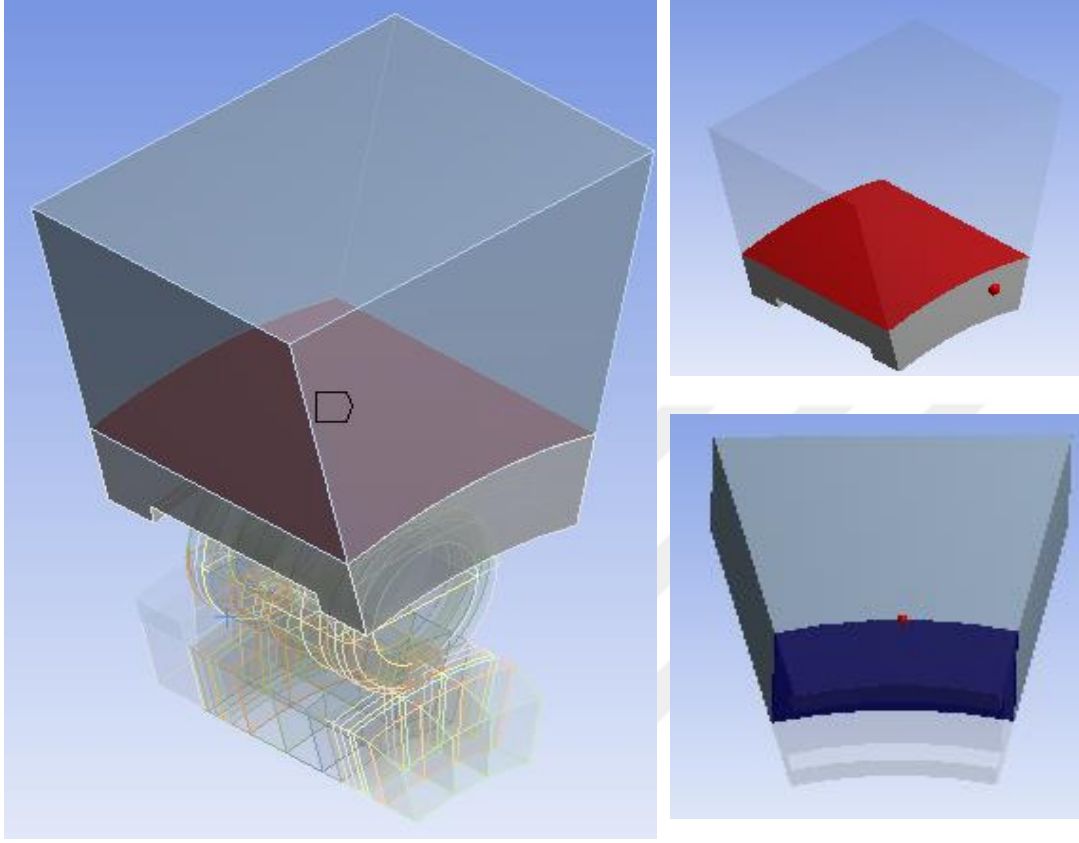
Şekil 5.5: ANSYS SOLID186 elemanı [42]

Temas problemi incelenirken, problemin fiziksel davranışını modele yansıtabilmek amacıyla çeşitli temas ve bağlantı tanımları yapılmıştır. Yorulma ömrü tahmini için gerçekleştirilen bu modelde 3 adet temas tanımı yapılmıştır. Bunlardan ilki, söz konusu radyal kuvvetin uygulandığı hazne ve haznenin bağlantılı olduğu dış bilezik arasındadır. Testlerdeki montaj usulü de dikkate alınarak, hazne ve dış bileziğe tıpkı sıkı geçme bir bağlantı gibi davranılmış ve haznenin iç yüzeyi ve dış bileziğin dış yüzeyi arasında yapışık (İng. bonded) bir temas tanımlanmıştır (bkz. Şekil 5.6). Böylelikle, hazne ve dış bileziğin birbirinden bağımsız hareketi engellenmiştir.

Bunun yanı sıra, masura ve bilezik yüzeyleri arasında sürtünmeli temaslar tanımlanmıştır. Bunlardan ilki, masuranın iç bilezikle temasını; diğeri ise dış bilezikle temasını içermektedir (bkz. Şekil 5.7). Burada, kırmızı ile gösterilen yüzeyler, bahsi geçen CONTA174 elemanlarından, mavi ile gösterilen yüzeyler ise TARGE170 elemanlarından örülmüştür. Masura ve dış bilezik arasında tanımlanan sürtünmeli temasa ait görseller ise Şekil 5.8'de verilmiştir. Sürtünmeli temaslarda kullanılan sürtünme katsayısı  $\mu=0,1$  olarak alınmıştır.

Temas tanımlamalarının ardından, problem geometrisindeki gövdelerin hareket tanımlamalarını yapabilmek amacıyla, bu gövdelere belirli bağlantılar atanmıştır. İlk olarak, dış bileziğe, yalnızca dikey yönde harekete izin veren bir doğrusal bağlantı

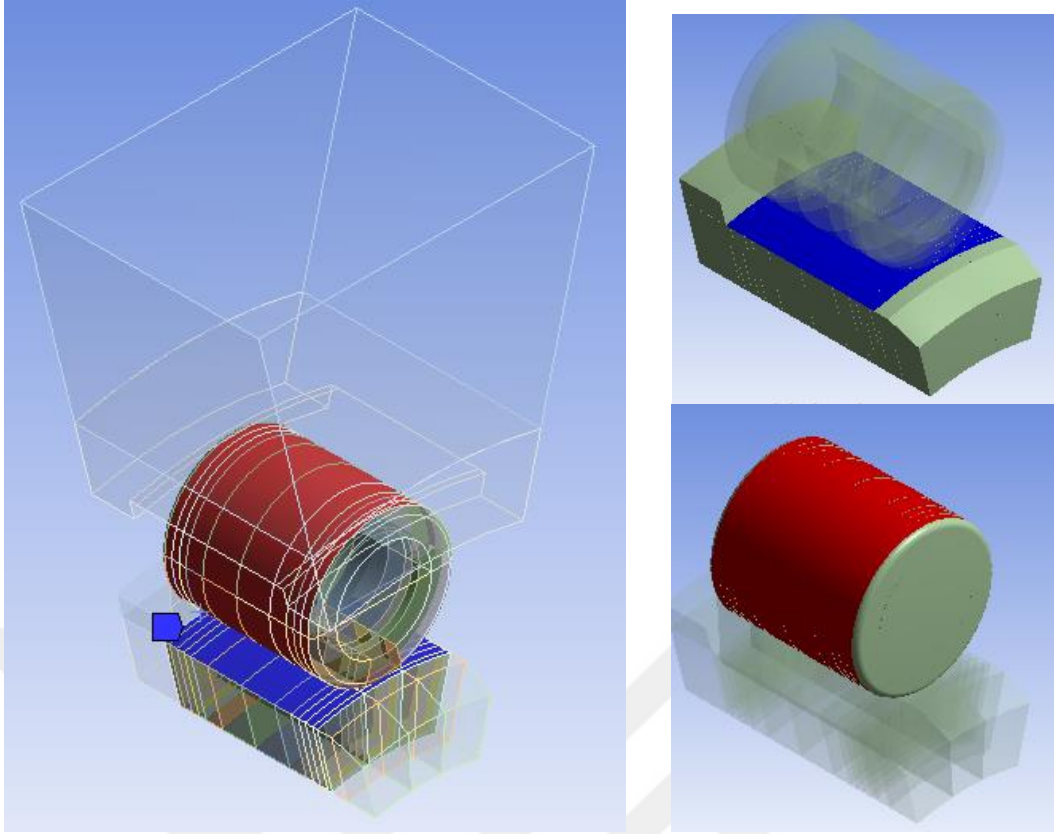
atanmıştır. Dış bileziğin dış yüzeyine atanan bu bağlantı, Şekil 5.9’da gösterilen bir referans koordinat sistemi ile kontrol edilmektedir ve -y yönündeki hareket dışındaki tüm serbestlik dereceleri kısıtlanmıştır.



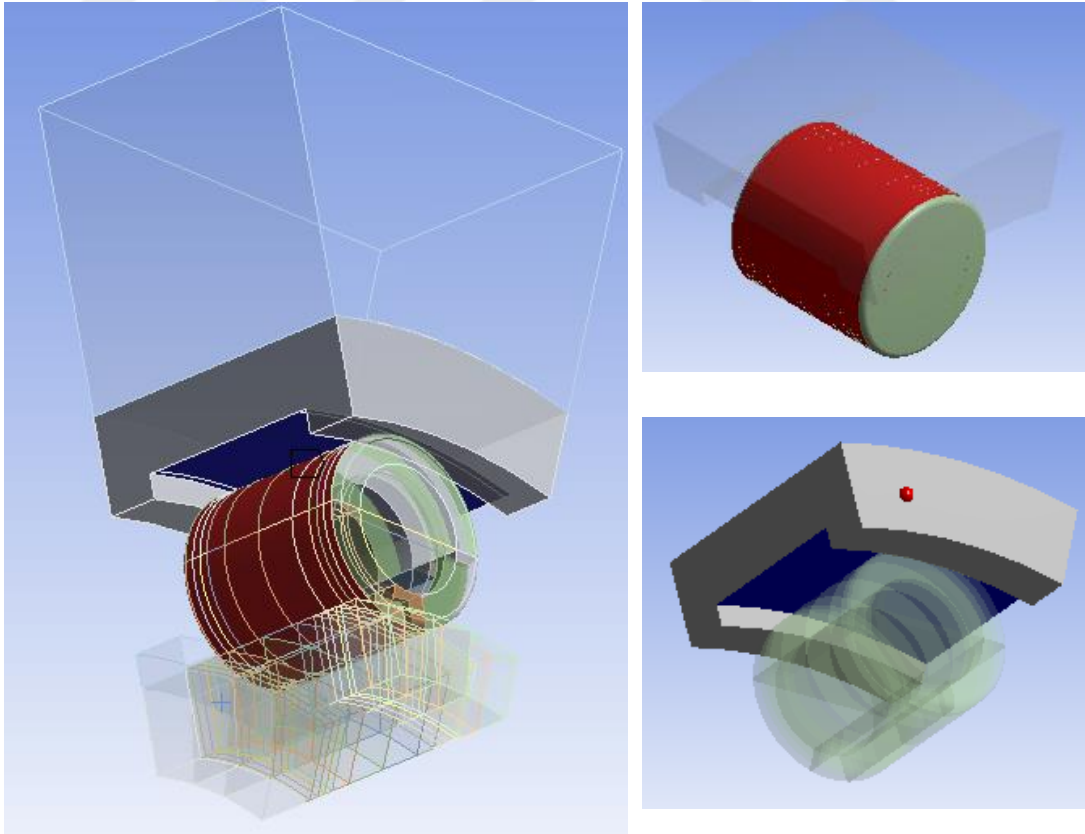
Şekil 5.6: Hazne ve dış bilezik arasındaki temas bölgeleri

İç bileziğe ise, rulmanın dönüş eksenini etrafında rotasyonu sağlayabilmek için, bir döner bağlantı (İng. revolute joint) atanmıştır. Şekil 5.10’da gösterilen bu bağlantı, iç bileziğin referans koordinat sistemine göre, -z eksenini etrafında rotasyon hareketi yapmasına izin vermekte ve diğer serbestlik derecelerini kısıtlamaktadır.

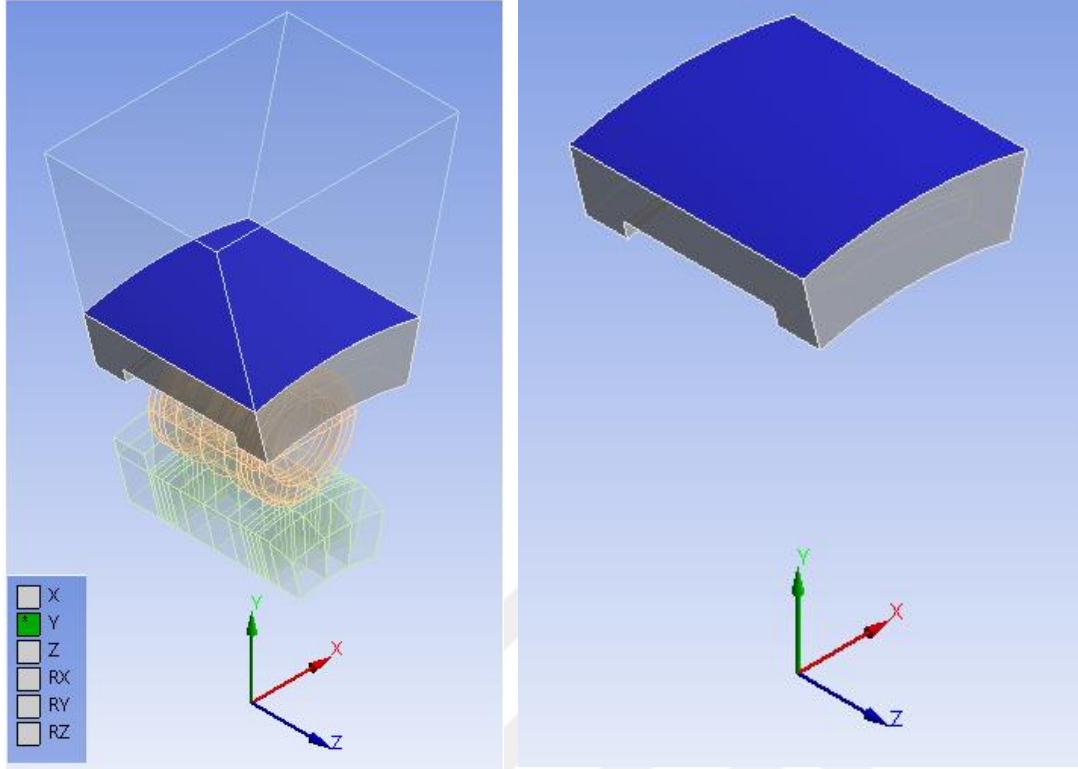
Tanımlanan bir diğer bağlantı ise, masuraya atanan düzlemsel bağlantıdır (İng. planar joint). Şekil 5.11’de görüntüsü sunulan bu bağlantı sayesinde masura; yuvarlanmalı temasın bir gereği olarak, kendi dönme eksenini etrafında rotasyon yapabilir durumda iken, düşeyde ve yatayda mesafe kat edebilecek şekilde ayarlanmıştır. Diğer serbestlik dereceleri ise kısıtlanmıştır.



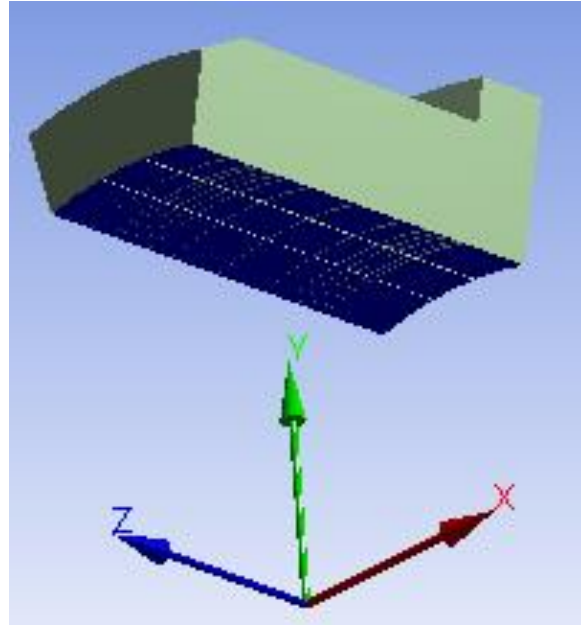
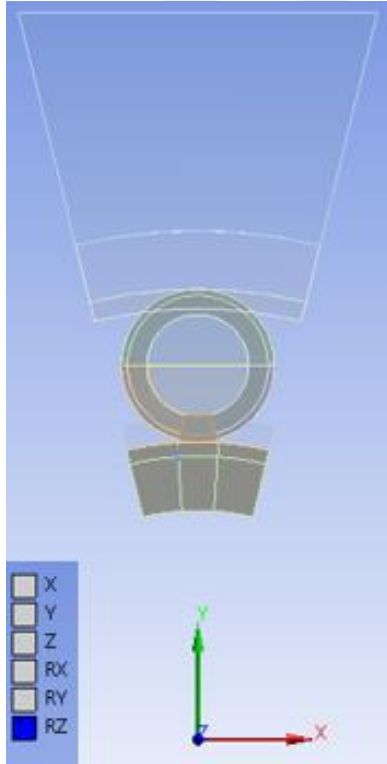
Şekil 5.7: Masura ve iç bilezik arasındaki sürtünmeli temas bölgeleri



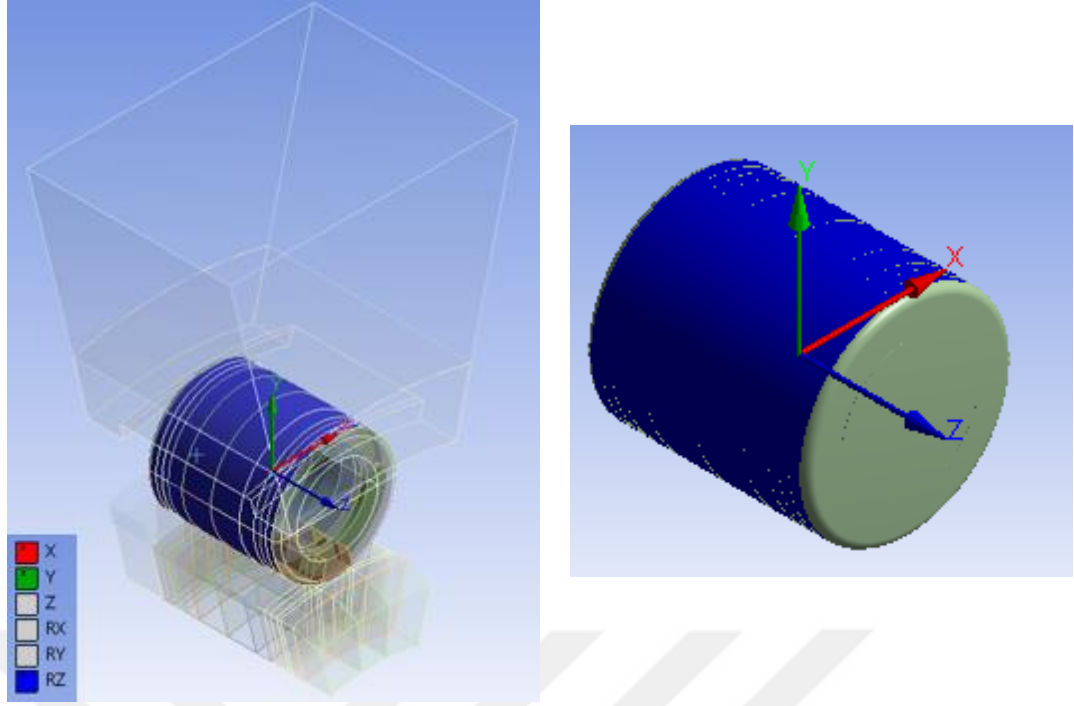
Şekil 5.8: Masura ve dış bilezik arasındaki sürtünmeli temas bölgeleri



Şekil 5.9: Dış bileziğe atanmış bağlantı



Şekil 5.10: İç bileziğe atanmış bağlantı

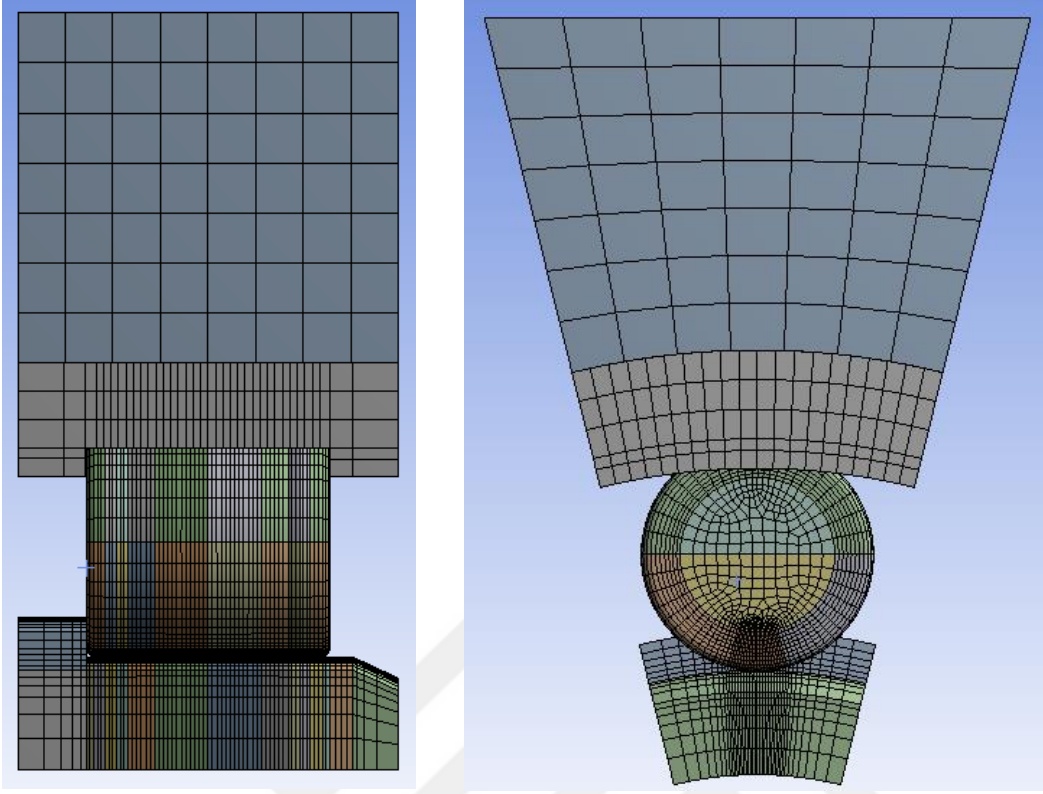


Şekil 5.11: Masuraya atanmış bağlantı

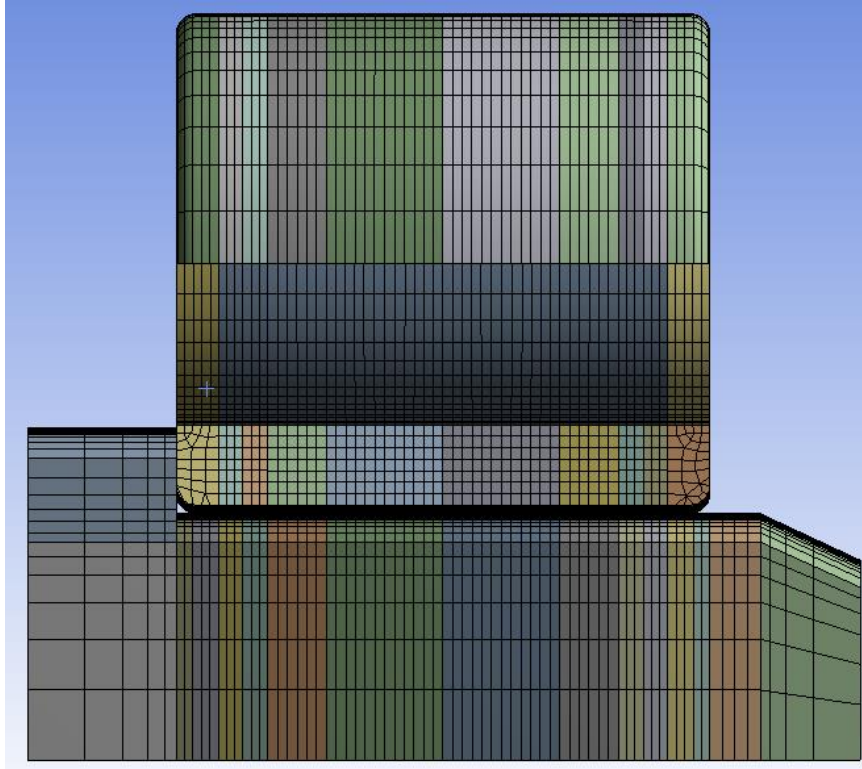
Temas gerilmelerinin doğru şekilde tespit edilebilmesinde çözüm ağ yapısının yeterli sıklıkta oluşturulması ve çözüm ağında yer alan elemanların düzgün bir şekilde yerleştirilebilmesi büyük önem taşımaktadır. Burada, elemanların boyutları, en-boy oranları ve iç açıları dikkat edilecek hususlardır. Yorulma ömrü tahmini için oluşturulan sonlu elemanlar modelinde, bu durumlar dikkate alınarak çözüm ağı oluşturulmuştur. Model geometrisindeki gövdelerin bölümlendirilmesi sayesinde, modelin farklı bölümlerine farklı sıklıklarda ayırıştırma yapılabilmektedir. Temas bölgelerinde daha sık, diğer bölgelerde ise daha seyrek ağ yapısı tercih edilmiş, böylece temas bölgesinde sık ağ kullanılırken çözüm süresinin aşırı artışı önlenmiştir. Şekil 5.12’de model için oluşturulan ağ yapısı görülebilmektedir.

Şekil 5.13’te masura iç bölümü ve iç bileziğe ait ağ görüntüsü gösterilmiştir. Buradan görülebileceği üzere, altıgensel (İng. hexagonal) elemanlar tercih edilmiş ve bu elemanların boyutları temas alanına yaklaştıkça küçülmektedir. Bununla bağlantılı olarak, temas alanındaki elemanlarda en-boy oranları 1:1’e yaklaşırken, temas alanından uzaklaştıkça bu oran artmaktadır. Çözüm ağ yapısındaki bir diğer önemli nokta ise, temas yüzeylerindeki düğüm noktalarının birbirleri ile eşleşmesidir. Masura ve bilezik yüzeyleri üzerindeki düğüm noktalarının eşleşmesi doğru ve yakınsak çözüm yapabilme açısından önem taşımaktadır. Modelde bu durum sağlanmıştır.





Şekil 5.12: Yorulma ömrü modelinde oluşturulan çözüm ağ yapısı, a) Yandan görünüm, b) Ön görünüm

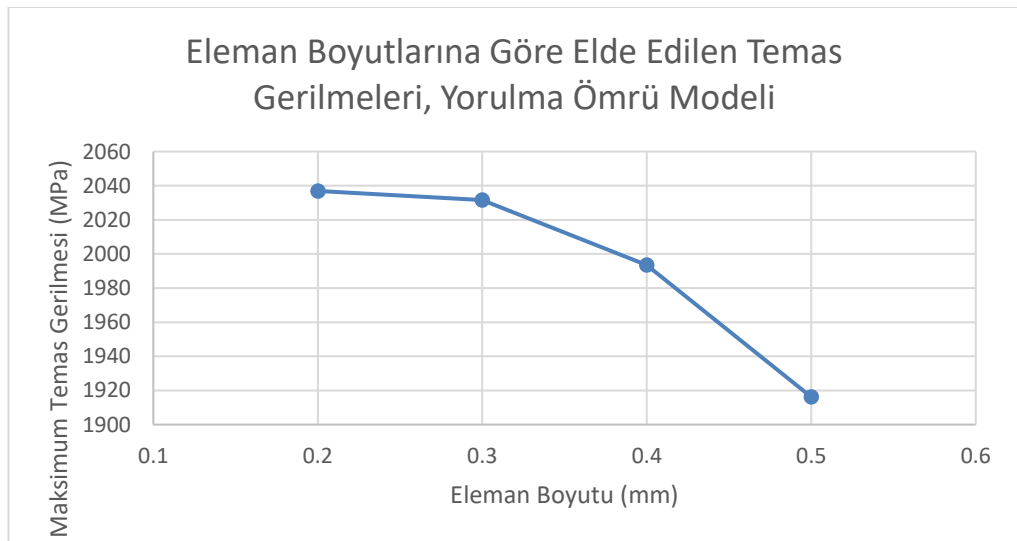


Şekil 5.13: Yorulma ömrü modelinde oluşturulan çözüm ağ yapısı, masura iç görüntüsü ve iç bilezik

Temas yüzeyindeki elemanların boyutu aşamalı biçimde küçültülerek, 0,3 mm olarak ayarlanmıştır. Çözüm ağının eleman boyutuna bağlı duyarlılığını ifade edebilmek için, eleman boyutu ve tespit edilen maksimum temas gerilmesi arasındaki ilişki Çizelge 5.3'te verilmiştir. Eleman boyutlarının değişimine bağlı olarak, elde edilen maksimum temas gerilmelerindeki değişim izlenerek 0,3 mm'lik eleman boyutunun analizlerde kullanılmasına karar verilmiştir. Zira, 0,2 mm'lik eleman boyutu kullanıldığında, çözüm süresindeki artışa rağmen, temas gerilmesi değişimi %1'in altına inmiştir. Kullanılan eleman boyutlarına göre maksimum temas gerilmesinin değişim grafiği ise Şekil 5.14'te verilmiştir.

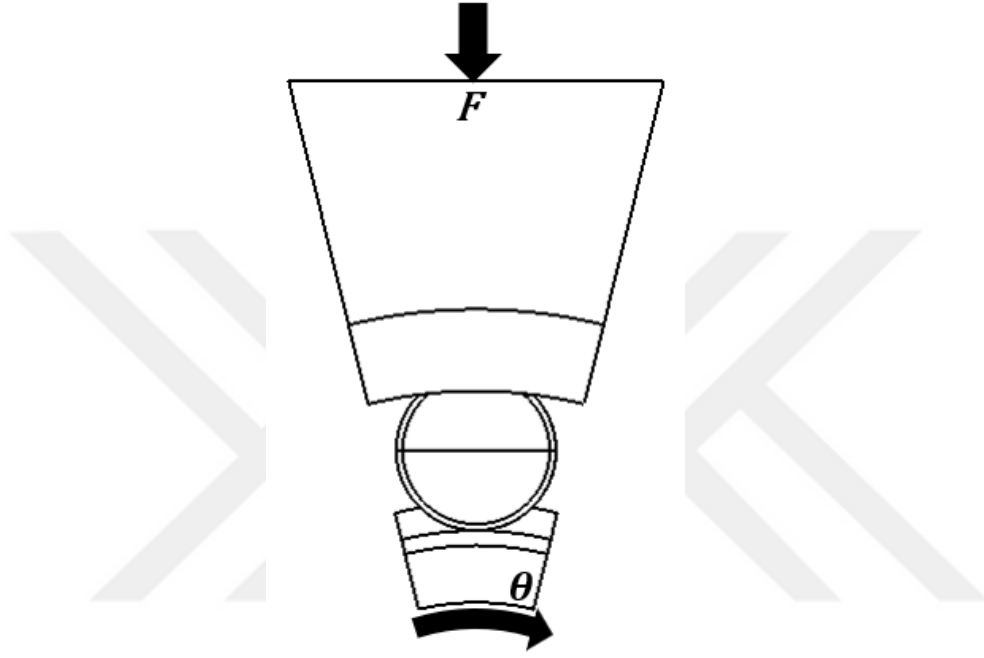
Çizelge 5.3: Temas yüzeyindeki eleman boyutu ve maksimum temas gerilmesi, yorulma ömrü modeli.

Temas Yüzeyindeki Eleman Boyutu (mm)	Maksimum Temas Gerilmesi (MPa)	Düğüm Noktası Sayısı	Çözüm Süresi	En İyi Sonuca Göre Fark (%)	Bir Sonraki Adıma Göre Fark (%)
0,5	1916,2	120719	1sa 50dk	5,9	3,9
0,4	1993,5	167968	2sa 20dk	2,1	1,9
0,3	2031,6	296440	3sa 30dk	0,3	0,3
0,2	2036,9	496314	6sa 10dk	-	-



Şekil 5.14: Temas yüzeyindeki eleman boyutu ve maksimum temas gerilmesi, yorulma ömrü modeli

Test koşullarını yansıtabilmek amacıyla, modelde ilgilenilen rulman sektörüne hazne üzerinden kuvvet uygulanmalıdır. Bunun için Çizelge 5.2’de verilen ve 4 numaralı masuraya etkimekte olan 12049,5 N büyüklüğündeki kuvvet, Şekil 5.15’te gösterildiği gibi haznenin üst yüzeyinden uygulanmıştır. İç bileziğe ise, kendisine tanımlanmış döner bağlantı üzerinden rotasyon şartı uygulanmıştır. Buna göre iç bilezik 2000 dev/dk’lık açısal hız ile hareketlendirilmiştir.



Şekil 5.15: Rulman sektörüne uygulanan sınır koşulları

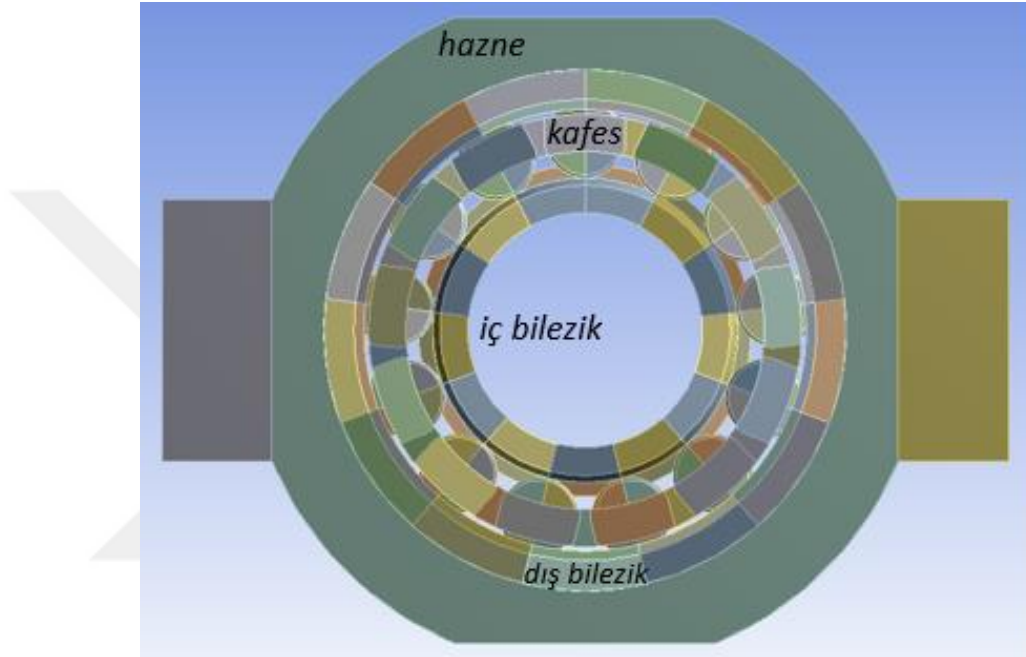
Ayrıntıları ile ifade edilen bu sonlu elemanlar modeli, masuraya ait farklı bombe yükseklikleri ve bileziklere ait farklı yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları ile koşturulmuştur. Farklı bombe yükseklikleri ve bilezik yuvarlanma yolu yarıçaplarının temas gerilmelerine ve yorulma ömürlerine etkisi, 6. bölümde sonuçları ile tartışılmıştır.

## 5.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Sürtünme Momenti Tahmini

Bu kısımda, silindirik makaralı rulmanların sürtünme momentlerinin tespiti için geliştirilen sonlu elemanlar modellerinin aşamaları sunulmuştur. ANSYS platformunda hazırlanmış bu modele ilişkin bu bölümde; model geometrisi, malzeme özellikleri, seçilen eleman tipleri, konulan sınır koşulları ve çeşitli bombe profili ve

bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçaplarına göre elde edilen sürtünme momenti sonuçlarına yer verilmiştir.

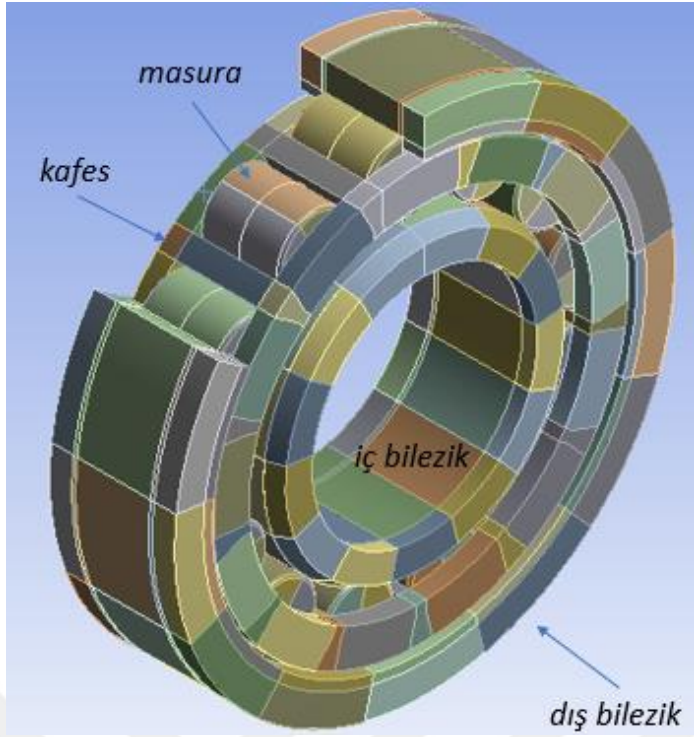
Yorulma ömrü modelinde tercih edilen sektör modellemesi yönteminin aksine, sürtünme momenti için oluşturulmuş sonlu elemanlar modeli, rulmanın tamamının dahil edildiği bir model geometrisine sahip olacak şekilde tasarlanmıştır. Model geometrisine ait görüntü Şekil 5.16'da verilmiştir.



Şekil 5.16: Sürtünme momenti sonlu elemanlar modeli geometrisi

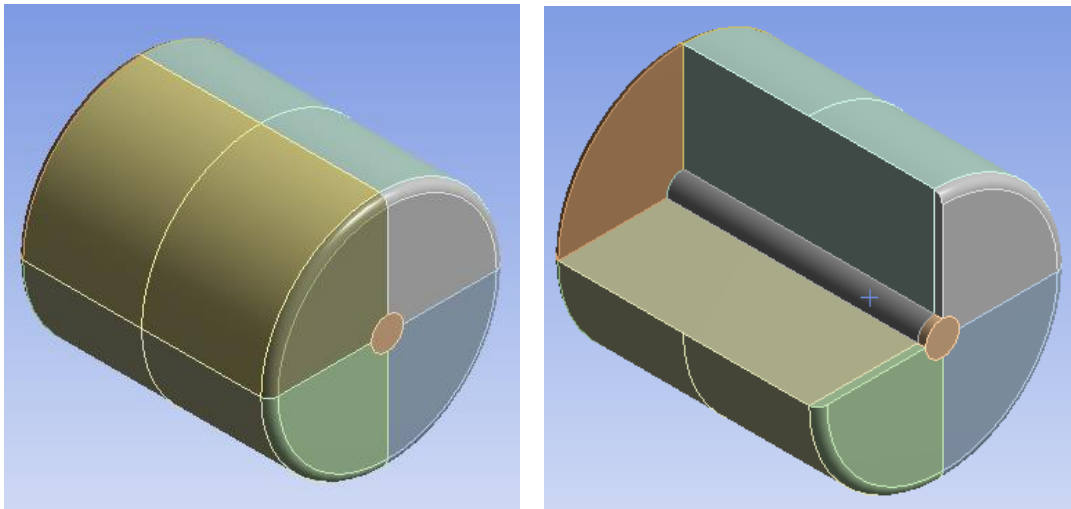
İlgili geometri, çözüm ağ yapısının daha kaliteli biçimde oluşturulabilmesi için, bölümlendirilmiştir. Bilezikler, rulmandaki masura sayısına denk olacak şekilde 13 eş parçaya bölünmüştür; masuralarda ise temas yüzeyindeki düğüm noktalarının bileziktekiler ile eşleşebilmesi için benzer bir bölümlendirme yapılmıştır.

Benzer şekilde kafes geometrisi, nispeten karmaşık bir geometri olduğundan Şekil 5.17'deki gibi bir bölümlendirmeye maruz bırakılmış, düğüm noktası ve eleman sayısının kontrolüne ve altıgensel çözüm ağı oluşturulmasına uygun hale getirilmiştir.



Şekil 5.17: Rulman geometrisindeki bölümlendirme

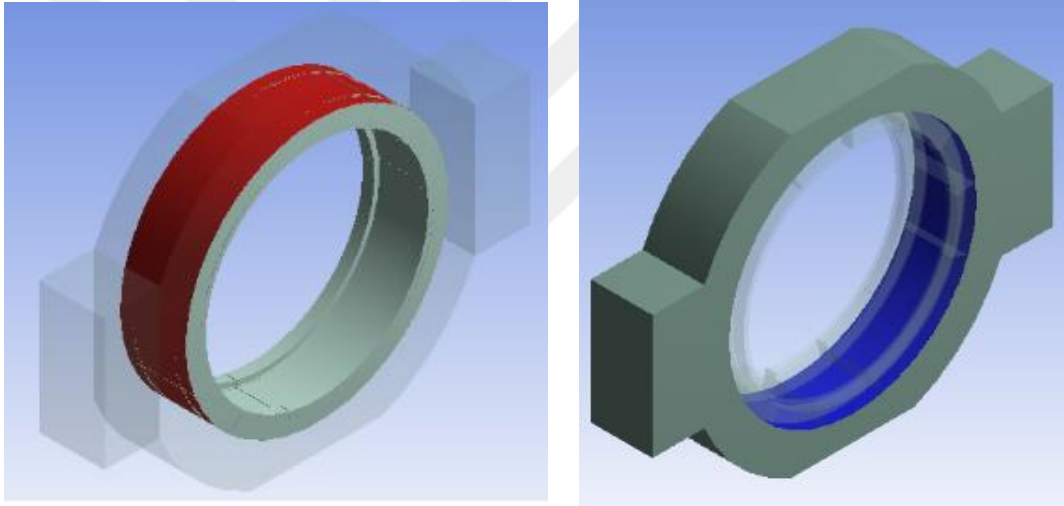
Masura geometrisine ait görüntüler ise Şekil 5.18’de sunulmuştur. Diğer gövdeler için yapılan bölümlendirme işlemi masuralara da uygulanmıştır. Sonlu elemanlar modelinde, ele alınan rulmanın malzeme özellikleri kullanılmıştır. Rulman çeliği olarak da bilinen 100Cr6 malzemesine uygun olarak, modeldeki tüm elemanlarda elastisite modülü  $E=200$  GPa, Poisson oranı  $\nu=0,3$  olarak alınmıştır. Bununla birlikte, modelde kullanılan tüm elemanlar homojen, izotropik ve lineer elastik olarak tanımlanmıştır.



Şekil 5.18: Masura geometrisi, a) Dış görünüm, b) İç görünüm

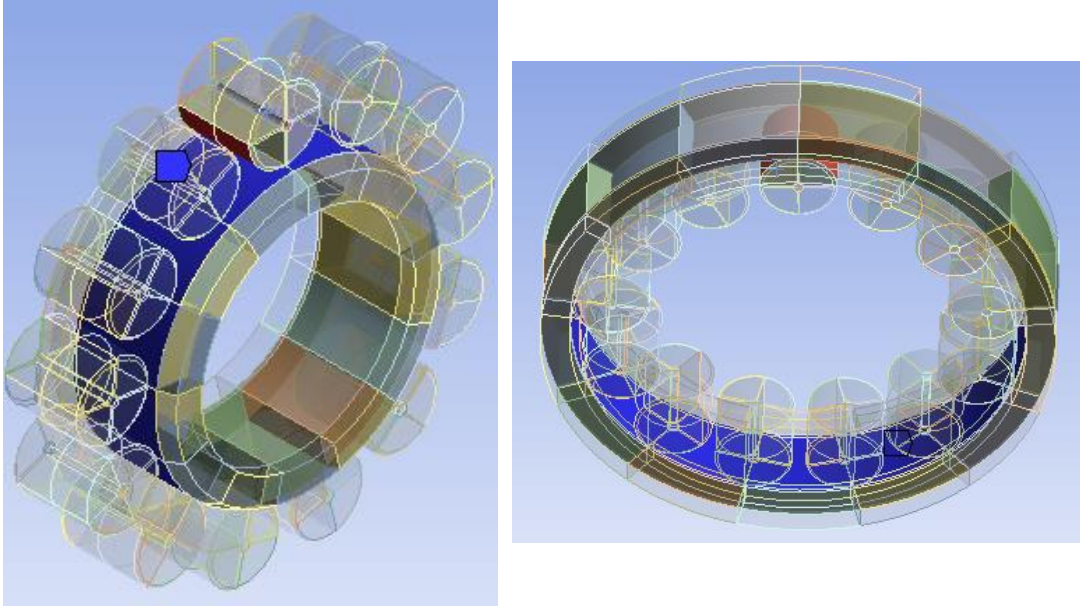
Tanımlanan temaslarda tercih edilen temas formülasyonu Arttırılmış Lagrange formülasyonudur. Yorulma ömrü tahmini için geliştirilen sonlu elemanlar modelinde kullanılan eleman tipleri, sürtünme momenti tahmini modelinde de kullanılmıştır. Temas yüzeyleri için 8 düğüm noktalı, 3 boyutlu teması destekleyen CONTA174 ve TARGE170 elemanları tercih edilmiştir. Benzer şekilde sistemin genelinde, 20 düğüm noktalı, 3 serbestlik dereceli SOLID186 eleman tipi tercih edilmiştir. Temas yüzeyleri dışında tüm gövdelerde bu eleman kullanılmıştır.

Problemin fiziksel şartlarını sonlu elemanlar modeline yansıtabilmek maksadıyla çeşitli temas ve bağlantı tanımları yapılmıştır. Yapılan ilk temas tanımı, rulman dış bileziği ile hazne arasında gerçekleştirilen yapışık (İng. bonded) temas ilişkisidir. Böylece, dış bilezik ile hazne arasında birbirinden bağımsız bir hareket önüne geçilmektedir. Bu temas tanımına ait görüntü Şekil 5.19'da verilmiştir.



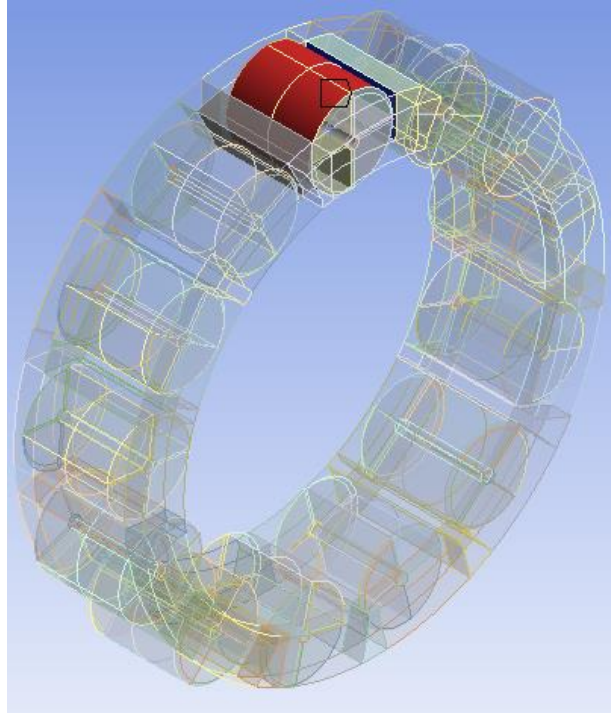
Şekil 5.19: Dış bilezik ve hazne arasında tanımlanan temas, a) Dış bilezik temas yüzeyi, b) Hazne temas yüzeyi

İlaveten, masura ve bilezik yüzeyleri arasında sürtünmeli temaslar tanımlanmıştır. Bu sürtünmeli temaslardan ilki masura ve iç bilezik arasında tanımlanmıştır (bkz. Şekil 5.20.a). Burada, örnek olarak bir masura üzerinde gösterilen temas, diğer masuralar için de aynı şekilde uygulanmıştır. Kırmızı ile belirtilen yüzeyler CONTA174, mavi ile belirtilen yüzeyler ise TARGE170 elemanları ile örülü vaziyettedir. Masuralar ve dış bilezik arasında tanımlanan sürtünmeli temasa ait görüntü Şekil 5.20.b'de verilmiştir.



Şekil 5.20: Masura ve bilezikler arasında tanımlanan sürtünmeli temaslar, a) Masura ve iç bilezik, b) Masura ve dış bilezik

Tanımlanmış olan son temas grubu ise kafes ve masuralar arasındaki temastır. Kafes iç yuvaları ve masura dış yüzeyleri temasta olduğu için, masura yüzeyinde CONTA174 elemanlarına yer verilirken, kafes yüzeyleri için TARGE170 elemanları kullanılmıştır (bkz. Şekil 5.21).



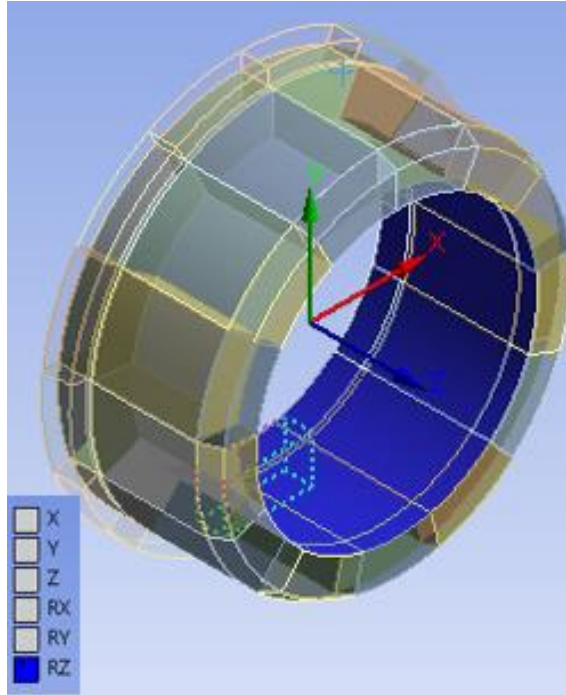
Şekil 5.21: Masura ve kafes arasında tanımlanan sürtünmeli temas

Bu temas tanımlarında kullanılan sürtünme katsayıları, Ortadoğu Rulman Sanayi A.Ş. (ORS) yetkililerinden alınan bilgiye göre belirlenmiştir. İlgili katsayılar Çizelge 5.4’te verilmiştir.

Çizelge 5.4: Sürtünmeli temaslarda kullanılan sürtünme katsayıları.

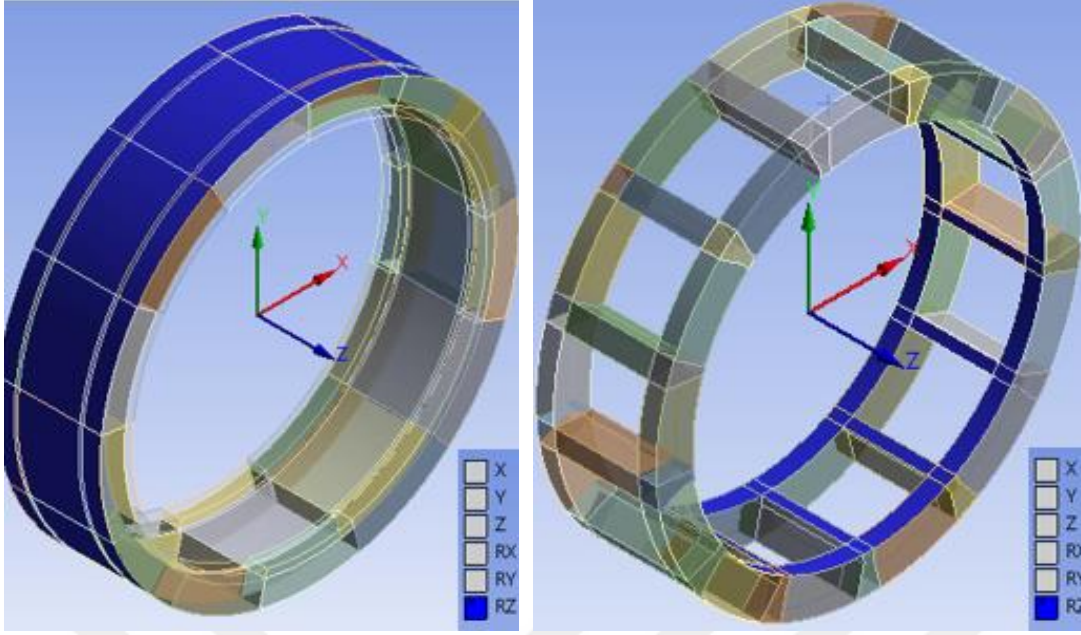
Temas Yüzeyleri	Sürtünme Katsayısı ( $\mu$ )
İç bilezik - Masura	0,1
Dış bilezik - Masura	0,1
Kafes - Masura	0,15

Sonlu elemanlar modelinde yer alan gövdelerin serbestlik derecelerini belirlemek ve yer değiştirme davranışlarını ayarlayabilmek amacıyla, bu gövdelere çeşitli bağlantılar atanmıştır. İç bileziğin kendi eksenine etrafındaki rotasyon hareketini yapabilmesi için döner bağlantı kullanılmıştır (bkz. Şekil 5.22). Benzer biçimde, dış bilezik ve kafes geometrisi de Şekil 5.23’te mavi ile belirtilen yüzeylere atanan döner bağlantılar vasıtasıyla rotasyon yapabilecek şekilde ayarlanmıştır. Bu bağlantı tipine uygun olarak, gövdelerin diğer serbestlik dereceleri sınırlandırılmıştır.



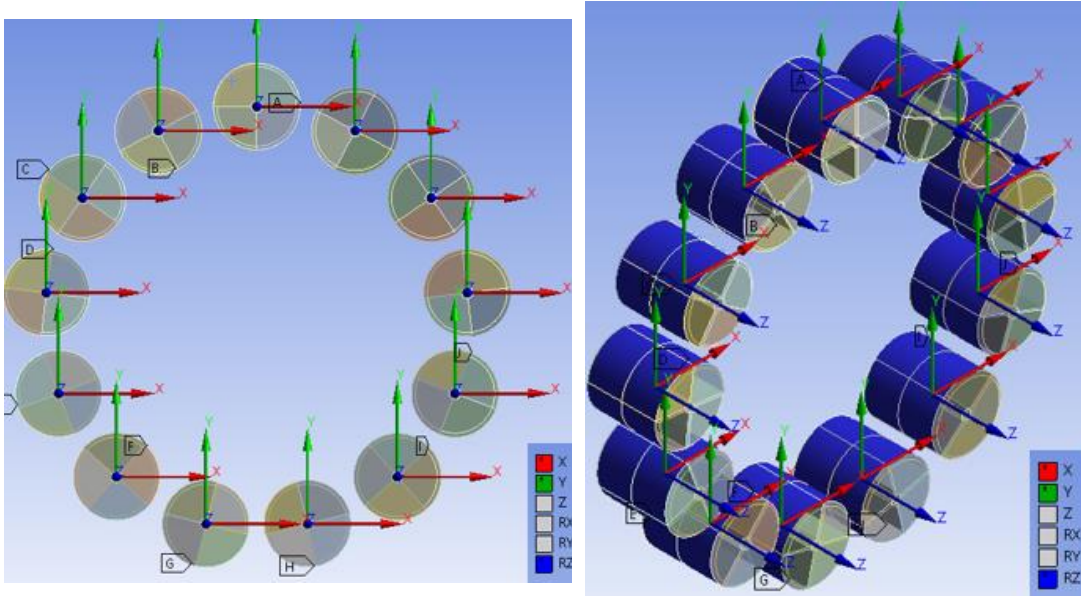
Şekil 5.22: İç bileziğe atanan döner bağlantı





Şekil 5.23: Dış bileziğe ve kafese atanan döner bağlantılar, a) Dış bilezik, b) Kafes

Rulmanın rotasyonu esnasında, masuraların yer değiştirme davranışını yansıtabilmek amacıyla, her masura için ayrı düzlemsel bağlantılar kullanılmıştır (bkz. Şekil 5.24). Buna göre, her masura, kendi referans koordinat sistemine bağlı olarak düşeyde ve yatayda yer değiştirme davranışı gösterebilir; bunun yanı sıra, yuvarlanmalı temas davranışı gereği, kendi dönme eksenleri etrafında rotasyon yapabilir. Diğer serbestlik dereceleri kısıtlanmıştır.



Şekil 5.24: Masuralara atanan düzlemsel bağlantılar, a) Ön görünüm, b) İzometrik görünüm

Sürtünme momenti tahmini için geliştirilen sonlu elemanlar modelinde oluşturulan çözüm ağının altıgensel elemanlardan oluşmasına, elemanların çarpık olmamasına özellikle dikkat edilmiştir. Geometrinin ağ yapısı oluşturulmadan önce bölümlendirilmesi, eleman kalitesinin geliştirilmesinde fayda sağlamıştır. Şekil 5.26’da rulman için oluşturulmuş ağ yapısı görülebilmektedir. Ayrıca Şekil 5.27’de, bilezik ve masura için oluşturulmuş ağ yapısının iç görüntüsü verilmiştir. Rulmandaki tüm temas bölgelerinde 1 mm’lik eleman boyutu kullanılmıştır.

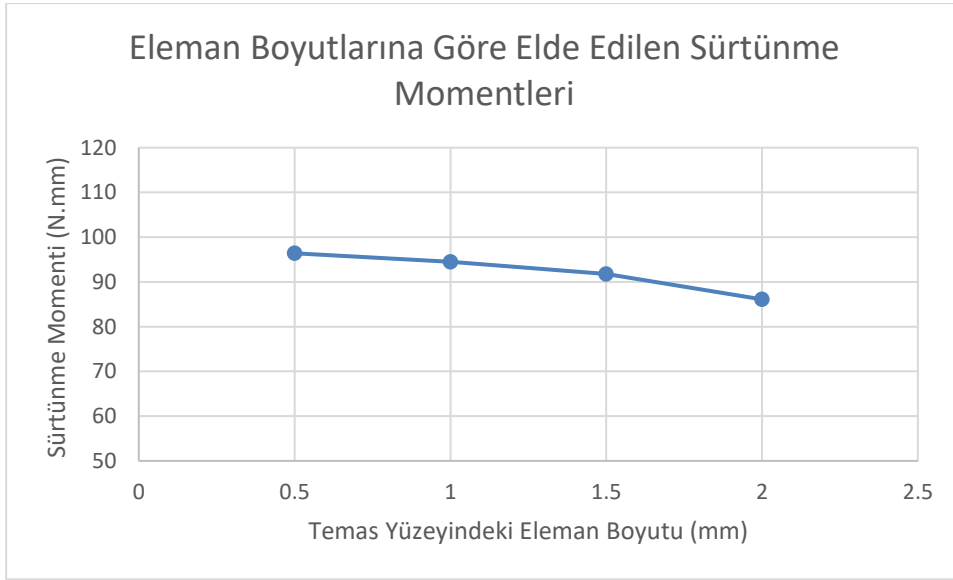
Farklı bombe yükseklikleri ve bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçaplarına göre düğüm noktası ve eleman sayısında ufak değişiklikler olsa da, model 243854 düğüm noktası ve 50781 elemandan oluşmaktadır. Yapılan çözüm ağı duyarlılık analizi Çizelge 5.5’te verilmiştir. Eleman boyutlarına göre elde edilen sürtünme momentleri ise Şekil 5.25’te sunulmuştur. Buna göre, 0,5 mm’lik eleman boyutu kullanıldığında, sonucun fazla değişmediği ve bir önceki analizde elde edilen sonuç ile %2’lik bir fark olduğu görülmüştür. Dolayısıyla temas yüzeyinde 1 mm’lik kenar uzunluklu elemanların kullanımına karar verilmiştir.

Çizelge 5.5: Temas yüzeyindeki eleman boyutu ve elde edilen sürtünme momentleri.

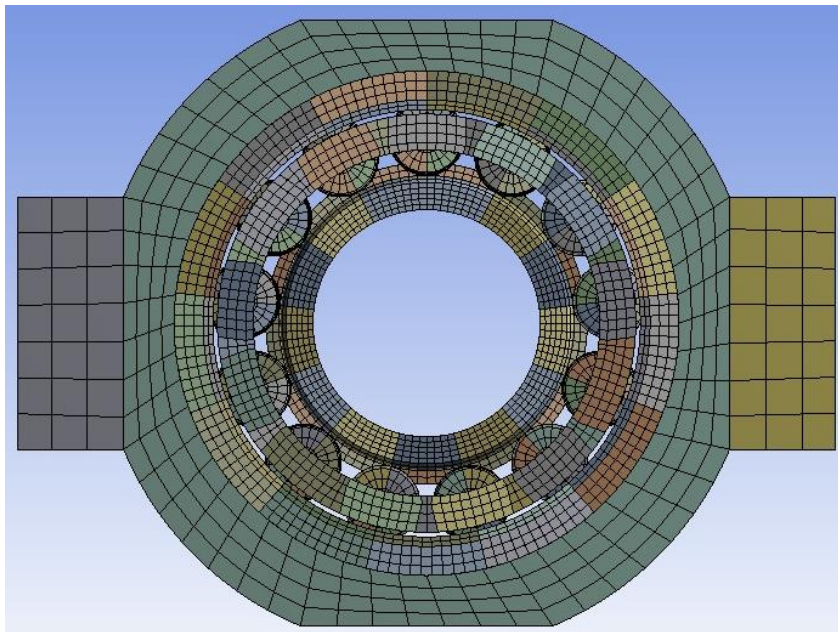
Temas Yüzeyinde Kullanılan Eleman Boyutu	Elde Edilen Sürtünme Momenti (N.mm)	Toplam Düğüm Noktası Sayısı	Çözüm Süresi	En İyi Sonuca Göre Fark (%)	Bir Sonraki Adıma Göre Fark (%)
2	86,1	122586	1 sa 25 dk	10,7	6,2
1,5	91,8	163443	1 sa 47 dk	4,8	2,9
1	94,5	243854	2 sa 4 dk	2,0	2,0
0,5	96,4	431621	5 sa 32dk	-	-

Test koşullarına bağlı olarak yapılan analizlerde, sınır koşulları test şartlarını yansıtabilmek amacıyla uygulanmaktadır. Yapılan sürtünme momenti testleri 40 kg’lık radyal kuvvet altında gerçekleştiğinden, hazneye Şekil 5.28’de sunulduğu gibi iki tarafından kuvvet uygulanmaktadır. İç bileziğe tanımlanan döner bağlantı vasıtasıyla rotasyon uygulanmaktadır. Bu sınır koşulları, iki adımlı bir çözüm yöntemi

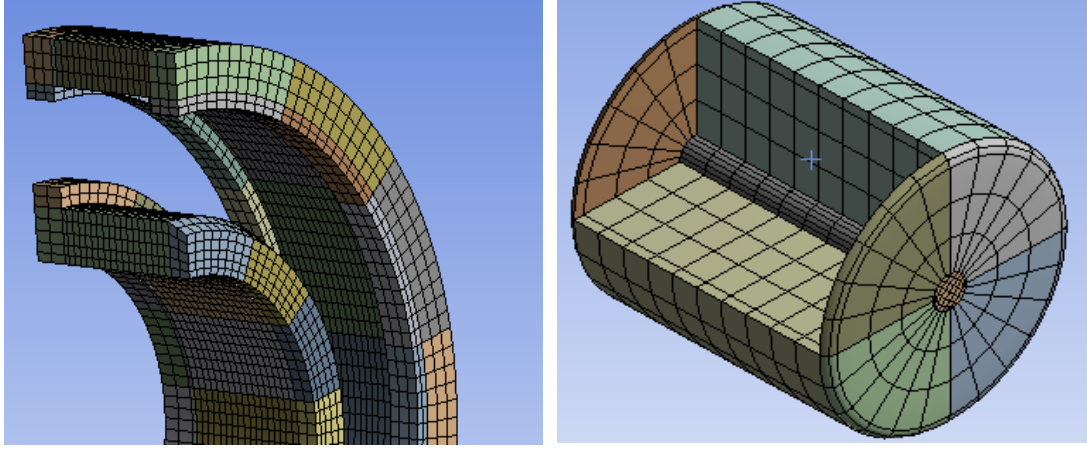
ile sisteme verilmiştir. Birinci adım, bileziğin dönmeye başlaması için verilen ilk hareketi ve yerçekimi kuvvetinin bileziğe etki etme aşamasını içerir. İkinci adım ise, bileziğin test şartlarına uygun olacak şekilde, sabit yerçekimi kuvveti altında, yüksek rotasyonel hızlara çıktığı aşamadır. Birinci adımda rulmana ilk hareketinin yavaşça verilmesi, temastaki elemanların aşırı deforme olmasını engelleyerek sağlıklı bir analiz yapılmasına imkân tanır. Durağan pozisyondan yüksek hızlara aniden çıkılması, temas yüzeylerindeki elemanlarda bozulmalara yol açtığından, iki adımlı bir çözüm yöntemi tercih edilmiştir.



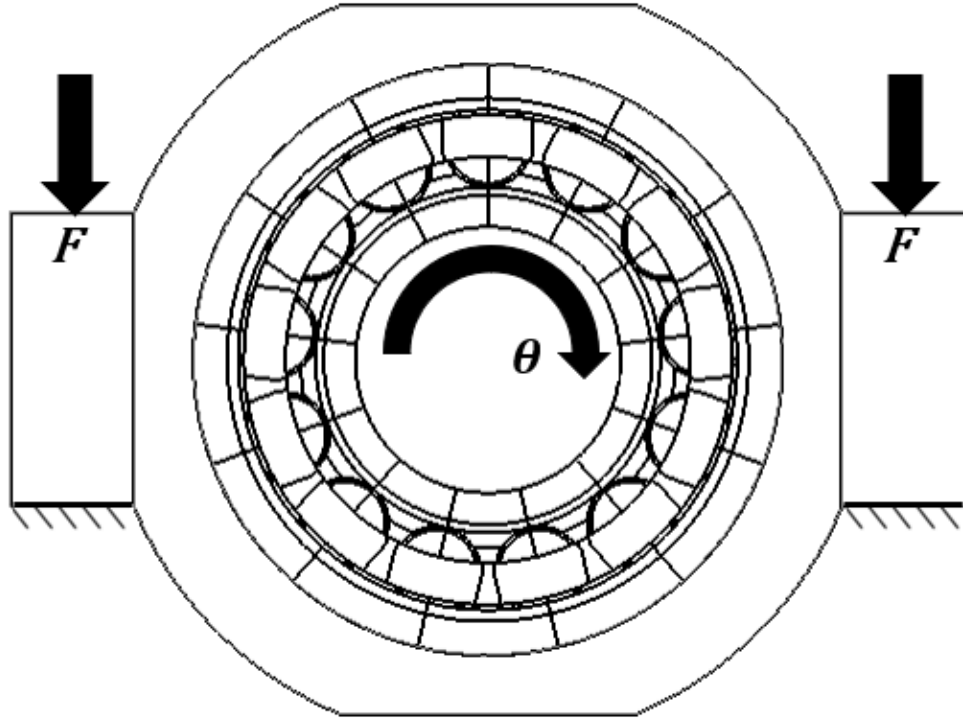
Şekil 5.25: Eleman boyutlarına göre elde edilen sürtünme momentleri



Şekil 5.26: Rulman ve hazneye ait çözüm ağı görüntüsü

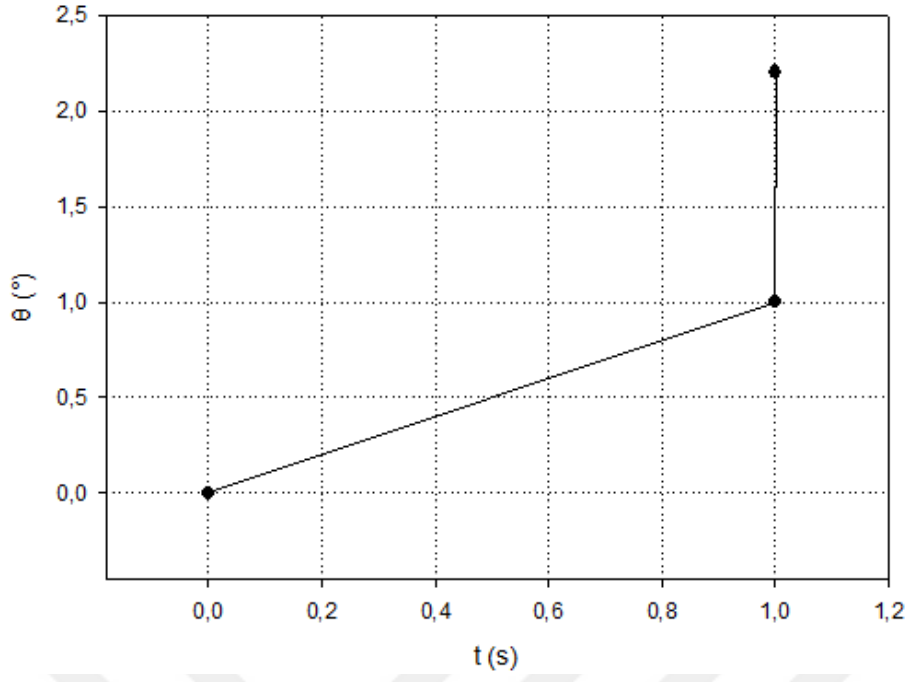


Şekil 5.27: Bilezikler ve masuralardaki çözüm ağı, a) İç ve dış bilezik, b) Masura

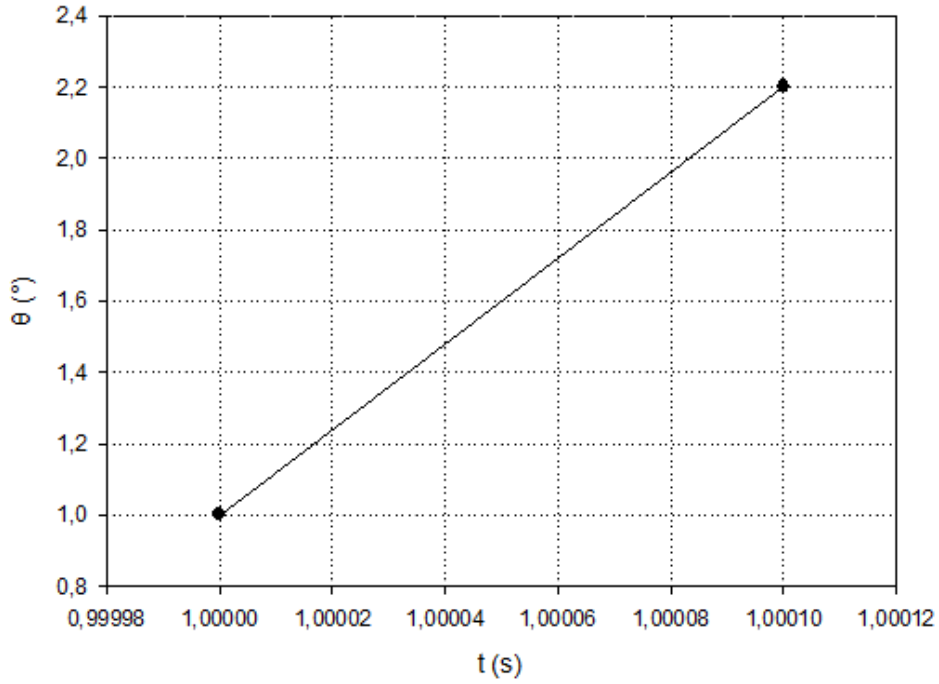


Şekil 5.28: Sonlu elemanlar modelinde uygulanan sınır şartları

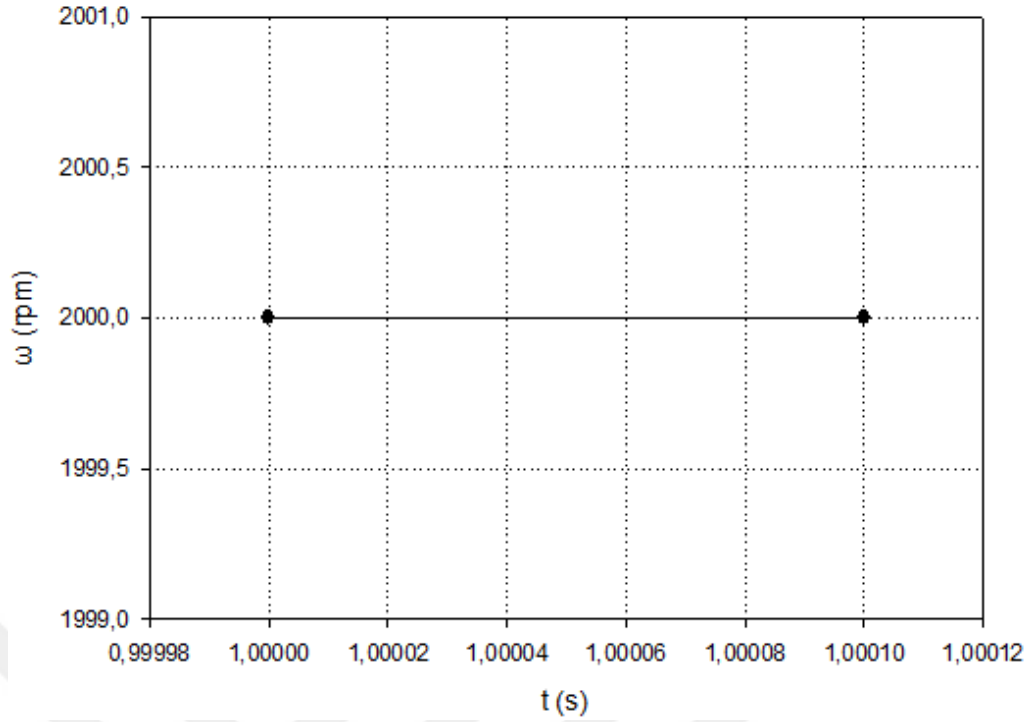
Birinci adımda, iç bilezik 1 saniye içerisinde  $1^\circ$  döndürülmüştür. İkinci adım, 0,0001 saniye sürmektedir ve bu süre içerisinde iç bilezik  $1,2^\circ$  daha döndürülmektedir. Birbirini takip eden iki çözüm adımında verilen rotasyon açılarının zamana bağlı değişimleri Şekil 5.29'da verilmiştir. Şekil 5.30 ve Şekil 5.31'de ise ikinci çözüm adımında verilen rotasyon açısı ve buna bağlı rotasyonel hızın zamana bağlı grafikleri sunulmuştur.



Şekil 5.29: Çözüm adımlarında verilen rotasyon açısının analiz süresine bağlı değişim grafiği

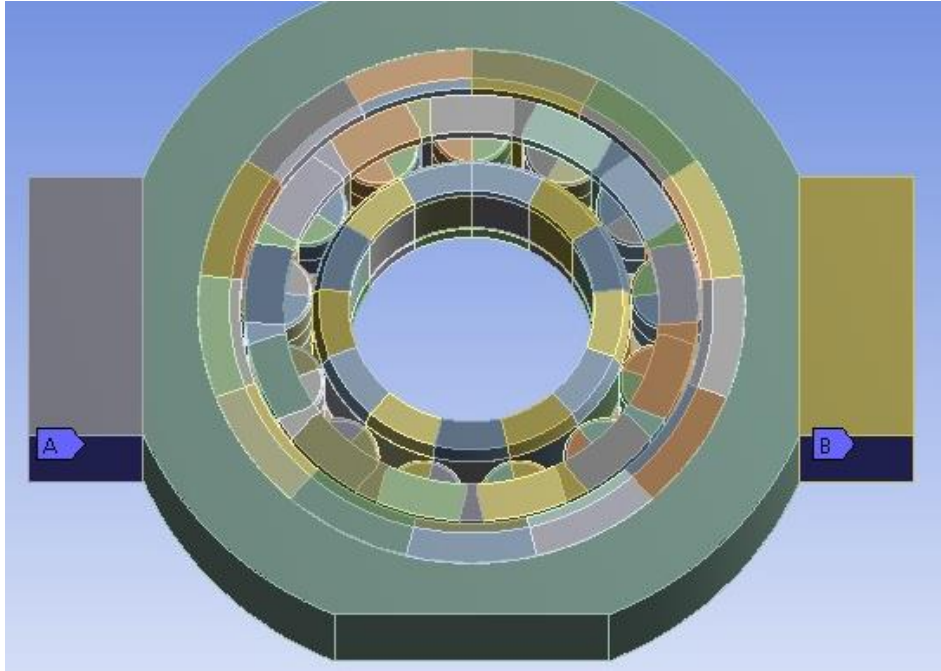


Şekil 5.30: İkinci çözüm adımında verilen rotasyon açısının zamana bağlı grafiği

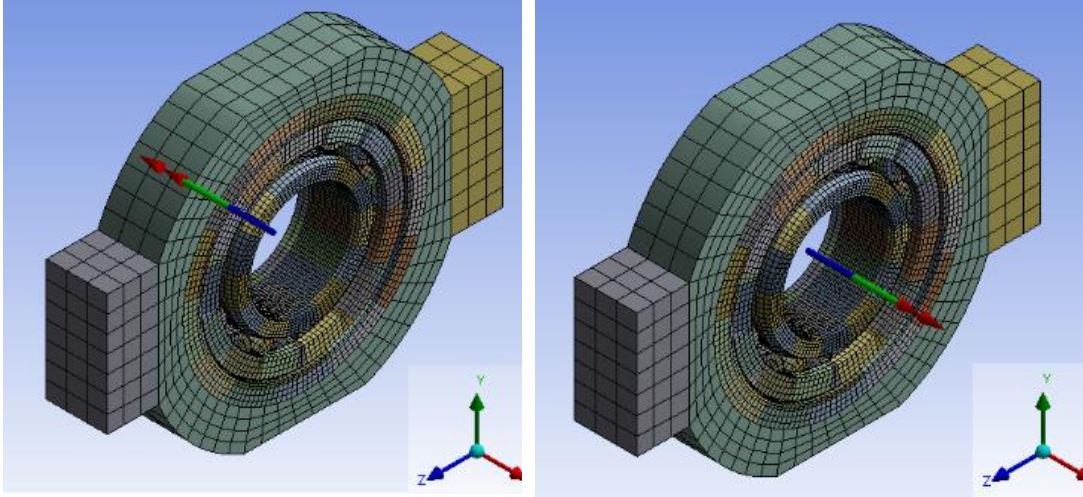


Şekil 5.31: İkinci çözüm adımı boyunca iç bileziğe verilen rotasyonel hız

Hazne Şekil 5.32’de gösterilen bölgelerden sabitlenmiştir. Analiz neticesinde bu sabitlenmiş bölgelerden moment reaksiyonları okunmaktadır. Elde edilen bu moment reaksiyonlarının farkı alınarak, rulmanın çalışması esnasında ortaya çıkan net sürtünme momenti hesaplanmaktadır. Elde edilen momentler, Şekil 5.33’te gösterilmektedir.



Şekil 5.32: Hazne üzerinde sabitlenmiş bölgeler



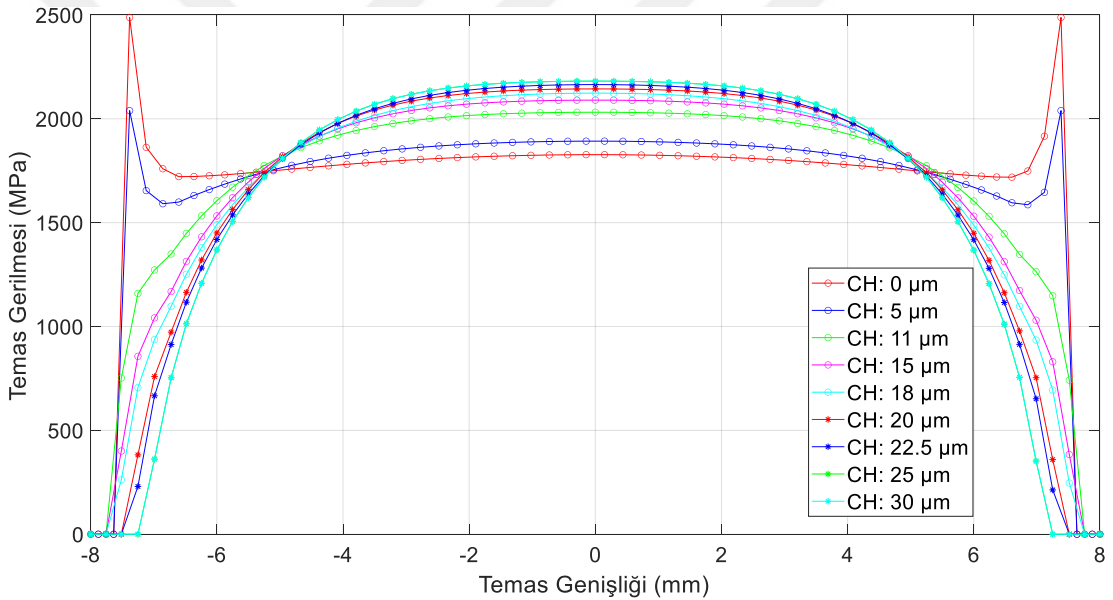
Şekil 5.33: Elde edilen moment reaksiyonları

Ayrıntıları ile ifade edilen bu sonlu elemanlar modeli, masuraya ait farklı bombe yükseklikleri ve bileziklere ait farklı yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları ile koşturulmuştur. Farklı bombe yükseklikleri ve bilezik yuvarlanma yolu yarıçaplarına göre bulunan sürtünme momentleri 6. bölümde tartışılmıştır.

## 6. SONLU ELEMANLAR ANALİZLERİNİN SONUÇLARI

### 6.1 Ömür Tahmini Sonuçları

Ayrıntıları ile ifade edilen bu sonlu elemanlar modeli, masuraya ait farklı bombe yükseklikleri ve bileziklere ait farklı yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları ile koşturulmuştur. NJ309 EP4 rulmanı, orijinal haliyle CH=11  $\mu\text{m}$  masura bombe yüksekliğine ve R=9112.5 mm bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapına sahiptir. Bombe yükseklikleri değiştirilerek yapılan analizler neticesinde iç bilezik temas yüzeyinde oluşan temas gerilmeleri Şekil 6.1’de verilmiştir.

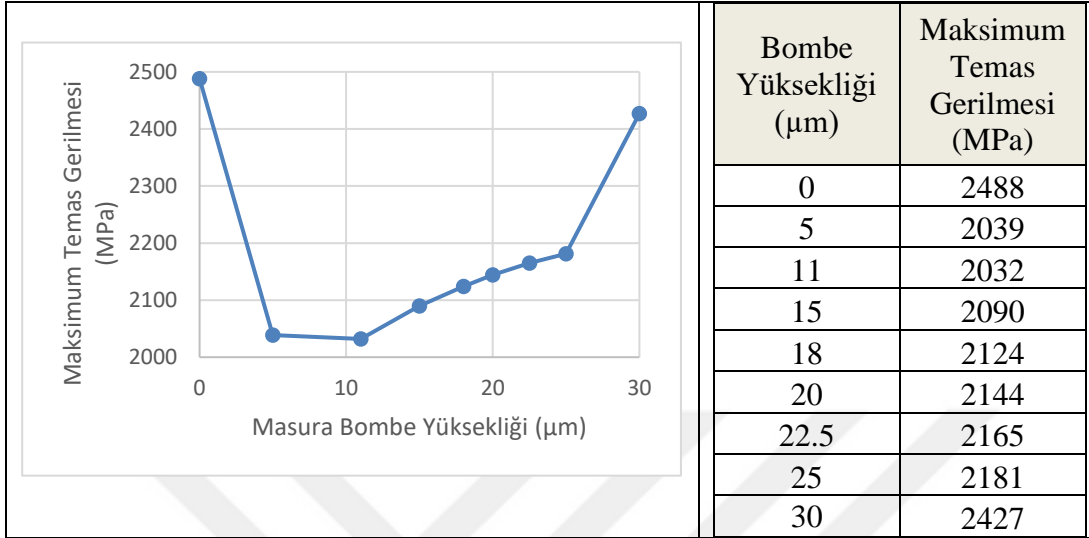


Şekil 6.1: İç bilezik temas yüzeyinde oluşan temas gerilmeleri, farklı bombe yükseklikleri

Şekil 6.1’de görüleceği gibi, düz masura profili (CH=0  $\mu\text{m}$ ) ile yapılan analizde, azami temas gerilmeleri temasın kenarlarında meydana gelmiş ve diğer bombe yüksekliklerine nazaran en fazla gerilme bu profile gözlemlenmiştir. Sonrasında uygulanan CH=5  $\mu\text{m}$ ’lik bombe yüksekliği ise kenar gerilmelerinin baskın olduğu benzer bir karakter sergilemiştir. CH=11  $\mu\text{m}$ ’lik orijinal profil ile birlikte kenar gerilmelerinin ortadan kalktığı, baskın gerilme noktasının bombe merkezi olduğu bir davranış görülmeye başlamıştır. Ardından yapılan diğer analizlere göre; bilezik



geometrisi aynı kalmak şartıyla, bombe yüksekliği arttıkça, temas gerilmesi artmakta ve böylece yorulma ömrü azalmaktadır. Şekil 6.1’de gösterilen temas gerilmelerindeki maksimum değerler Şekil 6.2’de sunulmuş, sayısal değerleri listelenmiştir.



Şekil 6.2: Masura bombe yüksekliklerine göre maksimum temas gerilmeleri,

R=9112,5 mm

Elde edilen temas gerilmesi değerlerinin yorulma ömrü değerlerine dönüştürülmesinde AISI 52100 malzemesine uygun olarak geliştirilmiş bir formül kullanılmaktadır [45]. Lundberg-Palmgren [46] çalışmaları temel alınarak geliştirilmiş olan bu formülde, iki parametrelili Weibull dağılımı yerine üç parametrelili Weibull dağılımı kullanılmaktadır. Temas gerilmeleri, geometrik parametreler, malzeme özellikleri gibi değişkenlerin hesaba katıldığı bu çalışmada, üç parametrelili Weibull dağılımının kullanılması, temas gerilmelerine bağlı gerilme-ömür değerlerinde önemli bir gelişme sağlamaktadır. Sonlu elemanlar analizleri sonucunda bulunan maksimum temas gerilmeleri bu formül ile çevrimsel ömre dönüştürülmüştür (bkz. Denklem 6.1).

$$N = \frac{39354}{p_{max}^{8.74}} \left[ \ln \left( \frac{1}{S} \right) \right]^{0.58} \quad (6.1)$$

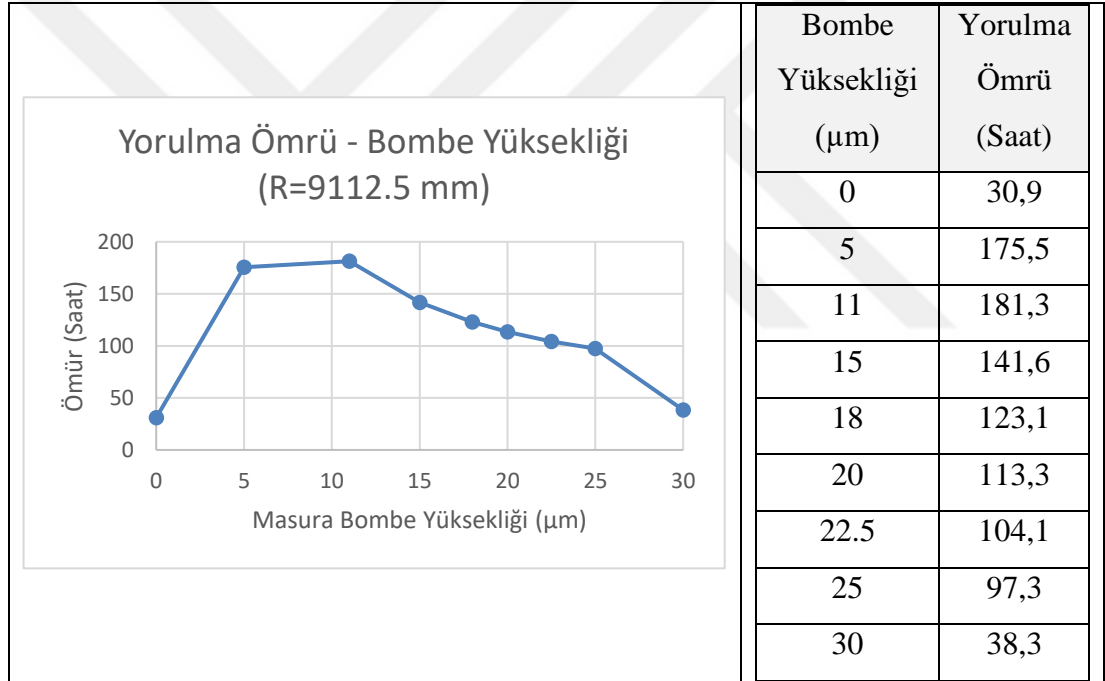
Burada,

N : [çevrim]/[milyon]  
 $p_{max}$  : maksimum temas gerilmesi (GPa)  
S : güvenilirlik oranı

Buna göre, yorulma ömrü Denklem 6.2 ile bulunabilir:

$$\text{Yorulma Ömrü (saat)} = \frac{N \times 10^6 [\text{çevrim}]}{2000 \left[ \frac{dev}{dk} \right] \times 60 \left[ \frac{dk}{saat} \right]} \quad (6.2)$$

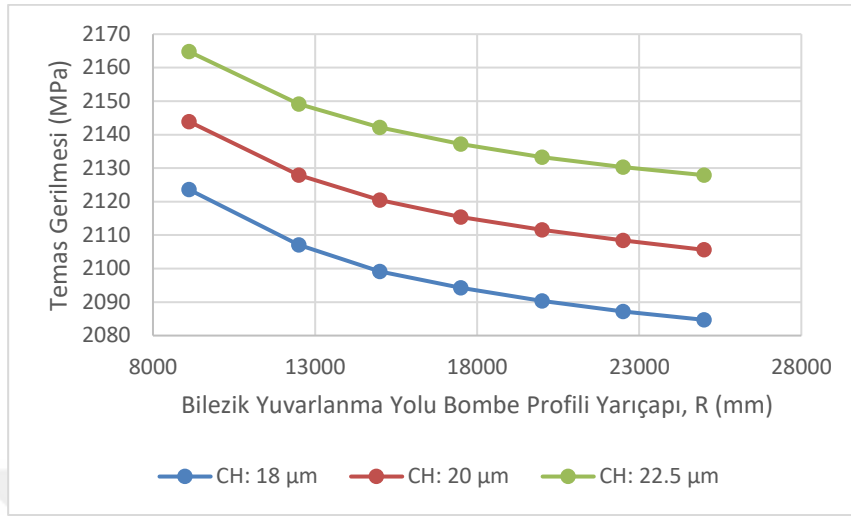
Denklem 2.2'den yola çıkarak Şekil 6.2'de verilen temas gerilmelerine karşılık gelen yorulma ömürleri Şekil 6.3'te verilmiştir. Burada, CH=0 ve CH=5 µm'lik bombe yüksekliklerine bağlı oluşan kenar gerilmelerinin rulman ömrüne olumsuz etkisi görülebilmektedir. Temas gerilmelerinin, kenarlarda değil, bombe merkezlerinde baskınlık oluşturması, bulunan ömür değerlerinin trendini değiştirmiştir. Bombe yüksekliği arttıkça, temas gerilmelerinin bombe merkezindeki baskınlığı artmış ve artan temas gerilmelerine bağlı olarak ömür değerleri düşmüştür.



Şekil 6.3: Masura bombe yüksekliklerine göre yorulma ömürleri, R=9112,5 mm

Sürtünme momenti tahmini için geliştirilen model neticesinde elde edilen bulgulara paralel olarak, CH=18, 20 ve 22,5 µm'lik bombe yükseklikleri, farklı yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları ile eşleştirilerek yorulma ömrü analizleri devam ettirilmiştir. Bu analizler sonucunda elde edilen maksimum temas gerilmeleri Şekil 6.4'te, bunlara karşılık hesaplanan yorulma ömürleri ise Şekil 6.5'te paylaşılmıştır. Bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapındaki artış ile birlikte, elde edilen maksimum temas gerilmelerinde azalma görülmüş; Şekil 6.4'te verilen grafikteki temas

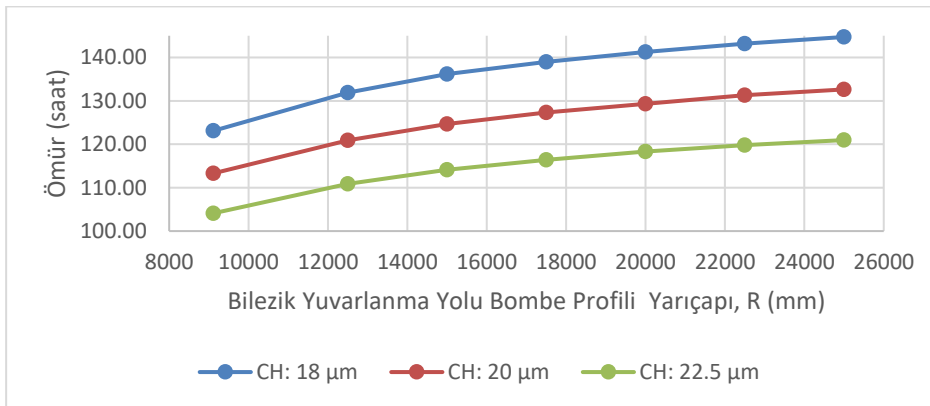
gerilmesi büyüklükleri Çizelge 6.1’de sunulmuştur. Bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapının artışına bağlı olarak, yorulma ömrü değerlerinin arttığı saptanmıştır. Şekil 6.5’te sunulan grafiğe ait sayısal değerler, Çizelge 6.2’de listelenmiştir.



Şekil 6.4: Maksimum temas gerilmelerinin bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapına göre değişimi

Çizelge 6.1: Farklı bombe yükseklikleri ve yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları için elde edilen maksimum temas gerilmesi değerleri.

Bombe Yüksekliği (µm)	Bilezik Yuvarlanma Yolu Bombe Profili Yarıçapı, R (mm)						
	9112,5	12500	15000	17500	20000	22500	25000
18	2123,6	2107,1	2099,1	2094,3	2090,3	2087,2	2084,7
20	2143,9	2127,9	2120,5	2115,4	2111,6	2108,4	2105,6
22,5	2164,8	2149,1	2142,2	2137,2	2133,3	2130,3	2127,9



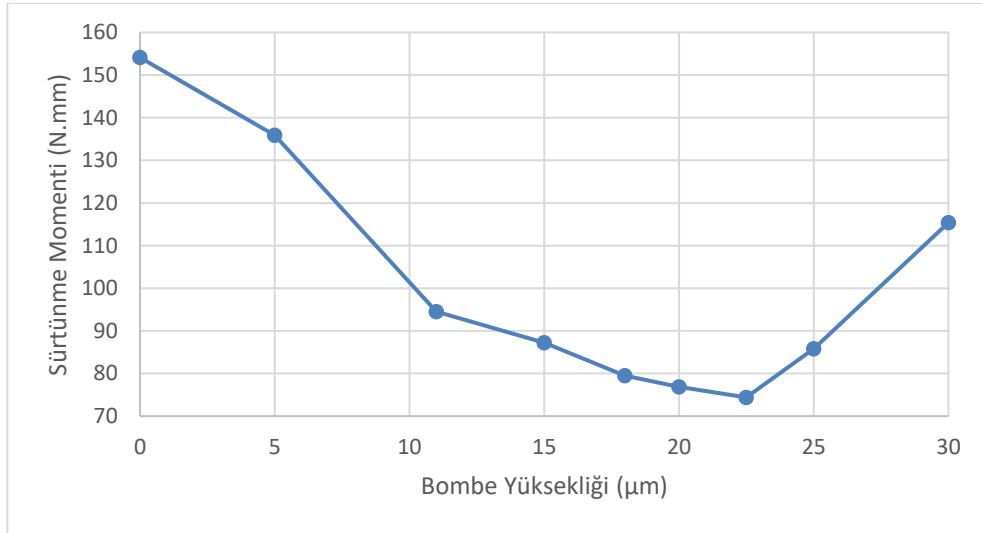
Şekil 6.5: Yorulma ömrünün farklı bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçaplarına göre değişimi

Çizelge 6.2: Farklı bombe yükseklikleri ve farklı yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları için elde edilen yorulma ömrü değerleri.

Bombe Yüksekliği (µm)	Bilezik Yuvarlanma Yolu Bombe profili Yarıçapı, R (mm)						
	9112,5	12500	15000	17500	20000	22500	25000
	Yorulma Ömrü (saat)						
18	123,1	131,9	136,2	139,0	141,3	143,2	144,7
20	113,3	120,9	124,7	127,3	129,3	131,3	132,6
22,5	104,1	110,9	114,1	116,4	118,3	119,8	121,0

## 6.2 Sürtünme Momenti Sonuçları

NJ309 EP4 rulmanı, orijinal haliyle CH=11 µm masura bombe yüksekliğine ve R=9112,5 mm bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapına sahiptir. Bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları sabit kalmak koşuluyla, bombe yükseklikleri değiştirilerek yapılan analizler neticesinde elde edilen sürtünme momentleri Şekil 6.6’da gösterilmiştir. Sürtünme momenti değerleri ise Çizelge 6.3’te sunulmuştur.

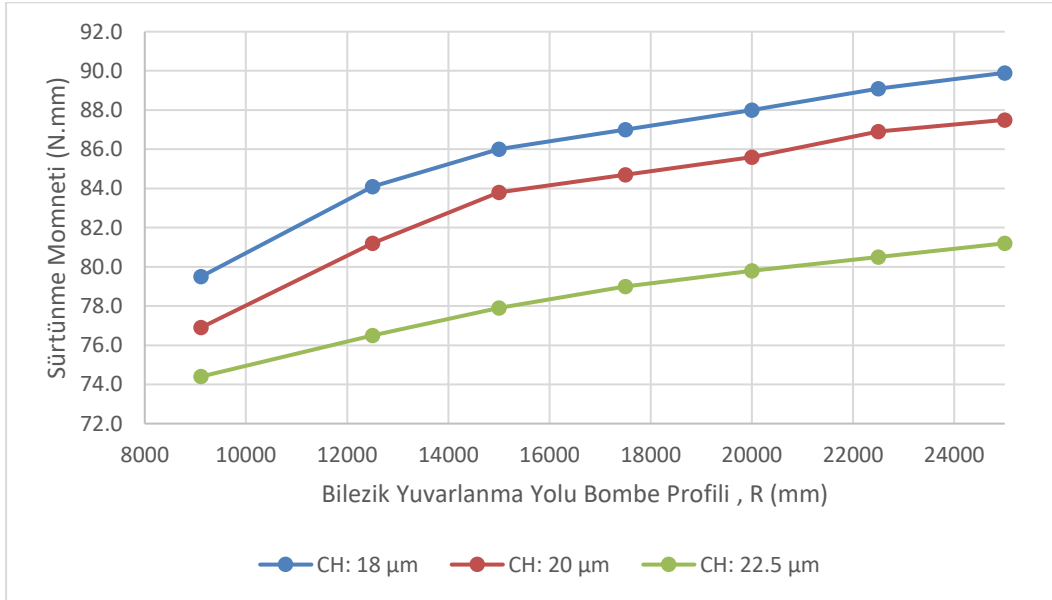


Şekil 6.6: Sürtünme momentinin bombe yüksekliğine bağlı değişimi (R=9112,5 mm)

Çizelge 6.3: Sürtünme momentinin bombe yüksekliğine bağlı değişimi (R=9112,5 mm).

Bombe Yüksekliği ( $\mu\text{m}$ )	0	5	11	15	18	20	22,5	25	30
Sürtünme Momenti (N.mm)	154,1	135,9	94,5	87,2	79,5	76,9	74,4	85,8	115,4

Buna göre, NJ309 EP4 rulmanı için sonlu elemanlar yöntemi ile tespit edilen sürtünme momenti 94,5 N.mm çıkmıştır. Sürtünme momentinin minimizasyonu amacıyla yapılan bu çalışmada, CH=18, 20 ve 22,5  $\mu\text{m}$  bombe yüksekliğine sahip masuralardan oluşan rulmanlar oldukça düşük sürtünme momenti sonuçları verdiği için, bu rulmanların farklı bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçaplarında nasıl sonuç verdiği bakılmıştır. Bu çalışmanın neticesi ise Şekil 6.7’de sunulmuştur. Çalışmanın sayısal sonuçları ise Çizelge 6.4’te gösterilmiştir.



Şekil 6.7: Sürtünme momentinin farklı bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçaplarına göre değişimi

Çizelge 6.4: Sürtünme momenti sonuçları, farklı bombe yükseklikleri ve farklı yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları.

Bombe Yüksekliği (µm)	Bilezik Yuvarlanma Yolu Bombe Profili Yarıçapı, R (mm)						
	9112,5	12500	15000	17500	20000	22500	25000
	Sürtünme Momenti (N.mm)						
18	79,5	84,1	86,0	87,0	88,0	89,1	89,9
20	76,9	81,2	83,8	84,7	85,6	86,9	87,5
22.5	74,4	76,5	77,9	79,0	79,8	80,5	81,2

Bu çalışmaya göre bileziklerdeki yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapı arttıkça, bir başka ifadeyle, bilezik temas yüzeyleri düzleştikçe sürtünmenin arttığı sonucuna varılmaktadır.

Sonlu elemanlar analizlerinde, masura bombe yüksekliği ve bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapı tasarım değişkenleri olarak değerlendirilmiş ve bu değişkenlerin sürtünme momenti ve yorulma ömrü üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bu analizler neticesinde elde edilen sonuçlara göre şu değerlendirmeler yapılabilir:

- Bombe yüksekliği 5 – 22,5 mikron arasında arttıkça sürtünme momentinin azaldığı, 22,5-30 mikron arasında ise artan bombe yüksekliği ile sürtünme momentinin arttığı gözlenmiştir.
- Bombe yüksekliği 5 – 30 mikron arasında arttıkça yorulma ömrünün monotonik olarak azaldığı gözlenmiştir.
- Yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapı 9112,5 – 25000 mm arasında arttıkça hem sürtünme momentinin hem de yorulma ömrünün monotonik olarak arttığı gözlenmiştir.

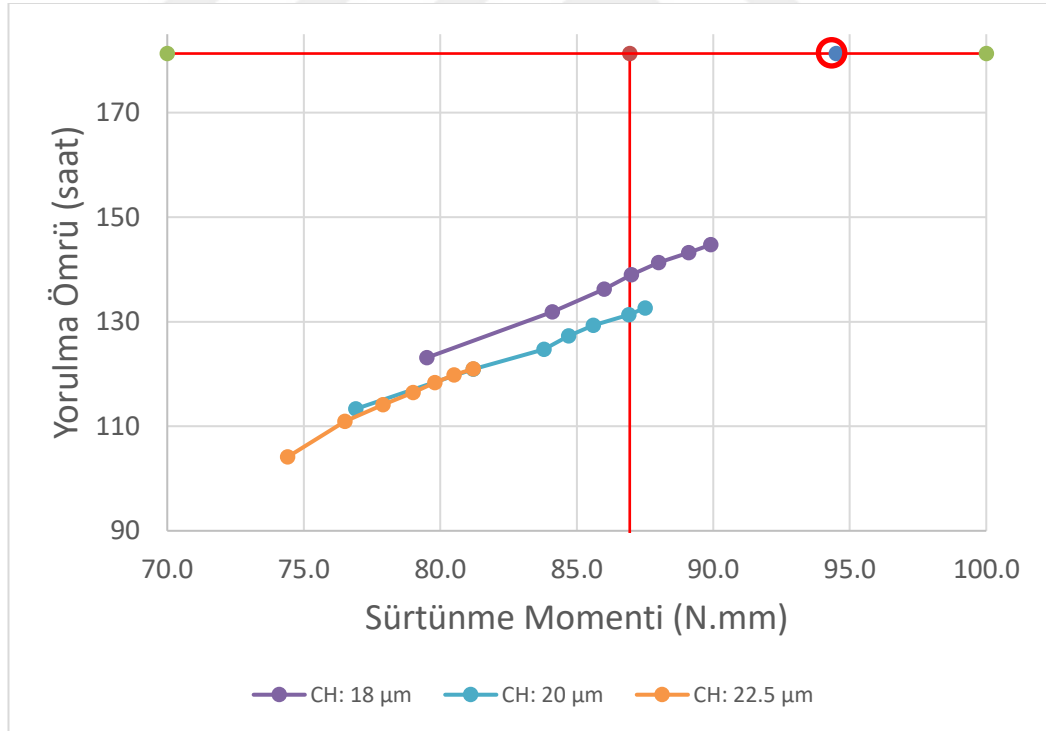
Elde edilen bu sonuçlar kullanılarak 7. bölümde optimizasyon çalışması yapılmıştır.



## 7. PARETO OPTİMAL TASARIMLARIN BELİRLENMESİ VE TEST SONUÇLARI İLE KARŞILAŞTIRILMASI

### 7.1 Pareto Optimal Tasarımların Belirlenmesi

Bu çalışmadaki hedef, mevcut rulmanın sürtünme momenti en az %8 azaltmaktır. Bu hedef doğrultusunda yapılan bu çalışmada, mevcut NJ309 EP4 rulmanı için bulunan sürtünme momenti değerinin %8 düşürülmesi hedefinde başarılı olabilecek üç adet bombe yüksekliği belirlenmiştir. Burada, masura bombe yüksekliğinin 18, 20 ve 22,5  $\mu\text{m}$ 'lik değerleri için bulunan sürtünme momenti sonuçları, mevcut NJ309 EP4 rulmanının optimizasyonu için belirlenen bu hedefe uygun bulunmuştur. Dolayısıyla, bu üç bombe yüksekliği değeri için bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçaplarının 9112,5 – 25000 mm arasındaki değerleri için sürtünme momenti ve yorulma ömrü sonuçları, bir Pareto Front grafiğinde değerlendirilmiştir (Şekil 7.1).



Şekil 7.1: CH: 18, 20 ve 22,5  $\mu\text{m}$  bombe yükseklikleri için Pareto Front grafiği

Şekil 7.1’de sunulan Pareto Front grafiğinde dikey olarak konumlandırılan kırmızı çizgi, sürtünme momenti hedefi için aşılması gereken değeri (86,9 N.mm) göstermektedir. Yatay olarak konumlandırılan kırmızı çizgi ise, NJ309 EP4



rulmanına ait sonlu elemanlar yöntemi ile bulunan yorulma ömrü değerini (181,3 saat) göstermektedir. Bunun yanı sıra, CH: 18, 20 ve 22,5  $\mu\text{m}$ 'lik bombe yüksekliklerinin, 9112,5 ve 25000 mm'lik bilezik yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapları ile olan kombinasyonlarına ait sürtünme momenti ve yorulma ömrü sonuçları, farklı renkler ile belirtilmiş veri setleri ile gösterilmektedir.

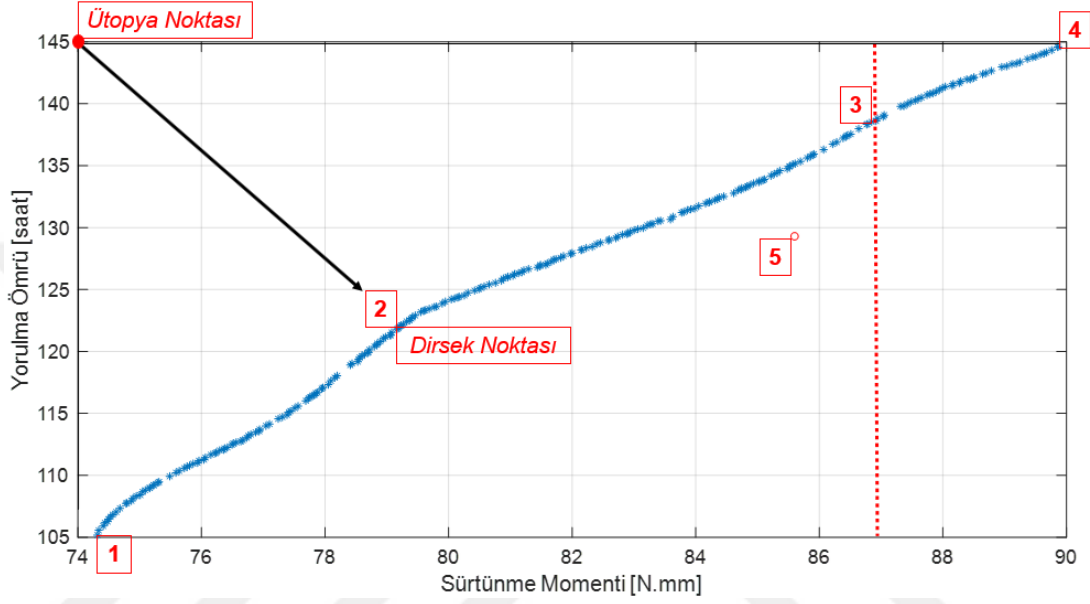
İncelenen bombe yüksekliklerinin yuvarlanma yolu bombe profili yarıçaplarına göre sürtünme momentlerinin, yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapı arttıkça arttığı; yorulma ömrünün ise benzer davranışı göstererek yuvarlanma yolu bombe profili yarıçapı ile doğru orantılı bir ilişkide olduğu görülmektedir. Buna göre, bombe yüksekliği 22,5  $\mu\text{m}$  olduğunda, yuvarlanma yolu bombe profili yarıçaplarına göre değişen sürtünme momentlerinin sınırı oldukça altında olduğu, fakat yorulma ömrü değerinin ise diğer tasarımlara göre düşük olduğu tespit edilebilir. Sürtünme momenti için belirlenen sınıra en yakın tasarımlar, CH: 18  $\mu\text{m}$  – R=15000 mm ve CH: 20  $\mu\text{m}$  – R=22500 mm kombinasyonlarında oluşan tasarımlardır. Ancak, CH: 20  $\mu\text{m}$  – R=22500 mm kombinasyonu ile elde edilen tasarımda, sürtünme momenti değeri belirlenen sınıra oldukça yakın durmaktadır. Yapılacak testlerde, bu tasarım için elde edilecek sürtünme momenti değerinin sınırı geçme riski olduğundan, CH: 20  $\mu\text{m}$  – R=20000 mm kombinasyonu ikinci aday tasarım olarak belirlenmiştir. Seçilen bu tasarımların sonlu elemanlar analizleri neticesinde elde edilen sürtünme momentleri ve yorulma ömürleri Çizelge 7.1'de verilmiştir. CH: 20  $\mu\text{m}$  – R=20000 mm tasarımına ait sürtünme momenti değerinin 86,9 N. mm'lik sınıra daha uzak oluşu, hedefe ulaşma açısından daha güvenli bir tasarım olarak değerlendirilmiştir. Bu sebeple, NJ309 OP rulmanı, bu tasarıma göre üretilmiştir. Ardından NJ309 OP rulmanının testleri yapılmış ve test sonuçları ilerleyen kısımda değerlendirilmiştir.

Çizelge 7.1: Belirlenen tasarımlar için elde edilen sürtünme momentleri ve yorulma ömürleri.

Belirlenen Tasarımlar	Sürtünme Momenti (N.mm)	Yorulma Ömrü (saat)
CH: 18 $\mu\text{m}$ – R=15000 mm	86,0	136,2
CH: 20 $\mu\text{m}$ – R=20000 mm	85,6	129,3

Elde edilen sonlu elemanlar analizi sonuçlarına ilişkin eniyileme çalışması ise MATLAB yazılımı kullanılarak yapılmıştır. Vekil model oluşturularak, tasarım

değişkenleri ve amaç fonksiyonu arasında matematiksel ilişki kurulmuş, daha az sayıda simülasyonla eniyileme problemini çözme imkânı elde edilmiştir. Vekil modelin oluşturulması MATLAB yazılımına entegre edilen DACE araç kutusu vasıtasıyla yapılmıştır [28]. Kriging yöntemi ile yapılan eniyileme çalışmasında genetik algoritma kullanılmıştır. Bu süreç sonunda oluşturulan Pareto Front grafiği, Şekil 7.2’de verilmiştir.



Şekil 7.2: Eniyileme süreci sonrası elde edilen Pareto Front grafiği

Şekil 7.2’de gösterilen kesikli dikey çizgi, 86,9 N. mm’lik sınır değerini göstermektedir. NJ309 EP4 rulmanı için belirlenen sürtünme momenti değerinin %8 oranında düşürülmesi hedeflendiğinden, belirtilen bu sınırın aşılması gerekmektedir. Bu sınır değerine en çok yaklaşan tasarım, 3 numaralı nokta ile belirtilen CH: 18  $\mu\text{m}$  – R=17219 mm kombinasyonlu tasarımdır. Optimum olarak belirlenen bu tasarım, 86,9 N.mm sürtünme momenti ve 138,7 saat yorulma ömrü değerine sahiptir. 1 ve 4 numaralı noktalar, bu tasarım kombinasyonlarındaki sınır noktalarıdır. Bu sınırlara istinaden belirlenen ütopya noktası, Pareto Front grafiğinde gösterilmiştir. 2 numaralı nokta ise, ütopya noktasına en yakın olarak belirlenen noktadır. Çizelge 7.1’de yer verilen tasarımlardan ikincisi, 5 numaralı nokta ile belirtilen CH: 20  $\mu\text{m}$  – R=20000 mm kombinasyonlu tasarımdır.

## 7.2 Testler ve Sonuçları

### 7.2.1 Yorulma Ömrü Testleri

Mevcut NJ 309 E P4 ve NJ 309 OP rulmanlarının ömür testleri Resim 7.1’de gösterilen masuralı rulman ömür test aparatında yapılmıştır. 31 kN radyal yük altında 7’şer adet NJ309 E P4 ve NJ 309 OP rulmanın ömür testi tamamlanmıştır.



Resim 7.1: NJ309 Silindirik masuralı rulman ömür test aparatı

Test aşamasına geçilmeden önce, referans teşkil etmesi açısından teorik ömür hesabı yapılması önem arz etmektedir. Bu sebeple, *MESYS Rolling Bearing Calculation* programı kullanılarak NJ 309 tipi rulmanların öngörülen test şartlarında yorulma ömrü hesabı yapılmıştır. MESYS yazılımına göre, rulmanın yükleme şartları ve yağlama koşullarında hesaplanan  $L_{10}$  ömür değeri 225 saat,  $L_{50}$  ömür değeri ise 768 saat bulunmuştur. MESYS yazılımı yuvarlanma yolu veya bombe profili değişikliklerinin etkisini hesaba katabilen bir program olmadığından NJ 309 EP 4 ve NJ 309 OP rulmanlarına ait teorik ömür süresi birbirinin aynı çıkmaktadır. Çizelge 7.2’de MESYS yazılımına girilen parametreler ve çıkan teorik ömür sonuçları gösterilmiştir.

Çizelge 7.2: MESYS Rolling Bearing Calculation programı test şartları ve teorik ömür değerleri.

NJ309 Silindirik Masuralı Rulman Teorik Ömür Hesaplama Sonucu ve Test Şartları							
Malzeme Verileri		Test Şartları		Yağlama		Teorik Ömür Değerleri	
Malzeme	100Cr6	Fa (Eksenel Yük)	-	Yağlayıcı	Mobile Velocite No:10	L10 225 saat	L50 768 saat
Elastisite Modülü	210000 MPa	Fr (Radyal Yük)	31000 N	Yağlayıcı Viskozitesi	40 °C: 22 mm2/s 100 °C: 4 mm2/s		
Poisson Oranı	0.3	Devir	2000 rpm	Sıcaklık	80°C		
Yoğunluk	7810 kg/m <sup>3</sup>	İç Bilezik Sıcaklık	95 °C	Yoğunluk	862 kg/m <sup>3</sup>		
Termal Uzama Katsayısı	11.9 µm/m°C	Dış Bilezik Sıcaklık	75 °C	Kontaminasyon Faktörü (eC)	0.4 (Normal Kirlilik)		
Termal Geçirgenlik	46.6 W/m*K	<i>*Rulman İç Bilezikten Döndürülmektedir*</i>					
Yüzey Sertliği	61 HRC						

Yorulma ömrü deneyi gerçekleştirilen 7'şer adet NJ 309 EP4 ve NJ 309 OP rulmanlarının tespit edilen ömür süreleri Çizelge 7.3'te verilmiştir.

Çizelge 7.3: NJ309 E P4 ve NJ309 OP rulmanların ömür süreleri (31 kN radyal yük altında).

Rulman No.	Ömür Süresi (saat)	
	NJ 309 EP 4	NJ 309 OP
1	161	144
2	50	103
3	196	95
4	192	212
5	65	172
6	40	50
7	220	88

Yapılan ömür testlerine ilişkin yapılan istatistiksel analizler neticesinde, NJ 309 EP 4 ve NJ 309 OP rulmanlarının L<sub>10</sub> ve L<sub>50</sub> deneysel ömürleri Çizelge 7.4'te karşılaştırılmıştır.

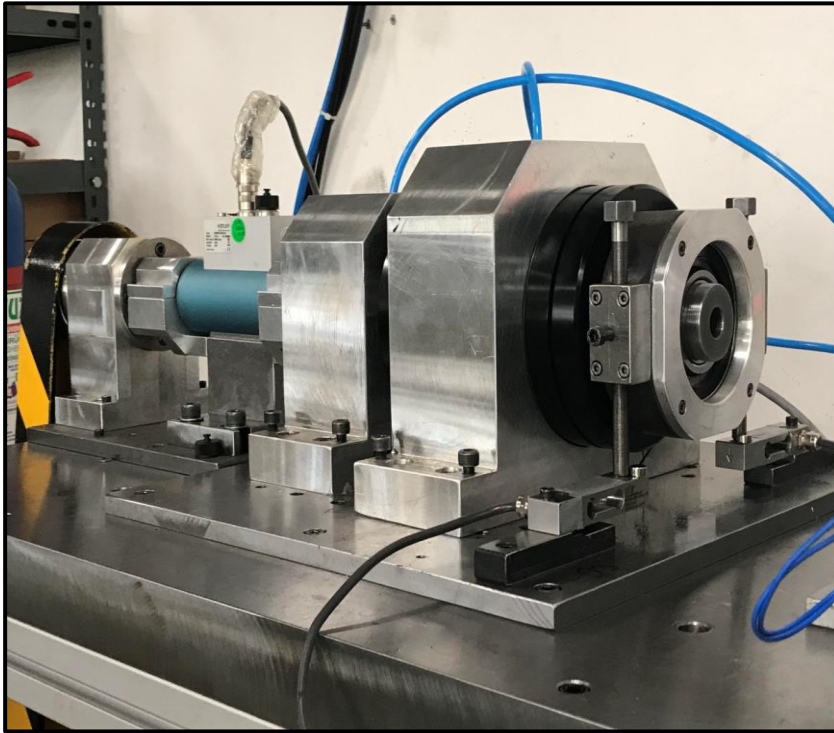
Çizelge 7.4: NJ309 E P4 ve NJ309 OP teorik-deneysel ömür süresi karşılaştırması.

Güvenilirlik (%)	Teorik Ömür Süresi (saat)	Deneysel Ömür Süresi (saat)	
		NJ 309 EP 4	NJ 309 OP
L <sub>10</sub> (%90 güvenilirlik)	225	60	58
L <sub>50</sub> (%50 güvenilirlik)	768	140	127

Standart NJ309 E P4 rulmanı ile geliştirilen NJ309 OP rulmanı için yapılan yorulma ömrü testler sonuçları ile yapılan istatistiksel analizler sonucunda, standart NJ309 E P4 rulmanının L<sub>10</sub> (%90 güvenilirlikte) deneysel ömür değeri 60 saat, NJ309 OP rulmanının ise L<sub>10</sub> deneysel ömür değeri 58 saat çıkmıştır. L<sub>10</sub> deneysel ömür süreleri karşılaştırıldığında ömür değerinde sadece %3'lük bir azalma olduğu gözlemlenmiştir.

### 7.2.2 Sürtünme Momenti Testleri

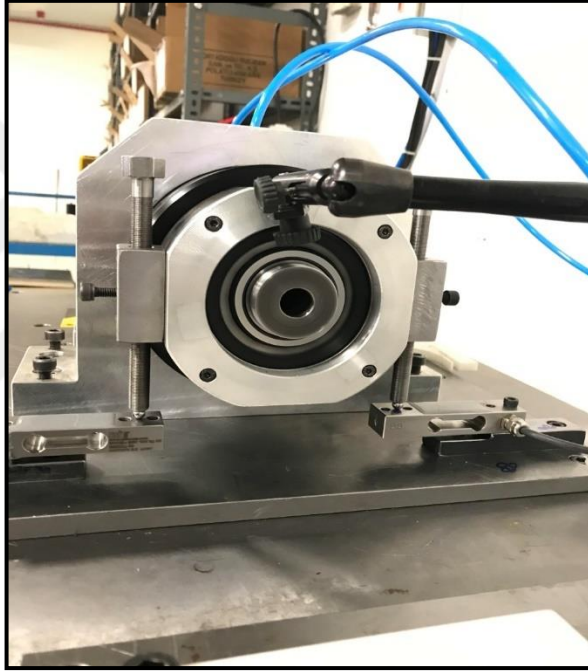
NJ309 E P4 ve NJ309 OP rulmanlarının sürtünme momenti testleri Resim 7.2'de gösterilen sürtünme momenti ölçme test aparatında yapılmıştır. 7'şer adet NJ309 EP4 ve NJ309 OP rulmanı, hem yüklü hem de yüksüz durumda test edilmiştir.



Resim 7.2: Sürtünme momenti ölçme test aparatı

Sürtünme momenti ölçümünde, sürtünme momenti değeri iki ayrı yöntem ile okunabilir. Bunlardan ilki yük hücrelerinin kullanımındır. Yapılan testlerde sürtünme momenti değeri, Resim 7.3'te gösterilen 100 kg kapasiteli 2 adet yük hücresinden okunan değerlerin farkının moment kolu ile çarpılmasıyla ve tork sensörü ile sürtünme momenti değeri okunmuştur. Bu yöntem ile, sürtünme momenti değeri Denklem 7.1'de gösterildiği gibi hesaplanır. Kuvvet kolu rulman merkezinden yükleme civatalarının merkezine (yükleme eksenine) olan uzaklık değeridir ve bu değer 0,070 m olarak alınmıştır.

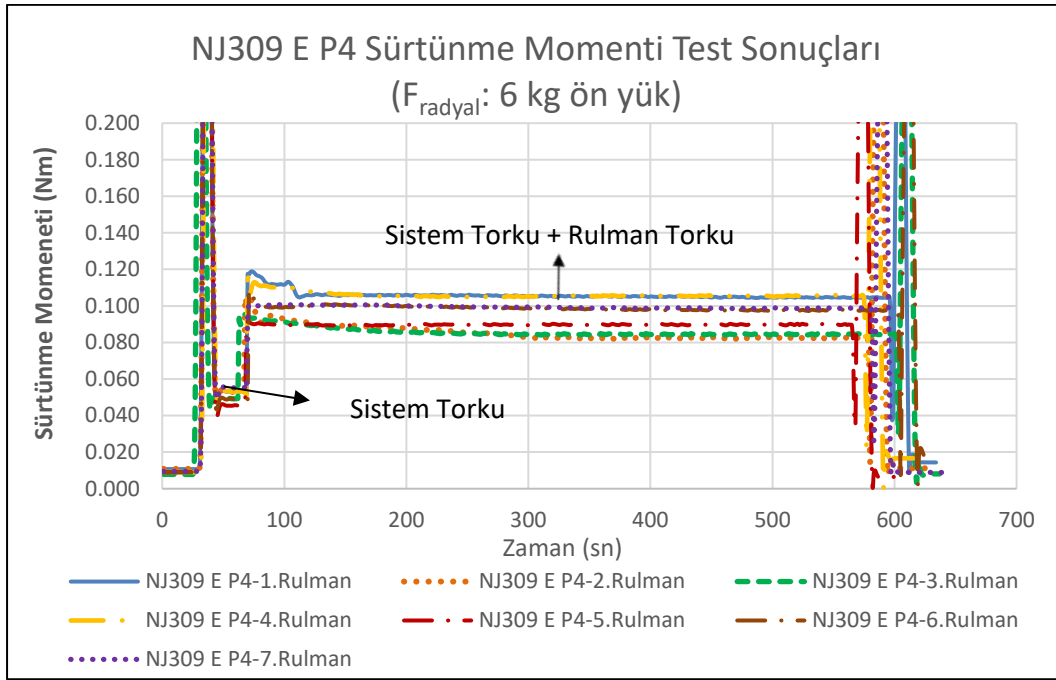
$$\text{Moment [Nm]} = \text{Yük farkı [kg]} \times 9,81 \times 0,070 \text{ [m]} \quad (7.1)$$



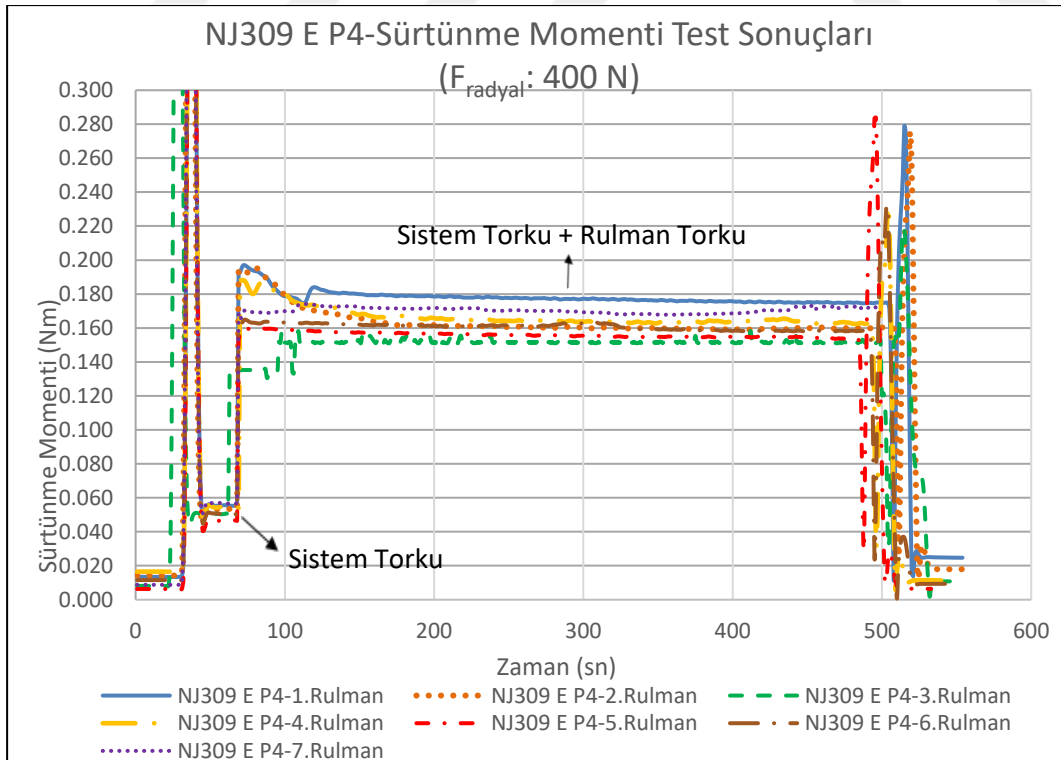
Resim 7.3: Sürtünme momenti ölçme test aparatı, önden görünüş

Sürtünme momenti değerlerinin tespitindeki ikinci metot ise tork sensöründen gelen veriyi kaydetmektir. Bu yöntem ile daha hassas bir ölçüm alındığı için bundan sonra sunulacak sürtünme momenti grafiklerinde tork sensöründen alınan değerler dikkate alınmıştır. Test süresince alınan anlık tork değerlerinin, hem yüksüz hem yüklü durum için grafikleri Şekil 7.3 ve Şekil 7.4'te gösterilmiştir. Burada, yüksüz olarak adlandırılan test, 6 kg'lık radyal ön yük altında yapılmıştır. Zira, test mekanizmasının fiziği gereği, sonuç alınabilmesi için yükleme civatalarının sıkılması ve rulmana yük uygulanması gerekmektedir. Sürtünme momentlerinin karşılaştırılacağı ve asıl sonucun alınacağı durum ise, 40 kg'lık radyal yük altında gerçekleştirilen yüklü testtir.

Bu sebeple, sonlu elemanlar modelleriyle analiz edilen durum da 40 kg'lık radyal yük şartının esas alındığı durum olmuştur.



Şekil 7.3: NJ309 E P4 rulmanı sürtünme momenti ölçüm sonuçları (6 kg radyal ön yük altında)



Şekil 7.4: NJ309 E P4 rulmanı sürtünme momenti ölçüm sonuçları (400 N radyal yük altında)

Tork sensörü ile rulmandan alınan anlık tork bilgisi içerisinde, sistem torku ve rulman torku birlikte yer almaktadır. Bu sebeple, rulmana ait sürtünme momenti ölçümünde, toplam moment değerinden sistem torku çıkarılmış ve rulmanların net sürtünme momenti tespit edilmiştir.

Standart NJ309 E P4 rulmanları için yüksüz ve yüklü olarak gerçekleştirilen testlerden çıkartılan rulman sürtünme momenti ve sistem sürtünme momenti değerleri sırasıyla Çizelge 7.5 ve 7.6’da verilmiştir.

Çizelge 7.5: NJ309 E P4 sürtünme momenti sonuçları (yüksüz,  $F_{\text{radyal}} = 60 \text{ N}$ ).

Rulman Tipi	Rulman No	Rulman Torku (N.mm)	Sistem Torku (N.mm)
NJ309 E P4	1	52,0	53,0
	2	37,0	48,0
	3	37,0	45,0
	4	54,5	53,0
	5	45,0	45,0
	6	40,0	48,0
	7	44,0	55,0

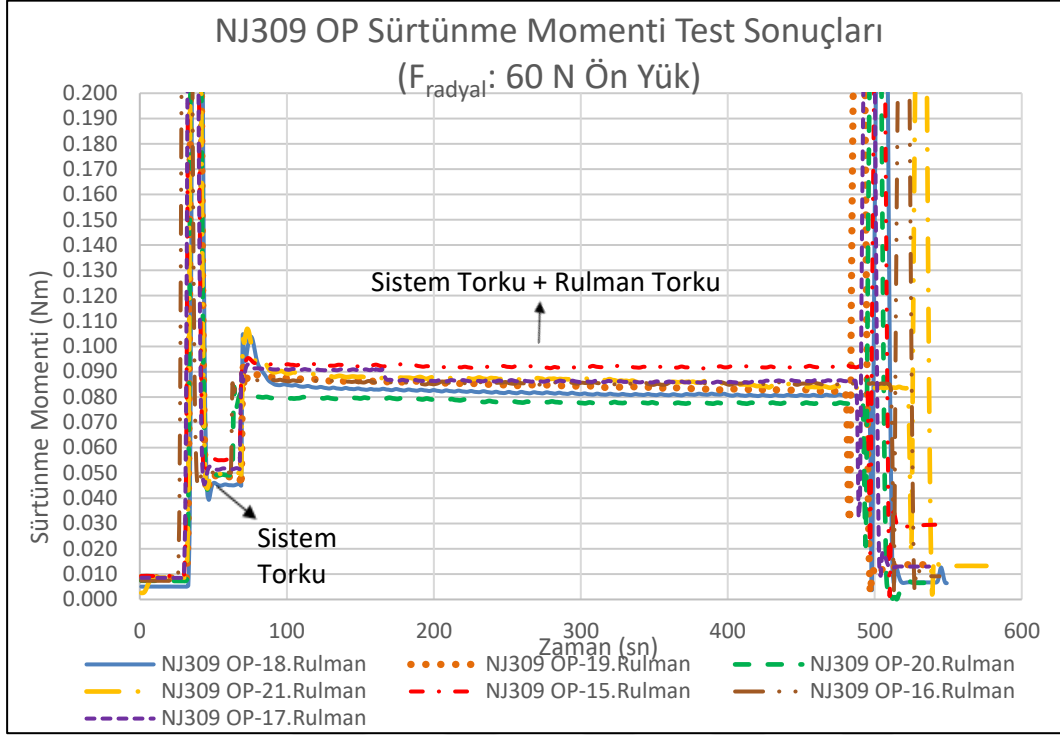
Çizelge 7.6: NJ309 E P4 sürtünme momenti sonuçları (yüklü,  $F_{\text{radyal}} = 400 \text{ N}$ ).

Rulman Tipi	Rulman No	Rulman Torku (N.mm)	Sistem Torku (N.mm)
NJ309 E P4	1	121,3	55,0
	2	106,0	54,0
	3	102,0	50,0
	4	110,0	55,0
	5	109,3	46,0
	6	108,0	51,0
	7	114,5	56,0

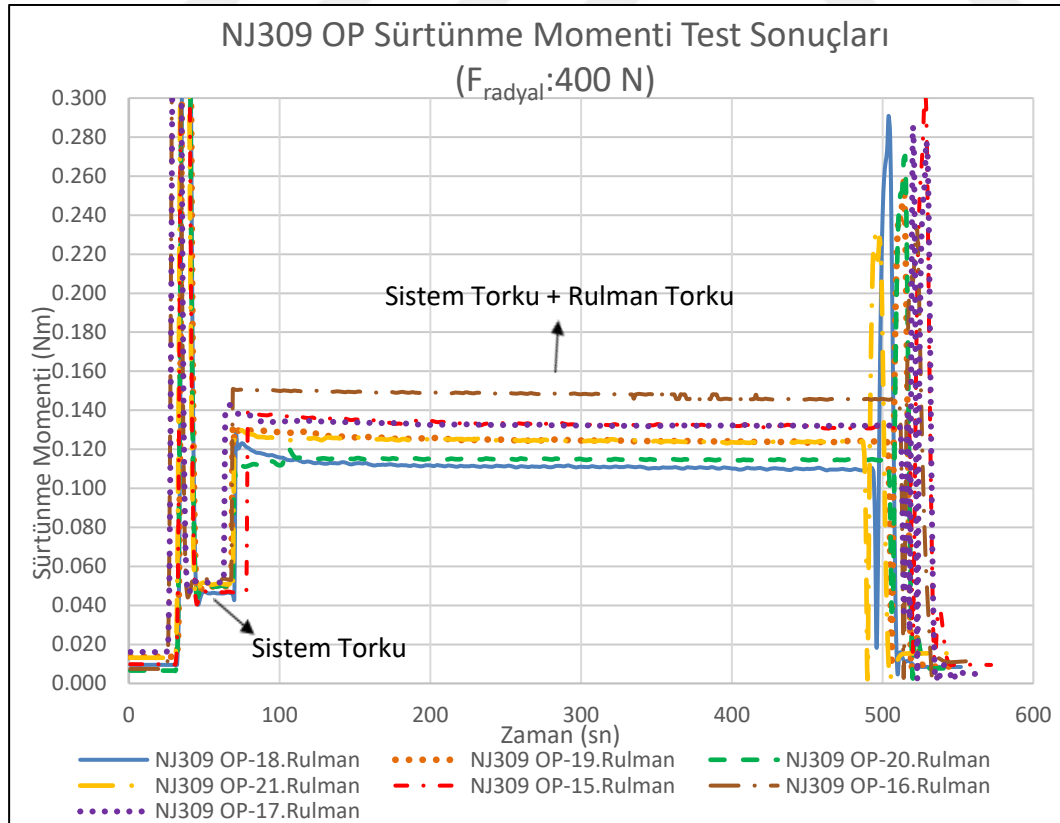
Benzer şekilde, optimizasyon neticesinde üretilen NJ309 OP rulmanı için sürtünme momenti testleri yapılmıştır. Tork sensörü vasıtasıyla, ölçülen sistem torku ve rulman torku zamana bağlı olarak kaydedilmiştir. Şekil 7.5 ve Şekil 7.6, NJ309 OP



rulmanlarının anlık sürtünme momenti bilgisini yüksüz ve yüklü durumlar için göstermektedir.



Şekil 7.5: NJ309 OP rulman sürtünme momenti test sonuçları (yüksüz durumda)



Şekil 7.6: NJ309 OP rulman sürtünme momenti test sonuçları (yüklü durumda)

Optimize edilmiş NJ309 OP rulmanları için yüksüz ve yüklü olarak gerçekleştirilen testlerden çıkartılan rulman sürtünme momenti ve sistem sürtünme momenti değerleri sırasıyla Çizelge 7.7 ve 7.8’de verilmiştir.

Çizelge 7.7: NJ309 OP sürtünme momenti sonuç çizelgesi (yüksüz,  $F_{\text{radyal}}=60\text{ N}$ ).

Rulman Tipi	Rulman No	Rulman Torku (N.mm)	Sistem Torku (N.mm)
NJ309 OP	15	37,0	55,0
	16	35,0	51,0
	17	33,0	52,0
	18	35,0	46,0
	19	35,3	50,0
	20	29,8	49,8
	21	35,0	50,0

Çizelge 7.8: NJ309 OP sürtünme momenti sonuç çizelgesi (yüklü,  $F_{\text{radyal}}=400\text{ N}$ ).

Rulman Tipi	Rulman No	Rulman Torku (N.mm)	Sistem Torku (N.mm)
NJ309 OP	15	85,0	55,0
	16	92,0	51,0
	17	81,5	52,0
	18	64,0	46,0
	19	75,0	50,0
	20	75,0	49,8
	21	74,5	50,0

Sürtünme momenti karşılaştırma test sonuçları ise Çizelge 7.9 ve 7.10’da verilmiştir. Yüksüz sürtünme momenti testlerinin sonuçları incelendiğinde, NJ309 E P4 rulmanları ortalama 44,2 N.mm sürtünme momentine sahip iken, geliştirilen bombe profiline sahip NJ309 OP rulmanları ise ortalama 34,3 N.mm sürtünme momentine sahiptir. Yüksüz durumda yapılan testler sonucunda NJ309 OP rulmanları, standart

NJ309 E P4 rulmanlarına göre %22,7 daha az sürtünme momentine sahip olduğu gözlemlenmiştir.

Daha önemli olan sonuç ise, rulmanların yüklü durumda sergilediği sürtünme momenti performansdır. Sürtünme momenti testlerinin sonuçları incelendiğinde ise, NJ309 E P4 rulmanları ortalama 110,2 N.mm sürtünme momentine sahip iken, geliştirilen bombe profiline sahip NJ309 OP rulmanları ise ortalama 78,1 N.mm sürtünme momentine sahiptir. Yüklü durumda yapılan testler sonucunda NJ309 OP rulmanları, standart NJ309 E P4 rulmanlarına göre %29,1 daha az sürtünme momentine sahip olduğu gözlemlenmiştir.

Çizelge 7.9: Yüksüz durumda ( $F_{\text{radyal}} = 60 \text{ N}$ ) gerçekleştirilen sürtünme momenti ölçümleri, NJ309 E P4 – NJ309 OP karşılaştırması.

Rulman Tipi	Rulman No	Rulman Torqu (N.mm)	Sistem Torqu (N.mm)
NJ309 E P4	1	52,0	53,0
	2	37,0	48,0
	3	37,0	45,0
	4	54,5	53,0
	5	45,0	45,0
	6	40,0	48,0
	7	44,0	55,0
NJ309 OP	15	37,0	55,0
	16	35,0	51,0
	17	33,0	52,0
	18	35,0	46,0
	19	35,3	50,0
	20	29,8	49,8
	21	35,0	50,0

Son olarak, NJ309 EP4 ve NJ 309 OP rulmanlarının sürtünme momenti ve yorulma ömrü test sonuçları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı, t-testi yapılarak değerlendirilmiştir. Bu çalışmadaki amaç birbirinden bağımsız iki örneklem grubu için belirli bir değişken bakımından elde edilen sonuçlar arasındaki farkın istatistiksel olarak önemli olup olmadığını test etmek olduğu için, bağımsız örneklem t-testi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 7.11’de sunulmuştur. Bu sonuçlara göre:

- Yorulma ömrü bakımından; NJ309 EP4 ve NJ 309 OP rulmanlarının test sonuçları arasında istatistiksel olarak önemli bir fark yoktur.
- Sürtünme momenti bakımından (hem yüklü durum hem de yüksüz durum için); NJ309 EP4 ve NJ 309 OP rulmanlarının test sonuçları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark yoktur.

Çizelge 7.10: Yüklü durumda ( $F_{\text{radyal}}=400$  N) gerçekleştirilen sürtünme momenti ölçümleri, NJ309 E P4 – NJ309 OP karşılaştırması.

Rulman Tipi	Rulman No	Rulman Torku (N.mm)	Sistem Torku (N.mm)
NJ309 E P4	1	121,3	55,0
	2	106,0	54,0
	3	102,0	50,0
	4	110,0	55,0
	5	109,3	46,0
	6	108,0	51,0
	7	114,5	56,0
NJ309 OP	15	85,0	55,0
	16	92,0	51,0
	17	81,5	52,0
	18	64,0	46,0
	19	75,0	50,0
	20	75,0	49,8
	21	74,5	50,0

Çizelge 7.11: NJ309 E P4 ve NJ309 OP arasında t-testi ile yapılan karşılaştırma.

	Yorulma Ömrü	Sürtünme Momenti (yüklü durum)	Sürtünme Momenti (yüksüz durum)
p-değeri	0,80	$2,66 \times 10^{-4}$	$2,66 \times 10^{-4}$

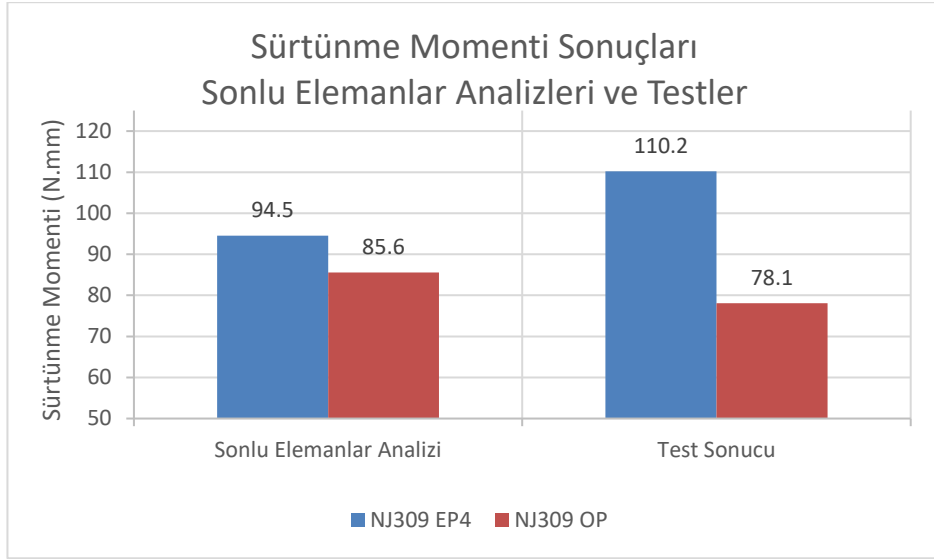
### 7.3 Pareto Optimal Tasarımların Test Sonuçları ile Karşılaştırılması

5. ve 6. bölümlerde değinildiği üzere, standart NJ309 EP4 rulmanı sürtünme momenti ve yorulma ömrü için geliştirilmiş sonlu elemanlar analizlerine tabi tutularak, sürtünme momenti ve yorulma ömrü tahmini yapılmıştır. Masura bombe profili ve

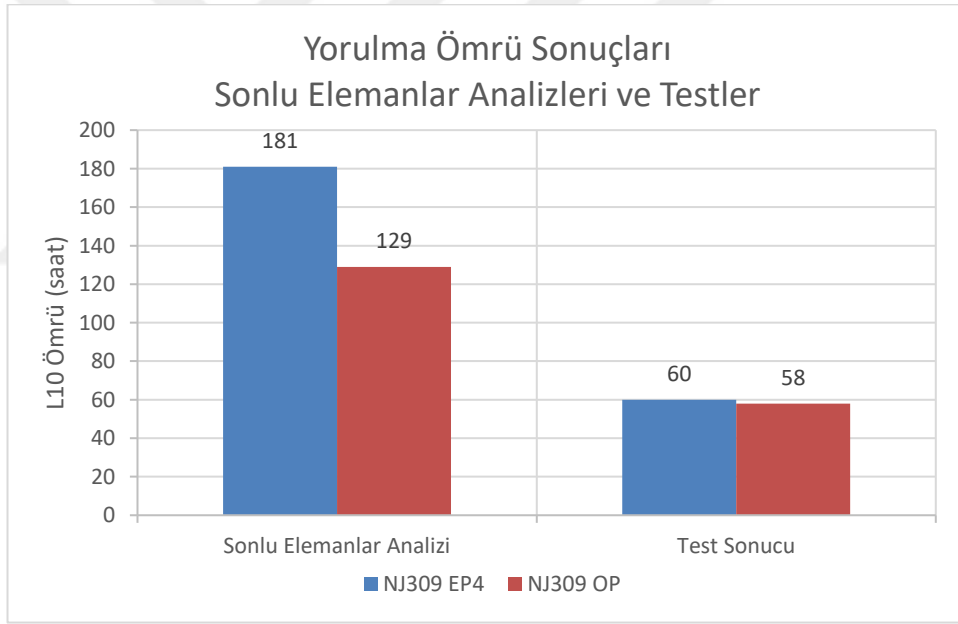
bilezik yuvarlanma yolu yarıçaplarının farklı kombinasyonları için benzer analizler yapılmış ve pareto optimal tasarımlar belirlenmiştir. Burada belirlenen pareto optimal tasarımlar, sürtünme momentinin %8'lik minimizasyonunu hedefleyen ve bu hedefi gerçekleştirirken yorulma ömrünü maksimize etmek üzere oluşturulmuş tasarımlardır. Bu sürecin sonunda belirlenen optimum tasarım üretilmiş ve NJ309 OP adıyla, bu bölümde anlatılan sürtünme momenti ve yorulma ömrü testlerine tabi tutulmuştur.

Bu kısımda, standart NJ309 EP4 rulmanının ve NJ309 OP rulmanının testler neticesinde elde edilen sürtünme momenti ve yorulma ömrü değerleri, sonlu elemanlar modelleri sonuçları ile karşılaştırılacaktır. Şekil 7.7'de NJ309 EP4 ve NJ309 OP rulmanları için sonlu elemanlar ile sürtünme momenti tahmini ve elde edilen test sonucu verilmiştir. Buna göre, sonlu elemanlar analizleri doğrultusunda, geliştirilecek NJ309 OP rulmanının sürtünme momenti 85,6 N.mm olarak tahmin edilmiştir. Bu tahmin, NJ309 OP rulmanını için standart NJ309 EP4 rulmanının sonlu elemanlar vasıtasıyla tahmin edilen 94,5 N. mm'lik sürtünme momenti değerinden %9,4 daha düşük bir sürtünme momenti elde edileceğini öngörmektedir.

Test sonuçlarına bakıldığında ise, NJ309 EP4 rulmanının sürtünme momenti değeri 110,2 N.mm olarak bulunmakta; NJ309 OP rulmanı için sürtünme momenti değeri ise 78,1 N.mm olarak bulunmaktadır. Test neticesinde elde edilen sürtünme momenti minimizasyonu %29,1 gelmektedir. Bu durum, bu tezde hedeflenen amacı sağlamaktadır. Fakat sonlu elemanlar analizi tahminlerindeki minimizasyon yüzdesi ile test sonuçları ile elde edilen minimizasyon yüzdesi arasındaki fark tartışmaya değerdir. Bu farkın en büyük sebebi, elbette ki sonlu elemanlar modellerinin fiziki test şartlarını tamamen yansıtamamasından kaynaklıdır. Zira, test şartları oluşturan etmenler arasında rulmanın mekanik özellikleri ve çalışma mekanizması etkili olduğu kadar, sıcaklık ve akışkana bağlı sebepler de rol oynamaktadır. Rulmanın çalışması esnasında ortaya çıkan sıcaklık, yağlayıcı faktörü, yağlayıcının ortaya çıkan sıcaklıktan etkilenişi sonlu elemanlar modelinde hesaba katılmayan faktörlerdir. Bölüm 5 ve 6'da anlatılan sonlu elemanlar modellerinde yalnızca mekanik faktörler hesaba katılmıştır.



Şekil 7.7: NJ309 EP4 ve NJ309 OP rulmanları için sonlu elemanlar sürtünme momenti tahmini ve test sonucu



Şekil 7.8: NJ309 EP4 ve NJ309 OP rulmanları için sonlu elemanlar yorulma ömrü tahmini ve test sonucu

Benzer biçimde, Şekil 7.8’de ise sonlu elemanlar modelleri vasıtasıyla NJ309 EP4 ve NJ309 OP rulmanlarına ilişkin yapılan ömür tahmini ve test sonuçları karşılaştırması gösterilmektedir. Sürtünme momenti sonuçlarına dair yapılan tartışma burada da yapılabilir. Sonlu elemanlar modellerinin sıcaklık, yağlayıcı akışkan gibi faktörleri yansıtmaması, ömür tahmininde de yalnızca mekanik faktörlerin değerlendirilmesi ve tahminin buna göre yapılmasına sebep olmuştur. Fakat, test sonuçlarının olumlu bir

biçimde, tez çalışmasının hedeflerini karşıladığı görülmektedir. Zira, NJ309 EP4 ve NJ309 OP rulmanlarının testler ile tespit edilen  $L_{10}$  ömürleri arasında %3'lük bir fark mevcuttur. Bu da birbirine oldukça yakın ömürlerin elde edildiği anlamına gelmektedir. Dolayısıyla, optimizasyon çalışması neticesinde, standart rulmanın sürtünme momenti %29,1 oranında düşürülmüş; bununla beraber yorulma ömründe önemli bir düşüş yaşanmamıştır.



## 8. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez kapsamında, Ortadoğu Rulman Sanayi A.Ş.'ye ait mevcut NJ309 EP4 tipi silindirik makaralı rulmanın masura bombe profili ve bilezik yuvarlanma yolu optimizasyonu yapılmıştır. Masura bombe yüksekliği ve bilezik yuvarlanma yolu yarıçapı tasarım değişkenleri olarak seçilmiş, bu değişkenlerin kombinasyonları ile farklı tasarımlar oluşturulmuştur. Bu tasarımlar, yorulma ömrü tahmini ve sürtünme momenti tahmini için geliştirilen sonlu elemanlar modellerine aktarılmış; elde edilen yorulma ömrü ve sürtünme momenti verileri ile optimizasyon süreci başlatılmıştır. Optimizasyon sonucunda elde edilen en iyi tasarım (NJ309 OP rulmanı), testlere tabi tutularak deneysel sürtünme momenti ve yorulma ömrü sonuçları elde edilmiştir. Test sonuçlarına bakıldığında; sürtünme momentinin %29 azaldığı, bununla beraber  $L_{10}$  ömrünün ise mevcut rulmana göre yalnızca %3'lük azaldığı gözlemlenmiştir.

Masura bombe yüksekliği ve bilezik yuvarlanma yolu yarıçapı tasarım değişkenleri olarak alındığında, tasarım kombinasyonlarının önemli bir bölümünde şu sonuçlar gözlemlenmiştir:

- Masura bombe yüksekliği arttıkça genellikle sürtünme momenti azalmaktadır. Bununla beraber, genellikle temas gerilmeleri artmakta ve yorulma ömrü azalmaktadır.
- Bilezik yuvarlanma yolu yarıçapı arttıkça genellikle sürtünme momenti artmaktadır. Bununla beraber, genellikle temas gerilmeleri azalmakta ve yorulma ömrü artmaktadır.

Ek olarak, geliştirilen sonlu elemanlar modelleri hem sürtünme momenti tahmini hem de yorulma ömrü tahmini açısından farklı tasarımlar arasındaki ilişkiyi iyi kurmuş ve tasarım değişkenlerinin sürtünme momenti ve yorulma ömrü sonuçlarına olan etkisini yansıtabilmiştir. Böylece yeni ve enerji etkin bir rulman geliştirilebilmiştir. Ancak, deneysel sonuçlar ile sonlu elemanlar analizi sonuçları arasındaki sayısal farklar azaltılmalıdır. Bu farkların oluşumunda, sonlu elemanlar modellerinin, rulmanların fiziki çalışma şartlarını tamamen simüle eden modeller olmaması rol oynamıştır. Zira



geliştirilen sonlu elemanlar modelleri, rulmanların çalışmasını yalnızca mekanik açıdan ele almış, yağlayıcı etkisi ve sıcaklık gibi diğer etkileri göz ardı etmiştir. Dolayısıyla, akışkan davranışının ve termal etkinin de hesaba katıldığı çok disiplinli sayısal modeller oluşturmak, simülasyonların gerçeğe yakınlığını ve doğruluk derecesini artıracaktır.



## KAYNAKLAR

- [1] **Hertz, H.**, Über die berührung fester elastischer körper, J. Reine und Angewandte Mathematik 92 (1882) 156–171.
- [2] **Carter, F.W.**, “On the action of a locomotive driving wheel”, Proc. R. Soc. Lond. A 112 (1926) 151–157.
- [3] **Vermeulen, P.J., Johnson, K.L.**, “Contact of non-spherical bodies transmitting tangential forces”, J. Appl. Mech. 31 (1964) 338–340.
- [4] **Kalker, J.J.**, Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990, pp. 137–184.
- [5] **Guler, M. A., Y. Alinia, and S. Adibnazari.** “On the rolling contact problem of two elastic solids with graded coatings” International Journal of Mechanical Sciences 64.1 (2012): 62-81.
- [6] **Bogdanski, S., Olzak, M., Stupnicki, J.**, Numerical stress analysis of rail rolling contact fatigue cracks, Wear 191 (1996) 14–24.
- [7] **Chen, Y.C., Chen, L.** “Effects of insulated rail joint on the wheel/rail contact stresses under the condition of partial slip”, Wear 260 (2006) 1267–1273.
- [8] **Saulot, A., Baillet, L.**, “Dynamic finite element simulations for understanding wheel–rail contact oscillatory states occurring under sliding conditions”, J. Tribol. ASME 128 (2006) 761–770.
- [9] **Zhao, X., Li, Z.** “The solution of frictional wheel–rail rolling contact with a 3D transient finite element model: Validation and error analysis” Wear 271.1 (2011): 444-452
- [10] **Zhao, X., Li, Z.** “A three-dimensional finite element solution of frictional wheel–rail rolling contact in elasto-plasticity.” Journal of Engineering Tribology 229.1 (2014): 86-100
- [11] **Zhao, X., Li, Z.** “A solution of transient rolling contact with velocity dependent friction by the explicit finite element method.” Engineering Computations 33.4 (2016): 1033-1050
- [12] **Guler, M.A.**, “Contact mechanics of FGM coatings,” PhD Thesis, Lehigh University. Bethlehem, PA, 2001.
- [13] **Guler, M.A, Erdogan, F.**, “The frictional sliding contact problems of rigid parabolic and cylindrical stamps on graded coatings,” International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 49, No. 2, 2007, pp. 161-182.
- [14] **Sanford, R.J.**, Principle of Fracture Mechanics, Prentice Hall, NJ, 2003.
- [15] **Budynas, R.G., Nisbett, J.K.**, Shigley’s Mechanical Engineering Design, 9th Edition, Mc Graw Hill, NY, 2011
- [16] 05224G, Elements of Metallurgy and Engineering Alloys, ASM International, Ohio,2008

- [17] **Barkey M., Hathaway, R., Lee, Y.L., Pan, J.,** Fatigue Testing and Analysis: Theory and Practice, Elsevier, Oxford, 2005
- [18] **Tavernelli, J.F., Coffin, L.F.,** Experimental Support for Generalized Equation Predicting Low Cycle Fatigue, and S. S. Manson, discussion, Trans. ASME, J. Basic Eng., vol. 84, no. 4, s. 533–537.
- [19] **Wittel, H., Jannasch, D., Vobiek, J., Spura, J.,** (2019.) Rolof/Matek Maschinenelemente, ISBN: 978-3-658-26279-2, 24. Auflage, Springer Vieweg, Berlin, Germany.
- [20] **Şekercioğlu, T.** 2018. Makine Elemanları Hesap Şekillendirme, ISBN: 978-975-511-601-3, 4. Baskı, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- [21] ISO 281. 2007. Rolling Bearings-Dynamic Load Ratings and Rating Life.
- [22] **Lundberg, G., Palmgren, A.** (1952). “Dynamic Capacity of Roller Bearings,” Ingenioersvetenskapskad. Handl. no. 210, The Royal Swedish Academy of Engineering Science, Stockholm, Sweden.
- [23] **Zaretsky, E. V.,** (2013). Rolling Bearing Life Prediction, Theory, and Application, NASA/TP-2013-215305, Ohio, U.S.A.
- [24] **Acar, E.,** 2014-2015 Akademik yılı bahar dönemi, Mak 511 Makine Mühendisliğinde Eniyileme Teknikleri ve İleri Uygulamalar ders notları, TOBB ETÜ.
- [25] **Haftka, R.T., Goel, T.,Queipo, N.V., Shyy,W., Tuvker, P.K.,** Surrogate-based analysis and optimization, Progress in Aerospace Sciences Cilt. 41,1-28,2005
- [26] **Broomhead, D. S., & Lowe, D.,** (1988). Radial basis functions, multi-variable functional interpolation and adaptive networks (No. RSRE-MEMO-4148). Royal Signals and Radar Establishment Malvern (United Kingdom).
- [27] **Acar, E.** (2013). Effects of the correlation model, the trend model, and the number of Training points on the accuracy of Kriging metamodels. Expert Systems, 30(5), 418-428.
- [28] **Lophaven, S. N., Nielsen, H. B., & Søndergaard, J.,** (2002). DACE: a Matlab kriging toolbox (Vol. 2). IMM, Informatics and Mathematical Modelling, The Technical University of Denmark.
- [29] **Luenberger, D.G., Ye,Y.,** Linear and Nonlinear Programming, 3.baskı, Springer,NY,2008
- [30] **Nocedal, J., Wright, S.J.,** Numerical Optimization, Springer, NY,2006
- [31] **Holland, J.H.,** ”Adaptation in Natural and Artificial Systems”, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [32] **Bolat, B., Erol O.K., İmrak, C.E.,**Mühendislik uygulamalarında genetik algoritmalar ve operatörlerin işlevi, Journal of Natural Engineering and Natural Sciences, Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi, Sigma 2004/4,2004
- [33] **Ju, S. H., Horng, T. L., & Cha, K. C.** (2000). Comparisons of contact pressures of crowned rollers. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 214(2), 147–156.

- [34] **Poplawski, J. V., Peters, S. M., & Zaretsky, E. V.** (2001). Effect Of Roller Profile On Cylindrical Roller Bearing Life Prediction—Part I: Comparison of Bearing Life Theories. *Tribology Transactions*, 44(3), 339–350
- [35] **Kamamoto, Fujimoto, Yamamoto,** (2001), Research on Crowing Profile to Obtain Maximum Load Carrying Capacity for Roller Bearings, *KOYO Engineering Journal*, 159E
- [36] **Johns, P. M., Gohar, R.,** (1981) Roller Bearings Under Radial and Eccentric Loads, *Tribology International* 14 31-136
- [37] **Cui, L., & He, Y.** (2015). A new logarithmic profile model and optimization design of cylindrical roller bearing. *Industrial Lubrication and Tribology*, 67(5), 498–508.
- [38] **Kumar, K. S., Tiwari, R., & Prasad, P. V. V. N.** (2009). An Optimum Design of Crowned Cylindrical Roller Bearings Using Genetic Algorithms. *Journal of Mechanical Design*, 131(5), 051011
- [39] **Fujiwara, H., Kobayashi, T., Kawase, T., & Yamauchi, K.** (2010). Optimized Logarithmic Roller Crowning Design of Cylindrical Roller Bearings and Its Experimental Demonstration. *Tribology Transactions*, 53(6), 909–916.
- [40] **Love, A. E. H.** (1952), *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th ed., Cambridge University Press: Cambridge.
- [41] **Bazaraa, M.S., Sheral, H.D., and Shetty, C.M.** (1993), *Nonlinear Programming*, John Wiley & Sons: New York.
- [42] ANSYS, Inc., *ANSYS Mechanical APDL Structural Analysis Guide*, ANSYS Ver 19, 2019.
- [43] ANSYS, Inc., *ANSYS Contact Technology Guide*, ANSYS Ver 9, 2019.
- [44] “ASTM 52100 Bearing Steel | 1.3505 | 100Cr6 | SUJ2 | EN31”, Otai Special Steel, 2020. [Online]. Available: <https://www.astmsteel.com/product/52100-bearing-steel-aisi/>
- [45] **Raje, N., & Sadeghi, F.,** (2009). Statistical numerical modelling of sub-surface initiated spalling in bearing contacts. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 223(6), 849–858.
- [46] **Lundberg, G., Palmgren, A.,** (1947) Dynamic capacity of rolling bearings. *Acta Polytech. Mech. Eng. Ser.*, 1(3), 1–52.

