

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DÜZLEM YÜKLEMESİ ALTINDA DELİKLİ KOMPOZİT PLAKALARIN
PERİDİNAMİK TEORİ İLE İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Buşra BAYKAN MERCAN

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER

MART 2021

Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

.....
Prof. Dr. Osman EROĞUL
Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

.....
Doç. Dr. Murat Kadri AKTAŞ
Anabilim Dalı Başkanı

TOBB ETÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 161511100 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Buşra BAYKAN MERCAN**'ın ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı "**DÜZLEM YÜKLEMESİ ALTINDA DELİKLİ KOMPOZİT PLAKALARIN PERİDİNAMİK TEORİ İLE İNCELENMESİ**" başlıklı tezi **12.03.2021** tarihinde aşağıda imzaları olan jüri tarafından kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER**
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Eş Danışman : **Prof. Dr. Bora YILDIRIM**
Hacettepe Üniversitesi

Jüri Üyesi : **Prof. Dr. Demirkan ÇÖKER**
Orta Doğu Teknik Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Recep Muhammet GÖRGÜLÜARSLAN
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, alıntı yapılan kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, referansların tam olarak belirtildiğini ve ayrıca bu tezin TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Buşra BAYKAN MERCAN

İMZA

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

DÜZLEM YÜKLEMESİ ALTINDA DELİKLİ KOMPOZİT PLAKALARIN PERİDİNAMİK TEORİ İLE İNCELENMESİ

Buşra BAYKAN MERCAN

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER

Tarih: Mart 2021

Bu çalışmada tek eksenli çekme kuvveti altında delikli kompozit plakaların hasar davranışı incelenmiştir. İzotropik malzemelere göre daha karmaşık bir yapıya sahip olan kompozit malzemeler ortotropik bir yapıya sahiptir ve delik hasarı gibi bir süreksizlik de eklenince daha karmaşık bir probleme dönüşmektedir.

Bu karmaşık problemlerin çözümü tez kapsamında yerel olmayan Peridinamik(PD) teori ile yapılmıştır. PD teori, hasarlı yapıları modelleme konusunda yerel ve diğer yerel olmayan teorilerin yetersiz kalması sebebi ile 2000 yılında tanıtılan bir teoridir. Bu teoriyi diğer teorilerden ayıran özellikleri; bir, iki ve üç boyutlu ortamlarda, doğrusal olmayan malzemeler ve hasarlı yapıları çözebilme becerisidir. PD teorisinin en büyük avantajı, çatlakların ne zaman dallanması, durması ve rastgele yönleneceğini belirleyen tamamlayıcı bir ilişki gerektirmemesidir. Elde edilen PD teori sonuçları Sonlu Elemanlar (SE) yöntemi ve literatürde var olan deneysel çalışmalar ile doğrulanmıştır.

İlk olarak merkez delikli izotropik plaka tek eksenli çift yönlü çekme yükü altında incelenmiştir. Hasarsız olarak PD teori ile incelenen problemin doğrulama çalışması analitik ve SEA yöntemi ile yapılmıştır. Yer değiştirme sınır koşulu altında numunenin

yüklemeye yönündeki gerilme ve gerinim, yüklemeye yönüne dik yönde yer değiştirme değerleri incelenmiştir. Sonuçlar delikli izotropik numune için tüm yöntemler ile oldukça uyumlu elde edilmiştir. Kompozit tek yönlü fiber açısına sahip, literatürde deneysel olarak incelenen, malzemesi T300/QY8911, fiber açısı 90° ve katman sayısı 12 olan merkez delikli numune PD teori ile modellenmiştir. Literatürde var olan deneysel çalışma referans alınarak numunenin boyutları, malzeme özellikleri, hasara uğradığı kuvvet ve yer değiştirme belirlenmiştir. Problem hasarsız ve hasarlı olarak ele alınmiştir. Hasarsız problem kuvvet sınır koşulu altında incelenmiştir ve yüklemeye yönünde normal gerilme ve gerinim, yer değiştirme sonuçları değerlendirilmiştir. Hasarlı problem yer değiştirme sınır koşulu altında incelenmiştir ve plakanın hasar uğradığı kuvvet ve numunenin kırılma görüntüsü elde edilmiştir. Doğrulama alışmaları hasarsız problem için analitik ve SEA sonuçları ile yapılmıştır ve oldukça uyumlu bulunmuştur. Hasarın incelendiği durumda PD teori sonuçları deneysel veriler ile karşılaştırılmıştır ve benzer elde edilmiştir. Böylelikle delik hasarlı tek yönlü fiber açısına sahip kompozit yapıların modellenmesinde ve hasar tahmininde PD teorisinin iyi sonuç verdiği ve bu alanda uygulanabilir olduğu gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Peridinamik teori, Tek eksenli çekme kuvveti, Delikli kompozit, Tek yönlü fiber açısı, çatlak ilerlemesi.

ABSTRACT

Master of Science

INVESTIGATION OF HOLED COMPOSITE PLATES EXPOSED TO IN-PLANE LOADING BY THE PERIDYNAMIC THEORY

Buşra BAYKAN MERCAN

TOBB University of Economics and Technology
Institute of Natural and Applied Sciences
Mechanical Engineering Science Programme

Supervisor: Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER

Date: March 2021

In this study, the damage behavior of holed composite plates under uniaxial tensile force was investigated. Composite materials, which have a more complex structure than isotropic materials, have an orthotropic structure, and when a discontinuity such as hole damage is added, it turns into a more complex problem.

On the scope of the thesis the solution of these complex problems has been done with the non-local Peridynamic (PD) theory. PD theory is a theory introduced in 2000 due to the inadequacy of local and other non-local theories in modeling damaged structures. The properties that distinguish this theory from other theories, is the ability to solve nonlinear materials and damaged structures in one, two and three dimensions. The major advantage of PD theory is that it does not require a complementary relationship that determines when the crack should branch, stop, and orient randomly. The PD theory results obtained were confirmed by the Finite Element (FE) method, studies in the literature and experimental results.

Firstly, an isotropic plate with centered open hole was studied under uniaxial bidirectional tensile load. The problem was examined without any damage with PD theory. The verification study of the problem was done by analytical and Finite Element Analysis (FEA). The stress and strain in loading direction and the

displacement perpendicular to the loading direction are examined. The PD theory results for the isotropic open hole tension specimen were obtained very compatible with the analytical SEA methods. An open hole composite specimen which has been studied experimentally in the literature with the material T300 / QY8911, fiber angle of 90° and 12 layers were modeled with PD theory. The specimen dimensions, material properties, force and displacement were determined with reference to the experimental study in the literature. The problem is investigated undamaged and damaged. The undamaged problem is investigated under the force boundary condition and the results of normal stress and strain in the loading direction and displacement perpendicular to the loading direction are evaluated. The damaged problem was examined under displacement boundary condition and the reaction force when the plate was damaged and the fracture image of the specimen were obtained. Validation studies for the undamaged problem were conducted with analytical and FEA results and were found to be quite compatible. In the case where the damage was examined, the PD theory results were compared with the experimental data and were found similar. Thus, it has been shown that PD theory gives good results in modeling and damage estimation of composite structures with hole damaged unidirectional fiber angle and is applicable in this field.

Keywords: Peridynamic theory, Unidirectional tension, Holed composite material, Unidirectional fiber direction, Crack propagation.

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım süresince bilgi birikimi ile beni yönlendiren sayın danışmanım Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER, takıldığım noktalarda beni aydınlatan sayın danışmanım Prof. Dr. Bora YILDIRIM, çalışmamda emeği ve katkısı çok olan sayın Dr. Uğur YOLUM, sorduğum soruları yanıtsız bırakmayan Emre ÖZASLAN ve bu günleri birlikte atlattığımız çalışma arkadaşlarım Mürvet ve Eda'ya en içten duygularıyla teşekkür ederim. Bu mesleği seçmem ve yüksek lisans yapmam konusunda beni yönlendiren ve maddi manevi hiçbir desteğini esirgemeyen sevgili babam Murat Baykan başta olmak üzere tüm aileme minnettar olduğumu belirtmeliyim. Bu yolda beni motive eden ve hep yanımda olan sevgili eşim Mert Mercana gösterdiği sabırdan dolayı çok teşekkür ediyorum. BAYTEK Mühendislikteki çalışma arkadaşlarım ve bana teknik destek sunan arkadaşım Emre ODABAŞ teşekkür ederim. Tezimi değerlendirecek sayın jüri üyeleri ve TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü öğretim üyelerine teşekkürü bir borç bilirim. Bu tez 115M585 no'lu TÜBİTAK Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projelerini Destekleme programı ile Darbe ve Hasara Uğramış Tabakalı Kompozitlerde Çatlak İlerlemesinin Sayısal ve Deneysel Yöntemlerle Tespiti isimli proje kapsamında yapılmış olup TÜBİTAK kurumuna destekleri için teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ŞEKİL LİSTESİ	xi
ÇİZELGE LİSTESİ	xiv
KISALTMALAR	xv
SEMBOL LİSTESİ	xvi
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	2
1.2 Tezin Ana Hatları	3
1.3 Literatür Araştırması	3
1.3.1 Yerel ve Yerel Olmayan Teoriler.....	3
1.3.2 Peridinamik Teori	5
1.3.3 Delikli Kompozit Malzemelerde Hasar Davranışı.....	6
2. TEORİK METOTLAR	9
2.1 Peridinamik Teori Formülasyonu.....	9
2.1.1 Temel Formülasyon	9
2.1.2 İzotropik Malzemeler için Hal ve Bağ Bazlı PD Teori.....	11
2.1.2.1 Üç boyutlu ortam için bağ sabitinin bulunması	14
2.1.2.2 İki boyutlu ortam için bağ sabitinin bulunması	19
2.1.3 Kompozit Malzemeler için Bağ Bazlı PD Teori.....	23
2.1.3.1 İki boyutta bağ sabiti.....	23
2.1.4 Yüzey Düzeltme Faktörlerinin Hesaplanması	30
2.1.4.1 İzotropik malzeme için hal ve bağ bazlı formülasyon	30
2.1.4.2 Kompozit lamina için bağ bazlı formülasyon	35
2.1.5 Hasar Davranışı Tahmini	40
2.2 Çekme Yüğü Altında Delikli Plakalarda Gerilme Dağılımının Analitik Çözümü	42
2.2.1 İzotropik Plakalar için Kirsh Çözümü	42
2.2.2 Kompozit Malzeme için Lekhnitskii Denklemi.....	44
2.3 Eşdeğer Kompozit Malzeme Özellikleri	46
2.4 Sonlu Elemanlar Yöntemi	47
3. PERİDİNAMİK TEORİNİN MATLAB İLE MODELLENMESİ	49
3.1 İzotropik İki Boyutlu Plakaların PD Teori ile Modellenmesi	49
3.1.1 Malzeme nokta konumlarının belirlenmesi.....	51
3.1.2 Malzeme aileleri ve malzeme noktaları arasındaki bağların belirlenmesi	52
3.1.3 Yer değiştirme hesabı.....	54
3.1.4 Sonlu elemanlar yöntemi ile iki boyutlu izotropik plakanın modellenmesi	56
3.1.5 PD teori kodunun SEA ile doğrulanması.....	57
3.2 İzotropik İki Boyutlu Plakalarda PD Teori ile Hasar Modellenmesi	58

3.2.1 Çatlak hasarının modellenmesi	58
3.2.1.1 SE yöntemi ile çatlaklı plakanın modellenmesi	59
3.2.1.2 Çatlaklı PD teori kodunun SEA ile doğrulanması	59
3.2.2 Delik hasarının modellenmesi	60
3.2.2.1 Sonlu elemanlar yöntemi ile delikli plakanın modellenmesi	62
3.2.2.2 Delikli PD teori kodunun SEA ile doğrulanması	62
3.2.3 Hasarlı plaklarda çatlak ilerlemesi	63
3.3 Kompozit İki Boyutlu Plakaların PD Teori ile Modellenmesi	66
3.4 PD Teori ile Gerinim ve Gerilme Hesabı	68
4. BAĞ BAZLI PERİDİNAMİK TEORİ İLE ÇEKME YÜKÜ ALTINDA	
İNCELENEN DELİK HASARLI PROBLEMLER.....	69
4.1 İzotropik Delikli Çekme Test Numunesi.....	69
4.1.1 Kirsh çözümü ile analitik gerilme hesabı	71
4.1.2 SEA modeli ve ağ iyileştirme çalışması.....	72
4.1.3 PD model ve malzeme noktaları arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçapı yakınsama çalışması	76
4.1.4 PD teori sonuçlarının analitik ve SEA sonuçları ile karşılaştırılması	79
4.2 Tek Yönlü Fiber Açısına Sahip Delikli Çekme Test Numunesi	84
4.2.1 Lekhnitskii denklemi ile analitik gerilme hesabı	85
4.2.2 SEA modeli ve ağ iyileştirme çalışması.....	87
4.2.3 PD model ve malzeme noktaları arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçapı yakınsama çalışması	91
4.2.4 PD teori sonuçlarının analitik ve SEA sonuçları ile karşılaştırılması	93
4.2.5 Hasarlı PD teori çözümünün deneysel sonuçlar ile karşılaştırılması	100
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	103
KAYNAKLAR.....	105
ÖZGEÇMİŞ.....	110

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : a. Yerel Teori, b. Peridinamik(Yerel olmayan) Teori.....	4
Şekil 2.1 : Üç boyutlu gövdeye izotropik genişleme uygulanması.....	15
Şekil 2.2 : Üç boyutlu gövdeye basit kesme uygulanması.....	17
Şekil 2.3 : İzotropik genişleme altında iki boyutlu plaka.....	20
Şekil 2.4 : Basit kesme yükü altında iki boyutlu plaka.....	22
Şekil 2.5 : Fiber-takviyeli lamina üzerinde k malzeme noktasının fiber ve matris yönünde yaptığı bağ.....	24
Şekil 2.6 : Yükleme altında açılı lamina'nın deforme durumu.....	27
Şekil 2.7 : k ve i malzeme noktalarının bağıl konumları: a. x - yönünde genişleme ve basit kesme b. y - yönünde genişleme ve basit kesme c. x - ve y - yönlerinde genişleme ve basit kesme.....	28
Şekil 2.8 : Tek eksenli x - yönünde gerinim yüklemesi altında iki boyutlu gövde.....	31
Şekil 2.9 : Basit kesme yükü altında iki boyutlu gövde.....	33
Şekil 2.10 : Yüzey düzeltme faktörleri için elipsoit yapısı.....	34
Şekil 2.11 : $\mathbf{x}_{(k)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktaları arasında oluşan bağ, b. yüzey düzeltme faktörleri için elipsoit.....	35
Şekil 2.12 : x - yönünde tek eksenli gerinim yüklemesi altında θ fiber açılı lamina.....	36
Şekil 2.13 : Yüzey düzeltme faktörleri için elipsoit yapısı.....	39
Şekil 2.14 : a) $\mathbf{x}_{(q)}$ ve $\mathbf{x}_{(i)}$ malzeme noktaları arasında oluşan bağ, b) yüzey düzeltme faktörleri için elipsoit.....	39
Şekil 2.15 : Kırılma tokluğu enerjisi integrali sınırları.....	41
Şekil 2.16 : Fiber matris bağlar için bağ kuvveti- gerinim grafiği.....	42
Şekil 2.17 : Kirsh çözümü için delikli plaka şematik gösterim.....	43
Şekil 2.18 : Çekme yükü altında delikli anizotropik plaka.....	44
Şekil 2.19 : Yeşil oklar ile fiber açısı 0° gözlemlendiği ACP-Pre.....	48
Şekil 3.1 İki boyutlu modellenen plaka.....	50
Şekil 3.2 : Malzeme noktası konumlarının kod ile belirlenmesi.....	51
Şekil 3.3 : Malzeme noktaları konumları.....	51
Şekil 3.4 : x malzeme noktasının malzeme ailesi.....	52
Şekil 3.5 : Malzeme ailelerinin kod ile belirlenmesi.....	52
Şekil 3.6 : Yer değiştirme hesabı.....	54
Şekil 3.7 : Bağ bazlı formülasyon ile PD yük.....	55
Şekil 3.8 : Hal bazlı formülasyon ile PD yük.....	55
Şekil 3.9 : PD teoride yük uygulanan malzeme noktaları.....	55
Şekil 3.10 : İzotropik iki boyutlu plaka modeli ve boyutları.....	56
Şekil 3.11 : İzotropik iki boyutlu SE modelinin ağ yapısı.....	56

Şekil 3.12 : SE modeline uygulanan sınır koşulları.	57
Şekil 3.13 :SEA ve hal bazlı PD teori ile elde edilen x yönündeki yer değiştirme sonuçları	57
Şekil 3.14 : Çatlak boyutu ve oluşturulduğu malzeme noktası aralığı.....	59
Şekil 3.15 : Çatlaklı model SE ağ yapısı.....	59
Şekil 3.16 SEA ve hal bazlı PD teori ile çatlaklı model için elde edilen x yönündeki yer değiştirme sonuçları.	60
Şekil 3.17 : Deliklerin plaka üzerindeki yerleşimi.....	60
Şekil 3.18 : Deliklerin kod ile oluşturulması.....	61
Şekil 3.19 : İki delikli PD modeli a) genel ağ görünümü b) büyütülmüş ağ görünümü	62
Şekil 3.20 : Delikli plaka SE modeli a) genel ağ yapısı b) büyütülmüş ağ yapısı görünümü.	62
Şekil 3.21 : Delikli plaka için SEA ve PD ile elde edilen sonuçlar.	63
Şekil 3.22 : Çatlak ilerlemesi problemi geometrisi	63
Şekil 3.23 Çatlak ilerleme probleminde yük uygulanan malzeme noktaları.....	64
Şekil 3.24 : Çatlak ilerlemesinin tanımlandığı kodlama.	65
Şekil 3.25 : Çatlak ilerlemesi sonuçları.....	66
Şekil 3.26 : Açılı laminalarda yüzey düzeltme faktörleri hesabı.	66
Şekil 3.27 : Bağ bazlı kompozit formülasyon ile PD yük	67
Şekil 4.1: OHT-1 Delikli izotropik çekme testi numune a) ölçüleri b) sınır koşulları.	69
Şekil 4.2: Kuvvet uygulandığında elde edilen x – yönünde yer değiştirme.....	70
Şekil 4.3: Numuneye uygulanan yer değiştirme sınır koşulu.....	71
Şekil 4.4: Yer değiştirme sınır koşulu altında Kuvvet- Yer değiştirme grafiği.....	71
Şekil 4.5: Numune üzerinde hesaplamanın yapıldığı yol.....	72
Şekil 4.6: SEA düzgün ağ oluşturmak için plakanın ayrıldığı alanlar.....	72
Şekil 4.7: SEA modelinde ağ boyutları.....	73
Şekil 4.8: Ağ genel ve delik kenarı görüntüsü (ÇÇES: Çeyrek Çember Eleman Sayısı, DEB: Delik Eleman boyutu).....	74
Şekil 4.9: Ağ iyileştirme çalışması GKF– Delik kenarı ağ boyutu grafiği.....	75
Şekil 4.10: PD modelde sınır koşulları.....	76
Şekil 4.11: Malzeme noktaları arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçapı.....	76
Şekil 4.13: Δx yakınsama çalışması Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.....	78
Şekil 4.14: δ yakınsama çalışması Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.....	79
Şekil 4.15: PD teori, SEA ve Analitik Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği....	80
Şekil 4.16: PD teori ve SEA Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.....	81
Şekil 4.17: PD teori ve SEA Normal gerilme σ_{xx} konturları [MPa].....	81
Şekil 4.18: PD teori ve SEA Normal gerinim ε_{xx} – y pozisyonu grafiği.....	82
Şekil 4.19: PD teori ve SEA Normal gerinim ε_{xx} konturları.....	82
Şekil 4.20: PD teori ve SEA y - yönünde Yer değiştirme konturları [m].....	83
Şekil 4.21: PD teori ve SEA Yer değiştirme y -yönünde – y pozisyonu grafiği.....	83
Şekil 4.22: OHT-2 Delikli kompozit çekme testi numune a) ölçüleri b) sınır koşulları.....	84
Şekil 4.23: OHT-2 Deneysel Kuvvet- Yer değiştirme grafiği [4].....	85
Şekil 4.24: Numune üzerinde hesaplamanın yapıldığı yol, en yüksek gerilmenin elde edildiği DK ve sınır koşulu.....	86
Şekil 4.25: Uygulanan sınır koşulu.....	87

Şekil 4.26: SEA düzgün ağ oluşturmak için plakanın ayrıldığı alanlar.....	87
Şekil 4.27: SEA modelinde ağ boyutları.....	88
Şekil 4.28: Ağ genel ve delik kenarı görüntüsü.....	89
Şekil 4.29: Ağ iyileştirme çalışması GKF– Delik kenarı ağ boyutu grafiği.....	90
Şekil 4.30: PD modelde sınır koşulları.....	91
Şekil 4.31: Gerilme dağılımının hesaplandığı yol.....	91
Şekil 4.32: Δx yakınsama çalışması Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.....	92
Şekil 4.33: δ yakınsama çalışması Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.....	93
Şekil 4.34: PD teori, SEA ve Analitik Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği....	94
Şekil 4.35: x – yönünde yer değiştirme dağılımının hesaplandığı yol.....	95
Şekil 4.36: PD teori ve SEA Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.....	96
Şekil 4.37: PD teori ve SEA Normal gerilme σ_{xx} konturları [MPa].....	96
Şekil 4.38: PD teori ve SEA Normal gerinim ϵ_{xx} – y pozisyonu grafiği.....	97
Şekil 4.39: PD teori ve SEA Normal gerinim ϵ_{xx} konturları.....	97
Şekil 4.40: PD teori ve SEA Yer değiştirme x – yönünde – x pozisyonu grafiği.....	98
Şekil 4.41: PD teori ve SEA x - yönünde Yer değiştirme konturları [m].....	98
Şekil 4.42: PD teori ve SEA Yer değiştirme y -yönünde – y pozisyonu grafiği.....	99
Şekil 4.43: PD teori ve SEA y - yönünde Yer değiştirme konturları [m].....	99
Şekil 4.44: Kritik gerinim belirleme akış diyagramı.....	100
Şekil 4.45: OHT-2 Yer değiştirme sınır koşulu altında Kuvvet- Yer değiştirme grafiği.....	101
Şekil 4.46: Numune kırılma görüntüsünün PD teori ve deneysel olarak karşılaştırılması.....	102

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1: Pseudokod.....	49
Çizelge 3.2: İzotropik iki boyutlu plaka boyutları.....	50
Çizelge 3.3: S355J2 Malzeme özellikleri.....	51
Çizelge 3.4: Malzeme ailesi hesaplaması.....	53
Çizelge 3.5: Çatlak oluşturma aşaması.....	58
Çizelge 3.6: Delik ölçüleri ve konumları.....	61
Çizelge 3.7: Çatlak ilerlemesi problem bilgileri.....	64
Çizelge 4.1: OHT-1 Delikli izotropik çekme numune boyutları.....	70
Çizelge 4.2: ASTM-A36 Malzeme özellikleri [49].....	70
Çizelge 4.3: Delik çevresi kenar uzunluklarının bölündüğü eleman sayısı.....	74
Çizelge 4.4: Ağ iyileştirme sonuçlarının değerlendirilmesi.....	75
Çizelge 4.5: Δx yakınsama sonuçlarının değerlendirilmesi.....	77
Çizelge 4.6: δ yakınsama sonuçlarının değerlendirilmesi.....	79
Çizelge 4.7: PD teori ve SEA sonuçlarının analitik sonuçlar ile karşılaştırılması.....	80
Çizelge 4.8: PD teori ve SEA ile elde edilen en yüksek değerler arasındaki %Fark.....	83
Çizelge 4.9: OHT-2 Delikli [90] ₁₂ çekme numune boyutları [4].....	84
Çizelge 4.10: T300/QY8911 Lamina malzeme özellikleri [4].....	85
Çizelge 4.11: Delik çevresi kenar uzunluklarının bölündüğü eleman sayısı.....	88
Çizelge 4.12: Ağ iyileştirme sonuçlarının değerlendirilmesi.....	90
Çizelge 4.13: Δx yakınsama sonuçlarının değerlendirilmesi.....	92
Çizelge 4.14: δ yakınsama sonuçlarının değerlendirilmesi.....	93
Çizelge 4.15: PD teori ve SEA sonuçlarının analitik sonuçlar ile karşılaştırılması.....	94
Çizelge 4.16: PD teori ve SEA ile elde edilen en yüksek değerler arasındaki %Fark.....	99
Çizelge 4.17: PD teori ve Han vd.(2020) [4] kuvvet değerleri arasındaki %Fark....	101

KISALTMALAR

ACP	: ANSYS Composite Pre-Post
ÇÇES	: Çeyrek Çember Eleman Sayısı
DEB	: Delik Eleman Boyutu
DEKM	: Doğrusal Elastik Kırılma Mekanığı
DIC	: Dijital Görüntü Korelasyonu (Digital Image Correlation)
DK	: Delik Kenarı
DM	: Delikten Mesafeli
FE	: Finite Element
FEA	: Finite Element Analysis
GKF	: Gerilme Konsantrasyon Faktörü
KSM	: Klasik Süreksizlik Mekanığı
OHT	: Delikli Çekme Testi Numunesi (Open Hole Tension)
PD	: Peridinamik
SE	: Sonlu Elemanlar
SEA	: Sonlu Elemanlar Analizi
SEM	: Sonlu Elemanlar Metodu

SEMBOL LİSTESİ

Bu çalışmada kullanılmış olan simgeler açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
A	Hal bazlı Peridinamik(PD) malzeme sabiti
$[A]$	Kompozit malzemelerde uzama kısalma rijitlik matrisi
$[A^*]$	Kompozit malzemelerde uzama kısalma esneklik matrisi
a	PD malzeme parametresi
a_2	PD malzeme parametresi
a_3	PD malzeme parametresi
B	Hal bazlı PD malzeme sabiti
b	PD malzeme parametresi
\mathbf{b}	Gövde kuvvet yoğunluğu
C	Bağ bazlı PD malzeme sabiti
$[C]$	Malzeme özellik matrisi
c	Bağ sabiti
c_f	Fiber yönde bağ sabiti
c_m	Rastgele yönde bağ sabiti
c_1	PD malzeme parametresi
c_2	PD malzeme parametresi
D	Dilatasyon düzeltme terimi
d	PD malzeme parametresi
E	Elastik modül
E_x	Düzlem içi boylamasına yönde elastik modülü
E_y	Düzlem içi enine yönde elastik modülü
E_1	Fiber elastik modülü
E_2	Enine elastik modülü
\mathbf{f}	PD kuvvet yoğunluğu
G	Yüzey düzeltme faktörü
G_{xy}	Düzlem içi kayma modülü
G_0	Kırılma tokluğu
G_{12}	Kayma modülü
g	Vektör düzeltme faktörü
\bar{g}	İki malzeme noktasının ortalama yüzey düzeltme faktörü
h	Kalınlık
h_k	k katmanının kalınlığı

H_x	x malzeme noktasının malzeme ailesi
K_t	Gerilme konsantrasyon faktörü
m_x	Boyutsuz kayma birleştirme terimi
N	Bir malzeme noktasının ailesinde bulunan malzeme noktası sayısı
n	Bağıl konum vektörü
Q	Sertlik matrisi
\bar{Q}	Dönüştürülmüş sertlik matrisi
R	Delik yarıçapı
S	Gerinim enerjisi yoğunluğu düzeltme faktörü
s	İki malzeme noktası arasındaki gerinim
s_{ft}	Fiber yönünde çekme kritik gerinim katsayısı
s_{mt}	Matris yönünde çekme kritik gerinim katsayısı
s_{fc}	Fiber yönünde basma kritik gerinim katsayısı
s_{mc}	Matris yönünde basma kritik gerinim katsayısı
s_0	Kritik gerinim katsayısı
T	Sıcaklık
t	PD Kuvvet yoğunluğu vektörü
u	Yer değiştirme vektörü
V	Malzeme noktası hacmi
W	Gerinim enerjisi yoğunluğu
W^{PD}	PD gerinim enerjisi yoğunluğu
W^{CM}	Klasik Süreklilik Mekaniği gerinim enerjisi yoğunluğu
w	Etki fonksiyonu
α	Termal genleşme kat sayısı
β	Bağ uzunluğu ve malzeme noktası hacmi çarpımının toplamının yarısı
γ	Kayma gerinimi
δ	Komşuluk yarıçapı
ε	Normal gerinim
ζ	Uygulanan gerinim
η	Deforme bağ uzunluğu
κ	Hacim modülü
Λ	Deforme olmamış ve olmuş bağ uzunluğu arasındaki ilişki
μ	Kayma modülü
$\mu(t, \xi)$	Hata fonksiyonu
ν	Poisson oranı
ν_{12}	Düzlemsel Poisson oranı
ν_{xy}	Eşdeğer düzlemsel Poisson oranı
ξ	Bağ uzunluğu
ρ	Kütle yoğunluğu
σ	Normal Gerilme
τ	Kayma Gerilmesi
φ	Başarısızlık fonksiyonu

1. GİRİŞ

Fiber takviyeli kompozit malzemeler istenen yönde özellikleri belirlenebildiği ve hafif olduğu için savunma sanayisi, havacılık ve otomotiv gibi endüstrilerde tercih edilen malzemelerdir. Fiber ve matris den oluşan kompozit malzemeler anizotropik malzeme yapısına sahiptirler. İzotropik malzemeler ile kıyasla yapıları daha karmaşıktır. Fiber takviyeli kompozit malzemelerde fiberler malzemeyi güçlendirir matris ise fiberleri bir arada tutar ve yükü aktarır. Hasara karşı hassasiyeti yüksek bir malzemedir ve bu sebeple tasarımı ve üretimi esnasında oldukça titiz davranılmalıdır [1]. Bu malzemelerin karmaşık yapısı ve hasara karşı olan hassasiyetinden kaynaklı oluşan hasar ve hasarların ilerleyişini doğru analiz edebilmek oldukça önemlidir. Hasar bir süreksizlik olduğu için, malzemeyi modellemede avantaj sağlayacak yerel olmayan Peridinamik(PD) teori kullanılmıştır. PD teori, yerel ve yerel olmayan teorilerin hasarlı yapıları modelleme konusunda yetersiz kalması sebebi ile Silling tarafından 2000 yılında tanımlanan bir teoridir [2]. Bu teoriyi diğer teorilerden ayıran özellikleri; bir, iki ve üç boyutlu ortamlarda, doğrusal olmayan malzemeler ve hasarlı yapıları çözebilme becerisidir.

Bu çalışmada öncelikle PD teori ile modelleme yapmak için MATLAB'da [3] kod geliştirilmiştir. Öncelikle tek eksenli çekme yükü altında izotropik malzeme için bağ ve hal bazlı PD kod geliştirilmiştir. Geliştirilen izotropik hal bazlı koda önce çatlak hasarı ve daha sonra delik hasarı eklenmiştir. Bu kodlar ile elde edilen sonuçlar Sonlu Elemanlar Analizi (SEA) sonuçları ile doğrulanmıştır. Son olarak izotropik malzeme için çatlak ilerlemesi koda eklenmiştir. İzotropik kodlar tamamlandıktan sonra bu kodlar bağ bazlı PD teori ile fiber takviyeli kompozit malzeme çözmek için geliştirilmiştir.

İlk olarak yer değiştirme sınır koşulu ile PD modeli oluşturmak için tek eksenli çift yönlü çekme yükü altında merkez delikli izotropik numune detaylı olarak incelenmiştir. Hasarsız olarak ele alınan problemin PD teori ile elde edilen sonuçları doğrulama çalışması analitik ve SEA yöntemi ile yapılmıştır. Problemden numunenin yükleme yönündeki gerilme ve gerinim, yükleme yönüne dik yönde yer değiştirme

değerleri incelenmiştir. Sonuçları delikli izotropik numune için tüm yöntemler ile oldukça uyumlu elde edilmiştir.

Çekme yükü altında delikli PD teori modeli izotropik malzeme için uygun bulunduktan sonra kompozit malzeme modellenmiştir. Literatürde Han vd. [4] deneysel olarak incelemiş oldukları tek yönlü karbon/epoksi T300/QY8911 fiber açısı 90° olan 12 katmanlı merkez delikli kompozit laminat numune incelenmiştir. Han vd. [4] deneysel çalışması referans alınarak numunenin hasara uğradığı kuvvet ve yer değiştirme, numune boyutları ve malzeme özellikleri belirlenmiştir. Problem hasarsız ve hasarlı olmak üzere çözümleri elde edilmiştir. Hasarsız durumda analitik ve SEA, hasarlı durumda Han vd. [4] deneysel çalışması ile doğrulama çalışması gerçekleştirilmiştir. Deneysel verilerden elde edilen malzemenin hasara uğradığı kuvvet ile problemin hasarsız ve yer değiştirme ile hasarlı çözümü elde edilmiştir. Hasarsız çözümde yükleme yönünde normal gerilme ve gerinim, yükleme yönüne dik yer değiştirme sonuçları değerlendirilmiştir. Bu çalışmada PD teori ile elde edilen hasarsız sonuçlar analitik ve SEA sonuçları ile uyumlu bulunmuştur. Hasarlı PD teori çözümünde kuvvet-yer değiştirme ve çatlak ilerlemesi sonuçları incelenmiştir. Elde edilen PD teori kuvvet-yer değiştirme sonuçları ve çatlak ilerlemesi görüntüsü deneysel sonuçlar ile benzer elde edilmiştir.

1.1 Tezin Amacı

Kompozit malzemelerin yükleme altındaki davranışlarının analizi izotropik malzemelerden daha karmaşıktır. Malzemeye delik veya çatlak gibi süreksizliklerin eklenmesi problemi daha karmaşık bir hale getirmektedir. Tez kapsamında delikli kompozit plakalar tek eksenli çekme yükü altında PD teori ile modellenmesi amaçlanmıştır.

Çekme yükü altında tek ve merkez delikli numunelerde yükleme yönünde normal gerilme, normal gerinim, yer değiştirme, numunenin hasara uğradığı kuvveti ve kırılma görüntüsü inceleyen PD teori modeli oluşturulmuştur. PD teori modeli ilk olarak izotropik numune için oluşturulmuştur, daha sonra tek yönlü fiber açısına sahip kompozit numune için geliştirilmiştir. PD teori modeli doğrulama çalışmaları literatürde var olan deneysel çalışmalar, analitik ve SEA yöntemleri ile yapılmıştır.

1.2 Tezin Ana Hatları

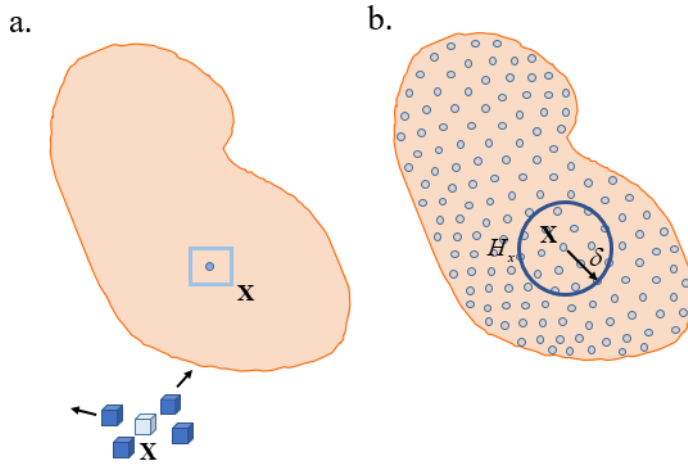
Tezin 1. Bölümünü giriş oluşturmaktadır ve alt başlıkları amaç, ana hatlar ve literatür araştırmasıdır. Devamında tezde kullanılan teorik çalışmaları içeren 2. Bölüm gelmektedir. Bu bölümde PD teorisinin matematiksel formülasyonu, kompozit malzeme mekaniği ve SE yöntemi ile ilgili kullanılan bilgiler paylaşılmıştır. 3. Bölüm’de PD teori çözümleri için MATLAB kodlarının adım adım nasıl oluşturulduğundan bahsedilmektedir. Devamında tek eksenli çekme yükü altında delik hasarlı numuneler ile ilgili çalışmalar 4. Bölüm’de incelenmiştir. Son olarak sonuçlar ve öneriler 5. Bölüm’de paylaşılmıştır.

1.3 Literatür Araştırması

1.3.1 Yerel ve Yerel Olmayan Teoriler

Klasik Süreklilik Mekaniği (KSM), malzemenin sürekli olarak hacmi boyunca dağıldığını ve kapladığı alanı tamamen doldurduğunu varsaymaktadır [5]. KSM yerel bir teoridir, bu bir malzeme noktasının yalnızca komşu malzeme noktaları ile etkileştiğini belirtmektedir. Matematiksel olarak uzaysal kısmi diferansiyel denklemler ile formüle edilir ve bu denklemler süreksizliklerde tanımsızdır. Bu durum KSM ile bir çatlak veya delik gibi hasarların incelenmesine sınırlama getirmektedir. Bu alana bir çözüm olarak Griffith 1921’de camdaki çatlak başlangıcını araştırarak Doğrusal Elastik Kırılma Mekaniğinin (DEKM) temelini oluşturmuştur [6]. Griffith’in çalışmasında malzemede çatlağın önceden var olması ve çatlak ucundaki gerilmelerin tekil olması gerekmektedir. Tekil gerilmelerden dolayı, gerilme yoğunluğu veya enerji salım hızı yükleme, geometri ve sayısal çözüm yöntemlerine bağlı olduğu için hesaplanması karmaşık olabilir. Çatlak başlangıcı, ilerlemesi ve ilerleme yönü için, KSM formülasyonuna harici kriterler ekleyerek çözüm elde edilebilir olmasından kaynaklı hasar sürecini tahmin etmek oldukça zordur. KSM yerel bir teori olmasından kaynaklı, bir malzeme noktası yalnızca komşu malzeme noktalarından etkilenir ve böylelikle farklı uzunluk ölçekleri ayırt eden bir iç uzunluk parametresi yoktur. Bu sebeple çatlak boyutunun malzemedeki kırılma direncine etkisi saptanamaz ve çözümler çatlak boyutundan bağımsız olmaktadır. Dolayısıyla, KSM teorisi yalnızca çok uzun dalga boyları için geçerli olmaktadır [7][8].

Yerel olmayan teorilerde bir malzeme noktası (\mathbf{X}) etrafında çizilen sonlu yarıçaplı (δ) çember alanı içerisinde kalan malzeme noktalarından (H_x) etkilenir. Bu yarıçapın boyu sonsuza doğru büyür ise yerel olmayan teori moleküler dinamik modelinin sürekli versiyonu haline gelir. Şekil 1.1’de [9] yerel teori ve yerel olmayan teori gösterilmiştir. Literatürde çeşitli yerel olmayan teoriler tanıtıldı. Eringen’in bireysel olarak [7],[10] ve Edelen ile birlikte [11] yaptığı çalışmalar ile ilk olarak denge yasaları ve termodinamik ifadeler yerel olmayan süreklilik ifadeleri dahil ettiler. Elde ettikleri denklemler oldukça karmaşık bir yapıya sahiptiler. Bu formülasyonları basitleştirmek adına Eringen vd. tarafından yapılan çalışma [8] sonucunda, denge ve kinematik formülasyonları yerel formda tutarak yerel olmama durumunu diğer temel ilişkilerde dahil etmişlerdir. Genel olarak yerel olmayan teorilerde gerilme-gerinim ilişkilerinde ortalama gerinim ile veya gerinim türevlerini temel ilişkilere dahil ederek, yani uzaysal türevlere bağlı kalarak çözüm elde ediliyor. Bu zorluğa bir çözüm olarak, yer değiştirme türevleri yerine alanlarını kullanan başka bir yerel olmayan yöntem tanıtılmıştır. Bu yöntemi Kunin [12] ve Rogula [13] bir boyutlu ortam için çalışmıştır. Daha sonra Kunin [14] sürekli bir ortamı kafes yapısı şeklinde modelleme yaklaşımında bulunarak, üç boyutlu yerel olmayan bir model türetmiştir. Bu yapılan çalışmalara kıyasla daha genel bir yerel olmayan teori olan Peridinamik(PD) teori Silling [2] tarafından tanıtılmıştır. PD teoriyi diğer çalışmalardan ayıran bir, iki ve üç boyutlu ortamlarda, doğrusal olmayan malzemeler ve hasarlı yapıları çözebiliyor olmasıdır.



Şekil 1.1 : a. Yerel Teori, b. Peridinamik(Yerel olmayan) Teori.

1.3.2 Peridinamik Teori

PD teori temelde katı mekaniğindeki hareket denkleminin yeniden formüle edilmesi ile oluşturulmuştur. Matematiksel olarak teori, süreksizlikleri modellemeyi kolaylaştıran uzamsal integral denklemleri kullanır. 2000 yılında tanıtılan PD teori daha sonra "Bağ Bazlı" PD teori olarak adlandırıldı [2]. Bağ bazlı PD teori formülasyonu aynı yönlü ve boyutlu kuvvet varsayımına dayanır ve Poisson oranının üç boyutlu yapılarda $1/4$ iki boyutlu yapılarda $1/3$ malzeme kısıtlaması bulunmaktadır. Ayrıca, hacimsel ve çarpık deformasyonlar arasında ayırım yapmaz, bu neden ile plastik sıkıştırılmazlık durumunu tespit edememektedir. PD modellemede değişken Poisson oranlarına sahip doğrusal elastik malzemeleri modellemek için ikili PD momentleri Gerstle vd.[15] formülasyona ekleyerek genelleştirmiştir. Yeni model, "Mikropolar Peridinamik model" olarak adlandırılmıştır. Silling vd. [16] PD teoriye iki yeni matematiksel terim ekleyerek daha genel bir forma dönüştürmüştür. Bu matematiksel terimlere deformasyon ve kuvvet durumları denmiştir. Tanımlanan deformasyon durumu, deformasyon altındaki herhangi bir bağı görüntüsüne eşleyen bir fonksiyondur. Kuvvet durumu ise tüm uzunluklardaki ve yöndeki bağların içindeki kuvvetleri içeren bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Tanımlanan iki fonksiyon arasındaki ilişki malzemenin temel modelini oluşturuyor. Bu çalışma ile "Hal Bazlı" PD teori tanıtılmıştır ve "Bağ Bazlı" PD teoride var olan kısıtlar tamamen ortadan kalkmıştır.

Yukarıda belirtildiği gibi PD teori süreksizlik modelleme konusunda avantaj sağlamaktadır. Silling [17] iki paralel çentikli bir plakaya Kalthoff-Winkler deneyi yapmıştır. PD teorisinin çatlak yönünü ve açısını gözlemlene yeteneği bu çalışma ile bulunmuştur. PD teorisini kullanarak dinamik problemleri çözmek için Silling ve Askari [18] tarafından sayısal bir yöntem tanıtılmıştır. Bu çalışma, kırılma dinamik çatlak büyümesini modelleme yönteminin özelliklerini göstermektedir. PD teorisinin kırılma mekaniğine göre en büyük avantajı, çatlak ne zaman dallanması, durması ve rastgele yönleneceği gerektiğini belirleyen tamamlayıcı bir ilişki gerektirmemesidir. Ortotropik malzemeler için Oterkus ve Madenci [19], mekanik ve termal yükler altında fiber takviyeli kompozit malzemelerde hasarın nasıl yayıldığını tahmin etmek için bir PD teori uygulaması sunmuşlardır. Problemler, fiber yönünde ve keyfi yönlerde analiz edilmiştir. Bu nedenle, fiber ve rastgele yön olmak üzere iki PD bağ sabiti belirlenmiştir. Matris çatlak, fiber kırılması ve delaminasyon gibi hasar

mekanizmaları incelenmiştir. Kompozit malzemelerin hasar analizi için PD teorisinin başarılı olduğu sonucuna varılmıştır. Düşük hız darbesine maruz kalan kompozit laminatların hasar mekanizmasının araştırılması, PD teorisini kullanarak Askari vd. [20] tarafından yapılmıştır. Aynı problemi Xu vd. [21] ve Colavito vd. [22] araştırmıştır ve PD teorisinin darbe hasarını modellemede oldukça başarılı olduğu gözlemlenmiştir. Ek olarak çentikli kompozit laminatlar, Xu vd. [23] tarafından çift eksenli yükler altında analiz edilmiştir. Kilic vd. [24] PD teorisini ile çekme yükü altında merkezinde çatlak bulunan ve farklı fiber açılı katmanlara sahip iki katmanlı ve üç katmanlı laminatlarda hasar davranışını araştırmıştır. İncelenen hasar mekanizmaları; matris kırılması, fiber kırılması ve delaminasyon. PD teorisini hasar başlangıcı ve yayılması sonuçları deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Merkez çatlaklı yapıda PD teorisini ile elde edilen hasar görüntüsü deneysel sonuç ile uyumlu ve gerçekçi olduğu gözlemlenmiştir. Çatlak yayılma problemini farklı statik yükler altında ve farklı hasarların bulunduğu yapılarda Ni vd. [25] incelemiştir. Çatlak ilerlemelerini incelemek için Sonlu Elemanlar Metodu(SEM) ve PD teorisini yöntemleri birleştirilerek çözümler elde edilmiştir. Bu çalışmada tek eksenli ve yönlü çekme yükü uygulanan, çentikli ve delikli bir plakanın çatlak ilerlemesi incelenmiştir. Çatlak ve deliği içine alacak boyutta dikdörtgen alan belirlenip bu alanın çözümü PD teorisini ile elde edilmiştir ve plakanın geriye kalan kısmı SEM ile çözülmüştür. Elde edilen PD sonuçları bu plakanın deneysel sonuçları[26] ile karşılaştırılmıştır ve çatlak ilerlemesi oldukça uyumlu çıkmıştır. Bu deneyde karışık mod kırılmaya neden olmak için delik konumu merkezden mesafeli seçilmiştir. Deney sonucunda çentikten büyük deliğe doğru kavisli bir çatlak gelişir ve delikten numune kenarına doğru ikincil bir düz çatlak oluşmuştur.

1.3.3 Delikli Kompozit Malzemelerde Hasar Davranışı

Ortotropik malzemelerde hasar modellemesi oldukça önemlidir çünkü hasar modları sayısı ve etkileşimi fazladır. Bu nedenle hasar analizinin doğru yapılması oldukça önemlidir. Malzemede gerilme konsantrasyonu oluşturan bir delik varsa hasar analizi daha fazla önem kazanmaktadır. Delikli kompozit laminatların karmaşık hasar mekanizması, araştırmacıların bu konudaki ilgisini artırmıştır. Karbon/epoksi laminatlarda merkez delik hasarının neden olduğu gerilme yoğunluğuna fiber açısının etkisini Toubal vd.[27] araştırmıştır. Üç farklı fiber açısı oryantasyonuna ($[0^{\circ}]_6$, $[90^{\circ}]_6$ ve $[\pm 45^{\circ}]_{2s}$) sahip numuneyi üç farklı çekme yükü altında incelemiştir. Deneysel olarak elde edilen normal gerilme değerlerini, Lekhnitskii'nin geliştirdiği analitik bir

yöntem ve SEA sonuçlarıyla karşılaştırmıştır. Bu çalışma sonucunda delik kenarlarında elde edilen yüksek gerilme değerlerinin en düşüğü deneysel çalışma ile elde edilmiştir. Gerilme yoğunluğu sonuçları delikli kompozitlerde yükleme yönünden etkilendiği gözlemlenmiştir. Yükün uygulandığı yön fiber yönü (fiber yönü 0°) ile aynı ekseninde olunca karşılaştırılan sonuçlar (deneysel, analitik ve SEA) farklı bir ekseninde (90° , 45°) olduğundan daha uyumlu elde edilmiştir. Fiber yönünün hasar mekanizmasına etkisine ek olarak geometrik parametrelerin etkisi oluşmaktadır, bu etki Karakuzu vd. [28] tarafından incelenmiştir. Çekme yükü altında ve tek delikli pimli eklem bağlantısına sahip bir örgülü cam plaka sayısal ve deneysel olarak analiz edilmiştir. Bu çalışmanın amacı delik çapı ile kenar uzaklığı, plaka genişliği ve iki delik mesafesi oranlarının hasar yükü ve hasar modlarına etkisini görmektir. Nihai yük kapasitesi bu oranların artması ile arttığı gözlemlenmiştir. Green vd. [29] delik boyutu, katman kalınlığı ve laminat kalınlığı gibi ölçeklendirmelerin karbon/epoksi laminatların çekme dayanımına olan etkisini deneysel olarak incelemiştir. İncelenen değerlerin artması ile malzeme dayanımı azalmıştır. Kompozit plakalarda tek delikli çalışmalara ek olarak çok delikli çalışmalar da literatürde yapılmıştır. Kishore vd. [30], üç ve dört pimli delikli cam/epoksi laminatların dayanım ve hasar yayılımı üzerindeki birkaç geometrik parametrenin etkisini incelemiştir. Hasar modlarının ve yüklerinin sonlu eleman analizini deneysel olarak doğruladılar. Hasarın, belirli bir aralık çap oranına sahip delikler arasında yayıldığı sonucuna vardılar. Bununla birlikte, nispeten yüksek adım çap oranına sahip numuneler için delikler arasında herhangi bir hasar yayılması gözlemlenmemiştir. Karbon fiber laminatlarda gerilme dağılımları Ghezzi vd. [31] tarafından incelenmiştir. Delikler yük yönüne dik ve paralel şekilde farklı simetrik karbon fiber laminatlarda konumlandırılmıştır. Gerilme dağılımları düzlem içi çekme yüklemesi altında incelenmiştir. Yük yönüne paralel konumda bulunan deliklerin aralarındaki mesafeden etkilenmediği sonucuna varılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, deliklerin etkileşmesi için yükleme yönüne dik ve delikler arası mesafenin delik çapının 1.5 katına eşit olarak konumlandırılmalıdır. Daha sonra Özaslan vd. [32] belirlenmiş beş farklı açı oryantasyonları ile konumlandırılmış deliklerin etkileşimini karbon/epoksi laminatlar üzerinde incelemiştir. Farklı açı oryantasyonlarına sahip deliklerin mesafelerini belirlemek için öncelikle delik etkileşimi kontrol edilmiştir. İki farklı delik mesafeli numuneler tek eksenli çekme yükü altında bir adet merkez delikli numune ile normal gerilmeleri karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak delikler arası mesafenin delik çapının 1.5 katına eşit olması

belirlenmiştir. Bu çalışmada numuneler deneysel ve sayısal metotlar ile incelenmiştir. Sonuç olarak, gerilme yoğunluklarının deliklerin açılma konumlarına bağlı olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca delik kenarlarında oluşan hasarın yüksek gerilme alanlardan ilerlemesi beklendiği belirtilmiştir. Hasar ilerlemesini Higgins vd. [33] çekme yükü altında farklı fiber oryantasyonuna sahip delikli karbon/epoksi numuneleri incelemiştir. İncelenen numuneler yarı izotropik, 0° fiber yönlü katmanın çoğunlukta olduğu ve çapraz fiber yönlerine sahiptir. Deneysel olarak elde edilen sonuçları SEA ile karşılaştırılmıştır. SEA Hashin hasar kriteri kullanılmıştır ve sonuçlar ağ yoğunluğundan oldukça etkilendiği gözlemlenmiştir. Yarı izotropik numune çözümünde ağ boyutunu deneysel çalışma ile karşılaştırarak belirleyip diğer numuneler için çözümler elde edilmiştir. SEA sabitlenen ağ boyutu ile elde edilen sonuçlar deneysel sonuçlar ile uyumlu bulunmuştur. Aynı çalışmada yer alan McCarty vd. [34] bu çalışmayı daha detaylı bir biçimde paylaşmıştır. Farklı iki malzemede hasar ilerlemesini Higgins vd. [35] delikli karbon/epoksi ve cam/epoksi numuneleri tek eksenli çekme yükü altında deneysel olarak incelemiştir. Çekme yükü uygulanırken delik hasarının ilerlemesi resmedilmiştir. Karbon/epoksi numunelerinin daha dayanıklı olduğu ve cam/epoksi numunelerin gerinim değerinin daha yüksek olduğu sonucuna varılmasına rağmen iki malzeme için çatlak ilerlemesi benzer davranmıştır. Tek yönlü çekme yükü altında Caminero vd. [36] delikli tek yönlü ve örgülü fiber açılara sahip karbon/epoksi numuneleri iki ve üç boyutlu Dijital Görüntü Korelasyonu (Digital Image Correlation) (DIC) tekniği ile gerinimleri incelemiştir ve SEA ile karşılaştırılmıştır. Han vd. [4] tek yönlü ve örgülü fiber açısına sahip delikli numuneleri çekme yükü altında hasar analizini gerçekleştirmiştir. Hasar kriteri olarak Linde ve Hashin kriterlerinden oluşan, parametrik olarak gerinime bağlı karma kriter kullanmıştır. SEA modeli, deneysel çalışmanın gerçek zamanlı akustik emisyon, DIC ve kuvvet – yer değiştirme ilişkisi ile doğrulanmıştır.

Bu çalışma kapsamında tek ve merkez delikli, izotropik ve tek yönlü fiber açısına sahip kompozit numuneler PD teori ile incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar kuvvet-yer değiştirme, gerilme, gerinim ve çatlak ilerlemesi olarak elde edilmiştir ve sonuçların doğrulaması analitik, SEA ve literatürde var olan deneysel sonuçlar ile yapılmıştır.

2. TEORİK METOTLAR

PD teori formülasyonu ile iki boyutlu ortamda modelleme yapılmıştır. İzotropik plakalar hal bazlı ve bağ bazlı PD ile modellenmiştir. Kompozit plakalar ise bağ bazlı PD ile modellenmiştir. Kompozit laminatların malzeme sabitlerini homojenize etmek için, fiber ve matris yönlerde eşdeğer sertlik özellikleri hesaplanmıştır.

2.1 Peridinamik Teori Formülasyonu

Bu bölümde tezde kullanılan PD teori formülasyonları verilmiştir.

2.1.1 Temel Formülasyon

PD teori temel olarak hareket denklemlerinin tekrar formüle edilmesi ile oluşturulmuştur [2]. Bağ bazlı PD teoride hareket denklemi \mathbf{x} malzeme noktasında

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \int_H \mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x})dH + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t), \quad (2.1)$$

olarak ifade edilir. Bu denklemde $\rho(\mathbf{x})$ kütle yoğunluğu, $\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$ \mathbf{x} malzeme noktasındaki ivme, \mathbf{f} ve $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$ sırasıyla PD kuvvet yoğunluğu ve gövde kuvvet yoğunluğu. PD kuvvet yoğunluğu denklemi bağ bazlı formülasyonda deforme olmayan durumdaki \mathbf{x}' ve \mathbf{x} malzeme noktaları arasındaki kuvvet yoğunluğu vektörü,

$$\mathbf{t}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} C \frac{\mathbf{y}' - \mathbf{y}}{|\mathbf{y}' - \mathbf{y}|} = \frac{1}{2} \mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t), \quad (2.2)$$

$$\mathbf{t}'(\mathbf{u} - \mathbf{u}', \mathbf{x} - \mathbf{x}', t) = -\frac{1}{2} C \frac{\mathbf{y}' - \mathbf{y}}{|\mathbf{y}' - \mathbf{y}|} = -\frac{1}{2} \mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t). \quad (2.3)$$

\mathbf{t} 'nin deforme durumdaki malzeme noktalarının \mathbf{y}' ve \mathbf{y} de oluşan eşit boyutta ve zıt yönde ikili kuvvet yoğunluk çifti \mathbf{f} ile ifade edilmektedir [18]. Denklem (2.1) ve (2.2)'deki C mühendislik malzeme sabitleri, deformasyona uğramamış malzeme noktaları arasındaki gerinim ve komşuluk yarıçapına bağlı bir sabit. Denklem (2.1), (2.2) ve (2.3)'deki \mathbf{u}' ve \mathbf{u} yer değiştirme vektörlerini ifade etmektedir. Kuvvet

yoğunluğu vektörünü $\mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x})$, \mathbf{x}' malzeme noktasının \mathbf{x} malzeme noktasında oluşturmuştur. Kuvvet yoğunluğu vektörü, malzeme noktaları arasında oluşan $s(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x})$ gerinime doğrudan bağlıdır ve hesabı [18]

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}) = \left[c_1 s(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}) - c_2 T \right] \frac{\mathbf{y}' - \mathbf{y}}{|\mathbf{y}' - \mathbf{y}|}, \quad (2.4)$$

$$s(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}) = \frac{|\mathbf{y}' - \mathbf{y}| - |\mathbf{x}' - \mathbf{x}|}{|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|}. \quad (2.5)$$

Malzeme parametreleri, c_1 ve c_2 izotropik malzeme için, izotropik genişleme altında düzgün sıcaklık değişimi (T) altında sonsuz homojen bir cisim varsayımı ile hesaplanmaktadır [18]. PD ve KSM teorilerinde enerji yoğunluklarından c_1 ve c_2

$$c_1 = c = \frac{18\kappa}{\pi\delta^4}, \quad (2.6)$$

$$c_2 = c\alpha. \quad (2.7)$$

Burada κ , hacim modülü ve α , termal genişleme malzeme özellikleri. PD malzeme parametresi c , bağ sabiti olarak da adlandırılır. Bu durumda, PD teori Poisson oranına getirdiği kısıtlama ile izotropik malzemeler için bağımsız malzeme sabitlerinin sayısını bir ile sınırlar. Bu da yalnızca toplam deformasyon yanıtı almamıza izin verir.

Hal bazlı PD teoride kuvvet yoğunluğu vektörü \mathbf{t} deforme durumda ifadesi

$$\mathbf{t}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} A \frac{\mathbf{y}' - \mathbf{y}}{|\mathbf{y}' - \mathbf{y}|}, \quad (2.8)$$

$$\mathbf{t}'(\mathbf{u} - \mathbf{u}', \mathbf{x} - \mathbf{x}', t) = -\frac{1}{2} B \frac{\mathbf{y}' - \mathbf{y}}{|\mathbf{y}' - \mathbf{y}|}. \quad (2.9)$$

Bu vektörler bağıl konum vektörlerine paralel, fakat boyutları eşit değil. Denklem (2.8) ve (2.9)' de sırasıyla bulunan A ve B sabitleri mühendislik malzeme sabitleri, deformasyon alanı ve komşuluk yarıçapına bağlıdır.

2.1.2 İzotropik Malzemeler için Hal ve Bağ Bazlı PD Teori

Tüm yapılar doğası gereği üç boyutlu olmasına rağmen, hesaplamasını basitleştirmek için belirli varsayımlar altında tek boyutlu veya iki boyutlu olarak ifade edilebilirler. Örneğin, uzun çubuklar tek boyutlu yapılar olarak ele alınabilir. Benzer şekilde, ince tabaklar iki boyutlu yapılar olarak ele alınabilir.

İzotropik malzemeleri üç ve iki boyutta incelemeye başlamadan önce temel denklemlerdeki PD malzeme parametreleri bulunmuştur.

Denklem (2.1) ve (2.2)'deki C ve Denklem (2.8) ve (2.9)' de sırasıyla bulunan A ve B sabitlerini bulmak için kuvvet yoğunluğu vektörü \mathbf{t} ve $W_{(k)}$ gerinim enerjisi yoğunluğu arasındaki ilişki, k malzeme noktasında

$$\mathbf{t}_{(k)(j)}(\mathbf{u}_{(j)} - \mathbf{u}_{(k)}, \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}, t) = \frac{1}{V_{(j)}} \frac{\partial W_{(k)}}{\partial \left(\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right| \right)} \frac{\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}}{\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right|}, \quad (2.10)$$

olarak ifade edilir. Bu denklemde $V_{(j)}$ bir malzeme noktası j 'nin hacmidir. Malzeme noktası j malzeme noktası k üzerinde kuvvet yoğunluğu $\mathbf{t}_{(k)(j)}$ oluşturuyor.

İzotropik ve elastik malzeme için, $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktasında $W_{(k)}$ gerinim enerjisi yoğunluğu ve $\theta_{(k)}$ dilatasyon kapalı ifadesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$W_{(k)} = a\theta_{(k)}^2 - a_2\theta_{(k)}T_{(k)} + a_3T_{(k)}^2 + \quad (2.11)$$

$$b \sum_{j=1}^N w_{(k)(j)} \left(\left(\left| y_{(j)} - y_{(k)} \right| - \left| x_{(j)} - x_{(k)} \right| \right) \alpha T_{(k)} \left| x_{(j)} - x_{(k)} \right| \right)^2 V_{(j)},$$

$$\theta_{(k)} = d \sum_{j=1}^N w_{(k)(j)} \left(s_{(k)(j)} - \alpha T_{(k)} \right) \frac{y_{(j)} - y_{(k)}}{\left| y_{(j)} - y_{(k)} \right|} \cdot \left(x_{(j)} - x_{(k)} \right) V_{(j)} + 3\alpha T_{(k)}. \quad (2.12)$$

Bu denklemdeki N , $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktasının malzeme ailesinde bulunan malzeme noktası sayısını ifade ediyor. Etki fonksiyonu $w_{(k)(j)}$ boyutsuz bir fonksiyondur ve d dilatasyon ifadesini boyutsuz hale getirmektedir. Hal bazlı PD teori ile,

$$w^{(k)(j)} = \frac{\delta}{|x_{(j)} - x_{(k)}|} \quad (2.13)$$

olarak ifade edilir. Denklem (2.11)'de verilen PD malzeme parametreleri a, a_2, a_3, d ve b ; mühendislik malzemesi sabitleri olan kayma gerilmesi μ , hacim modülü κ ve termal genişleme katsayısı α cinsinden ifade edilebilir.

Kuvvet yoğunluğu $\mathbf{t}_{(k)(j)}(\mathbf{u}_{(j)} - \mathbf{u}_{(k)}, \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}, t)$, denklemi (2.10)'da denklem (2.11) yerine yazılırsa A ve B malzeme sabitlerini

$$A = 4w_{(k)(j)} \left\{ d \frac{\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}}{|\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}|} \cdot \frac{\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}}{|\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|} \left(a\theta_{(k)} - \frac{1}{2} a_2 T_{(k)} \right) + b \left(\left(|\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}| - |\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}| \right) - \alpha T_{(k)} |\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}| \right) \right\}, \quad (2.14)$$

$$B = 4w_{(j)(k)} \left\{ d \frac{\mathbf{y}_{(k)} - \mathbf{y}_{(j)}}{|\mathbf{y}_{(k)} - \mathbf{y}_{(j)}|} \cdot \frac{\mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}}{|\mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}|} \left(a\theta_{(j)} - \frac{1}{2} a_2 T_{(j)} \right) + b \left(\left(|\mathbf{y}_{(k)} - \mathbf{y}_{(j)}| - |\mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}| \right) - \alpha T_{(j)} |\mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}| \right) \right\}, \quad (2.15)$$

olarak bulunuyor. Denklem (2.14) ve (2.15) aynı görünüyor, fakat bu denklemlerdeki $(\theta_{(k)}, T_{(k)})$ ve $(\theta_{(j)}, T_{(j)})$ değerleri sırasıyla $\mathbf{x}_{(k)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktalarındaki değerlerdir ve birbirlerinden farklı bir değer alabilirler. Bağ bazlı PD teoride A ve B malzeme sabitleri birbirlerine eşit olmalı, bunun sebebi kuvvet yoğunluğu vektörleri birbirlerine eşit büyüklükte olması kısıtlaması. Böylelikle denklem (2.14) ve (2.15) deki $\theta_{(k)}$ ve $\theta_{(j)}$ içeren terimleri yok olmalı, bu nedenle

$$ad = 0. \quad (2.16)$$

Denklem (2.2) ve (2.3)'deki C , malzeme sabiti aşağıdaki hali alıyor.

$$C = 4bw_{(k)(j)} \left(\left(|\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}| - |\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}| \right) - \alpha T_{(k)} |\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}| \right). \quad (2.17)$$

Denklem (2.2)'de C yerine yazılınca kuvvet yoğunluğu vektörü

$$\mathbf{t}_{(k)(j)} = 2bw_{(k)(j)} \left(\left(\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right| - \left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right| \right) - \alpha T_{(k)} \left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right| \right) \frac{\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}}{\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right|}. \quad (2.18)$$

Denklem (2.2)' de bağız bazlı kuvvet yoğunluğu vektöründe C yerine yazılınca

$$\mathbf{f}_{(k)(j)} = 4bw_{(k)(j)} \left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right| \left(s_{(k)(j)} - \alpha T_{(k)} \right) \frac{\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}}{\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right|}. \quad (2.19)$$

Denklem (2.4) ve (2.19) bağız bazlı etki fonksiyonunun açık formu

$$w_{(k)(j)} = \frac{c}{4b} \frac{1}{\left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right|}. \quad (2.20)$$

Denklem (2.13) ve (2.20)'den

$$\frac{c}{b} = 4\delta, \quad (2.21)$$

malzeme parametreleri arasındaki oranı bulunmuştur. Etki fonksiyonunu yerine yazınca PD malzeme parametreleri cinsinden kuvvet yoğunluğu vektörü hal bazlı ve bağız bazlı formülasyon için sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\mathbf{t}_{(k)(j)} = 2\delta \left\{ d \frac{\Lambda_{(k)(j)}}{\left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right|} \left(a\theta_{(k)} - \frac{1}{2} a_2 T_{(k)} \right) + b \left(s_{(k)(j)} - \alpha T_{(k)} \right) \right\} \times \frac{\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}}{\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right|} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{t}_{(k)(j)} = 2\delta b \left\{ s_{(k)(j)} - \alpha T_{(k)} \right\} \frac{\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}}{\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right|}. \quad (2.23)$$

Denklem (2.2) de Denklem (2.21) yazılırsa bağız bazlı kuvvet yoğunluğu vektörü \mathbf{f} Denklem (2.4)

$$\mathbf{f}_{(k)(j)} = c \left\{ s_{(k)(j)} - \alpha T_{(k)(j)} \right\} \frac{\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}}{\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right|}. \quad (2.24)$$

denkleme dönüşür. Bu denklemdeki $T_{(k)(j)} = \left(T_{(j)} + T_{(k)} \right) / 2$ [18].

Denklem (2.22)'deki $\Lambda_{(k)(j)}$ parametresi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\Lambda_{(k)(j)} = \left(\frac{\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}}{|\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}|} \right) \cdot \left(\frac{\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}}{|\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|} \right). \quad (2.25)$$

2.1.2.1 Üç boyutlu ortam için bağ sabitinin bulunması

Üç boyutlu analiz için gerinim enerji yoğunluğu KSM formülasyonları kullanılarak bulunabilir.

$$W_{(k)} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}_{(k)}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{(k)} \quad (2.26)$$

Gerilme ve gerinim vektörleri sırasıyla $\boldsymbol{\sigma}_{(k)}$ ve $\boldsymbol{\varepsilon}_{(k)}$ aşağıdaki gibi ifade edilir

$$\boldsymbol{\sigma}_{(k)}^T = \left\{ \sigma_{xx(k)} \quad \sigma_{yy(k)} \quad \sigma_{zz(k)} \quad \sigma_{yz(k)} \quad \sigma_{xz(k)} \quad \sigma_{xy(k)} \right\} \quad (2.27)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{(k)}^T = \left\{ \varepsilon_{xx(k)} \quad \varepsilon_{yy(k)} \quad \varepsilon_{zz(k)} \quad \varepsilon_{yz(k)} \quad \varepsilon_{xz(k)} \quad \varepsilon_{xy(k)} \right\} \quad (2.28)$$

İzotropik malzeme için hacim modülü κ ve kayma modülü μ ile gerilme ve gerinim bileşenleri ilişkisi aşağıdaki gibidir

$$\boldsymbol{\sigma}_{(k)} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}_{(k)} \quad (2.29)$$

Malzeme özellik matrisi \mathbf{C} 'nin tanımı

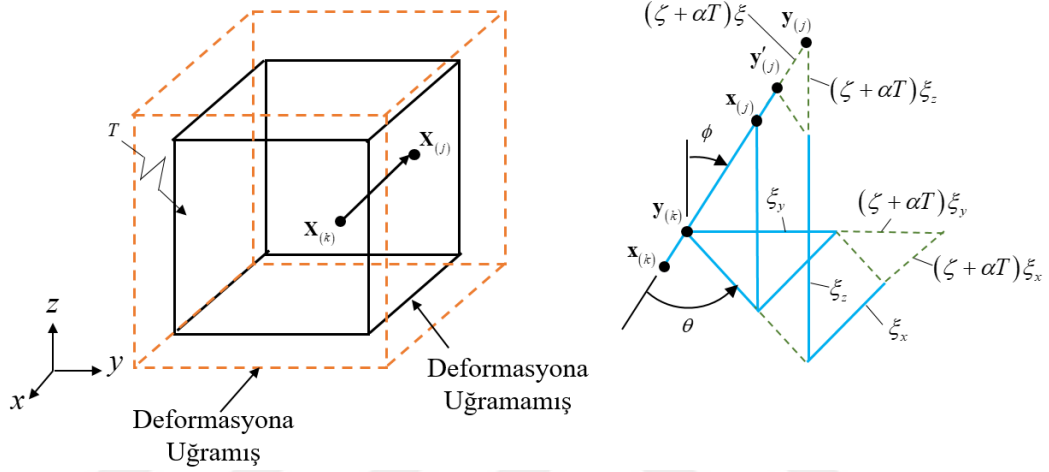
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \kappa + (4\mu/3) & \kappa - (2\mu/3) & \kappa - (2\mu/3) & 0 & 0 & 0 \\ \kappa - (2\mu/3) & \kappa + (4\mu/3) & \kappa - (2\mu/3) & 0 & 0 & 0 \\ \kappa - (2\mu/3) & \kappa - (2\mu/3) & \kappa + (4\mu/3) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Hacim modülü ve kayma modülünü mühendislik malzeme sabitleri cinsinden ifadesi

$$\kappa = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2.31)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.32)$$

Üç boyutlu yapıya iki farklı yükleme koşulu uygulayarak PD malzeme sabitleri bulunabilir. Bu koşullar izotropik genişleme ve basit kesme ile elde edilir.



Şekil 2.1 : Üç boyutlu gövdeye izotropik genişleme uygulanması.

Şekil 2.1'de verilen yükleme koşulu izotropik genişleme normal gerinim ζ tüm yönlerde ve doğrusal sıcaklık değişimi T uygulanmıştır. Böylelikle yapıdaki gerinim bileşenleri

$$\varepsilon_{xx(k)} = \varepsilon_{yy(k)} = \varepsilon_{zz(k)} = \zeta + \alpha T \quad (2.33)$$

$$\gamma_{xy(k)} = \gamma_{xz(k)} = \gamma_{yz(k)} = 0 \quad (2.34)$$

denklemleri ile verilir. Dilatasyon $\theta_{(k)}$ ve gerinim enerjisi yoğunluğu $W_{(k)}$ klasik süreklilik mekaniğinde

$$\theta_{(k)} = \varepsilon_{xx(k)} + \varepsilon_{yy(k)} + \varepsilon_{zz(k)} = 3\zeta + 3\alpha T \quad (2.35)$$

$$W_{(k)} = \frac{9}{2} \kappa \zeta^2 \quad (2.36)$$

ile verilir. $\mathbf{x}_{(j)}$ ve $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktaları arasında bağıl konum vektörü deforme durumunda

$$\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right| = \left(1 + \zeta + \alpha T_{(k)} \right) \left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right| \quad (2.37)$$

ile tanımlanır. Sıcaklık doğrusal olduğu için $T_{(k)} = T$ 'dir. Deformasyona uğramamış durumdaki yapıda malzeme noktaları arasındaki mesafe önceki kısımlarda da bahsedildiği gibi $\xi = \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}$ şeklinde ifade edilir ve $\xi = |\xi|$ eşitliği yazılabilir. Bir malzeme noktası $\mathbf{x}_{(k)}$ 'de, gerinim enerjisi yoğunluğu $W_{(k)}$, Denklem (2.12)'de, yarıçapı δ olan bir küre içerisinde bağıl konum vektörü (2.37) ve içerisinde ξ ifadesi yazılan iletme fonksiyonu (2.13) denklemi yerleştirilirse

$$W_{(k)} = a\theta_{(k)}^2 - a_2\theta_{(k)}T_{(k)} + a_3T_{(k)}^2 + \quad (2.38)$$

$$b \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\delta}{\xi} \left(\left[\left(1 + \zeta + \alpha T_{(k)} \right) \xi - \xi \right] - \alpha T_{(k)} \xi \right)^2 \xi^2 \sin(\phi) d\phi d\theta d\xi$$

denkleme dönüşür. Burada (ξ, θ, ϕ) küresel koordinatı ifade etmektedir. Denklem (2.35)'teki dilatasyon eşitliği de Denklem (2.38)'e dahil edilir ve integraller çözümlerse

$$W_{(k)} = a \left(3\zeta + 3\alpha T_{(k)} \right)^2 - a_2 \left(3\zeta + 3\alpha T_{(k)} \right) T_{(k)} + a_3 T_{(k)}^2 + \pi b \zeta^2 \delta^5 \quad (2.39)$$

haline dönüşür. Bu denklemi KSM ile hesaplanan gerinim enerji yoğunluğu Denklem (2.36) ile eşitleyerek PD malzeme parametreleri elde edilir

$$9a + \pi b \delta^5 = \frac{9}{2} \kappa \quad (2.40)$$

$$a_2 = 6\alpha a \quad (2.41)$$

$$a_3 = 9\alpha^2 a \quad (2.42)$$

Benzer şekilde Denklem (2.13)'teki dilatasyon terimi küresel koordinatlarla

$$\theta_{(k)} = d \int_0^{\delta} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\delta}{\xi} \left(\left[(1 + \zeta + \alpha T_{(k)}) \xi - \xi \right] - \alpha T_{(k)} \xi \right) \times \left(\frac{\xi}{\xi} \cdot \frac{\xi}{\xi} \right) \xi^2 \sin(\phi) d\phi d\theta d\xi \quad (2.43)$$

$$+ 3\alpha T_{(k)}$$

denkleme dönüşür ve açık formu

$$\theta_{(k)} = d \int_0^{\delta} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\delta}{\xi} \theta_{(k)} = \frac{4\pi d \delta^4}{3} \zeta + 3\alpha T_{(k)} \quad (2.44)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklem klasik süreklilik mekaniği ile hesaplanan dilatasyon Denklem (2.35) ile eşitleyince PD malzeme parametresi d elde edilir.

$$d = \frac{9}{4\pi\delta^4} \quad (2.45)$$

Şekil 2.2 : Üç boyutlu gövdeye basit kesme uygulanması.

Şekil 2.2'de üç boyutlu gövdeye basit kesme uygulanmıştır. Bu durumda gerinim değerleri ve sıcaklık

$$\gamma_{xy(k)} = \zeta \text{ ve } \varepsilon_{xx(k)} = \varepsilon_{yy(k)} = \varepsilon_{zz(k)} = \gamma_{xz(k)} = \gamma_{yz(k)} = T_{(k)} = 0 \quad (2.46)$$

değerlerine eşit olmaktadır.

Klasik sürekliliği mekaniği ile dilatasyon, $\theta_{(k)}$ ve gerinim enerjisi yoğunluğu, $W_{(k)}$ Denklemleri aşağıdaki gibidir.

$$\theta_{(k)} = 0 \quad (2.47)$$

$$W_{(k)} = \frac{1}{2} \mu \zeta^2 \quad (2.48)$$

Deforme durumda bağıl konum vektörü

$$|\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}| = \left[1 + \frac{\zeta \sin(2\phi) \sin(\theta)}{2} \right] |\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}| \quad (2.49)$$

Gerinim enerjisi yoğunluğu, Denklem (2.11)'de bağıl konum vektörünü yerine koyarak elde edilir:

$$W_{(k)} = b \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\delta}{\xi} \left(\left[1 + \frac{\zeta \sin(2\phi) \sin(\theta)}{2} \right] \xi - \xi \right)^2 \xi^2 \sin(\phi) d\phi d\theta d\xi \quad (2.50)$$

Bu denklemin sonucu

$$W_{(k)} = \frac{b\pi\delta^5\zeta^2}{15} \quad (2.51)$$

Gerinim enerjisi yoğunluğu denklemleri olan Denklem (2.48) ve Denklem (2.51) birbirine eşitlenerek PD malzeme parametresi b elde edilir.

$$b = \frac{15\mu}{2\pi\delta^5} \quad (2.52)$$

b parametresinin denklemi, Denklem (2.40)'da yerine yazılırsa a parametresi elde edilir.

$$a = \frac{1}{2} \left(\kappa - \frac{5\mu}{3} \right) \quad (2.53)$$

Özet olarak üç boyutlu izotropik analizlerde PD malzeme parametreleri a, a_2, a_3, d ve b sırasıyla Denklem (2.53), (2.41), (2.42), (2.45) ve (2.52)'deki gibi ifade edilir:

$$a = \frac{1}{2} \left(\kappa - \frac{5\mu}{3} \right), a_2 = 6\alpha a, a_3 = 9\alpha^2 a, d = \frac{9}{4\pi\delta^4} \text{ ve } b = \frac{15\mu}{2\pi\delta^5}$$

Bağ bazlı PD malzeme parametresi c Denklem (2.16) ve (2.20) dikkate alarak hacim modülünü kayma modülü cinsinden ifadesi $\kappa = 5\mu/3$ ve Poisson oranı üç boyutlu ortam için $\nu = 1/4$ kısıtlaması ile

$$c = \frac{18\kappa}{\pi\delta^4} = \frac{30\mu}{\pi\delta^4} = \frac{12E}{\pi\delta^4} \quad (2.54)$$

olarak bulunmuştur.

2.1.2.2 İki boyutlu ortam için bağ sabitinin bulunması

Gerinim enerji yoğunluğunun KSM'de gerilme ve gerinim cinsinden ifadesi Denklem (2.26)'da verilmiştir. İki boyutlu yapılarda gerilme $\sigma_{(k)}$ ve gerinim $\epsilon_{(k)}$ vektörleri ifadesi

$$\sigma_{(k)}^T = \left\{ \sigma_{xx(k)} \quad \sigma_{yy(k)} \quad \sigma_{zz(k)} \right\} \quad (2.55)$$

$$\epsilon_{(k)}^T = \left\{ \epsilon_{xx(k)} \quad \epsilon_{yy(k)} \quad \gamma_{xy(k)} \right\} \quad (2.56)$$

Malzeme özellik matrisi C 'nin Denklem (2.30) üç boyutlu malzeme özellik matrisinden indirgenmiş hali aşağıdaki gibidir:

$$C = \begin{bmatrix} \kappa + \mu & \kappa - \mu & 0 \\ \kappa - \mu & \kappa + \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Hacim modülü iki boyutlu ortamda Denklem (2.31)'den farklıdır, mühendislik malzeme sabitleri cinsinden ifadesi iki boyutta

$$\kappa = \frac{E}{2(1-\nu)}. \quad (2.58)$$

İki boyutlu yapılarda, kalınlık yönünde tek bir malzeme noktası katmanı ile modelleme yapılır.

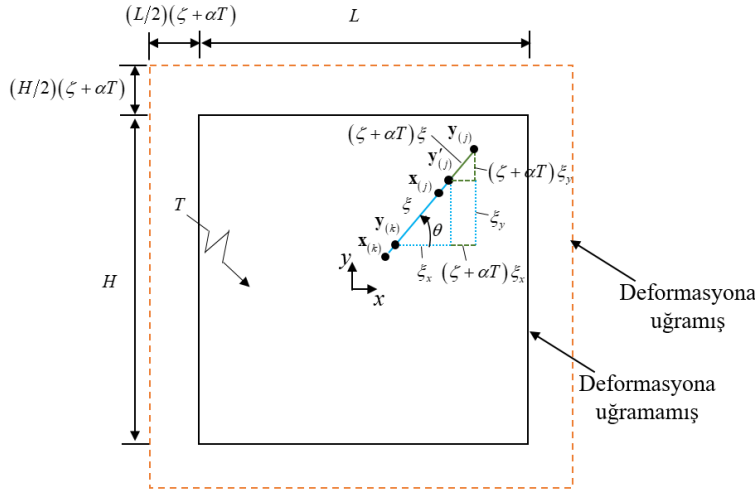
PD malzeme parametrelerinin hesaplanması için iki boyutlu bir plakaya her yönde izotropik normal gerinim ve basit kesme yükleme koşulları uygulanmıştır. Şekil 2.3'te gösterildiği gibi plakaya her yönde sabit izotropik normal gerinim, ζ uygulanmaktadır. Bu uygulanan normal gerinim ile birlikte sıcaklık değişiminin doğrusal olmalıdır. Yapıdaki gerinim bileşenlerimiz bu koşullarda

$$\varepsilon_{xx(k)} = \varepsilon_{yy(k)} = \zeta + \alpha T \text{ ve } \gamma_{xy(k)} = 0. \quad (2.59)$$

Dilatasyon, $\theta_{(k)}$ ve gerinim enerjisi yoğunluğu, $W_{(k)}$ KSM'de

$$\theta_{(k)} = \varepsilon_{xx(k)} + \varepsilon_{yy(k)} = 2\zeta + 2\alpha T_{(k)}, \quad (2.60)$$

$$W_{(k)} = 2\kappa\zeta^2. \quad (2.61)$$



Şekil 2.3 : İzotropik genişleme altında iki boyutlu plaka.

Malzeme noktaları $\mathbf{x}_{(j)}$ ve $\mathbf{x}_{(k)}$ arasında bağıl konum vektörü deforme durumda

$$|\mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)}| = (1 + \zeta + \alpha T_{(k)}) |\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}| \quad (2.62)$$

ifadesine eşittir, ve sıcaklık doğrusal olduğu için $T_{(k)} = T$ 'dir.

Malzeme noktası $\mathbf{x}_{(k)}$ 'da gerinim enerjisi yoğunluğu $W_{(k)}$, Denklem (2.11)'de, yarıçapı δ ve kalınlığı h olan bir disk içerisinde

$$W_{(k)} = a\theta_{(k)}^2 - a_2\theta_{(k)}T_{(k)} + a_3T_{(k)}^2 \quad (2.63)$$

$$+ bh \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \frac{\delta}{\xi} \left(\left[(1 + \zeta + \alpha T_{(k)}) \xi - \xi \right] - \alpha T_{(k)} \xi \right)^2 \xi d\theta d\xi$$

denkleme dönüşür. Burada (ξ, θ) küresel koordinatı ifade etmektedir. Denklem (2.60)'teki dilatasyon eşitliği Denkleme (2.63)'e dahil edilerek ve integralleri çözerek denklem

$$W_{(k)} = a \left(2\zeta + 2\alpha T_{(k)} \right)^2 - a_2 \left(2\zeta + 2\alpha T_{(k)} \right) T_{(k)} + a_3 T_{(k)}^2 + \frac{2}{3} \pi b h \delta^4 \zeta^2. \quad (2.64)$$

Gerinim enerji yoğunluğu klasik süreklilik mekaniği ile PD Denklemi (2.61) ve (2.64) birbirine eşitleyerek PD malzeme parametreleri mühendislik malzeme sabitleri cinsinden ifade edilebilir.

$$4a + \frac{2}{3} \pi b h \delta^4 = 2\kappa \quad (2.65)$$

$$a_2 = 4\alpha a \quad (2.66)$$

$$a_3 = 4\alpha^2 a \quad (2.67)$$

Benzer şekilde dilatasyon Denklem (2.68) ile ifade edilir

$$\theta_{(k)} = dh \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \left((1 + \zeta + \alpha T) \xi - \xi \right) - \alpha T \xi \times \left(\frac{\xi}{\xi}, \frac{\xi}{\xi} \right) \xi d\theta d\xi + 2\alpha T_{(k)}, \quad (2.68)$$

ve açık formu;

$$\theta_{(k)} = \pi d h \delta^3 \zeta + 2\alpha T_{(k)} \quad (2.69)$$

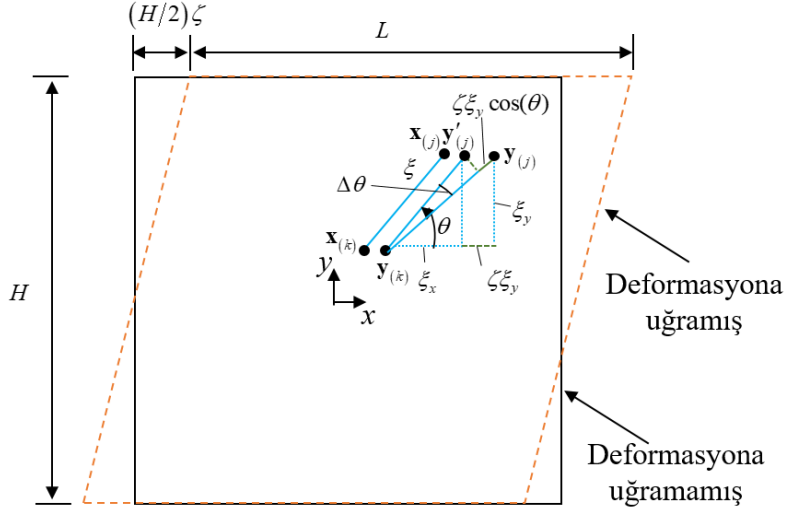
şeklindedir. PD parametresi d 'yi elde etmek için dilatasyon Denklemleri (2.60) ve (2.69) eşitlenerek bulunmaktadır.

$$d = \frac{2}{\pi h \delta^3} \quad (2.70)$$

Diğer parametrelerin değerlerini bulmak için iki boyutlu plakaya Şekil 2.4'te görüldüğü üzere basit kesme yükleme koşulu uygulanmıştır. Uygulanan gerinim değerleri ve sıcaklık

$$\gamma_{xy(k)} = \zeta \text{ ve } \varepsilon_{xx(k)} = \varepsilon_{yy(k)} = T_{(k)} = 0 \quad (2.71)$$

değerlerine eşit olmaktadır.



Şekil 2.4 : Basit kesme yükü altında iki boyutlu plaka.

Klasik sürekliliği mekaniği ile dilatasyon, $\theta_{(k)}$ ve gerinim enerjisi yoğunluğu, $W_{(k)}$ denklemleri

$$\theta_{(k)} = 0 \quad (2.72)$$

$$W_{(k)} = \frac{1}{2} \mu \zeta^2 \quad (2.73)$$

gibidir. Deforme durumda bağıl konum vektörünü

$$\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right| = [1 + (\sin \theta \cos \theta) \zeta] \left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right| \quad (2.74)$$

Gerinim enerjisi yoğunluğu Denklem (2.11)' de bağıl konum vektörünü yerine koyarak aşağıdaki denklem elde edilir

$$W_{(k)} = a(0) + bh \int_0^{\delta} \int_0^{2\pi} \frac{\delta}{\xi} \left([1 + (\sin \theta \cos \theta) \zeta] \xi - \xi \right)^2 \xi d\theta d\xi \quad (2.75)$$

Bu denklemin sonucu

$$W_{(k)} = \frac{\pi h \delta^4 \zeta^2}{12} b \quad (2.76)$$

Gerinim enerjisi yoğunluğu denklemleri olan Denklem (2.73) ve Denklem (2.76)'u birbirine eşitleyerek PD malzeme parametresi b elde edilir.

$$b = \frac{6\mu}{\pi h \delta^4} \quad (2.77)$$

b parametresinin denklemi Denklem (2.65)'de yerine yazıldığında a parametresi elde edilir.

$$a = \frac{1}{2}(\kappa - 2\mu) \quad (2.78)$$

Özet olarak iki boyutlu izotropik analizlerde PD malzeme parametreleri a, a_2, a_3, d ve b sırasıyla Denklem (2.78), (2.66), (2.67), (2.70) ve (2.77)'deki gibi ifade edilir.

$$a = \frac{1}{2}\left(\kappa - \frac{5\mu}{3}\right), a_2 = 4\alpha a, a_3 = 4\alpha^2 a, d = \frac{2}{\pi h \delta^3} \text{ ve } b = \frac{6\mu}{\pi h \delta^4}$$

Bağ bazlı PD malzeme parametresi c Denklem (2.16) ve (2.20) dikkate alarak hacim modülünü kayma modülü cinsinden ifadesi $\kappa = 2\mu$ ve Poisson oranı iki boyutlu ortam için $\nu = 1/3$ kısıtlaması ile

$$c = \frac{12\kappa}{\pi h \delta^3} = \frac{24\mu}{\pi h \delta^3} = \frac{9E}{\pi h \delta^3} \quad (2.79)$$

olarak bulunmuştur.

2.1.3 Kompozit Malzemeler için Bağ Bazlı PD Teori

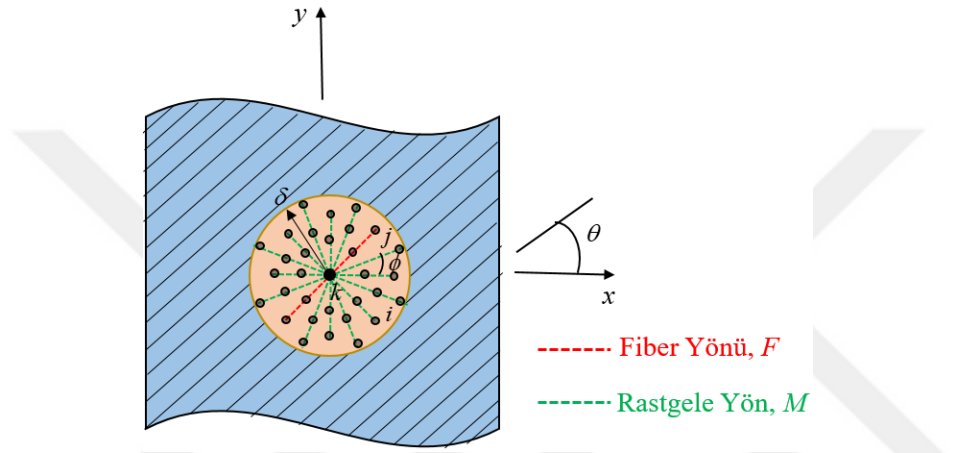
Tez kapsamında kompozit malzeme çözümü iki boyutlu yapılmıştır, bu sebeple bu bölümde iki boyutta kompozit lamina için bağ sabitleri çıkarımı verilmiştir.

2.1.3.1 İki boyutta bağ sabiti

İki boyutta fiber takviyeli kompozit malzeme sabitlerini bulmak için, tek katmanlı lamina olarak ele alınmıştır ve kalınlık yönünde tek malzeme noktası bulunmaktadır. Fiber takviyeli kompozit malzeme özellikleri yöne göre değişkenlik göstermektedir. Bu sebeple fiber açısı θ olan Şekil 2.5'te görüldüğü gibi bir laminayı modellemek için iki PD malzeme parametresi tanımlamak gerekiyor. Malzeme noktaları j ve k arasında oluşan bağ fiber yönünde oluşmuştur. Malzeme noktası i , herhangi bir yönde malzeme noktası k ile bağ kuran malzeme noktalarını temsil ediyor buna fiber yönü

de dahildir. Malzeme noktaları i ve k arasında oluşan bağ açısı x -eksenine göre ϕ ile gösterilmiştir.

PD malzeme parametreleri lamina için fiber yönünde c_f , diğer tüm yönlerde c_m olarak gösteriliyor. Bu parametreleri bulmak için basit yükleme koşullarında KSM ve PD teori ile gerinim enerji yoğunluklarından mühendislik malzeme sabitleri cinsinden bulunabilir. Bu sabitler fiber elastik modülü E_1 , enine elastik modülü E_2 , düzlemsel kayma modülü G_{12} ve düzlemsel Poisson oranı ν_{12} .



Şekil 2.5 : Fiber-takviyeli lamina üzerinde k malzeme noktasının fiber ve matris yönünde yaptığı bağ.

Malzeme noktası k 'da gerinim enerjisi yoğunluğu denklemi KSM Denklem (2.26)'da verilmiştir. İki boyutlu yapılarda gerilme $\sigma_{(k)}$ ve gerinim $\epsilon_{(k)}$ vektörleri sırasıyla Denklem (2.55) ve (2.56)'da verilmiştir. Fiber açısı θ olan bir kompozit plaka için gerilme ve gerinim ilişkisi

$$\sigma_{(k)} = \bar{Q}\epsilon_{(k)}, \quad (2.80)$$

denklemdaki \bar{Q} , dönüştürülmüş ve indirgenmiş sertlik matrisi tanımı

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}. \quad (2.81)$$

\bar{Q} , matrisinin elemanları mühendislik malzeme sabitlerine bağlı olan sertlik matrisi Q elemanları ve fiber açısına bağlıdır. Sertlik matrisi Q elemanları

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{66} = G_{12}. \quad (2.82)$$

\bar{Q} , matrisinin elemanları

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4(\theta) + Q_{22} \sin^4(\theta) + 2(Q_{12} + Q_{66}) \cos^2(\theta) \sin^2(\theta), \quad (2.83)$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + Q_{12} (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)), \quad (2.84)$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin(\theta) \cos^3(\theta) - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3(\theta) \cos(\theta), \quad (2.85)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4(\theta) + Q_{22} \cos^4(\theta) + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2(\theta) \sin^2(\theta), \quad (2.86)$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3(\theta) \cos(\theta) - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3(\theta) \sin(\theta), \quad (2.87)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + Q_{66} (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)), \quad (2.88)$$

Denklemleri ile ifade edilir [1].

Yöne bağlı olan PD bağ sabitleri c_f ve c_m ,

$$c = \begin{cases} c_f + c_m & \phi = \theta \\ c_m & \phi \neq \theta \end{cases}, \quad (2.89)$$

bu ifadede Şekil 2.5'te gösterilen bağ açısı ϕ , fiber açısına θ eşit olduğu durumlarda fiber bağ sabiti hesaba katılmaktadır. Bu durumda etki fonksiyonu

$$w_{(k)(j)} = \frac{1}{2} (c_f + c_m) s_{(k)(j)}^{-2} |\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|, \quad (2.90)$$

$$w_{(k)(i)} = \frac{1}{2} (c_m) s_{(k)(i)}^{-2} |\mathbf{x}_{(i)} - \mathbf{x}_{(k)}|. \quad (2.91)$$

Denklem (2.90) fiber yönü ($\phi = \theta$) ve Denklem (2.91) diğer tüm yönlerdeki ($\phi \neq \theta$) bağlarda geçerlidir. Etki fonksiyonu

$$w = \frac{1}{2} c(\phi) s^{-2}(\phi) \xi(\phi) \quad (2.92)$$

bağ açısına bağlı olarak ifade edilmektedir. Gerinim enerji yoğunluğunu herhangi bir malzeme noktasında etki fonksiyonuna bağlı formülü PD için

$$W^{PD} = \frac{1}{2} \int_H w dH. \quad (2.93)$$

Bu integralin çözümü analitik olarak tam bir sonuç vermese de bir yaklaşımda bulunulmuştur [37].

$$W_{(k)}^{PD} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I \frac{c_f s_{(i)(k)}^{-2} \xi_{(i)(k)}}{2} V_i + \int_H \frac{c_m s^2 \xi}{2} dH \quad (2.94)$$

Bu denklemden I , komşuluk yarıçapı içerisindeki fiber bağ sayısıdır. Fiber bağ sabiti c_f , denklemden ayırıklaştırmaya bağlıdır, fakat matris bağ sabiti c_m yöne bağlı bir özelliğe sahip olmadığı için bağlı değildir. k ve i malzeme noktaları arasındaki başlangıç bağ uzunluğu ve gerinim sırasıyla $\xi_{(i)(k)}$ ve $s_{(i)(k)}$. Malzeme noktası i hacmi $V_{(i)}$ olarak gösterilmiştir ve denklemin

$$V_{(i)} = \frac{\pi h \delta^2}{N}. \quad (2.95)$$

Bu denklemden komşuluk yarıçapı δ içerisinde kalan malzeme noktası sayısı N ve h lamina kalınlığı.

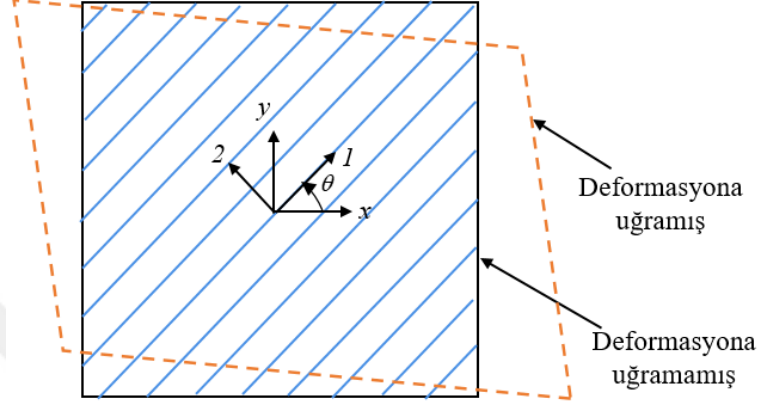
PD bağ sabiti değerlerini bulmak için Şekil 2.6'da gösterilen basit yükleme koşulları uygulanmıştır. Burada x ve y eksenleri global eksen, 1 fiber ve 2 enine eksenlerdir. Oluşan deformasyon sonucunda yapıdaki gerinim bileşenleri

$$\varepsilon_{xx} = \zeta, \varepsilon_{yy} = -\nu_{xy} \zeta \text{ ve } \gamma_{xy} = -\mu_{xy} \zeta. \quad (2.96)$$

Kayma gerinim bileşenindeki parametre μ_{xy} ifadesi

$$\mu_{xy} = \frac{m_x E_x}{E_1}, \quad (2.97)$$

burada m_x , x yönündeki normal gerilmeyi ($x-y$) düzlemindeki kayma gerinim değeri ile ilişkilendiren boyutsuz kayma birleştirme terimidir.



Şekil 2.6 : Yükleme altında açılı lamina'nın deforme durumu.

Şekil 2.7'de uygulanan basit yükler gösterilmiştir. Tek yönlü çekme yükü altında gerinim değeri

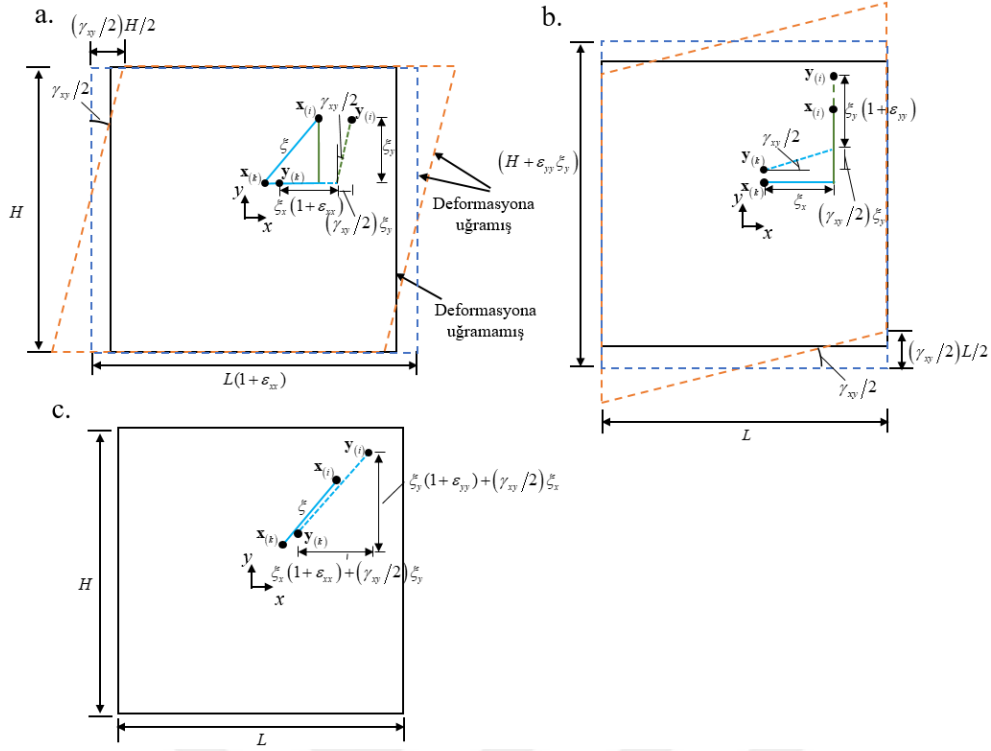
$$s = \zeta \left(\cos^2 \phi - \mu_{xy} \sin \phi \cos \phi - \nu_{xy} \sin^2 \phi \right). \quad (2.98)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (2.93)'de Denklem (2.92) ve (2.98) yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} W^{PD} = & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \int_H c(\phi) \cos^4(\phi) \xi(\phi) dH - 2\nu_{xy} \int_H c(\phi) \sin^2(\phi) \cos^2(\phi) \xi(\phi) dH \right) \zeta^2 \\ & + \frac{1}{2} \left(-2\mu_{xy} \int_H c(\phi) \sin(\phi) \cos^3(\phi) \xi(\phi) dH + 2\nu_{xy} \mu_{xy} \int_H c(\phi) \sin^3(\phi) \cos(\phi) \xi(\phi) dH \right) \zeta^2 \\ & + \frac{1}{2} \left(\nu_{xy}^2 \int_H c(\phi) \sin^4(\phi) \xi(\phi) dH + \mu_{xy}^2 \int_H c(\phi) \sin^2(\phi) \cos^2(\phi) \xi(\phi) dH \right) \zeta^2 \end{aligned} \quad (2.99)$$

KSM ile gerinim enerjisi denklemi Denklem (2.26)'da Denklem (2.80) yerine yazarsak

$$W^{KSM} = \frac{1}{2} \left(\bar{Q}_{11} - 2\nu_{xy} \bar{Q}_{12} - 2\mu_{xy} \bar{Q}_{16} + 2\nu_{xy} \mu_{xy} \bar{Q}_{26} + \nu_{xy}^2 \bar{Q}_{22} + \mu_{xy}^2 \bar{Q}_{66} \right) \zeta^2. \quad (2.100)$$



Şekil 2.7 : k ve i malzeme noktalarının bağıl konumları: a. x -yönünde genişleme ve basit kesme b. y -yönünde genişleme ve basit kesme c. x - ve y - yönlerinde genişleme ve basit kesme

Denklem (2.99) ve (2.100) eşitleyerek, Denklem (2.94)'deki yaklaşımı kullanarak

$$\bar{Q}_{11} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I c_f \cos^4(\theta) \xi_{(i)(k)} V_{(i)} + \frac{h}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\delta c_m (\cos^4(\phi) \xi) \xi d\xi d\phi, \quad (2.101)$$

$$\bar{Q}_{12} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I c_f \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \xi_{(i)(k)} V_{(i)} + \frac{h}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\delta c_m (\sin^2(\theta) \cos^2(\phi) \xi) \xi d\xi d\phi, \quad (2.102)$$

$$\bar{Q}_{16} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I c_f \sin(\theta) \cos^3(\theta) \xi_{(i)(k)} V_{(i)} + \frac{h}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\delta c_m (\sin(\theta) \cos^3(\phi) \xi) \xi d\xi d\phi, \quad (2.103)$$

$$\bar{Q}_{22} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I c_f \sin^4(\theta) \xi_{(i)(k)} V_{(i)} + \frac{h}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\delta c_m (\sin^4(\theta) \xi) \xi d\xi d\phi, \quad (2.104)$$

$$\bar{Q}_{26} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I c_f \sin^3(\theta) \cos(\theta) \xi_{(i)(k)} V_{(i)} + \frac{h}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\delta c_m (\sin^3(\theta) \cos(\phi) \xi) \xi d\xi d\phi, \quad (2.105)$$

$$\bar{Q}_{66} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I c_f \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \xi_{(i)(k)} V_{(i)} + \frac{h}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\delta c_m (\sin^2(\theta) \cos^2(\phi) \xi) \xi d\xi d\phi, \quad (2.106)$$

denklemleri elde edilmektedir.

Denklem (2.101)-(2.106) integrallerinin alınması ve

$$\beta = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I \xi_{(i)(k)} V_{(i)} \quad (2.107)$$

yerine yazılınca,

$$\bar{Q}_{11} = (\beta \cos^4(\phi)) c_f + \frac{\pi h \delta^3}{8} c_m, \quad (2.108)$$

$$\bar{Q}_{12} = (\beta \sin^2(\theta) \cos^2(\theta)) c_f + \frac{\pi h \delta^3}{24} c_m, \quad (2.109)$$

$$\bar{Q}_{16} = (\beta \sin(\theta) \cos(\theta)^3) c_f, \quad (2.110)$$

$$\bar{Q}_{22} = (\beta \sin^4(\theta)) c_f + \frac{\pi h \delta^3}{8} c_m, \quad (2.111)$$

$$\bar{Q}_{26} = (\beta \sin(\theta)^3 \cos(\theta)) c_f, \quad (2.112)$$

$$\bar{Q}_{66} = (\beta \sin^2(\theta) \cos^2(\theta)) c_f + \frac{\pi h \delta^3}{24} c_m, \quad (2.113)$$

denklemleri elde edilmiştir. Denklem (2.109) ve (2.113)'den

$$\bar{Q}_{12} = \bar{Q}_{66}, \quad (2.114)$$

denklemini elde edilir ve burada Denklem (2.84) ve (2.88) yerine yazılınca

$$Q_{12} = Q_{66}, \quad (2.115)$$

elde edilmiştir. Denklem (2.110) ve (2.113) eşitleyince

$$\beta c_f = \frac{\bar{Q}_{16}}{\sin(\theta) \cos^3(\theta)} = \frac{\bar{Q}_{26}}{\sin^3(\theta) \cos(\theta)}. \quad (2.116)$$

Bu denklemde Denklem (2.85) ve (2.87)'ye (2.115)'i dahil ederek yerine yazınca,

$$Q_{22} = 3Q_{12}, \quad (2.117)$$

tüm fiber yönlerinde geçerli olması için bu koşul sağlanmalıdır. Denklem (2.115) ve (2.117) koşullarını (2.83) ve (2.86) denklemlerinde dikkate alarak, Denklem (2.113)(2.111) ve (2.108)' den

$$c_f = \frac{Q_{11} - Q_{22}}{\beta}, \quad (2.118)$$

fiber yönündeki bağ sabiti elde edilmiştir. Denklem (2.115) ve (2.117) koşullarını (2.83) denkleminde dikkate alarak, Denklem (2.118) ve (2.108) ile

$$c_m = \frac{24Q_{12}}{\pi h \delta^3} \quad (2.119)$$

diğer yönlerdeki bağ sabiti elde edilmiştir [37].

2.1.4 Yüzey Düzeltme Faktörlerinin Hesaplanması

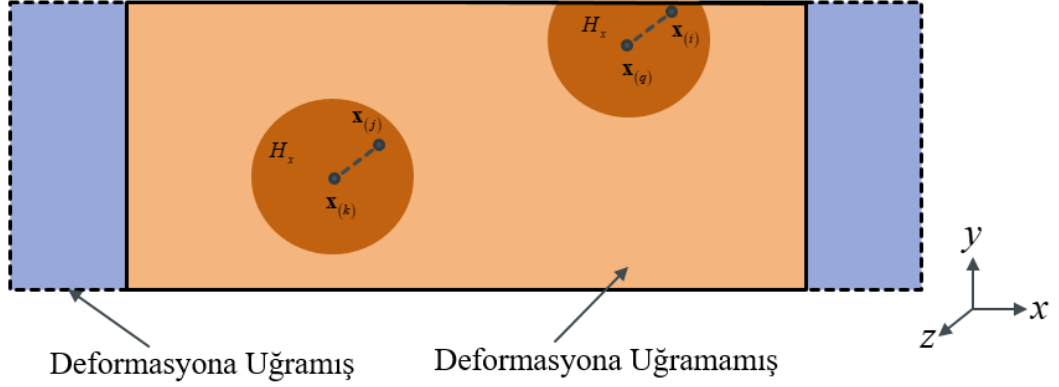
Yüzey düzeltme faktörleri izotropik için hal ve bağ bazlı ve kompozit malzeme için bağ bazlı hesabı verilmiştir.

2.1.4.1 İzotropik malzeme için hal ve bağ bazlı formülasyon

Bir malzeme noktasını çevreleyen komşuluk yarıçapındaki bir tam çemberin malzemenin tamamen içinde kalması ile hesaplanan dilatasyon ve gerinim enerjisi yoğunluğu kullanılarak kuvvet-uzama ilişkilerinde bulunan PD malzeme parametreleri a, b ve d hesaplanır. Bu parametrelerin değeri, a dışında, komşuluk yarıçapı ile tanımlanan integral alanına bağlıdır. Bu sebeple malzeme noktası serbest kenarlara veya malzeme ara yüzeylerine yakın ise b ve d parametrelerinde bir düzeltme yapılması gereklidir. Bu sorunun analitik olarak çözülmesi pratik değildir çünkü serbest yüzeylerin varlığı probleme bağlıdır. Malzeme parametrelerinin düzeltilmesi, basit yükleme koşulları altında gövdedeki her malzeme noktasındaki dilatasyon ve gerinim enerji yoğunluğunu sayısal olarak hesaplayıp bunları klasik süreklilik mekaniğinden elde edilen değerler ile oranlayarak elde edilir.

İlk olarak basit yükleme koşulu, gövdeyi tek eksenli gerinime tabi tutmaktır. Tek eksenli gerinim $x-$, $y-$ ve $z-$ yönlerinde gerçekleştirilmiştir. Şekil 2.8'de kesikli çizgilerle gösterildiği gibi, $x-$ yönündeki yükleme sonucunda malzeme tek eksenle

deformasyona uğramaktadır. Burada $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktası dış yüzeylere çok uzak fakat, $\mathbf{x}_{(q)}$ malzeme noktası serbest yüzeye yakın olduğu için kesilmiş bulunmaktadır.



Şekil 2.8 : Tek eksenli x -yönünde gerinim yüklemesi altında iki boyutlu gövde.

Bu koşuldaki gerinim değerleri

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} \neq 0 \text{ ve } \gamma_{\alpha\beta} = 0 \quad \alpha, \beta = x, y, z \quad (2.120)$$

Sabit yer değiştirme gardiyanı ile, uygulanan tek eksenli gerinim değerleri üç yönde elde edilir.

$$\frac{\partial u_{\alpha}^*}{\partial \alpha} = \zeta \text{ burada } \alpha = x, y, z \quad (2.121)$$

Bir \mathbf{x} malzeme noktasında yer değiştirme alanları yükleme altında

$$\mathbf{u}_1^T(\mathbf{x}) = \left\{ \frac{\partial u_x^*}{\partial x} x \quad 0 \quad 0 \right\} \quad (2.122)$$

$$\mathbf{u}_2^T(\mathbf{x}) = \left\{ 0 \quad \frac{\partial u_y^*}{\partial y} y \quad 0 \right\} \quad (2.123)$$

$$\mathbf{u}_3^T(\mathbf{x}) = \left\{ 0 \quad 0 \quad \frac{\partial u_z^*}{\partial z} z \right\} \quad (2.124)$$

ile elde edilir. Bu denklemlerdeki u 'larda alt indis olan 1, 2 ve 3 ifadeleri x -, y - ve z - yönlerindeki tek yönlü uzama yükünü temsil etmektedir.

Yer değiştirme alanları ile PD dilatasyon terimi $\theta_m^{PD}(\mathbf{x}_{(k)})$ $m=1,2,3, \mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktası için

$$\theta_m^{PD}(\mathbf{x}_{(k)}) = d\delta \sum_{j=1}^N s_{(k)(j)} \Lambda_{(k)(j)} V_{(j)} \quad (2.125)$$

şeklini alır. Burada N , malzeme noktası $\mathbf{x}_{(k)}$ nın komşuluğunun içerisindeki toplam malzeme noktası sayısını ifade eder. Klasik srekliлик mekaniğindeki dilatasyon terimi $\theta_m^{CM}(\mathbf{x}_{(k)})$, alan içerisinde aşağıdaki gibidir.

$$\theta_m^{CM}(\mathbf{x}_{(k)}) = \zeta \quad (2.126)$$

Bu klasik srekliлик mekaniği ve PD sırasıyla, Denklemleri (2.125) ve (2.126) birine oranlayarak dilatasyon düzeltme terimi $D_{m(k)}$, tanımlanır.

$$D_{m(k)} = \frac{\theta_m^{CM}(x_{(k)})}{\theta_m^{PD}(x_{(k)})} = \frac{\zeta}{d\delta \sum_{j=1}^N s_{(k)(j)} \Lambda_{(k)(j)} V_{(j)}} \quad (2.127)$$

Plakaya basit kesme yüklemesi uyuglandığınaki dilatasyon şekil 2.9’da verilmiştir. Maksimum dilatasyon küresel koordinatlar ile çakışan yükleme yönlerinde oluşmaktadır. Benzer şekilde herhangi bir malzeme noktasındaki gerinim enerjisi yoğunluğu, $(x' - y')$, $(x' - z')$ ve $(y' - z')$ yüzeylerinde oluşan basit kesme ile hesaplanabilmektedir. Gerinim değerleri bu koşulda aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\gamma_{\alpha\beta} \neq 0 \text{ ve } \varepsilon_{\alpha\alpha} = 0 \quad \alpha, \beta = x', y', z' \quad (2.128)$$

Sabit yer değiştirme gardıyanı ile, uygulanan basit kesme gerinim değerleri  yönde elde edilir.

$$\frac{\partial u_{\alpha}^*}{\partial \beta} = \zeta, \alpha \neq \beta \text{ ve } \alpha, \beta = x', y', z' \quad (2.129)$$

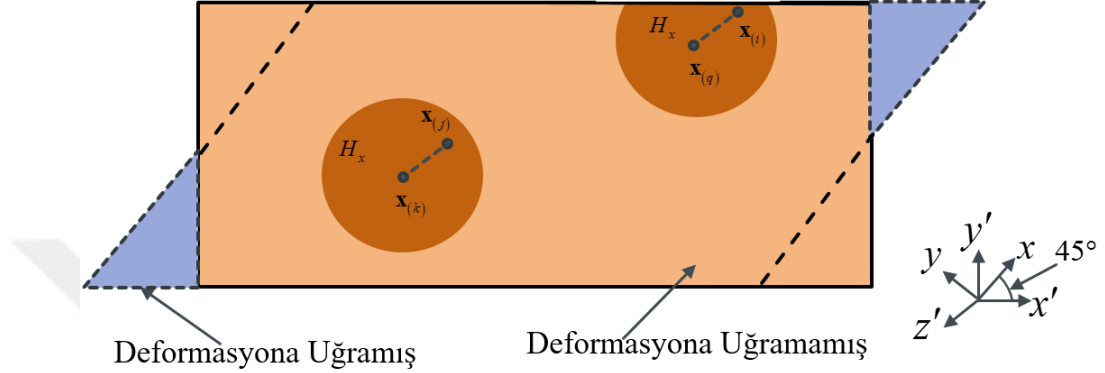
Bir \mathbf{x} malzeme noktasında yer değiştirme alanları yükleme altında $(x' - y')$, $(x' - z')$ ve $(y' - z')$ yüzeylerinde

$$\mathbf{u}_1^T(\mathbf{x}) = \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial u_{x'}^*}{\partial y'} x \quad -\frac{1}{2} \frac{\partial u_{x'}^*}{\partial y'} y \quad 0 \right\} \quad (2.130)$$

$$\mathbf{u}_2^T(\mathbf{x}) = \left\{ 0 \quad \frac{1}{2} \frac{\partial u_{y'}^*}{\partial z'} y \quad -\frac{1}{2} \frac{\partial u_{y'}^*}{\partial z'} z \right\} \quad (2.131)$$

$$\mathbf{u}_3^T(\mathbf{x}) = \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\partial u_{z'}^*}{\partial x'} x \quad 0 \quad \frac{1}{2} \frac{\partial u_{z'}^*}{\partial x'} z \right\} \quad (2.132)$$

bu denklemlerdeki 1, 2 ve 3 ifadeleri $(x' - y')$, $(x' - z')$ ve $(y' - z')$ basit kesmenin oluştuğu yüzeyleri temsil ediyor.



Şekil 2.9 : Basit kesme yükü altında iki boyutlu gövde.

Uygulanan yer değiştirme alanları ile PD gerinim enerjisi yoğunluğu $W_m^{PD}(\mathbf{x}_{(k)})$ $m=1,2,3$ terimini, $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktası için

$$W_m^{PD}(\mathbf{x}_{(k)}) = a \left(\theta_m^{PD}(\mathbf{x}_{(k)}) \right)^2 + b \delta \sum_{j=1}^N \frac{1}{|\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|} \left(\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right| - \left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right| \right)^2 V_{(j)} \quad (2.133)$$

şeklini alır. Basit kesme yüklemesi altında klasik süreklilik mekaniğindeki dilatasyon terimi ve gerinim enerjisi yoğunluğu $W_m^{CM}(\mathbf{x}_{(k)})$, aşağıdaki gibidir.

$$\theta_m^{CM}(\mathbf{x}_{(k)}) = 0 \quad (2.134)$$

$$W_m^{CM}(\mathbf{x}_{(k)}) = \frac{1}{2} \mu \zeta^2 \quad (2.135)$$

Bu yükleme koşulu için dilatasyon değeri 0 olduğu için, $W_m^{PD}(\mathbf{x}_{(k)})$ denkleminin ifadesi

$$W_m^{PD}(\mathbf{x}_{(k)}) = b \delta \sum_{j=1}^N \frac{1}{|\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|} \left(\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right| - \left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right| \right)^2 V_{(j)} \quad (2.136)$$

eşitliğine dönüşmektedir.

Bu klasik süreklilik mekaniği ve PD sırasıyla, Denklem (2.135) ve (2.136) birbirine oranlanarak gerinim enerjisi yoğunluğu düzeltme terimi hal bazlı formülasyon için $S_{m(k)}$, tanımlanır.

$$S_{m(k)} = \frac{W_{(m)}^{CM}(\mathbf{x}_{(k)})}{W_{(m)}^{PD}(\mathbf{x}_{(k)})} = \frac{\frac{1}{2} \mu \zeta^2}{b \delta \sum_{j=1}^N \frac{1}{|\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|} \left(\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right| - \left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right| \right)^2 V_{(j)}} \quad (2.137)$$

Bağ bazlı formülasyon için Denklem (2.21), b malzeme parametresi yerine yazılırsa gerinim enerjisi yoğunluğu düzeltme terimi bağ bazlı formülasyonda

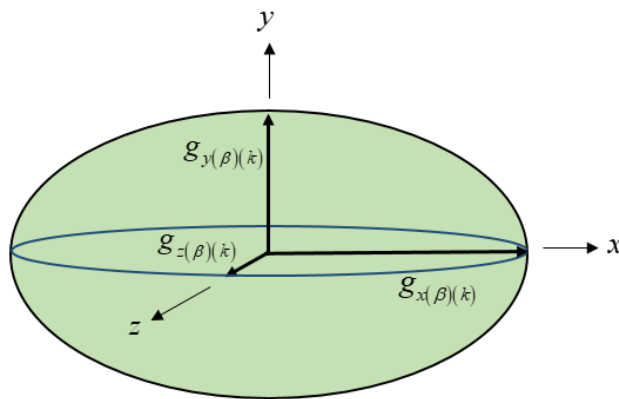
$$S_{m(k)} = \frac{W_{(m)}^{CM}(\mathbf{x}_{(k)})}{W_{(m)}^{PD}(\mathbf{x}_{(k)})} = \frac{\frac{1}{2} \mu \zeta^2}{\frac{c}{4} \sum_{j=1}^N \frac{1}{|\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|} \left(\left| \mathbf{y}_{(j)} - \mathbf{y}_{(k)} \right| - \left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right| \right)^2 V_{(j)}} \quad (2.138)$$

Dilatasyon ve gerinim enerjisi yoğunluğu integral terimleri için vektör düzeltme faktörü $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktasında

$$\mathbf{g}_{(d)}(\mathbf{x}_{(k)}) = \left\{ g_{x(d)(k)}, g_{y(d)(k)}, g_{z(d)(k)} \right\}^T = \left\{ D_{1(k)}, D_{2(k)}, D_{3(k)} \right\}^T \quad (2.139)$$

$$\mathbf{g}_{(b)}(\mathbf{x}_{(k)}) = \left\{ g_{x(b)(k)}, g_{y(b)(k)}, g_{z(b)(k)} \right\}^T = \left\{ S_{1(k)}, S_{2(k)}, S_{3(k)} \right\}^T \quad (2.140)$$

Bu düzeltme faktörleri x -, y - ve z - yönlerinde geçerlidir. Her yönde geçerli olması için bir elipsoidin ana değerleri Şekil 2.10'da gösterilmiştir.



Şekil 2.10 : Yüzey düzeltme faktörleri için elipsoit yapısı.

Bunu sağlamak için birim bağıl konum vektörü $\mathbf{x}_{(k)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktaları arasında

$$\mathbf{n} = \left(\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right) / \left| \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} \right| = \left\{ n_x, n_y, n_z \right\}^T \text{ şeklinde ifade edilir.}$$

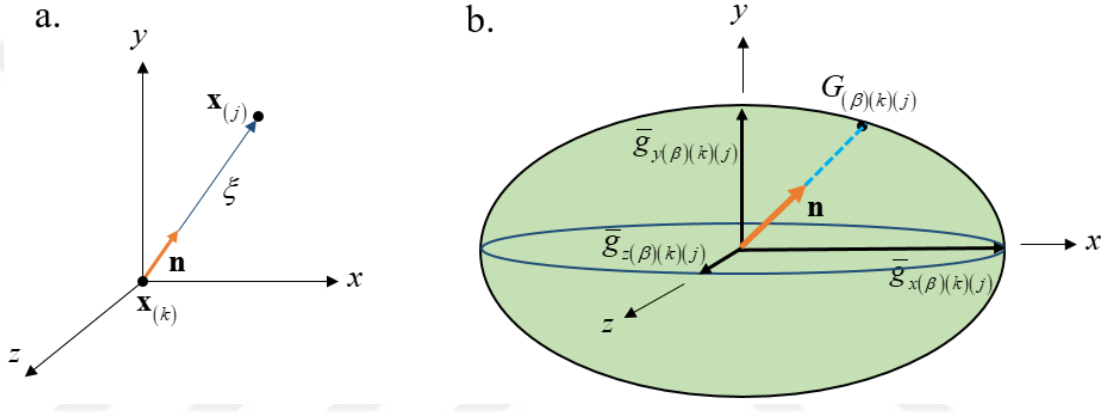
Dilatasyon ve gerinim enerjisi yoğunluğu integral terimleri için vektör düzeltme faktörü $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktasında

$$\mathbf{g}_{(d)}(\mathbf{x}_{(j)}) = \{g_{x(d)(j)}, g_{y(d)(j)}, g_{z(d)(j)}\}^T = \{D_{1(j)}, D_{2(j)}, D_{3(j)}\}^T \quad (2.141)$$

$$\mathbf{g}_{(d)}(\mathbf{x}_{(j)}) = \{g_{x(b)(j)}, g_{y(b)(j)}, g_{z(b)(j)}\}^T = \{S_{1(j)}, S_{2(j)}, S_{3(j)}\}^T \quad (2.142)$$

İki malzeme noktası için yüzey düzeltme faktörleri hesaplandıktan sonra, bu iki nokta için hesaplanmış değerlerin ortalaması alınmaktadır.

$$\bar{g}_{(\beta)(k)(j)} = \{\bar{g}_{x(\beta)(k)(j)}, \bar{g}_{y(\beta)(k)(j)}, \bar{g}_{z(\beta)(k)(j)}\}^T = \frac{g_{(\beta)(k)} - g_{(\beta)(j)}}{2}, \quad \beta = d, b. \quad (2.143)$$



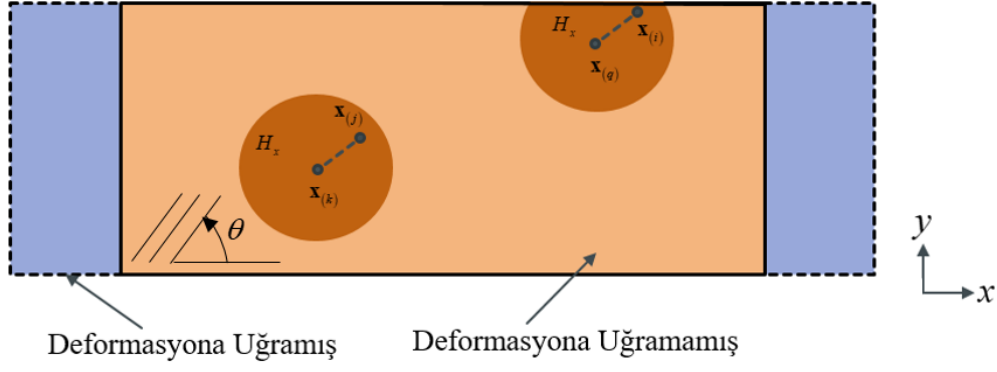
Şekil 2.11 : $\mathbf{x}_{(k)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktaları arasında oluşan bağ, b. yüzey düzeltme faktörleri için elipsoid.

Bu değerler, Şekil 2.11'deki gibi bir elipsoidin ana değerleri olarak kullanılabilir. Bir elipsoid ve birim konum vektörünün kesişmesi ile düzeltme faktörü $\mathbf{x}_{(k)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktaları arasında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$G_{(\beta)(k)(j)} = \left(\left[\frac{n_x}{\bar{g}_{x(\beta)(k)(j)}} \right]^2 + \left[\frac{n_y}{\bar{g}_{y(\beta)(k)(j)}} \right]^2 + \left[\frac{n_z}{\bar{g}_{z(\beta)(k)(j)}} \right]^2 \right)^{-1/2} \quad (2.144)$$

2.1.4.2 Kompozit lamina için bağ bazlı formülasyon

Yüzey düzeltme faktörleri fiber ve matris bağlarda, tek ekseninde gerinim yüklemesi altında iki farklı malzeme noktasında gerinim enerjisi yoğunluğu ile hesaplanmaktadır. Tek ekseninde gerinim yüklemesi x - ve y - yönlerinde ayrı ayrı uygulanmıştır, sırasıyla $\varepsilon_{xx} \neq 0, \varepsilon_{yy} = \gamma_{xy} = 0$ ve $\varepsilon_{yy} \neq 0, \varepsilon_{xx} = \gamma_{xy} = 0$.



Şekil 2.12 : x - yönünde tek eksenli gerinim yüklemesi altında θ fiber açılı lamina.

Bir malzeme noktası \mathbf{x} 'de gerinim enerjisi yoğunluğu denklemi

$$W = W_{(f)} + W_{(m)}, \quad (2.145)$$

olarak ayrıştırılır. Bu denklemde $W_{(f)}$ ve $W_{(m)}$ sırasıyla fiber ve diğer yönlerdeki bağların katkısını temsil etmektedir.

İlk olarak x -yönünde tek eksenli gerinin yüklemesi uygulanmıştır. Bu yükleme sonucu yer değiştirme alanı \mathbf{x} malzeme noktasında

$$\mathbf{u}^T(\mathbf{x}) = \left\{ \frac{\partial u_x^*}{\partial x} x \quad 0 \right\}, \quad (2.146)$$

burada $\partial u_x^*/\partial x$ uygulanan sabit yer değiştirme gradyanı. Uygulanan yer değiştirme gradyanından dolayı \mathbf{x} ve \mathbf{x}' malzeme noktaları arasındaki bağda oluşan gerinim enerjisi yoğunluğu

$$W_x(\mathbf{x}) = \int_H w(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}) dH, \quad (2.147)$$

denklemleri ile ifade edilir. y -yönünde tek eksenli gerinin yüklemesi altında gerinim enerji yoğunluğu $W_y(\mathbf{x})$, bir \mathbf{x} malzeme noktasında hesaplanmaktadır.

Şekil 2.12'de dış yüzeye yakın bir malzeme noktası \mathbf{x} 'de gerinim enerjisi yoğunluk değerleri x - ve y - yönlerinde

$$W_x = W_{x(f)} + W_{x(m)}, \quad (2.148)$$

$$W_y = W_{y(f)} + W_{y(m)}. \quad (2.149)$$

Bu durumda gerinim enerji yoğunluğunu vektörleri $\mathbf{W}_{(f)}(x)$ ve $\mathbf{W}_{(m)}(x)$

$$\mathbf{W}_{(f)}^T(\mathbf{x}) = \left\{ W_{x(f)(q)} \quad W_{y(f)(q)} \right\} \quad (2.150)$$

$$\mathbf{W}_{(m)}^T(\mathbf{x}) = \left\{ W_{x(m)(q)} \quad W_{y(m)(q)} \right\} \quad (2.151)$$

burada, $\mathbf{W}_{(f)}(\mathbf{x})$ ve $\mathbf{W}_{(m)}(\mathbf{x})$ sırasıyla fiber ve matris bağlarındaki katkıyı temsil etmektedir.

Fiber ve matris bağları için, iki yükleme yönüne karşılık gelen düzeltme faktörleri, laminada oluşan gerinim enerjisi yoğunlukları dış yüzeyden uzakta $\alpha = x, y$ ve $\beta = f, m$ ile $W_{\alpha(\beta)}^{(\infty)}$ ve yakında, $W_{\alpha(\beta)}$ olan malzeme noktalarındaki değerlerinin oranıyla bulunabilir. sırasıyla $W_{\alpha(\beta)}^{(\infty)}$ ve $W_{\alpha(\beta)}$ ile gösterilmektedir. bir dış yüzeyden uzağa gömülü malzeme noktasının gerinim enerjisi yoğunluğunun oranı olarak tanımlanabilir. KSM'de gerinim enerjisi yoğunluğu bir lamina için $x -$ ve $y -$

$$W_x^{(\infty)} = \frac{1}{2} \bar{Q}_{11} \zeta^2, \quad (2.152)$$

$$W_y^{(\infty)} = \frac{1}{2} \bar{Q}_{22} \zeta^2, \quad (2.153)$$

yönlerinde tek eksenli gerinim yüklemesi altında

olarak ifade edilmektedir. Burada \bar{Q}_{11} ve \bar{Q}_{22} indirgenmiş ve dönüştürülmüş sertlik matrisi elemanları sırasıyla Denklem (2.83) ve (2.86)'da verilmiştir. Denklem (2.152) ve (2.153) $\alpha = x, y$ ve $\beta = f, m$ ile $W_{\alpha(\beta)}^{(\infty)}$ gibi, iki kısma fiber ve matris malzemelerinin deformasyonları ile ilişkili olarak ayrıştırılabilir.

$$W_x^{(\infty)} = W_{x(f)}^{(\infty)} + W_{x(m)}^{(\infty)}, \quad (2.154)$$

$$W_y^{(\infty)} = W_{y(f)}^{(\infty)} + W_{y(m)}^{(\infty)}. \quad (2.155)$$

$$W_x^{(\infty)} = \bar{W}_{(f)}^{(\infty)} \cos^4(\theta) + \bar{W}_{(m)}^{(\infty)}, \quad (2.156)$$

$$W_y^{(\infty)} = \bar{W}_{(f)}^{(\infty)} \sin^4(\theta) + \bar{W}_{(m)}^{(\infty)}, \quad (2.157)$$

Bununla birlikte, bu ayrıştırmanın açık formu bilinmiyor çünkü her lamina KSM'de homojen ve ortotropik olarak değerlendirilmektedir. Bu sebeple ayrışmanın, sırasıyla Denklem (2.108) ve (2.111)'da verilen c_f ve c_m ayrışmasına benzer olduğu varsayımıyla denklemler

şeklinde ifade edilmektedir. Denklem (2.156) ve (2.157)'de sırasıyla Denklem (2.152) ve (2.153) yerine yazılınca, fiber ve matris malzeme etkisini sırasıyla temsil eden $\overline{W}_{(f)}^{(\infty)}$ ve $\overline{W}_{(m)}^{(\infty)}$, değerleri \overline{Q}_{11} ve \overline{Q}_{22} cinsinden

$$\overline{W}_{(f)}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\overline{Q}_{11} - \overline{Q}_{22})}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2, \quad (2.158)$$

$$\overline{W}_{(m)}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\overline{Q}_{22} \cos^4(\theta) - \overline{Q}_{11} \sin^4(\theta))}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2. \quad (2.159)$$

Denklem (2.154) ve (2.155) terimlerinin son halleri aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$W_{x(f)}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\overline{Q}_{11} - \overline{Q}_{22}) \cos^4(\theta)}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2, \quad (2.160)$$

$$W_{x(m)}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\overline{Q}_{22} \cos^4(\theta) - \overline{Q}_{11} \sin^4(\theta))}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2, \quad (2.161)$$

$$W_{y(f)}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\overline{Q}_{11} - \overline{Q}_{22}) \sin^4(\theta)}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2, \quad (2.162)$$

$$W_{y(m)}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\overline{Q}_{22} \cos^4(\theta) - \overline{Q}_{11} \sin^4(\theta))}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2, \quad (2.163)$$

Bu değerlerle, fiber ve matris yönündeki bağlar için yüzey düzeltme faktörü vektörü bir \mathbf{x} malzeme noktasında

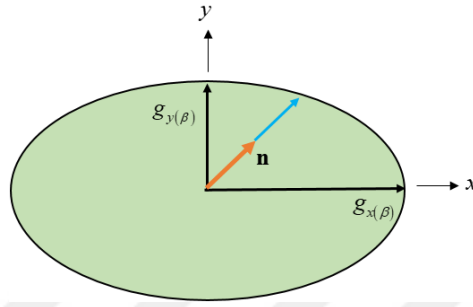
$$\mathbf{g}_{(\beta)}(\mathbf{x}) = \left\{ \mathbf{g}_{x(\beta)}, \mathbf{g}_{y(\beta)} \right\}^T = \left\{ W_{x(\beta)}^{(\infty)} / W_{x(\beta)}, W_{y(\beta)}^{(\infty)} / W_{y(\beta)} \right\}^T, \beta = f, m. \quad (2.164)$$

Bu düzeltme faktörleri yalnızca x - ve y - yönlerindeki yüklemelerde geçerlidir. Yüzey düzeltme faktörleri herhangi bir birim vektör, \mathbf{n} yönünde geçerli olmaları için, Şekil 2.13'te görüldüğü gibi bir elipsoidin ana(principlal) değerleri olması yaklaşımında bulunmaktadır.

Genel yüklenme koşulu altında malzeme noktaları $\mathbf{x}_{(q)}$ ve $\mathbf{x}_{(i)}$ için yüzey düzeltme faktörü Şekil 2.14b'deki gibi deformasyona uğramamış durumdaki bağıl konum vektörü $\mathbf{n} = \xi / |\xi| = \{n_x, n_y\}^T$ yönündedir. Denklem ifadesi

$$\mathbf{g}_{x(\beta)(q)}(\mathbf{x}_{(q)}) = \{g_{x(\beta)(q)}, g_{y(\beta)(q)}\}^T = \{W_{x(\beta)}^{(\infty)} / W_{x(\beta)(q)}, W_{y(\beta)}^{(\infty)} / W_{y(\beta)(q)}\}^T, \quad (2.165)$$

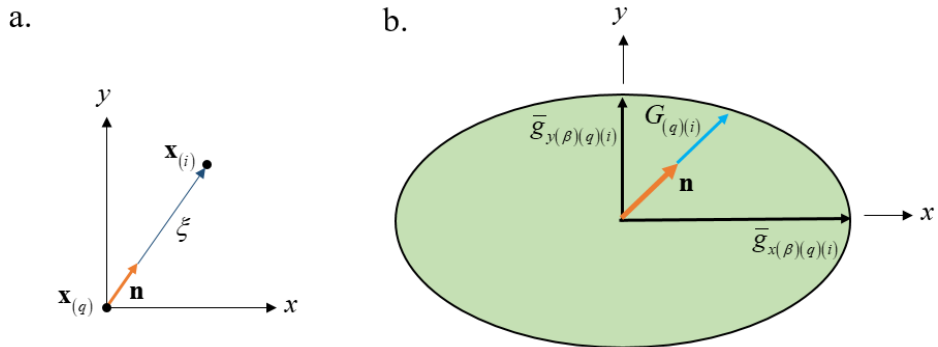
$$\mathbf{g}_{x(\beta)(i)}(\mathbf{x}_{(i)}) = \{g_{x(\beta)(i)}, g_{y(\beta)(i)}\}^T = \{W_{x(\beta)}^{(\infty)} / W_{x(\beta)(i)}, W_{y(\beta)}^{(\infty)} / W_{y(\beta)(i)}\}^T. \quad (2.166)$$



Şekil 2.13 : Yüzey düzeltme faktörleri için elipsoit yapısı.

Genelde bu yüzey düzeltme faktörleri farklı malzeme noktalarında farklı değer alır. Bu sebeple $\mathbf{x}_{(q)}$ ve $\mathbf{x}_{(i)}$ malzeme noktaları arasında oluşan bağıl düzeltme faktörü $\mathbf{x}_{(q)}$ ve $\mathbf{x}_{(i)}$ 'de hesaplananın ortalamasıdır.

$$\bar{\mathbf{g}}_{(\beta)(q)(i)} = \{\bar{g}_{x(\beta)(q)(i)}, \bar{g}_{y(\beta)(q)(i)}\}^T = \frac{\mathbf{g}_{(\beta)(q)} - \mathbf{g}_{(\beta)(i)}}{2}. \quad (2.167)$$



Şekil 2.14 : a) $\mathbf{x}_{(q)}$ ve $\mathbf{x}_{(i)}$ malzeme noktaları arasında oluşan bağıl konum vektörü \mathbf{n} ve bağıl konum vektörü ξ , b) yüzey düzeltme faktörleri için elipsoit yapısı.

Şekil 2.14b'de görülen elipsoit ve $\mathbf{x}_{(q)}$ ve $\mathbf{x}_{(i)}$ malzeme noktalarının birim konum vektörünün kesişmesi ile düzeltme faktörü aşağıdaki ifade elde edilir [37]:

$$G_{(\beta)(k)(j)} = \left(\left[n_x / \bar{g}_{x(\beta)(q)(i)} \right]^2 + \left[n_y / \bar{g}_{y(\beta)(q)(i)} \right]^2 \right)^{-1/2} \quad (2.168)$$

2.1.5 Hasar Davranışı Tahmini

PD teoride iki malzeme noktası arasındaki bağı kırılması ile malzemede hasar modellenir. Hasar modellemek için, 0 ve 1 değeri alabilen hata fonksiyonu Denklem (2.169)'de, $\mu(t, \xi)$ tanımlanmaktadır. Bu fonksiyon iki malzeme noktası arasındaki bağda oluşan, hesabı Denklem (2.5)'de verilen gerinim s , malzeme özelliklerine bağlı olan kritik gerinim s_0 dan büyük ise hata fonksiyonu 0 değerini, diğer durumlarda 1 değerini almaktadır.

$$\mu(t, \xi) = \begin{cases} 1 & |s| < s_0 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (2.169)$$

Başarısızlık PD teoride bağlarda tanımlanmaktadır, bu durum bir noktada net bir yerel hasar kavramı avantajı getirmektedir. Başarısızlık, φ \mathbf{x} malzeme noktasında

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = 1 - \frac{\int_{H_x} \mu(\mathbf{x}, t, \xi) dV_\xi}{\int_{H_x} dV_\xi}, \quad (2.170)$$

görüldüğü gibi hesaplanmaktadır. Başarısızlık fonksiyonunun $0 \leq \varphi \leq 1$ değerlerini alabilmektedir. Başarısızlık 1 olduğunda bir malzeme noktasının başlangıçta etkileşimde bulunduğu tüm noktalardan tamamen koptuğunu temsil etmektedir [18].

Kritik gerinim katsayısı s_0 , birim alandaki tüm PD bağları kırmak için gerekli olan kırılma tokluğu enerjisi G_0 ile ilişkilidir.[18] Kırılma tokluğu ifadesi üç boyutta

$$G_0 = \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}(z/\xi)} w \xi^2 \sin \phi d\phi d\xi d\theta dz, \quad (2.171)$$

burada w , etki fonksiyonu ve ξ , deforme olmamış bağ uzunluğu. Etki fonksiyonu bir bağı kırmak için gerekli olan enerjiyi göstermektedir ve kuvvet yoğunluğu vektörü \mathbf{r} 'ye bağlıdır. Büyük ve homojen bir gövde her yönde genişletilirse, gerinim değeri s her ξ , için sabit değer alır ve $\boldsymbol{\eta}$ ile ifade edilen bağıl yer değiştirme vektörü, $\boldsymbol{\eta} = s\xi$ olur. Gerinim değerinin sabit olması ile $\xi = |\boldsymbol{\xi}|$ ve $\boldsymbol{\eta} = |\boldsymbol{\eta}|$ tanımlanır, böylelikle $\eta = s\xi$. Denklem (2.4)'te bu değerler yerine yazılarak

$$f = cs = c \frac{\eta}{\xi}. \quad (2.172)$$

Bu durumda etki fonksiyonu

$$w = \int_0^{s_0} f d\eta = \int_0^{s_0} cs(\xi ds) = \frac{cs_0^2 \xi}{2}. \quad (2.173)$$

Denklem (2.171)'da Denklem (2.173) yerine yazılarak ve integralleri Şekil 2.15'te açıklanan sınırlamalar ile çözerek

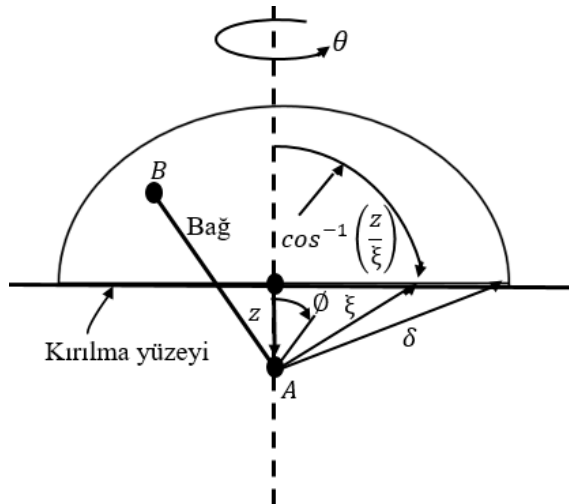
$$G_0 = \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}(z/\xi)} (cs_0^2 \xi / 2) \xi^2 \sin \phi d\phi d\xi d\theta dz = \frac{\pi cs_0^2 \delta^5}{10}, \quad (2.174)$$

olarak elde edilmektedir. Şekil 2.15'te kesikli çizgi $0 < z < \delta$, boyunca her A malzeme noktasından, küresel başlıktaki B malzeme noktasına oluşan bağı kırmak için gereken iş integral ile toplanır. Bu denklemden kritik gerinim katsayısı üç boyutta s_0 , [18]

$$s_0 = \sqrt{\frac{10G_0}{\pi c \delta^5}} = \sqrt{\frac{5G_0}{6E\delta}} \quad (2.175)$$

İki boyutta kırılma tokluğu enerjisi G_0 ,

$$G_0 = 2 \int_0^\delta \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}(z/\xi)} (cs_0^2 \xi / 2) \xi d\theta d\xi dz. \quad (2.176)$$

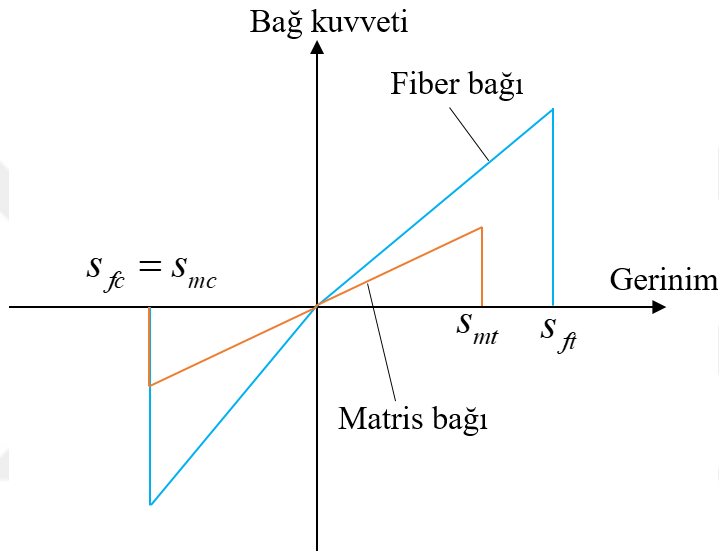


Şekil 2.15 : Kırılma tokluğu enerjisi integrali sınırları.

Bu denklemden kritik gerinim katsayısı iki boyutta s_0 , [38]

$$s_0 = \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}}. \quad (2.177)$$

Kompozit malzemelerde kritik gerinim katsayısı, fiber ve matris bağlar için ayrı hesaplanmaktadır. Bu bağlar için kuvvet-gerinim ilişkisi Şekil 2.16'da gösterilmiştir. Bu bağların çekme ve basma altında kopmasını tanımlayan kritik parametreler sırasıyla (s_{ft}, s_{mt}) ve (s_{fc}, s_{mc}) olup deneysel verilere göre belirlenebilmektedir. Farklı fiber açı dizilimine sahip en az dört hasarsız laminatın, tek eksenli dört farklı çekme testini gerçekleştirilerek deneysel veriler ile elde edilmektedir [39].

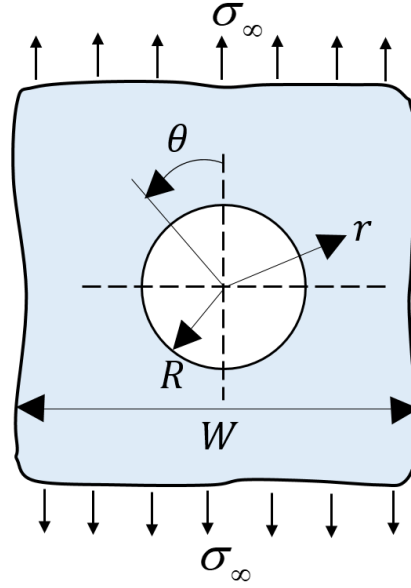


Şekil 2.16 : Fiber matris bağlar için bağ kuvveti- gerinim grafiği.

2.2 Çekme Yükü Altında Delikli Plakalarda Gerilme Dağılımının Analitik Çözümü

2.2.1 İzotropik Plakalar için Kirsh Çözümü

Tek yönlü çekme yükü altında izotropik delikli plakalarda gerilmeleri hesaplamak için Kirsh'in çözümü [40] kullanılmaktadır. Bu çözümü kullanmak için probleme sonsuz plaka varsayımı yapılmaktadır, yani düzlemsel gerinim problemi olarak ele alınmaktadır. Çözümün düzlemsel gerilme durumunda geçerli olabilmesi için plaka genişliği delik yarıçapının dört katından büyük olmalıdır ($W > 4R$). Böylelikle Kirsh çözümünün düzlemsel gerinim ve genişlik yarıçap koşulunu sağlayan düzlemsel gerilme problemlerini kapsamaktadır. [40]



Şekil 2.17 : Kirsh çözümü için delikli plaka şematik gösterim.

Şekil 2.17’de tek eksende σ_{∞} yükü uygulanan, R yarıçaplı deliğe sahip plaka görülmektedir. Hesap yapılan konum ile yükün uygulandığı eksen arasındaki açı, θ ile gösterilmiştir. İki boyutta σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ ve $\tau_{r\theta}$ sırasıyla radyal, çevresel ve kayma gerilme denklemleri [40]

$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma_{\infty}}{2} \left(1 - \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right) + \frac{\sigma_{\infty}}{2} \left(1 - 4 \left(\frac{R}{r} \right)^2 + 3 \left(\frac{R}{r} \right)^4 \right) \cos 2\theta, \quad (2.178)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma_{\infty}}{2} \left(1 + \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right) - \frac{\sigma_{\infty}}{2} \left(1 + 3 \left(\frac{R}{r} \right)^4 \right) \cos 2\theta, \quad (2.179)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_{\infty}}{2} \left(1 + 2 \left(\frac{R}{r} \right)^2 - 3 \left(\frac{R}{r} \right)^4 \right) \cos 2\theta. \quad (2.180)$$

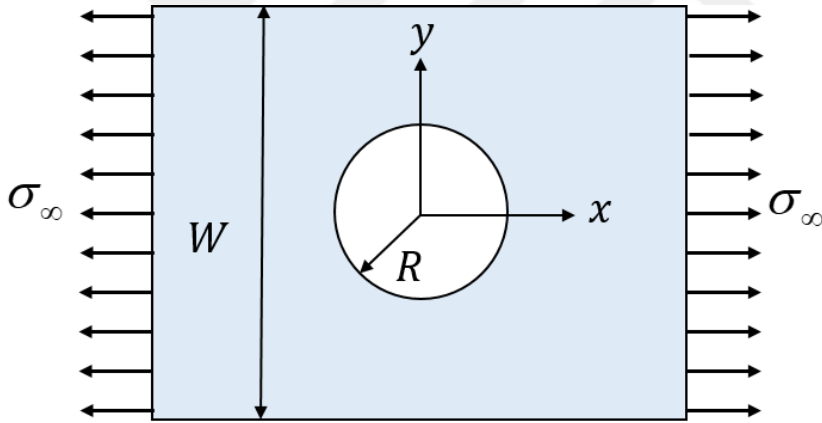
Bu gerilme denklemleri uygulanan yük σ_{∞} , yarıçap R ve hesaplamının yapıldığı noktanın radyal koordinat r ve yük uygulanan eksen ile aralarındaki açı θ bağlıdır. Tüm denklemler $r < R$ ’de anlamsızlaşmaktadır. Delik kenarında, yani $r = R$ olduğu durumda σ_{rr} , radyal ve $\tau_{r\theta}$, kayma gerilme değerleri 0 değerini almaktadır ve yalnızca $\sigma_{\theta\theta}$, çevresel gerilme oluşmaktadır.

En yüksek gerilme değeri yükün uygulandığı eksene dik ($\theta = \pm 90^\circ$) eksende delik kenarında ($r = R$) oluşmaktadır. Gerilme Konsantrasyon Faktörü (GKF) K_t , uygulanan yükten kaynaklı oluşan gerilmenin uygulanan gerilmeye olan oranıdır. Elde edilen en yüksek GKF yarıçaptan bağımsız olarak Kirsh'in çözümünün uygulanabildiği delikli problemlerde 3 olarak elde edilmektedir [40].

En düşük gerilme değeri yükün uygulandığı eksende ($\theta = 0^\circ, 180^\circ$) delik kenarında ($r = R$) oluşmaktadır. GKF K_t , yarıçaptan bağımsız olarak Kirsh'in çözümünün uygulanabildiği delikli problemlerde -1 olarak elde edilmektedir [40].

2.2.2 Kompozit Malzeme için Lekhnitskii Denklemi

Delikli ve sonsuz genişliğe sahip anizotropik plakalarda gerilme Lekhnitskii denklemi [41] ile analitik olarak hesaplanabilir. Şekil 2.18'de R yarıçaplı deliğe sahip tek yönlü x - yönünde σ_∞ yükü altında dikdörtgen bir anizotropik plaka üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 2.18 : Çekme yükü altında delikli anizotropik plaka.

Tek eksende σ_∞ yükü x - yönünde uygulandığında, x - yönünde normal gerilme σ_{xx} , delik kenarında y - yönünde, y eksenine boyunca

$$\sigma_{xx}(0, y) = \frac{\sigma_\infty}{2} \left\{ 2 + \left(\frac{R}{y}\right)^2 + 3\left(\frac{R}{y}\right)^4 - (1+n-3) \left[5\left(\frac{R}{y}\right)^6 - 7\left(\frac{R}{y}\right)^8 \right] \right\}, \quad (2.181)$$

($y > R$) olduğu durumda, ortalama katman gerilme dağılımı olarak elde edilir. Bu denklem uygulanan yük σ_∞ , R yarıçapı ve y koordinatına bağlıdır. Bu denklemdeki n , [41] malzeme özelliklerine bağlıdır ve

$$n = \sqrt{2 \left(\frac{E_x}{E_y} - 2\nu_{xy} \right) + \frac{E_x}{G_{xy}}}. \quad (2.182)$$

şeklindedir. Burada x -yönünde elastik modül E_x , y -yönünde elastik modül E_y , xy düzlemindeki Poisson oranı ν_{xy} ve xy düzlemindeki kayma modülüdür G_{xy} .

Delik kenarında ($y = R$) yükleme yönüne dik, GKF,

$$K_t^\infty = \frac{\sigma_{xx}(R, 0)}{\sigma_\infty} = 1 + n. \quad (2.183)$$

Sonsuz genişlikteki plaka için en yüksek değer K_t^∞ değeri aynı malzeme için delik boyutu fark etmeksizin aynı değerdedir. [41]

Lekhnitskii denklemindeki [41] sonsuz genişlik kısıtlamasını kaldırmak için Tan [42] gerilme konsantrasyon faktörüne bir düzeltme faktörü uygulayarak denklemi sonlu genişlikli plakalar için türetmiştir. Düzeltme faktörü uygulanan GKF K_t ile gösterilmektedir. Burada kullanılmıştır. Sonsuz ve sonlu genişlikteki GKF arasındaki oran [42],

$$\frac{K_t^\infty}{K_t} = \frac{3 \left(1 - \frac{D}{W} \right)}{2 + \left(1 - \frac{D}{W} \right)^3} + \frac{1}{2} \left(\frac{D}{W} M \right)^6 (K_t^\infty - 3) \left[1 - \left(\frac{D}{W} M \right)^2 \right] \quad (2.184)$$

burada denklem çap, $D = 2R$, plaka genişliği W , sonsuz genişlikte GKF, K_t^∞ ve M [42]

$$M^2 = \frac{\sqrt{1 - 8 \left[\frac{3 \left(1 - \frac{D}{W} \right)}{2 + \left(1 - \frac{D}{W} \right)^3} - 1 \right]} - 1}{2 \left(\frac{D}{W} \right)^2}. \quad (2.185)$$

bağlıdır.

Sonlu veya sonsuz genişlik kontrolü için genişlik ve delik çapı oranına (W/D) bakılmaktadır. Eğer bu oran 6 veya daha büyük ise sonsuz genişlik kabulü yapılabilir, diğer durumlarda sonlu genişlik formülasyonu kullanılmalıdır. [43]

2.3 Eşdeğer Kompozit Malzeme Özellikleri

PD teori çözümleri için yukarıda Bölüm 2.1.3.1’de kompozit malzemelerde bağ sabitleri hesabı Denklem (2.118), c_f ve (2.119), c_m verilmiştir. Bu denklemlerdeki bağ sabitleri tek katmanlı laminalar için geçerlidir. Çok katmanlı plakalar için çözüm elde etmek için laminatlar homojenize edilerek eşdeğer mühendislik malzeme sabitlerinin değerleri hesaplanmaktadır.

Bir kompozit lamina için Hook’s yasası

$$\boldsymbol{\sigma}_{(k)} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{\varepsilon}_{(k)}, \quad (2.186)$$

burada \boldsymbol{Q} sertlik matrisi

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}, \quad (2.187)$$

iki boyutta indirgenmiş ifadesi. Sertlik matris elemanları mühendislik malzeme sabitleri cinsinden Denklem (2.82)’de verilmiştir. Açılı laminalarda Hook’s yasası Denklem (2.80)’de verilmiştir ve denklemdeki $\bar{\boldsymbol{Q}}$, dönüştürülmüş ve indirgenmiş sertlik matrisi Denklem (2.81) ve matris elemanları Denklem (2.83)-(2.88)’de verilmiştir.

Laminatlar için eşdeğer kompozit malzeme özelliklerini bulmak için öncelikle uzama kısalma esneklik matrisi, \boldsymbol{A}^* ve uzama kısalma rijitlik matrisi, \boldsymbol{A} kullanılarak

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n \left[(\bar{Q}_{ij})_k \right] (h_k - h_{k-1}), \quad i = 1, 2, 6; j = 1, 2, 6, \quad (2.188)$$

$$[\boldsymbol{A}^*] = [\boldsymbol{A}]^{-1}. \quad (2.189)$$

Denklemler h_k , k katmanın kalınlığı ve dönüştürülmüş ve indirgenmiş sertlik matrisi elemanlarına \bar{Q}_{ij} bağlıdır. Böylelikle düzlem içi boylamasına yöndeki elastik modül

E_x , enine yönde elastik modül E_y , düzlem içi kayma modülü G_{xy} ve Poisson oranı ν_{xy} aşağıdaki gibi hesaplanmıştır [1]:

$$E_x = \frac{1}{hA_{11}^*}, \quad E_y = \frac{1}{hA_{22}^*}, \quad G_{xy} = \frac{1}{hA_{66}^*}, \quad \nu_{xy} = -\frac{A_{12}^*}{A_{11}^*}. \quad (2.190)$$

2.4 Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu Elemanlar(SE) yöntemi ile modelleme yapılırken, modellenen parça ağ(mesh) denen elemanlara bölünür. Her elemanın birleşme noktalarına yani köşelerinde düğüm noktası(node) denmektedir. Hesaplamalar her düğüm noktasında gerçekleşmektedir ve bu noktalarda sonuçlar elde edilmektedir.

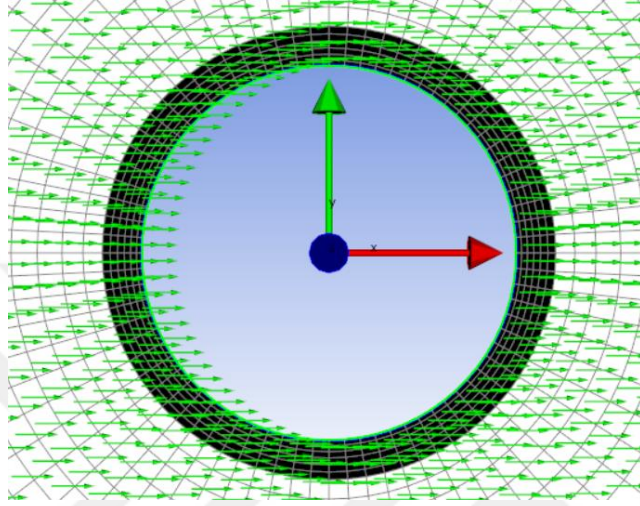
Bu çalışmada SEA yapısal analiz alanında, PD teori ile elde edilen sonuçları doğrulamak için kullanılmıştır. İki boyutlu çözümler düzlemsel gerilme (plane stress) ile elde edilmiştir. Düzlemsel gerilme, kalınlık değeri genişlik ve uzunluktan çok küçük değerde olunca kullanılmaktadır. Kalınlık yönünde gerilme olmadığı, fakat gerinim sıfırdan farklıdır varsayımı yapılmaktadır. Genelde düzlemsel gerilmeye maruz kalan düz plakalar veya basınç yüklemesi altında ince diskler için kullanılmaktadır.

SEA çözümleri ANSYS 19.2 Workbench[44] programı ile yapılmıştır. Geometri için “Design modular” , ağ yapısı için “Mechanical mesh” ve analizler için “Static structural” araçları kullanılmıştır. Kompozit malzeme “ANSYS Composite Pre-Post” (ACP) [45] ile tanımlanmıştır.

İki boyutlu ağ yapısı, kabuk eleman tipi “shell181” seçilmiştir. Dikdörtgen tipte olan bu elemanın dört adet düğüm noktası ve altı serbestlik derecesi bulunmaktadır. Bunlar her düğüm noktasında x -, y - ve z - yönlerinde öteleme ve rotasyondur. Üçgen tipte elemanları yalnızca düzgün gelmeyen iki dikdörtgen eleman arasını doldurmak için kullanılmaktadır. Katmanlı malzemeler için kullanımı uygundur [46].

Bu çalışmada plakalar tek eksenli çekme yükü altında incelenmiştir. Çekme yükü, problemde uygulandığı konumda bulunan düğüm noktalarına kuvvet veya basınç olarak uygulanmıştır. Bu yükleme koşulu altında gövdenin hareketini engellemek için düğüm noktalarındaki öteleme ve rotasyon serbestlik derecelerini problem sınır koşullarına göre sabitlemiştir.

Kompozit malzeme tanımlamak için ACP-Pre sistemi kullanılmıştır. Öncelikle tek katman tanımlaması yapılmaktadır, burada katmanın malzemesi ve kalınlığı girilmektedir. Daha sonra, katman sayısı ve her katmanın fiber açısı tanımlanmaktadır. Malzeme tanımlandıktan sonra güncelleme ile katı veya kabuk modeli oluşturulmaktadır. Örneğin 0° fiber açılı katmanlar Şekil 2.19'da, fiber yönleri yeşil oklar ile gözlemlenmektedir.



Şekil 2.19 : Yeşil oklar ile fiber açısı 0° gözlemlendiği ACP-Pre.

3. PERİDİNAMİK TEORİNİN MATLAB İLE MODELLENMESİ

Tek eksenli çekme yükü altında, iki boyutta PD teori ile MATLAB’da [3] kodlar geliştirilmiştir. Öncelikle izotropik malzemeler için bağ ve hal bazı kodlar geliştirilmiştir. Bu kodlar SEA doğrulandıktan sonra hal bazlı kod ile çatlak modellenmiştir, daha sonra koda delik hasarı eklenmiştir. Bu aşamaya kadar geliştirilen tüm modellerde yalnızca yer değiştirme yanıtı alınmıştır, sonrasında ise kod ile çatlak ilerlemesi modellenmiştir. Elde edilen sonuçlarda çeşitlilik oluşturmak için yer değiştirme yanıtını kullanarak gerinim ve gerilme hesabı koda eklenmiştir. İzotropik malzeme için geliştirilen bağ bazlı kodlar kompozit malzeme için geliştirilmiştir.

3.1 İzotropik İki Boyutlu Plakaların PD Teori ile Modellenmesi

Bağ bazlı ve hal bazlı PD teori formülasyonu ile tek eksenli çekme yükü altında iki boyutlu izotropik plaka modellenmiştir. Hazırlanan kodların Pseudokodu Çizelge 3.1’de verilmiştir.

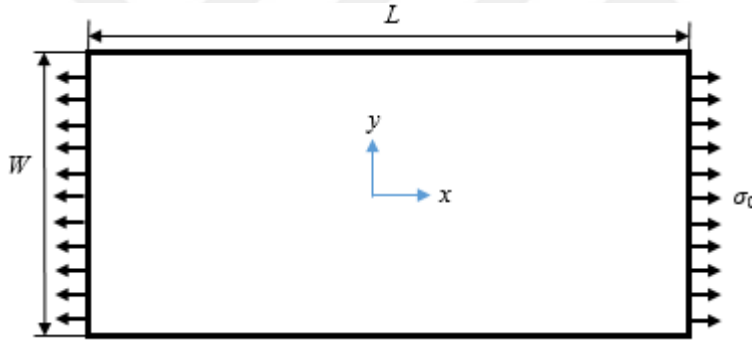
Çizelge 3.1 : Pseudokod.

Plaka ölçüleri tanımla
Malzeme özellikleri tanımla
Malzeme noktalarının konumlarını tanımla
Malzeme noktası ailelerini belirle ve aralarındaki bağları oluştur
Yüzey düzeltme faktörleri hesapla
Kararlı kütle vektörü hesapla
Plakaya uygulanacak tek eksenli kuvvet tanımla
Zamana bağlı integrasyon hesapla
Zamana bağlı integrasyon içerisinde:
İki malzeme noktası arasındaki PD yük hesapla
Bir malzeme noktasına etkiyen toplam PD yük hesapla
Adaptif dinamik relaksasyon hesapla

Çizelge 3.1. Pseudokod.(Devam)

Malzeme noktası hızları hesapla
Yer değiştirme değerleri hesapla
Bir malzeme noktasının tüm bağlarında oluşan gerinim değerlerinin ortalamasını hesapla
Gerinim değerlerinden gerilme hesapla
Hesaplanan değerler çıktı dosyasına yaz
Sonuçların konturlarını çizdir
Kod sonlandır

Kodu oluşturmak için modellenen problem Şekil 3.1’de gösterilmiştir ve boyutları Çizelge 3.2’de verilmiştir. Bu plaka tek eksenli çift yönlü $8 \times 10^5 \text{ N}$ kuvveti altında 3200 malzeme noktası ile 4000 zaman adımında çözülmüştür. Modelin koordinat sistemi plaka merkezine yerleştirilmiştir.



Şekil 3.1 İki boyutlu modellenen plaka.

Çizelge 3.2 : İzotropik iki boyutlu plaka boyutları.

Uzunluk, L	[m]	0,8
Genişlik, W	[m]	0,4
Kalınlık, h	[m]	0,01
x – yönündeki malzeme noktası sayısı	[-]	80
y – yönündeki malzeme noktası sayısı	[-]	40
Malzeme noktaları arasındaki mesafe, dx	[m]	0,01
Komşuluk yarıçapı, δ	[m]	0,03015

Kullanılan izotropik malzeme, yapı çeliği S33J2 EN10025-2 [47]. Standarttan alınan malzeme özellikleri Çizelge 3.3’te verilmiştir.

Çizelge 3.3 : S355J2 Malzeme özellikleri.

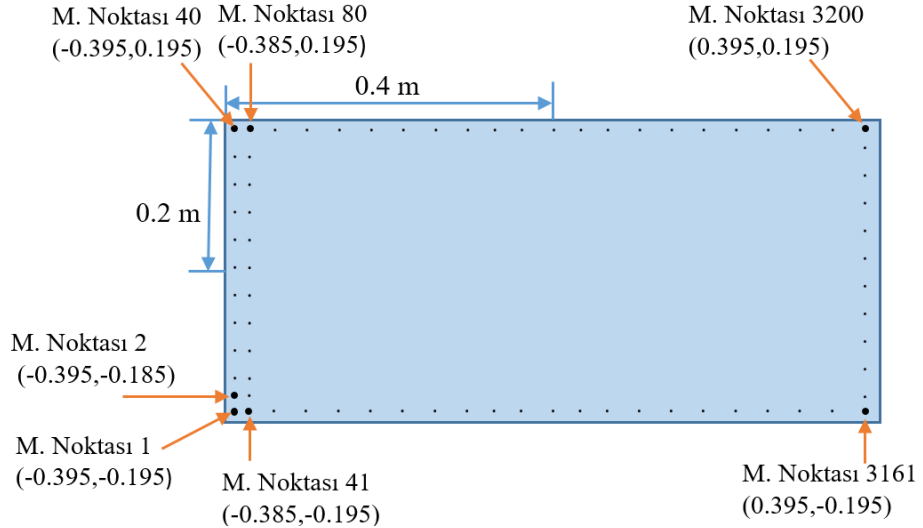
Yoğunluk, ρ	[kg/m ³]	7850
Elastik modülü, E	[MPa]	2,1x10 ⁵
Kesme modülü, G	[MPa]	8,1x10 ⁴
Poisson oranı, ν	[-]	1/3

3.1.1 Malzeme nokta konumlarının belirlenmesi

Malzeme noktası sayısı Çizelge 3.2’de x – yönünde 80 ve y – yönünde 40 adet olarak belirtilmiştir. Böylelikle modellenen plakanın toplam malzeme noktası sayısı 3200(80×40) adettir.

```
%Specification of the locations of material points
%Material points of the plate
for i=1:ndivx
    for j=1:ndivy
        coordx=(-1/2)*length+(dx/2)+(i-1)*dx;
        coordy=(-1/2)*width+(dx/2)+(j-1)*dx;
        nnum=nnum+1;
        coord(nnum,1)=coordx;
        coord(nnum,2)=coordy;
    end
end
```

Şekil 3.2 : Malzeme noktası konumlarının kod ile belirlenmesi.



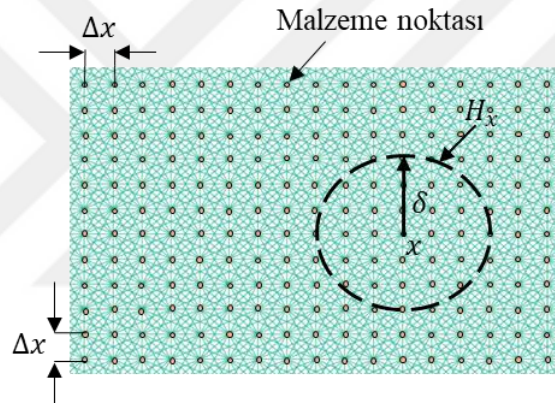
Şekil 3.3 : Malzeme noktaları konumları.

MATLAB kodu ile malzeme noktalarının konumu Şekil 3.2’de gösterildiği gibi belirlenmiştir. İki tane iç içe döngü tanımlanmıştır. Dıştaki döngü x – yönündeki malzeme noktası sayısı kadar, içteki döngü y – yönündeki malzeme noktası sayısı

kadar devam etmektedir. Döngü içerisinde önce x ve y koordinatları hesaplanır ve daha sonra o konumdaki malzeme noktası numaralandırılır (nnum: malzeme noktası sayısı). Belirlenen malzeme noktasının koordinatları, koordinat dizisine yazılmaktadır. Plaka üzerinde malzeme noktaları ve konumları Şekil 3.3'te gösterilmiştir. Şekil 3.1'de görüldüğü gibi koordinat sistemi plaka merkezinde konumlandırılmıştır.

3.1.2 Malzeme aileleri ve malzeme noktaları arasındaki bağların belirlenmesi

PD teori yerel olmayan bir teoridir, yani Şekil 3.4'te görüldüğü üzere bir x malzeme noktası belirlenen δ komşuluk yarıçaplı çember içerisinde kalan diğer malzeme noktaları ile malzeme ailesi H_x 'i oluşturur. x malzeme noktası malzeme ailesi içerisindeki malzeme noktaları ile bağ oluşturur ve etkileşir. İki malzeme noktası arasındaki mesafe Δx ile gösterilmiştir.



Şekil 3.4 : x malzeme noktasının malzeme ailesi.

```

%Determination of material points inside the horizon of each material point
for i=1:totnode
    if i==1
        pointfam(i,1)=1;
    else
        pointfam(i,1)=pointfam(i-1,1)+numfam(i-1,1);
    end
    for j=1:totnode
        idist=sqrt((coord(j,1)-coord(i,1))^2+(coord(j,2)-coord(i,2))^2);
        if (i~=j)
            if idist<=delta
                numfam(i,1)=numfam(i,1)+1;
                nodefam(pointfam(i,1)+numfam(i,1)-1,1)=j;
            end
        end
    end
end
end

```

Şekil 3.5 : Malzeme ailelerinin kod ile belirlenmesi.

Malzeme ailelerin belirlenmesi Şekil 3.5’te görülen kodlama ile gerçekleştirilmiştir. Burada ki “idist”, malzeme noktaları arasındaki mesafedir. Eğer bu mesafe “delta” (komşuluk yarıçapı)’dan küçük ise bağ oluşturup malzeme ailesine (“numfam”) eklenmektedir. Koddaki “pointfam” dizisi “nodefam” dizisindeki aile üyelerini bulmak için kullanılan bir dizidir. “nodefam” ise malzeme ailelerinin içerdiği malzeme noktalarını göstermektedir. Kodlamanın nasıl çalıştığını açıklayabilmek açısından 5. malzeme noktası için örnek hesaplama Çizelge 3.4’te verilmiştir.

Çizelge 3.4 : Malzeme ailesi hesaplaması.

<p>$i=5$’te If komutunda 5, 1’e eşit olmadığı için else kısmında $\text{pointfam}(5,1)=\text{pointfam}(4,1)+\text{numfam}(4,1)$ $\text{pointfam}(5,1)=40+17=57$</p>	<p>“pointfam” matrisi (3200x1)</p> <table border="1"> <tr><td>4</td><td>40</td></tr> <tr><td>5</td><td>57</td></tr> <tr><td>6</td><td>74</td></tr> </table>	4	40	5	57	6	74																												
4	40																																		
5	57																																		
6	74																																		
<p>For $j=1:\text{totnode}(3200)$ döngüsünde i ve j malzeme noktaları arasındaki bağ uzunlukları hesaplanır (idist)</p>																																			
<p>If komutunda i ve j eşit değilse aralarındaki mesafe “delta” dan küçük müdür, kontrol ediliyor. Büyük ise bağ oluşturulmaz ve başa döner.</p>																																			
<p>Küçük ise, $\text{numfam}(5,1)=\text{numfam}(5,1)+1$ Malzeme noktasının malzeme ailesine bir malzeme noktası eklenir. $i=5$ için $\text{numfam}(5,1)=17$</p>	<p>numfam matrisi (3200x1)</p> <table border="1"> <tr><td>4</td><td>17</td></tr> <tr><td>5</td><td>17</td></tr> <tr><td>6</td><td>17</td></tr> </table>	4	17	5	17	6	17																												
4	17																																		
5	17																																		
6	17																																		
<p>$i=5$ malzeme noktasının malzeme ailesine giren malzeme noktaları numaralarını “nodefam” matrisinde “pointfam” dan $(\text{pointfam}(i,1)+\text{numfam}(i,1)+1)$ yani satır 57-73 arasında görülebilir. $\text{nodefam}(57+17-1,1)=j$; $\text{nodefam}(73,1)$</p>	<p>nodefam matrisi</p> <table border="1"> <tr><td>57</td><td>2</td></tr> <tr><td>58</td><td>3</td></tr> <tr><td>59</td><td>4</td></tr> <tr><td>60</td><td>6</td></tr> <tr><td>61</td><td>7</td></tr> <tr><td>62</td><td>8</td></tr> <tr><td>63</td><td>43</td></tr> <tr><td>64</td><td>44</td></tr> <tr><td>65</td><td>45</td></tr> <tr><td>66</td><td>46</td></tr> <tr><td>67</td><td>47</td></tr> <tr><td>68</td><td>83</td></tr> <tr><td>69</td><td>84</td></tr> <tr><td>70</td><td>85</td></tr> <tr><td>71</td><td>86</td></tr> <tr><td>72</td><td>87</td></tr> <tr><td>73</td><td>125</td></tr> </table>	57	2	58	3	59	4	60	6	61	7	62	8	63	43	64	44	65	45	66	46	67	47	68	83	69	84	70	85	71	86	72	87	73	125
57	2																																		
58	3																																		
59	4																																		
60	6																																		
61	7																																		
62	8																																		
63	43																																		
64	44																																		
65	45																																		
66	46																																		
67	47																																		
68	83																																		
69	84																																		
70	85																																		
71	86																																		
72	87																																		
73	125																																		

3.1.3 Yer değiştirme hesabı

Yer değiştirme sonuçlarını hesaplamak için kullanılan kodlama kısmından kesit alınmıştır ve Şekil 3.6’da görülmektedir. Bu hesapta zaman aralığı “dt”, adaptif dinamik relaksasyon katsayısı “cn”, kararlı kütle vektörü “massvec”, bir malzeme noktasındaki toplam PD yk “pforce” ve bir malzeme noktasına etkiyen dış yük “bforce” dikkate alınmıştır. Koddaki değerlerin yanındaki parantezler içerisindeki 1 rakamı x ve 2 rakamı y koordinatını temsil etmektedir.

```
%integrate acceleration over time
if tt==1
    velhalf(i,1)=1*dt/massvec(i,1)*(pforce(i,1)+bforce(i,1))/2;
    velhalf(i,2)=1*dt/massvec(i,2)*(pforce(i,2)+bforce(i,2))/2;
else
    velhalf(i,1)=((2-cn*dt)*velhalfold(i,1)+2*dt/massvec(i,1)*
    (pforce(i,1)+bforce(i,1)))/(2+cn*dt);
    velhalf(i,2)=((2-cn*dt)*velhalfold(i,2)+2*dt/massvec(i,2)*
    (pforce(i,2)+bforce(i,2)))/(2+cn*dt);
end
vel(i,1)=0.5*(velhalfold(i,1)+velhalf(i,1));
vel(i,2)=0.5*(velhalfold(i,2)+velhalf(i,2));
disp(i,1)=disp(i,1)+velhalf(i,1)*dt;
disp(i,2)=disp(i,2)+velhalf(i,2)*dt;
```

Şekil 3.6 : Yer değiştirme hesabı.

Yer değiştirme hesabında kullanılan kararlı kütle vektörü “massvec” hesabı

$$\begin{aligned} massvec(i,1) &= 0.25 \times dt^2 (\pi \delta^2 t) \times \frac{bc}{dx} \times 5, \\ massvec(i,2) &= 0.25 \times dt^2 (\pi \delta^2 t) \times \frac{bc}{dx} \times 5, \end{aligned} \quad (191)$$

denklemleri ile 1 ve 2 yönleri ile yapılmaktadır. Bu denklemde, 5 güvenlik katsayısıdır, “dt” zaman aralığı, “t” kalınlık, “bc” bağ sabiti ve “dx” malzeme noktaları arasında ki mesafedir.

Bir malzeme noktasında etkiyen “pforce” toplam PD yükü bulmak için “dforce” iki malzeme noktası arasındaki PD yükler toplanmıştır. İki malzeme noktası arasında ki PD yk bağ bazlı ve hal bazlı formülasyon için sırasıyla Şekil 3.7 ve Şekil 3.8’de gösterilmiştir. PD yk “dforce” denklemdeki ortak terimler, “delta” ile ifade edilen komşuluk yarıçapı, termal genleşme katsayısı “alpha”, deformasyona uğramamış bağ uzunluğu “idist”, “str” iki malzeme noktası arasındaki gerinim, “vol” bir malzeme

noktasının hacmi, “fac” hacim düzeltme faktörü ve “nlength” deforme bağ uzunluğudur.

Bağ bazlı formülasyon Şekil 3.7’de “bc” bağ sabiti c ve “scr” gerinim enerji yoğunluğu yüzey düzeltme faktörüdür. Hal bazlı formülasyon Şekil 3.8’de “dilm” dilasyon terimi, “bcd” ve “bcs” sırasıyla PD malzeme parametresi d ve b , “scdr” ve “scmr” sırasıyla dilatasyon ve gerinim enerjisi yoğunluğu için yüzey düzeltme faktörleridir.

```

str=(nlength-idist)/idist;

dforce1=bc*str*vol*scr*fac*(coord(cnode,1)+disp(cnode,1)-coord(i,1)-disp(i,1))/nlength;
dforce2=bc*str*vol*scr*fac*(coord(cnode,2)+disp(cnode,2)-coord(i,2)-disp(i,2))/nlength;

pforce(i,1)=pforce(i,1)+dforce1;
pforce(i,2)=pforce(i,2)+dforce2;

```

Şekil 3.7 : Bağ bazlı formülasyon ile PD yük.

```

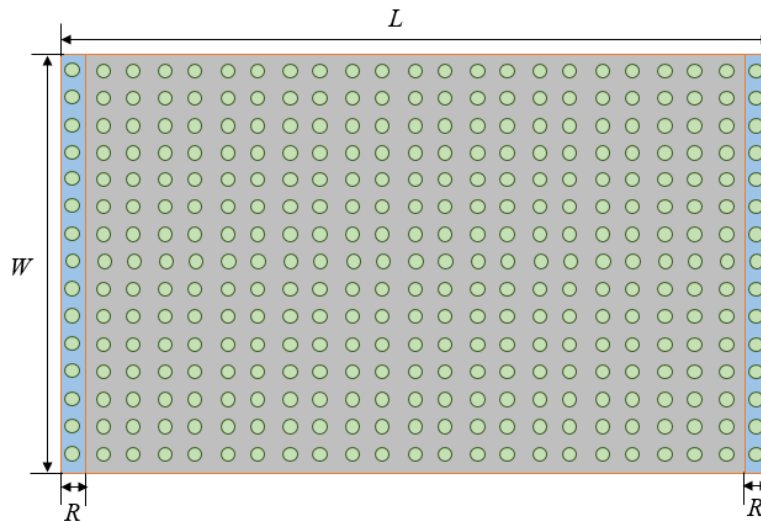
dforce1m=(2*bcd*delta*alpha/idist*pptot*(dilm(i,1)+dilm(cnode,1))*scdr+4*bcs*delta*str*scmr)
*vol*fac*(coord(cnode,1)+disp(cnode,1)-coord(i,1)-disp(i,1))/nlength;
dforce2m=(2*bcd*delta*alpha/idist*pptot*(dilm(i,1)+dilm(cnode,1))*scdr+4*bcs*delta*str*scmr)
*vol*fac*(coord(cnode,2)+disp(cnode,2)-coord(i,2)-disp(i,2))/nlength;

pforce(i,1)=pforce(i,1)+dforce1m;
pforce(i,2)=pforce(i,2)+dforce2m;

```

Şekil 3.8 : Hal bazlı formülasyon ile PD yük.

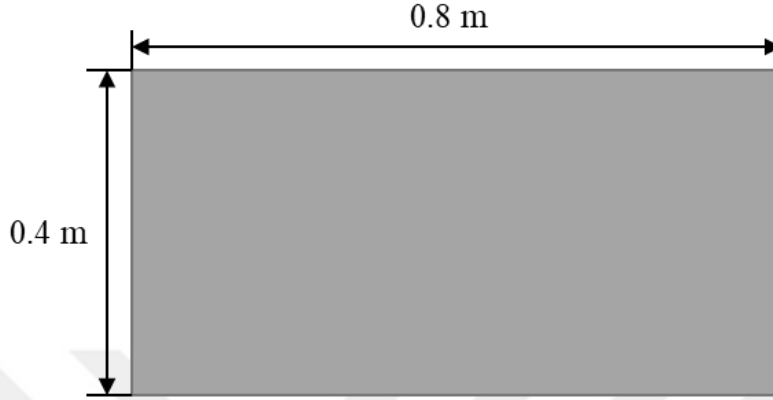
Probleme dışardan uygulanan yük “bforce” olarak tanımlanmaktadır. Kısa kenarlardan x ekseninde ve çift yönlü olarak Şekil 3.9’da gösterilen R bölgesinde bulunan malzeme noktalarına uygulanmıştır.



Şekil 3.9 : PD teoride yük uygulanan malzeme noktaları.

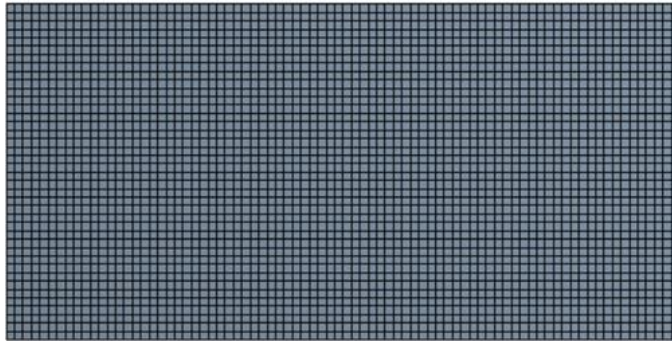
3.1.4 Sonlu elemanlar yöntemi ile iki boyutlu izotropik plakanın modellenmesi

İki boyutlu izotropik plaka bağ bazlı ve hal bazlı PD teori ile modellenmiştir. Aynı problem sonlu elemanlar yöntemiyle ANSYS [44] programında çözülerek kodlar doğrulanmıştır.



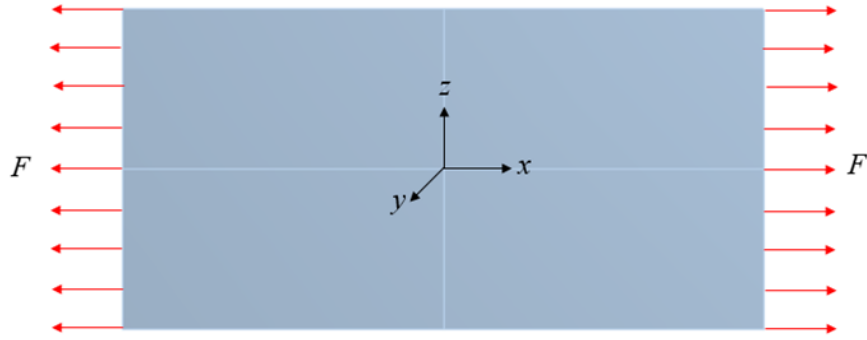
Şekil 3.10 : İzotropik iki boyutlu plaka modeli ve boyutları.

SEA ile modellenen plakanın geometrisi boyutları ile Şekil 3.10'da verilmiştir. SE ağ yapısı oluştururken, PD teori hesabında kullanılan malzeme 3200 adet malzeme noktası dikkate alınarak aynı sayıda düğüm noktası oluşturulmuştur. Oluşturulan ağ yapısı Şekil 3.11'de verilmiştir.



Şekil 3.11 : İzotropik iki boyutlu SE modelinin ağ yapısı.

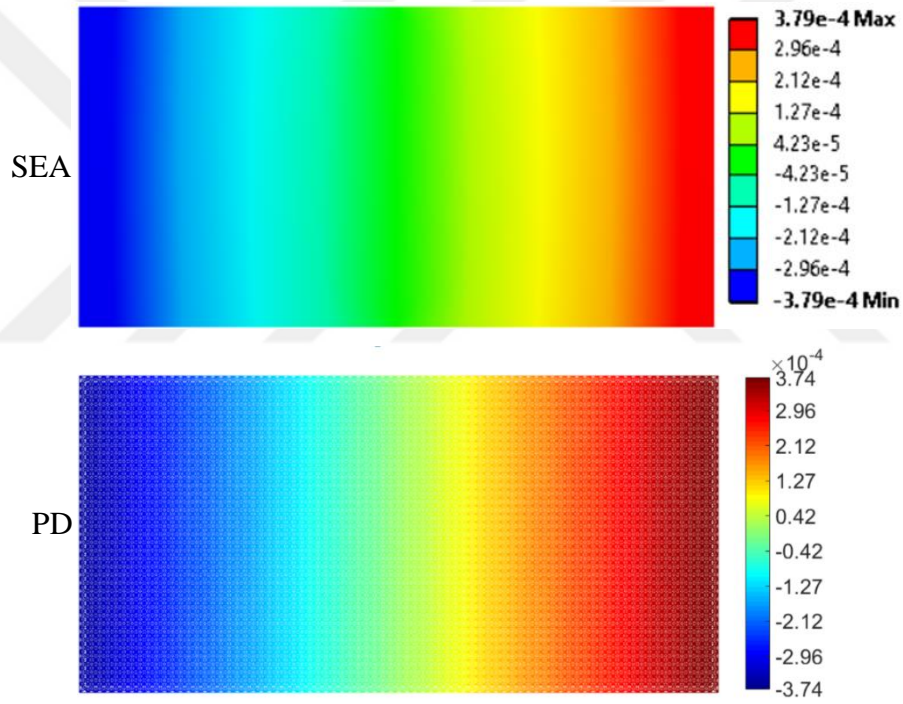
Sınır koşullarının uygulanması Şekil 3.12'de gösterilmiştir. Uygulanan tek eksenli çekme kuvveti 8×10^5 N $+x$ ve $-x$ yönlerinde uygulanmıştır. Plakayı sabitlemek için plaka merkezinde üstten ve alttan birer düğüm noktası seçilerek x yönünde yer değiştirme ve x ve z yönlerinde rotasyonlar, kuvvet uygulanan kısa kenarların ortasından birer düğüm noktası seçilerek y ve z yönlerindeki yer değiştirmeler sabitlemiştir



Şekil 3.12 : SE modeline uygulanan sınır koşulları.

3.1.5 PD teori kodunun SEA ile doğrulanması

MATLAB [3] ile bağ bazlı ve hal bazlı formülasyonlar ile yer değiştirme sonuçları elde edilmiştir ve SEA ile doğrulanmıştır.



Şekil 3.13 :SEA ve hal bazlı PD teori ile elde edilen x yönündeki yer değiştirme sonuçları

Elde edilen bağ bazlı sonuçlar doğrulandıktan sonra hal bazlı kod geliştirilmiştir. Bu bölümde hal bazlı PD teori formülasyonu sonuçları SEA ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar x yönündeki yer değiştirmeler olarak elde edilmiştir ve Şekil 3.13'te gösterilmektedir. PD kod ile hesaplanan x yönündeki yer değiştirme sonuçlarının SEA sonuçları ile uyumlu olduğu görülmektedir. Bu durumda geliştirilen MATLAB kodu ile yapılan yer değiştirme hesabının doğru olduğu sonucuna varılmıştır.

3.2 İzotropik İki Boyutlu Plakalarda PD Teori ile Hasar Modellenmesi

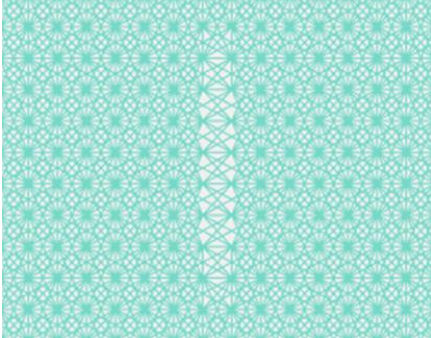
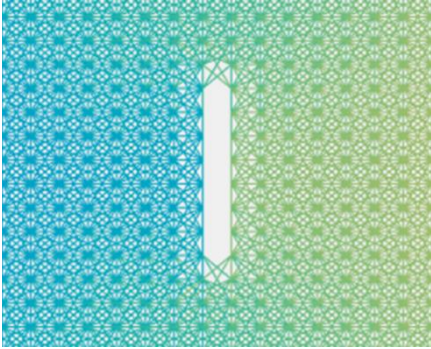
İki boyutlu plakalarda hasar çatlak ve delik olarak modellenmiştir. Daha sonra delik hasarlı plakada çatlağın nasıl ilerlediği PD teori ile gözlemlenmiştir.

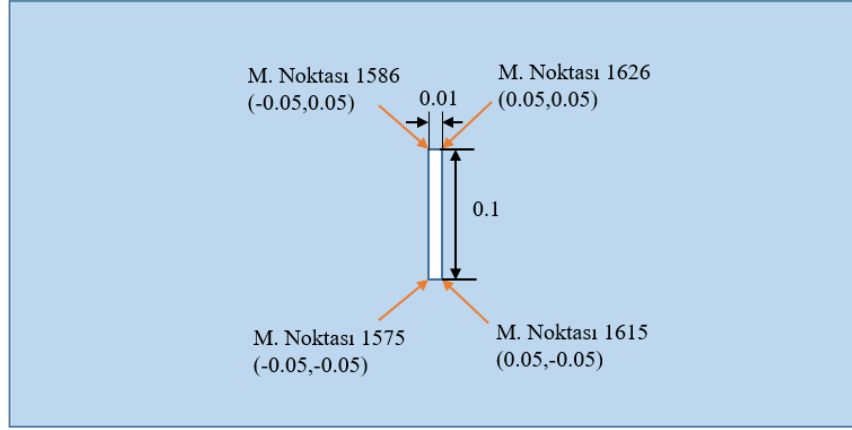
3.2.1 Çatlak hasarının modellenmesi

Çatlak Bölüm 3.1’ de modellenen plaka merkezinde genişliği 0,01 m ve uzunluğu 0,1 m olacak şekilde modellenmiştir. Şekil 3.14’te gösterilen malzeme noktaları arasındaki bağlar kaldırılarak çatlak bölgesi oluşturulmuştur.

Bu malzeme noktaları arasındaki bağların silinmesi için öncelikle çatlağın kenarlarındaki noktaların karşılıklı bağ oluşturması engellenmiştir. Çatlak kenarlarından bir sonraki malzeme noktaları ve daha sonra bir sonraki noktalar şeklinde bağlar silinerek çatlak elde edilmiştir. Çatlak, Çizelge 3.5’te sırasıyla verilen MATLAB kod komutlarıyla oluşturulmuştur. Komutlar, Şekil 3.5’te gösterilen malzeme noktaları aralarında bağ oluşturulan ve malzeme ailelerinin belirlendiği döngüye eklenmiştir.

Çizelge 3.5 : Çatlak oluşturma aşaması.

Kod	PD Ağ
<pre>if idist<=delta && not(((j>1575)&&(j<1586))&& ((i>1615)&&(i<1626))) (((i>1575)&&(i<1586))&& &&((j>1615)&&(j<1626))))</pre>	
<pre>if not (((j>1575)&&(j<1586))&&((i>1655)&&(i<1666))) ((i>1695)&&(i<1706)) ((i>1735)&&(i<1746)) ((i>1775)&&(i<1786))) (((i>1575)&&(i<1586))&& ((j>1655)&&(j<1666)) ((j>1695)&&(j<1706)) ((j>1735)&&(j<1746)) ((j>1775)&&(j<1786))))</pre> <pre>if not (((j>1615)&&(j<1626))&&((i>1535)&&(i<1546))) ((i>1495)&&(i<1506)) ((i>1455)&&(i<1466)) ((i>1415)&&(i<1426))) (((i>1615)&&(i<1626))&& ((j>1535)&&(j<1546)) ((j>1495)&&(j<1506)) ((j>1455)&&(j<1466)) ((j>1415)&&(j<1426))))</pre> <pre>if not (((j>1535)&&(j<1546))&&((i>1655)&& (i<1666))) (((i>1535)&&(i<1546))&& ((j>1655)&&(j<1666))))</pre>	

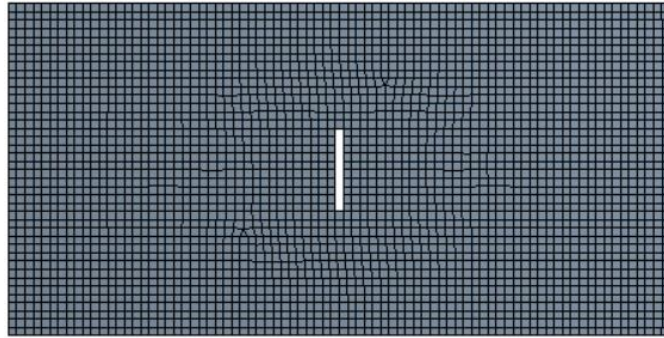


Şekil 3.14 : Çatlak boyutu ve oluşturulduğu malzeme noktası aralığı.

Çatlaklı izotropik plakaya çatlaksız plaka ile aynı şekilde çift yönlü çekme yükü (8×10^5 N) Şekil 3.9’da gösterilen R bölgesindeki malzeme noktalarına uygulanmıştır. Sonuç hal bazlı PD teori formülasyonu ile MATLAB’da [3] elde edilmiştir. Doğrulanması ise aynı şekilde SEA ile ANSYS’de [44] gerçekleştirilmiştir.

3.2.1.1 SE yöntemi ile çatlaklı plakanın modellenmesi

İki boyutlu izotropik çatlaklı plaka hal bazlı PD teori ile modellenmiştir. Aynı problem SE yöntemiyle ANSYS’de [44] çözülerek kod sonucu doğrulanmıştır.



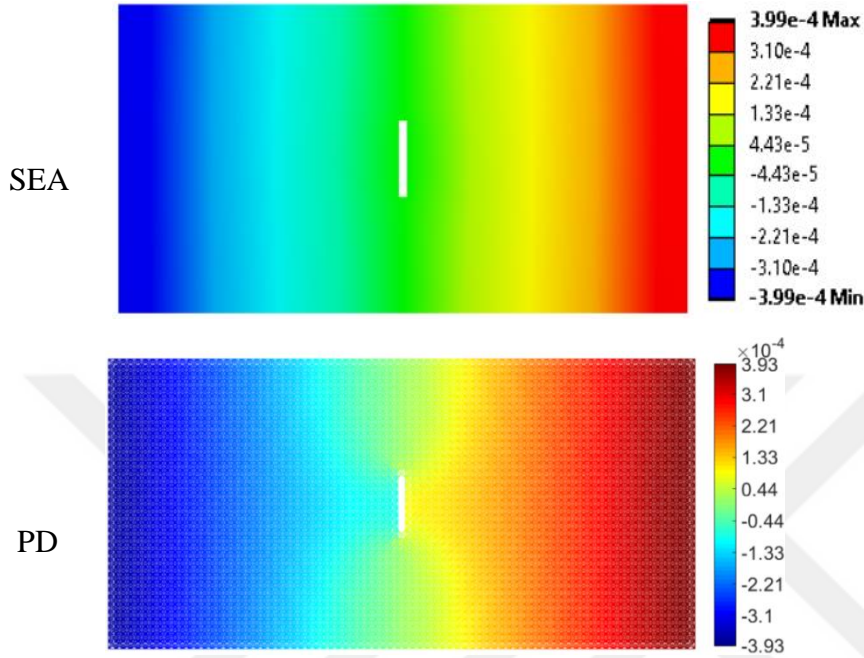
Şekil 3.15 : Çatlaklı model SE ağ yapısı.

SE ağ yapısı oluştururken, PD teori hesabında kullanılan malzeme 3200 adet malzeme noktası dikkate alınarak aynı sayıda düğüm noktası oluşturulmuştur. Oluşturulan ağ yapısı Şekil 3.15’te verilmiştir.

3.2.1.2 Çatlaklı PD teori kodunun SEA ile doğrulanması

MATLAB [3] ile çatlaklı hal bazlı PD teori formülasyonu ile yer değiştirme sonuçları elde edilmiştir. PD teori formülasyonu sonuçları SEA ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar x yönündeki yer değiştirmeler olarak elde edilmiştir ve

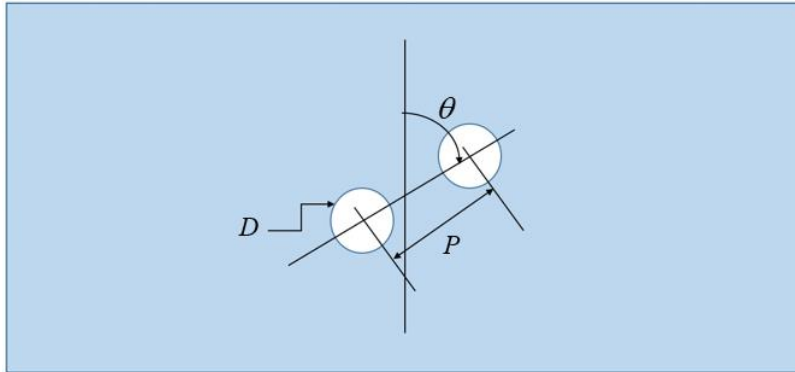
Şekil 3.16’da gösterilmektedir. PD kod ile hesaplanan x yönündeki yer değiştirme sonuçlarının SEA sonuçları ile uyumlu olduğu görülmektedir. Bu durumda geliştirilen MATLAB kodu ile yapılan yer değiştirme hesabı çatlaklı plaka için doğru olduğu sonucuna varılmıştır.



Şekil 3.16 SEA ve hal bazlı PD teori ile çatlaklı model için elde edilen x yönündeki yer değiştirme sonuçları.

3.2.2 Delik hasarının modellenmesi

Delik hasarı Bölüm 3.1’ de modellenen plaka merkezinde iki adet olarak modellenmiştir. Şekil 3.17’de delik konumlarının merkeze nasıl yerleştirildiği görülmektedir. Şekil 3.17’de parametrik olarak belirtilmiş olan delik ölçüleri ve konumları Çizelge 3.6’da verilmiştir.



Şekil 3.17 : Deliklerin plaka üzerindeki yerleşimi.

Çizelge 3.6 : Delik ölçüleri ve konumları.

Delik ölçüleri		
Çap, D	[m]	0,06
Yol, P	[m]	0,09
Açı, θ	[-]	40°
Delik Koordinatları		
Delik 1		
y – koordinatı	[m]	-0,035
x – koordinatı	[m]	-0,030
Delik 2		
y – koordinatı	[m]	0,035
x – koordinatı	[m]	0,03

Delikler, kodun malzeme noktaları arasında bağ oluşturduğu ve malzeme ailelerinin belirlendiği döngü içerisinde tanımlanmıştır. Şekil 3.18’de görüldüğü gibi, delikleri oluşturmak için belirlenen koordinatlarda bağ uzunluğu yarıçapa eşit veya ondan küçük ise bağ oluşumu engellenmiştir.

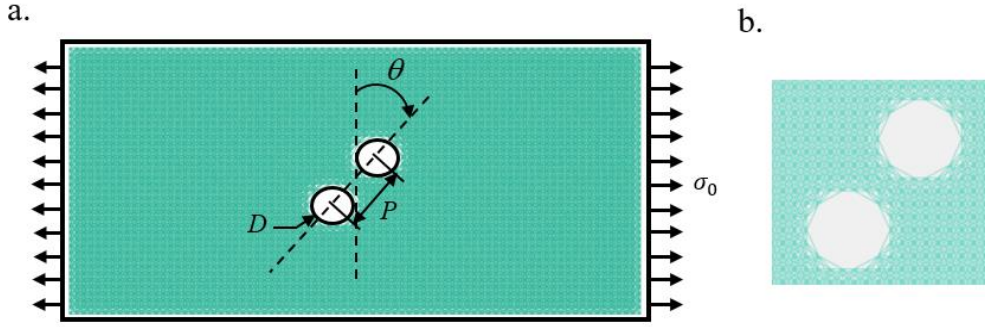
```

r = 0.030;
hx = 0.030;
hy = 0.035;
hx1=-0.030;
hyl=-0.035;
%Determination of material points inside the horizon of each material point
for i=1:totnode
    if i==1
        pointfam(i,1)=1;
    else
        pointfam(i,1)=pointfam(i-1,1)+numfam(i-1,1);
    end
    for j=1:totnode
        idist=sqrt((coord(j,1)-coord(i,1))^2+(coord(j,2)-coord(i,2))^2);
        tmpradi = sqrt((abs(coord(i,1)-hx))^2 + abs((coord(i,2)-hy))^2);
        tmpradj = sqrt((abs(coord(j,1)-hx))^2 + abs((coord(j,2)-hy))^2);
        tmpradli = sqrt((abs(coord(i,1)-hx1))^2 + abs((coord(i,2)-hyl))^2);
        tmpradj = sqrt((abs(coord(j,1)-hx1))^2 + abs((coord(j,2)-hyl))^2);
        if (i~=j)
            if idist<=delta
                if ((tmpradi>r) && (tmpradj>r) && (tmpradli>r) && (tmpradj>r))
                    numfam(i,1)=numfam(i,1)+1;
                    nodefam(pointfam(i,1)+numfam(i,1)-1,1)=j;
                end
            end
        end
    end
end
end
end
end

```

Şekil 3.18 : Deliklerin kod ile oluşturulması.

Delikli plakanın PD ağ yapısının (malzeme noktaları ve aralarında oluşturulan bağlar) genel görünümü Şekil 3.19a’da verilmiştir. Burada yeşil renk ile gösterilen ağ yapısı, kalın çizgiler ile gösterilen asıl plakanın dış sınırlarından $\Delta x/2$ kadar içeride oluşturulmaktadır. Deliklerin etrafındaki ağ yapısının detaylı görünümü Şekil 3.19b’de verilmiştir.

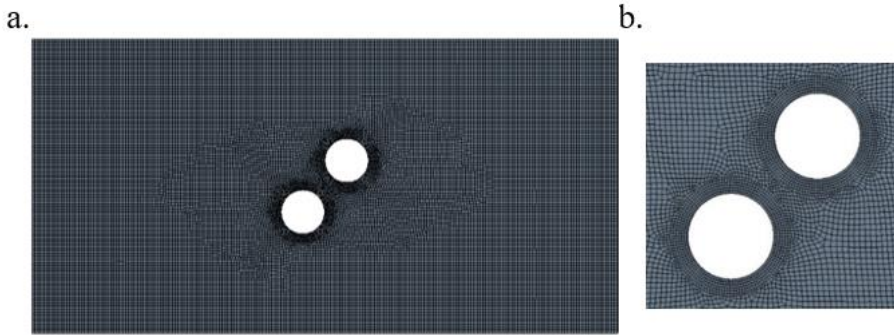


Şekil 3.19 : İki delikli PD modeli a) genel ağ görünümü b) büyütülmüş ağ görünümü

3.2.2.1 Sonlu elemanlar yöntemi ile delikli plakanın modellenmesi

İki boyutlu izotropik delikli plaka hal bazlı PD teori ile modellenmiştir. Aynı problem SE yöntemiyle çözümlenerek kod sonucu doğrulanmıştır.

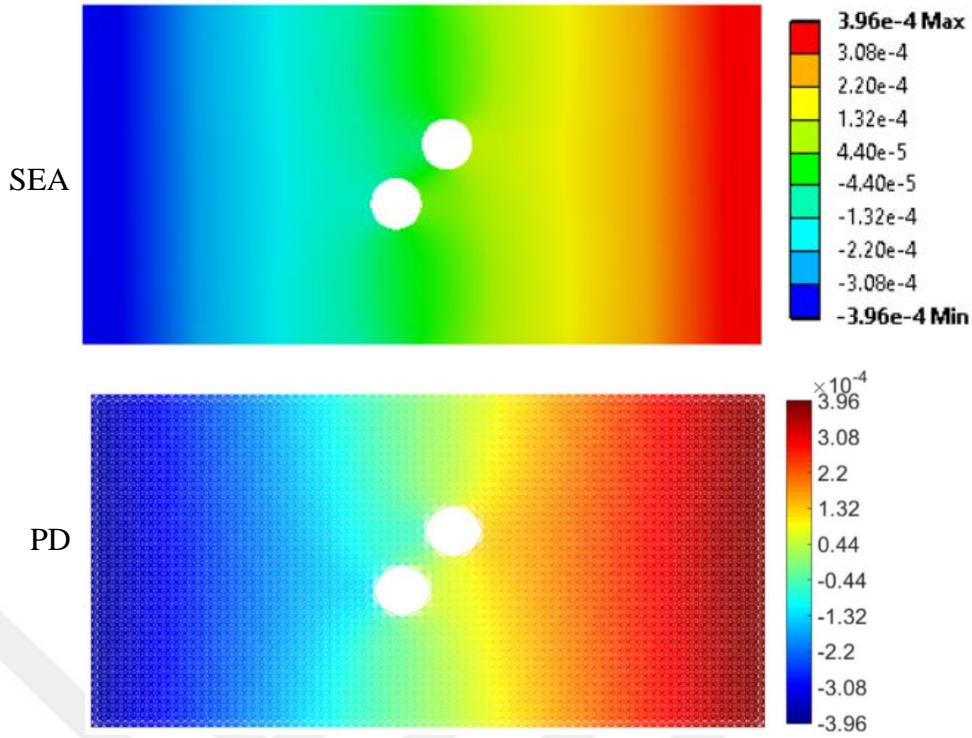
SEA ağ yapısı delik çevresinde ağ eleman boyutu $\pi/30 = 0,105\text{mm}$ olarak alınmıştır. Bu ağ yapısının Şekil 3.20a’da genel ve Şekil 3.20b’de büyütülmüş görüntüsü görülmektedir.



Şekil 3.20 : Delikli plaka SE modeli a) genel ağ yapısı b) büyütülmüş ağ yapısı görünümü.

3.2.2.2 Delikli PD teori kodunun SEA ile doğrulanması

MATLAB [3] ile delikli hal bazlı PD teori formülasyonu ile yer değiştirme sonuçları elde edilmiştir. PD teori formülasyonu sonuçları SEA ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

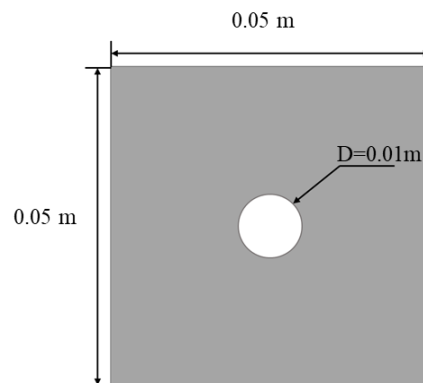


Şekil 3.21 : Delikli plaka için SEA ve PD ile elde edilen sonuçlar.

Sonuçlar x yönündeki yer değiştirmeler olarak elde edilmiştir ve Şekil 3.21’de gösterilmektedir. PD kod ile hesaplanan x yönündeki yer değiştirme sonuçlarının SEA sonuçları ile uyumlu olduğu görülmektedir. Bu durumda geliştirilen MATLAB kodu ile yapılan yer değiştirme hesabı delikli plaka için doğru olduğu sonucuna varılmıştır.

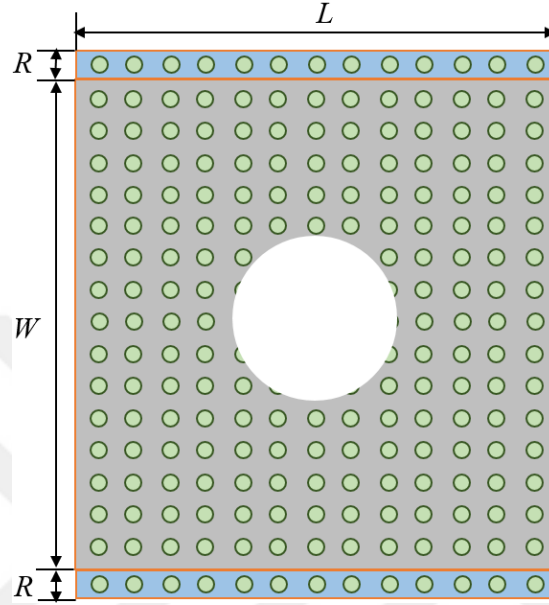
3.2.3 Hasarlı plaklarda çatlak ilerlemesi

Çatlak ve delik gibi hasarların modellenmesi tamamlandıktan sonra hasarların nasıl ilerlediğini gözlemlemek için kod geliştirilmiştir. Çatlak ilerlemesini incelemek için Madenci ve Oterkus’un PD Teori kitabından [9] bir örnek modellenmiştir.



Şekil 3.22 : Çatlak ilerlemesi problemi geometrisi

Bu problemde çatlak ilerlemesi bir hız sınır koşulu altında iki boyutlu merkez delikli bir plaka ile incelenmiştir. Hız sınır koşulu Şekil 3.23'te görülen R bölgesindeki malzeme noktalarına uygulanmıştır. Plaka geometrisi boyutları Şekil 3.22'de verilmiştir. Problem ile ilgili boyutlar, malzeme özellikleri ve sınır koşulları Çizelge 3.7'de verilmiştir.



Şekil 3.23 Çatlak ilerleme probleminde yük uygulanan malzeme noktaları.

Çizelge 3.7 : Çatlak ilerlemesi problem bilgileri.

Uzunluk	[m]	0,05
Genişlik	[m]	0,05
Kalınlık	[m]	0,01
Komşuluk yarıçapı	[m]	$3,015 \times 10^{-4}$
Delik çapı	[m]	0,005
x - yönündeki malzeme noktası sayısı	[-]	500
y - yönündeki malzeme noktası sayısı	[-]	500
Malzeme noktaları arasındaki mesafe	[m]	0,0001
Kritik gerinim	[-]	0,04472
Hız	[m/s]	$2,7541 \times 10^{-7}$
Yoğunluk	[kg/m ³]	8000
Elastik modül	[MPa]	$1,92 \times 10^5$
Poisson oranı	[-]	1/3

```

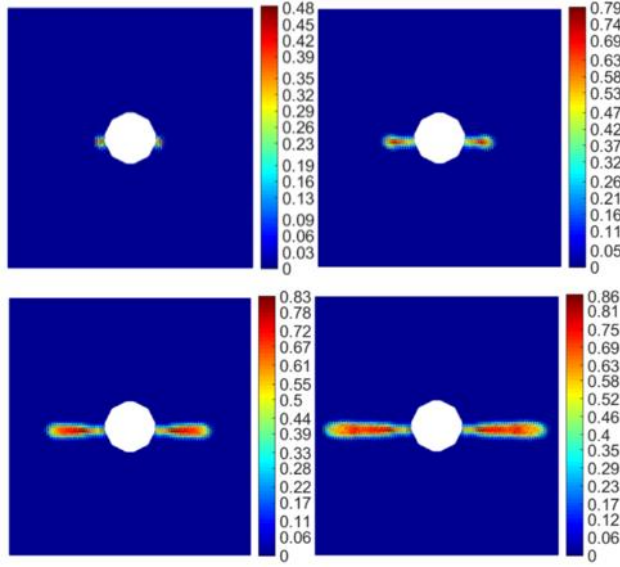
if (failm(i,j)==1)
    dforce1m=(2*bcd*delta*alpha/idist*pptot*(dilm(i,1)+
    dilm(cnode,1))*scdr+4*bcs*delta*str*scmr)*vol*fac*
    (coord(cnode,1)+disp(cnode,1)-coord(i,1)-disp(i,1))/nlength;
    dforce2m=(2*bcd*delta*alpha/idist*pptot*(dilm(i,1)+
    dilm(cnode,1))*scdr+4*bcs*delta*str*scmr)*vol*fac*
    (coord(cnode,2)+disp(cnode,2)-coord(i,2)-disp(i,2))/nlength;
else
    dforce1m=0;
    dforce2m=0;
end
pforce(i,1)=pforce(i,1)+dforce1m;
pforce(i,2)=pforce(i,2)+dforce2m;
%Definition of a no-fail zone
if (abs((nlength-idist)/idist)>scr0)
    if (abs(coord(i,2))<=(length/4))
        failm(i,j)=0;
    end
end
dmgpar1=dmgpar1+failm(i,j)*vol*fac;

dmgpar2=dmgpar2+vol*fac;
end
dmg(i,1)=1-(dmgpar1/dmgpar2);
end

```

Şekil 3.24 : Çatlak ilerlemesinin tanımlandığı kodlama.

Çatlak ilerlemesi iki malzeme noktası arasındaki bağda oluşan PD kuvvet hesaplamasında tanımlanmaktadır. Bağlarda hesaplanan gerinim, kritik gerinimden büyük olduğunda çatlak ilerlemektedir yani bağ kırılmaktadır. Kırılan bağın PD kuvveti sıfıra eşit olmaktadır. Çatlak ilerlemesinin kod ile modellenmesi Şekil 3.24’te verilmiştir. Oluşan çatlak ilerlemesini görsel olarak elde etmek için “dmg”, x – koordinatına göre 2-boyutta çizdirilmektedir. Bağ kırıldığında “failm(i,j)” ‘sıfır’, kırılmadığında ise ‘bir’ olmaktadır. Bu durumda bağ kırılınca “dmgpar1” hesabına malzeme noktası hacmi dahil edilmez, fakat kırılmadığında “failm(i,j)” bir olacağı için dahil edilir. “dmgpar2” hesabında ise bağın kırılıp kırılmadığı hesaba katılmadan malzeme noktası hacmi dikkate alınır. İlerleme sonucunu farklı zaman adımlarına bularak hangi zaman adımında ne kadar ilerlediği incelenmektedir. Sonuçlar farklı zaman adımlarında çatlak ilerlemesi şeklinde elde edilmiştir. Toplam 3000 zaman adımında çözülen problemin sonuçları Şekil 3.25’te görülmektedir. Sonuçlarda görüldüğü gibi, çatlak, plaka merkezinde delik kenarlarından ilerleyerek tüm plakaya yayılmıştır



Şekil 3.25 : Çatlak ilerlemesi sonuçları.

3.3 Kompozit İki Boyutlu Plakaların PD Teori ile Modellenmesi

Kompozit malzeme için iki boyutlu modelleme bağ bazlı PD teori ile yapılmıştır. İztropik malzeme için hazırlanmış kodlara Bölüm 2.1.3 verilmiş olan formülasyonlar ve yöne bağlı bağ sabitleri eklenmiştir. Eklenen kısımlara bu bölümde değinilecektir. Çizelge 3.1’de verilen Pseudokod kompozit malzeme kodlaması içinde geçerlidir. Buradaki plaka ölçüler, malzeme noktalarının konumları, malzeme noktası aileleri, bağ ve sınır koşulları tanımlaması izotropik malzeme ile aynıdır. Malzeme özelliklerinin tanımlanması kısmında fiber ve matris yönündeki mühendislik malzeme sabitleri ve sertlik malzeme hesabı eklenmiştir.

```

if abs(coord(cnode,2)-coord(i,2))<=1e-10
    theta=0;
elseif abs(coord(cnode,1)-coord(i,1))<=1e-10
    theta=(90*pi)/180;
else
    theta=atan(abs(coord(cnode,2)-coord(i,2))/abs(coord(cnode,1)-coord(i,1)));
end

%Determination of the surface correction between to material
%points
scfx=(fncstf(i,1)+fncstf(cnode,1))/2;
scfy=(fncstf(i,2)+fncstf(cnode,2))/2;
scfr=1/((cos(theta))^2/(scfx)^2);
scfr=sqrt(scfr);
scmx=(fncstm(i,1)+fncstm(cnode,1))/2;
scmy=(fncstm(i,2)+fncstm(cnode,2))/2;
scmr=1/(((cos(theta))^2/(scmx)^2)+((sin(theta)^2/(scmy)^2)));
scmr=sqrt(scmr);

```

Şekil 3.26 : Açılı laminalarda yüzey düzeltme faktörleri hesabı.

Fiber ve diğer yön, yüzey düzeltme faktörleri ve iki malzeme noktası arasındaki PD yükler hesabında dikkate alınmıştır. Sırasıyla bu hesaplamalar Şekil 3.26 ve Şekil 3.27’de gösterilmiştir. Bu hesaplamalardaki örnek fiber açısının 0° olduğu durum içindir.

Yüzey düzeltme faktörleri “scfr” fiber ve “scmr” diğer yönler düzeltme faktörü olarak Bölüm 2.1.4.2’deki gibi hesaplanmıştır. Bu formülasyonlarda “fncst” olarak ifade edilen değerler, fiber ve matris için KSM ve PD ile hesaplanan gerinim enerjisi yoğunluğu oranı.

```

%Peridynamic force calculation for bonds in the fiber direction
if(abs(coord(cnode,2)-coord(i,2))<=1e-10)
    if (abs((nlength-idist)/idist)>scrf0)
        if (abs(coord(i,2))<=(length/4))
            dforce1f=0;
            dforce2f=0;
            dforce1m=0;
            dforce2m=0;
            failm(i,j)=0;
        end
    else
        dforce1f=bcf*(nlength-idist)/idist*vol*scfr*fac*
            (coord(cnode,1)+disp(cnode,1)-coord(i,1)-disp(i,1))/nlength;
        dforce2f=bcf*(nlength-idist)/idist*vol*scfr*fac*
            (coord(cnode,2)+disp(cnode,2)-coord(i,2)-disp(i,2))/nlength;
        dforce1m=bcm*(nlength-idist)/idist*vol*scmr*fac*
            (coord(cnode,1)+disp(cnode,1)-coord(i,1)-disp(i,1))/nlength;
        dforce2m=bcm*(nlength-idist)/idist*vol*scmr*fac*
            (coord(cnode,2)+disp(cnode,2)-coord(i,2)-disp(i,2))/nlength;
    end
    pforce(i,1)=pforce(i,1)+dforce1f+dforce1m;
    pforce(i,2)=pforce(i,2)+dforce2f+dforce2m;
    %Peridynamic force calculation for bonds in all other
    %directions
else
    if (abs((nlength-idist)/idist)>scrm0)
        if (abs(coord(i,2))<=(length/4))
            dforce1m=0;
            dforce2m=0;
            failm(i,j)=0;
        end
    else
        dforce1m=bcm*(nlength-idist)/idist*vol*scmr*fac*
            (coord(cnode,1)+disp(cnode,1)-coord(i,1)-disp(i,1))/nlength;
        dforce2m=bcm*(nlength-idist)/idist*vol*scmr*fac*
            (coord(cnode,2)+disp(cnode,2)-coord(i,2)-disp(i,2))/nlength;
    end
    pforce(i,1)=pforce(i,1)+dforce1m;
    pforce(i,2)=pforce(i,2)+dforce2m;
end
end

```

Şekil 3.27 : Bağ bazlı kompozit formülasyon ile PD yük

İki malzeme noktası arasında hesaplan PD yük için önce yön koşulu gelmektedir. Örneğin bağ fiber yönünde ise, bu fiber bağın gerinim değeri fiber kritik gerinim değerini geçiyor mu kontrol edilmektedir. Geçmiyor ise PD yük hesaplanmaktadır,

fakat geçiyor ise bağ kırılıyor ve PD yük sıfıra eşit olmaktadır. Hesaplama aynı şekilde diğer yönler için de yapılmaktadır. Eğer çatlak ilerlemesi incelenmeyecekse kritik gerinim koşulları kaldırılmaktadır

3.4 PD Teori ile Gerinim ve Gerilme Hesabı

Bu çalışma kapsamında PD teorisinin çekme yükü altında delikli yapıları çözebilme becerisi incelenmiştir. Değerlendirilen sonuçlar SEA, analitik ve literatürde var olan çalışmalar ile karşılaştırılmıştır. PD teori formülasyonu yalnızca yer değiştirme yanıtı vermektedir daha kapsamlı bir karşılaştırma yapabilmek için PD teori sonuçları, gerinim ve gerilme hesabı eklenerek çeşitlendirilmiştir. Yer değiştirme yanıtından ilk olarak gerinim hesaplanmıştır daha sonra gerinimden gerilme hesabına geçilmiştir.

Yerel olmayan PD teoride bir malzeme noktası sonlu yarıçap içerisinde kalan malzeme noktaları ile etkileşmektedir. Bir malzeme noktasının bağı bulunduğu tüm malzeme noktaları ile arasındaki gerinimlerin toplamının bağ sayısına bölümü ile o noktadaki gerinim elde edilmektedir. Asal gerinim değeri için toplam bağ uzaması, bağın ilk boyuna bölünmektedir. $x-$ ve $y-$ yönlerindeki gerinim hesaplanırken o yöndeki bağ uzaması aynı yöndeki bağın ilk boyuna bölünmektedir.

Her malzeme noktasındaki gerinim değeri hesaplandıktan sonra gerilme hesaplanmaktadır. Gerilme hesabı Hook's yasası ($\sigma = E\varepsilon$) kullanılarak yapılmıştır. İztropik malzeme için $x-$ ve $y-$ yönünde elastik modül ile gerinimi çarparak gerilme değerleri bu yönlerde elde edilmektedir. Tek yönlü fiber açısına sahip numuneler için gerilmenin hesaplandığı yön önemlidir. Elastik modüller fiber ve enine yönlerde değişkenlik göstermektedir. Fiber yönü 0° veya 90° ise lamina malzeme özelliklerinden fiber veya enine yön elastik modül değeri hesabın yapıldığı yöne göre kullanılabilir. Eğer fiber yönü farklı ise eşdeğer malzeme sabitleri Bölüm 2.3'te gösterildiği gibi hesaplanarak $x-$ ve $y-$ yönlerinde kullanılabilir.

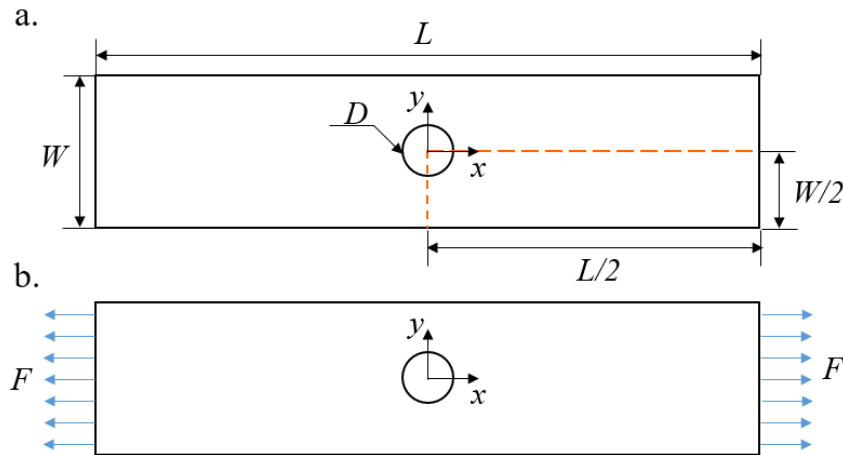
4. BAĞ BAZLI PERİDİNAMİK TEORİ İLE ÇEKME YÜKÜ ALTINDA İNCELENEN DELİK HASARLI PROBLEMLER

Bu çalışmada plakalarda delik hasarının etkisi tek eksenli çekme yükü altında bağ bazlı PD teori ile incelenmiştir. Merkez delikli plakalar öncelikle izotropik malzeme ve tek yönlü sahip fiber takviyeli kompozit plakalarda incelenmiştir. Plakaların kuvvet- yer değiştirme grafikleri, gerilme, gerinim ve çatlak ilerlemeleri sonuçları literatürde var olan deneysel çalışmalar ve SEA ile doğrulama çalışmaları yapılmıştır.

4.1 İzotropik Delikli Çekme Test Numunesi

İzotropik delikli çekme test numunesinin (OHT-1) doğrulama çalışması analitik ve SEA ile yapılmıştır. SEA modeli için delik çevresi ağ boyutu iyileştirme çalışması yapılmıştır. PD model için malzeme noktaları arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçapı yakınsama çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalar sonrasında PD sonuçlar analitik ve SEA sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

OHT-1 numunesi ASTM D5766/D5766M-11 [48] standardına göre boyutlandırılmıştır. Numune Şekil 4.1a'da gösterilmiştir ve ölçüleri Çizelge 4.1'de verilmiştir. Malzeme olarak yapı çeliği ASTM-A36 [49] kullanılmıştır ve özellikleri Çizelge 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.1 : OHT-1 Delikli izotropik çekme testi numune a) ölçüleri b) sınır koşulları.

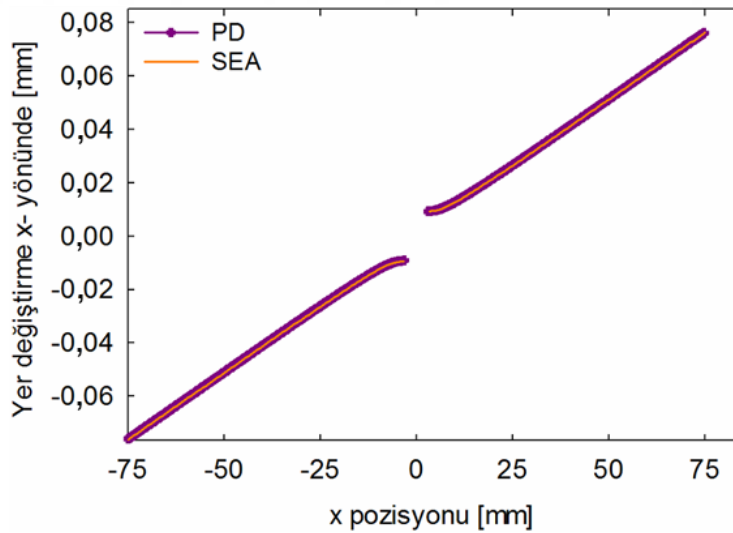
Çizelge 4.1 : OHT-1 Delikli izotropik çekme numune boyutları.

Uzunluk, L	[mm]	150
Genişlik, W	[mm]	36
Kalınlık, t	[mm]	2
Delik çapı, D	[mm]	6

Çizelge 4.2 : ASTM-A36 Malzeme özellikleri [49].

Yoğunluk, ρ	[kg/m ³]	7850
Elastik modülü, E	[MPa]	2×10^5
Kesme modülü, G	[MPa]	$7,9 \times 10^4$
Poisson oranı, ν	[-]	0,3

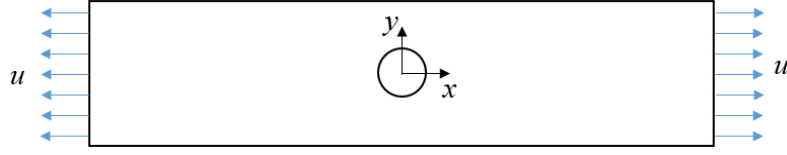
OHT-1 numunesi yer değiştirme sınır koşulu altında incelenmiştir. Kuvvet- yer değiştirme grafiğinin doğru elde edildiğini belirlemek için probleme ilk olarak Şekil 4.1b’de gösterildiği gibi x - yönünde $F = 14400$ N kuvvet uygulanmıştır. Numune PD teori ve SEA ile incelenmiştir. Uygulanan kuvvet altında elde edilen x - yönünde yer değiştirme grafiği Şekil 4.2’de verilmiştir. En yüksek yer değiştirmeler PD ve SEA ile $u = 0,076$ mm elde edilmiştir.



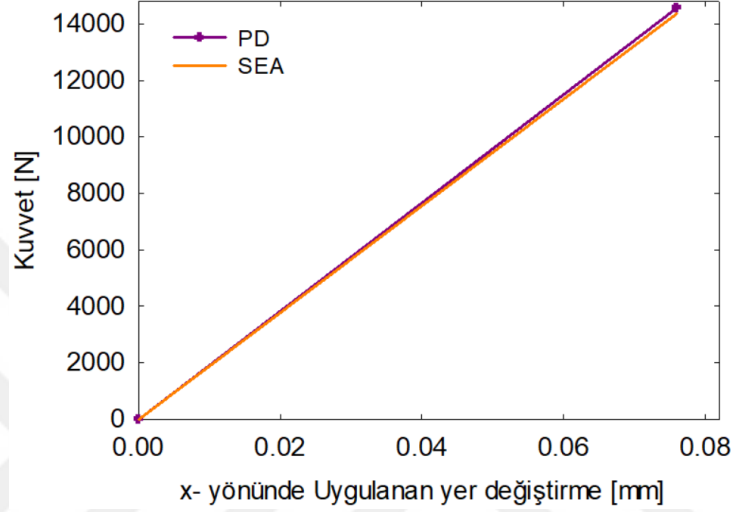
Şekil 4.2 : Kuvvet uygulandığında elde edilen x - yönünde yer değiştirme.

En yüksek x - yönünde yer değiştirme değeri $u = 0,076$ mm sınır koşulu olarak numuneye Şekil 4.3’te gösterildiği gibi iki yönlü uygulanmıştır. Yer değiştirme sınır koşulu altında PD kuvvet yoğunluğu sonuçları ile ilk durumda uygulanan kuvvet Şekil 4.4’te görüldüğü gibi elde edilmiştir. Elde edilen PD sonuç SEA sonucu ile

karşılaştırılmıştır. Kuvvet sonucu PD teori ile $F = 14563$ N ve SEA ile $F = 14359$ N elde edilmiştir ve aralarında %1,42'lik bir fark bulunmaktadır.



Şekil 4.3 : Numuneye uygulanan yer değiştirme sınır koşulu.



Şekil 4.4 : Yer değiştirme sınır koşulu altında Kuvvet- Yer değiştirme grafiği.

4.1.1 Kirsh çözümü ile analitik gerilme hesabı

PD teori ve SEA ile elde edilecek sonuçları karşılaştırmak için Kirsh çözümü ile yük uygulanan yönde normal gerilmeler hesaplanmıştır. Kirsh çözümü [40] Bölüm 2.2.1 'de detaylı olarak anlatılmıştır. Tek yönlü çekme yükü altında izotropik delikli plakalarda gerilmeleri hesaplamak için kullanılmaktadır. Bu çözümü kullanabilmek için

$$\begin{aligned} W > 4R, W = 36 \text{ mm}, R = 3 \text{ mm} \\ 36 > 12, \end{aligned} \quad (4.1)$$

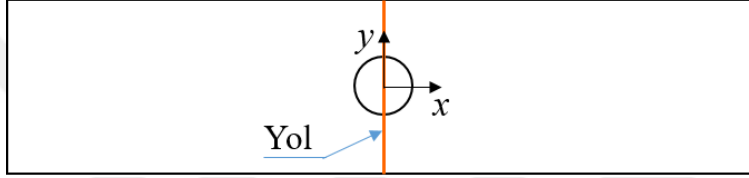
koşulu sağlandığı teyit edilmiştir.

En yüksek gerilme değerini hesaplamak için yükün uygulandığı x eksenine dik olan y ekseni boyunca $x=0$ ' da Şekil 4.5'te gösterilen yol üzerinde hesap yapılmıştır. Denklem (2.179)'da verilen çevresel gerilme ile hesap yapılmıştır. Çevresel gerilme

denkleminde öncelikle uygulanan yer değiştirmeyi elde ettiğimiz $F = 14400$ N kuvvetini uygulandığı kesit alanına bölerek

$$\sigma_{\infty} = \frac{F}{A_K} = \frac{14400}{36 \cdot 2} = 200 \text{ MPa}, \quad (4.2)$$

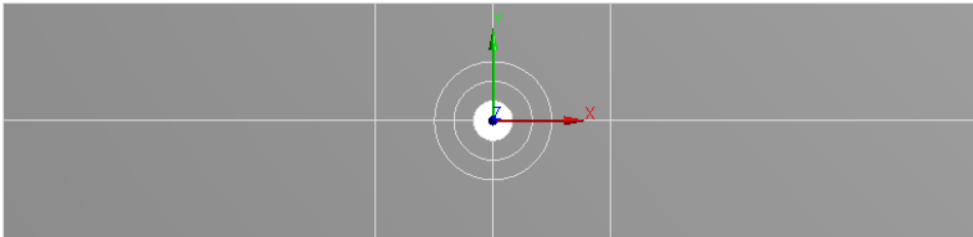
gerilmeye dönüştürülmüştür. Denklem (2.179)'da açığı $\theta = \pm 90^\circ$ ve yarıçapı $R = 3$ mm olarak yerine yazılmıştır. Değişken olan r , y eksenı boyunca 0,25 mm artırılarak hesap yapılmıştır. Elde edilen en yüksek gerilme $r = R = 3$ mm, Delik Kenarında (DK) $\sigma_{xx} = 600$ MPa. En yüksek gerilme uygulanan gerilmenin üç katı olarak elde edilmiştir ve GKF $K_t = \sigma_{xx} / \sigma_{\infty} = 3$ olarak elde edilmiştir.



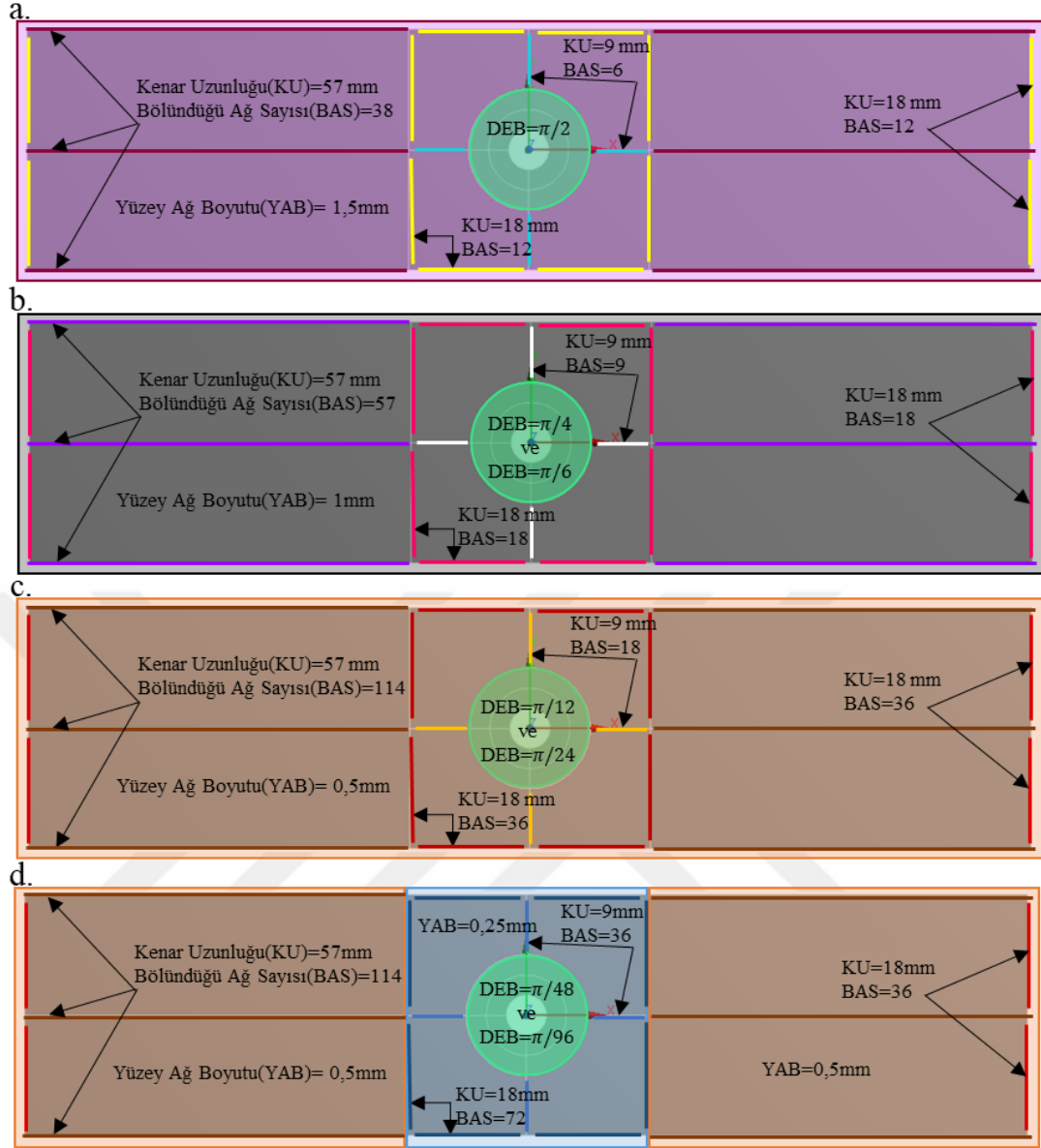
Şekil 4.5 : Numune üzerinde hesaplananın yapıldığı yol.

4.1.2 SEA modeli ve ağ iyileştirme çalışması

SEA modelinin oluşturulması Bölüm 2.4'te detaylı olarak anlatılmıştır. Uygulanan yer değiştirme sınır koşullu Şekil 4.3'te gösterildiği gibi kısa kenarlar boyunca x - yönünde uygulanmıştır. Düzgün ağ oluşturmak için Şekil 4.6'da görüldüğü gibi plaka simetri eksenlerinden alanlara ayrılmıştır, plaka merkezinde kare bir alan oluşturulmuştur ve delik çevresinde iki adet daire alanı oluşturulmuştur. Şekil 4.7'de numune ağ boyutları farklı Delik Eleman Boyutları (DEB) için gösterilmiştir. Ağ iyileştirme çalışması yeşil ile işaretlenen delik çevresindeki dairesel alanda yapılmıştır. Ağ yapısının düzgün dağılması için numune genel ağ boyutları Şekil 4.7'de görüldüğü üzere delik çevresi ağ boyutlarına göre farklı farklı boyutlandırılmıştır.



Şekil 4.6 : SEA düzgün ağ oluşturmak için plakanın ayrıldığı alanlar.

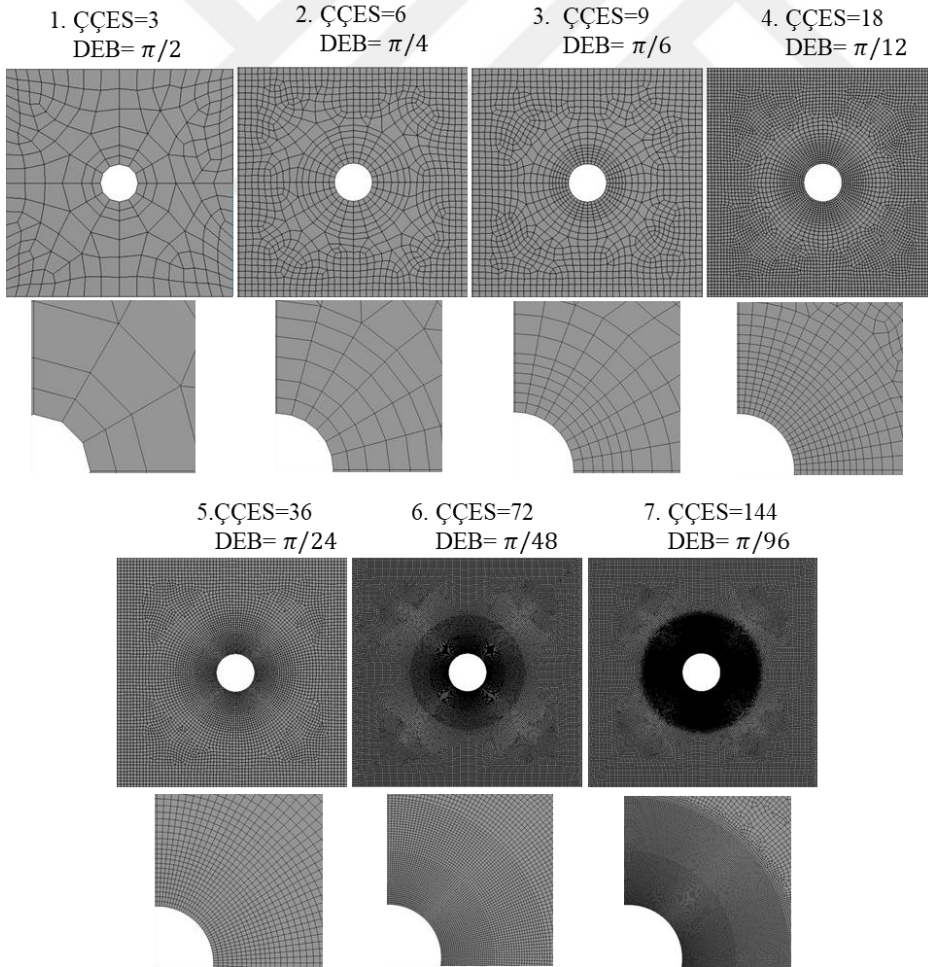
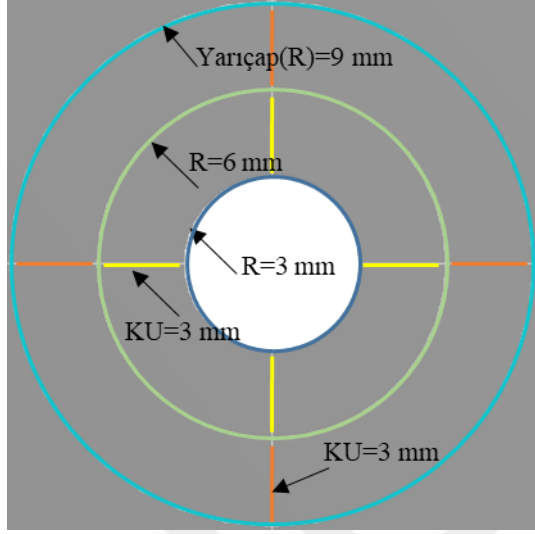


Şekil 4.7 : SEA modelinde ağ boyutları.

Ağ iyileştirme çalışmasında en yüksek x - yönünde normal gerilme için hesaplanan K , yedi ağ durumu için incelenmiştir. Ağ yapıları seyrekten yoğun ağ yapısına doğru boyutlandırılmıştır. Delik çevresi incelenen yedi ağ durumu için boyut detayları Çizelge 4.3'te gösterilmiştir. Çizelge 4.3'te şekil üzerinde delik ve onu çevreleyen kenarlar renklendirilmiştir ve kenar renkleri altında bir kenarın bölündüğü eleman sayısı verilmiştir. Boyutlandırma sonucu ağ görüntüleri Şekil 4.8'de verilmiştir. Şekil 4.8'de her ağ görüntüsü üzerinde kaçınıcı durum, delik Çeyrek Çember Eleman Sayısı (ÇÇES) ve DEB verilmiştir.

Çizelge 4.3 : Delik çevresi kenar uzunluklarının bölündüğü eleman sayısı.

Durum					
1	12	12	12	2	1
2	24	24	24	3	3
3	36	36	36	6	3
4	72	72	72	9	6
5	144	144	144	12	9
6	288	288	288	27	21
7	576	576	576	54	42



Şekil 4.8 : Ağ genel ve delik kenarı görüntüsü (ÇÇES: Çeyrek Çember Eleman Sayısı, DEB: Delik Eleman boyutu).

Yedi durumda elde edilen K_t delik ağ boyutuna göre Şekil 4.9'da verilen grafikte karşılaştırılmıştır. En yüksek x -yönünde normal gerilme delik kenarında ($y = R$) $x = 0$ 'da elde edilmiştir. Grafikte gözlemlendiği üzere ağ boyutu delik kenarında küçüldükçe K_t değerinde değişim azalmıştır. 4. Ağ durumundan itibaren K_t değerleri çok yakın elde edilmiştir. En yoğun olan 7. ağ durumunda elde edilen K_t değeri diğer ağ durumları ile Çizelge 4.4'te yüzde fark olarak karşılaştırılmıştır. Çizelge 4.4'te hesaplama süreleri ve bilgisayar hafızasında analizlerin kapladığı alan da ayrıca verilmiştir.

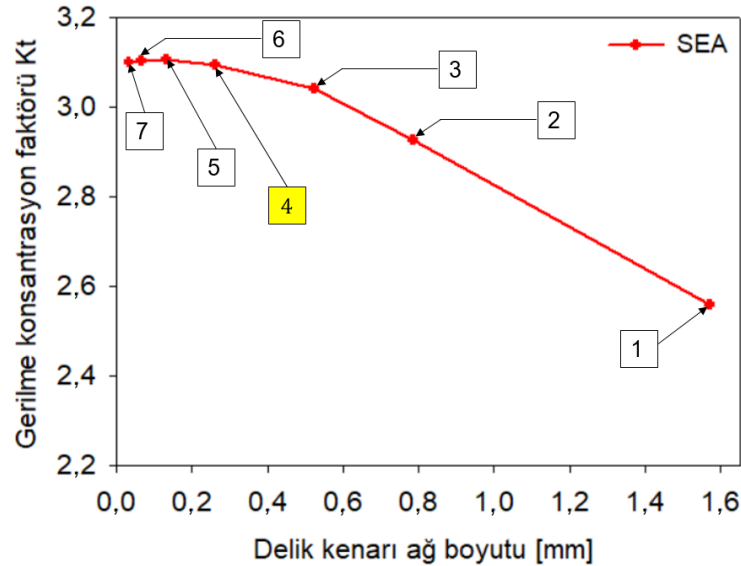
Çizelge 4.4 : Ağ iyileştirme sonuçlarının değerlendirilmesi.

Durum	ÇÇES ¹	Normal Gerilme σ_{xx} (DK ²) [MPa]	K_t	%Fark	Süre [s]	Hafıza [MB]
1	3	511,81	2,559	17,45	1	132
2	6	585,61	2,928	5,54	2	139
3	9	608,23	3,041	1,89	2	139
4	18	618,74	3,094	0,20	4	228
5	36	621,14	3,106	-0,19	5	270
6	72	620,86	3,104	-0,14	12	643
7	144	619,97	3,100		18	1217

Notlar:

1: ÇÇES: Çeyrek Çember Eleman Sayısı

2: Plaka merkezinde delik kenarında okunan değer.



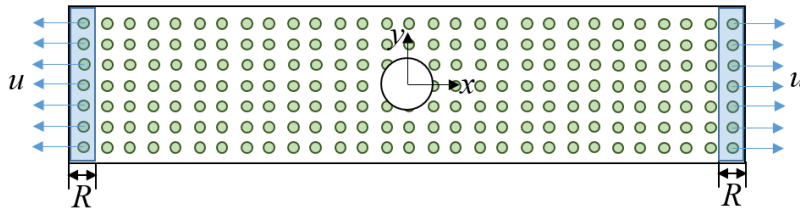
Şekil 4.9 : Ağ iyileştirme çalışması GKF- Delik kenarı ağ boyutu grafiği.

Çalışmanın genelinde Çizelge 4.4'de görüldüğü üzere çözümlerin elde edildiği süreler düşüktür, fakat çok yoğun ağ ile elde edilen çözüm seyrek durumun 18 katı sürede elde

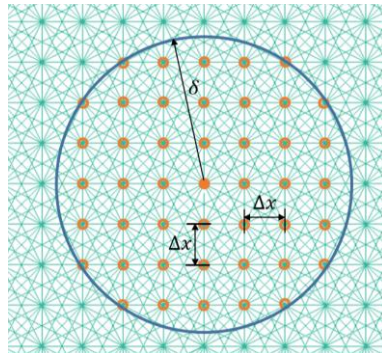
edildiği gözlemlenmiştir. Tüm ağ durumları incelendiğinde bilgisayar hafızasında en çok alanı kaplayan 7. ağ durumu 1217 MB olup diğerlerine göre oldukça yüksektir. Şekil 4.9'da görüldüğü üzere K_i değerinin değişimi 4. ağ durumundan itibaren oldukça azalmıştır. 4. Ağ durumu ile elde edilen K_i değeri en yoğun ağ durumu (7.) ile benzer elde edilmiştir. 4. Ağ durumunun çözüm süresi 4 saniye olarak ölçülmüştür ve yoğun olan 6. ve 7. ağ durumlarına göre oldukça kısa bulunmuştur. Ayrıca bilgisayar hafızasında kapladıkları alan karşılaştırıldığında 4. ağ durumu 6. ve 7. ağ durumlarına göre çok küçük olup 228 MB'dır. Bu sebeplerden kaynaklı çalışmanın devamı için 4. ağ durumu kullanılmıştır. Şekil 4.9

4.1.3 PD model ve malzeme noktaları arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçapı yakınsama çalışması

PD teori modelinde uygulanan yer değiştirme Şekil 4.10'da gösterilen mavi ile işaretlenmiş R bölgesindeki malzeme noktalarına uygulanmaktadır. PD modelde ağ yakınsama çalışması analitik sonuçlar ile yapılmıştır. Yakınsama çalışması Şekil 4.11'de gösterilen malzeme noktaları arasındaki mesafe, Δx ve komşuluk yarıçapı, δ boyutu için yapılmıştır. İlk olarak komşuluk yarıçapı sabit tutularak malzeme noktaları arasındaki mesafe belirlenmiştir. Belirlenen malzeme noktaları arasındaki mesafe daha sonra farklı komşuluk yarıçapları ile incelenmiştir.



Şekil 4.10 : PD modelde sınır koşulları.



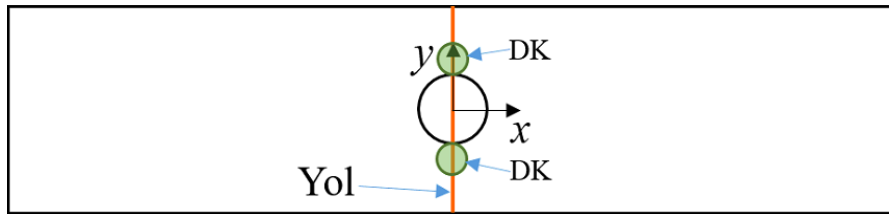
Şekil 4.11 : Malzeme noktaları arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçapı.

Malzeme noktaları arasındaki mesafe belirlenirken plaka uzunluğu, uzunluğun n katına bölünmektedir. Böylelikle Δx ,

$$\Delta x = \frac{L}{n \cdot L} = \frac{1}{n} \quad (4.3)$$

olarak elde edilmektedir. Üç farklı n değeri ile çözüm elde edilmiştir. Bu n değerlerinden seyrek olan 7, orta olan 8 ve yoğun olan 9 alınmıştır. Çözümlerde komşuluk yarıçapı δ değeri, Oterkus vd. [50] çalışmasında önerdiği $3,015\Delta x$ değerinde sabit tutulmuştur.

Üç durumda elde edilen normal gerilme, σ_{xx} değerlerinin analitik sonuca göre DK, $\sigma_{xx}^{DK} = 600$ MPa ve Delikten Mesafeli (DM), $\sigma_{xx}^{DM} = 200$ MPa yüzde fark olarak Çizelge 4.5'te değerlendirilmiştir. σ_{xx} değerleri Şekil 4.12'de gösterilen $x = 0$ 'da ve y eksenini boyunca yol üzerinde hesaplanmıştır. Sonuçlar Şekil 4.13'te grafiksel olarak değerlendirilmiştir. Sonuçlar orta ($n = 8$) ve yoğun ($n = 9$) durumda delik kenarında birbirlerine yakın ve analitik sonuç ile oldukça uyumlu çıkmıştır, böylelikle iki ağ boyutu kullanılabilir bulunmuştur. Orta ve yoğun ağ çözüm süreleri arasında yaklaşık 4 saatlik bir zaman farkı bulunmaktadır, bu sebeple hesaplama zamanından kazanmak için çalışmanın devamında seçilen ağ boyutu $n = 8$, $\Delta x = 0,125$ mm olan orta ağ boyutu olmuştur.

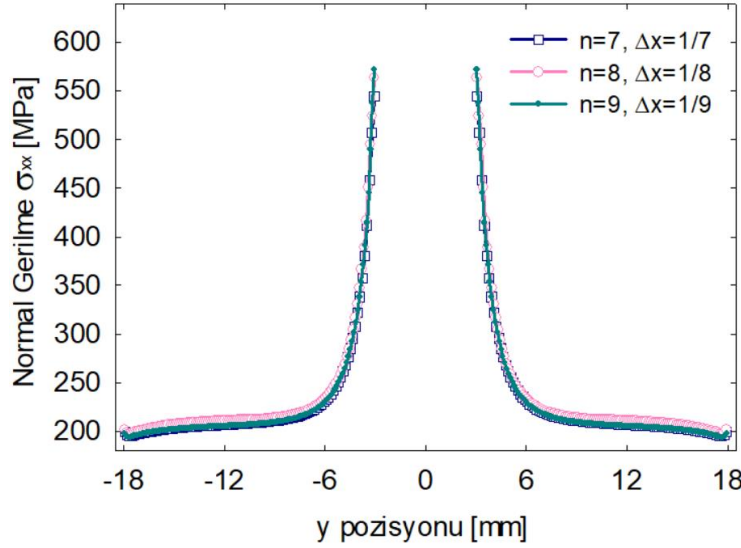


Şekil 4.12 : Gerilme dağılımının hesaplandığı yol.

Çizelge 4.5 : Δx yakınsama sonuçlarının değerlendirilmesi.

n	Δx	Normal Gerilme σ_{xx} (DK ¹) [MPa]	%Fark	Normal Gerilme σ_{xx} (DM ²) [MPa]	%Fark
7	0,143	544,48	9,25	197,36	1,32
8	0,125	563,72	6,05	200,08	-0,04
9	0,111	572,42	4,60	196,43	1,79

Notlar:
1: Plaka merkezinde delik kenarında okunan değer.
2: Plaka merkezinde delikten mesafeli okunan değer.



Şekil 4.13 : Δx yakınsama çalışması Normal gerilme σ_{xx} - y pozisyonu grafiği.

Komşuluk yarıçapı yakınsama çalışması, sabitlenen malzeme noktaları arasındaki mesafe $\Delta x = 0,125$ mm için yapılmıştır. Komşuluk yarıçapı, $\delta = m\Delta x$ formülü ile elde edilmektedir, burada Δx sabit olduğu için m katsayısının değerleri incelenmiştir. Literatürde farklı problemler için m katsayısı yakınsama çalışmalarında önerilen değerler 3 ve 4 değerleri arasındadır [18], [50-54]. Silling ve Askari [18] çalışmasında m katsayısının çok büyük olması aşırı dalga dağılımına sebep olduğunu belirtmiştir, bu durum PD formülasyonunda tutarsız sonuçlar elde edilmesine sebep olmaktadır. Radel [55] ise çalışmasında çok küçük m katsayısının malzeme davranışının doğru yansıtamayacağını belirtmiştir.

Bu çalışmada yakınsama çalışması geniş bir aralıkta gerçekleştirilmiştir ve m katsayısı, 1,5 ile 6 değerleri arasındaki 10 adet farklı değer için incelenmiştir. İncelenen 10 değer ile elde edilen normal gerilme, σ_{xx} değerlerinin analitik sonuca göre DK, $\sigma_{xx}^{DK} = 600$ MPa ve DM, $\sigma_{xx}^{DM} = 200$ MPa yüzde farkları Çizelge 4.6'da değerlendirilmiştir. σ_{xx} değerleri Şekil 4.12'de $x=0$ 'da ve y eksenini boyunca gösterilen yol üzerinde hesaplanmıştır. Sonuçlar 3 ve 4 arasındaki m katsayıları için grafiksel olarak Şekil 4.14'te değerlendirilmiştir. Çizelge 4.6'da görüldüğü gibi DM sonuçlar $m=1,5$ haricinde birbirlerine oldukça yakın ve uygulanan yüke göre yüzde farkları düşük elde edilmiştir. DK sonuçları $m=3,25$ ve $m=3,5$ için birbirlerine çok yakın ve analitik sonuç ile oldukça uyumlu görülmüştür. En düşük yüzde farklar $m=3,5$ için elde edilmiştir bu sebeple çalışmanın devamı için seçilmiştir.

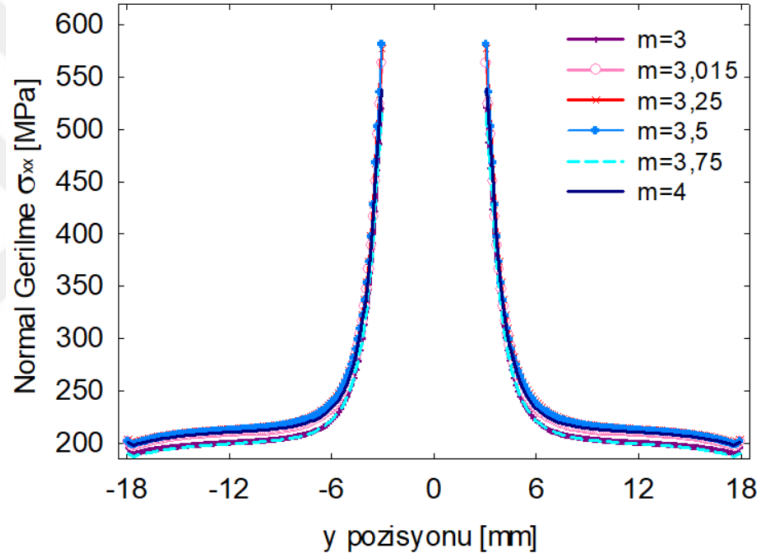
Çizelge 4.6 : δ yakınsama sonuçlarının değerlendirilmesi.

m	δ	Normal Gerilme σ_{xx} (DK ¹) [MPa]	%Fark	Normal Gerilme σ_{xx} (DM ²) [MPa]	%Fark
1,5	0,188	675,42	-12,57	229,39	-14,70
2	0,250	571,32	4,78	200,79	-0,40
3	0,375	519,93	13,35	191,38	4,31
3,015	0,377	563,72	6,05	199,49	0,26
3,25	0,406	577,14	3,81	201,78	-0,89
3,5	0,438	581,38	3,10	200,86	-0,43
3,75	0,469	515,19	14,14	188,89	5,56
4	0,500	538,20	10,30	199,97	0,02
5	0,625	517,05	13,83	197,85	1,08
6	0,750	486,54	18,91	196,29	1,86

Notlar:

1: Plaka merkezinde delik kenarında okunan değer.

2: Plaka merkezinde delikten mesafeli okunan değer.



Şekil 4.14 : δ yakınsama çalışması Normal gerilme σ_{xx} - y pozisyonu grafiği.

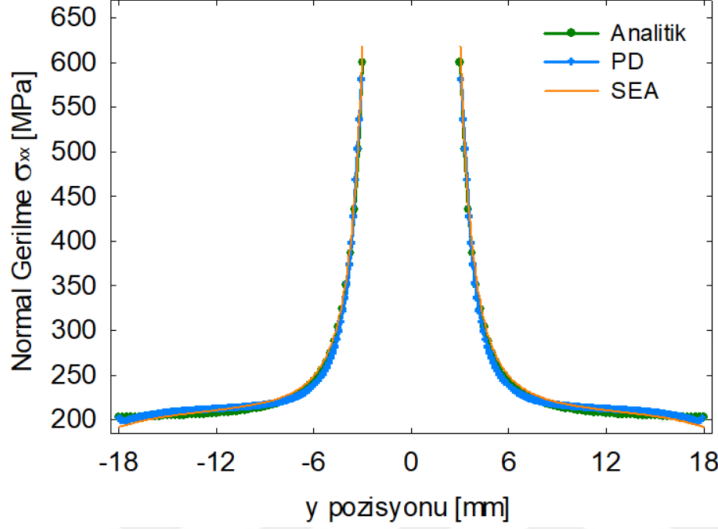
4.1.4 PD teori sonuçlarının analitik ve SEA sonuçları ile karşılaştırılması

Malzeme noktaları arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçap boyutları belirlendikten sonra PD teori ile x -yönünde normal gerilme, gerinim ve yer değiştirme hesabı yapılmıştır. Elde edilen bu sonuçlar SEA sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmadan önce PD ve SEA teori sonuçları, Bölüm 4.1.1 'de analitik olarak Şekil 4.12'de $x=0$ 'da ve y eksenini boyunca gösterilen yol üzerinde karşılaştırılmıştır. Hesaplanan σ_{xx} (DK, $\sigma_{xx}^{DK} = 600$ MPa ve DM, $\sigma_{xx}^{DM} = 200$ MPa) değerleri ile Çizelge 4.7'de yüzde fark ve Şekil 4.15'te grafiksel olarak karşılaştırılmıştır.

Çizelge 4.7 : PD teori ve SEA sonuçlarının analitik sonuçlar ile karşılaştırılması.

	Normal Gerilme (DK ¹) [MPa]	%Fark	Normal Gerilme(DM ²) [MPa]	%Fark
SEA	618,74	-3,03	196,78	1,61
PD	581,38	3,10	200,86	-0,43

Notlar:
 1: Plaka merkezinde delik kenarında okunan değer.
 2: Plaka merkezinde delikten mesafeli okunan değer.



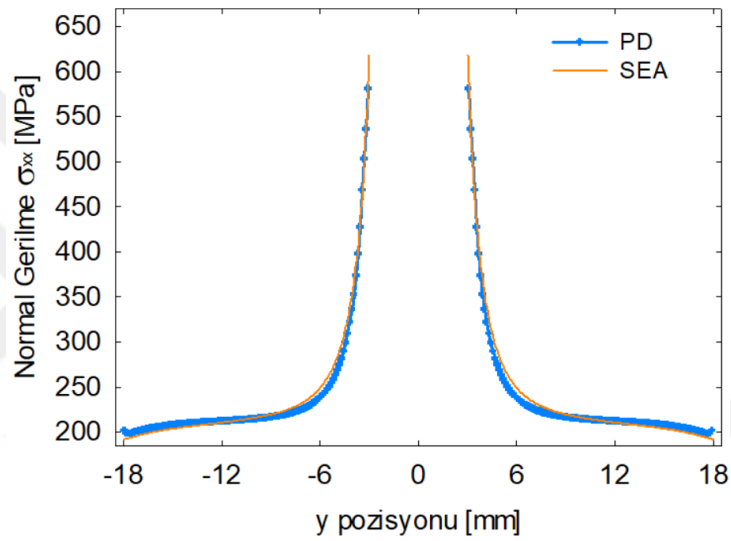
Şekil 4.15 : PD teori, SEA ve Analitik Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.

Çizelge 4.7’de gözlemlendiği üzere PD teori ve SEA kullanarak hesaplanan DK σ_{xx} değeri ile analitik sonuç arasında yüzde fark birbirlerine çok yakın ve oldukça düşük elde edilmiştir. PD teori ile analitik DK gerilme arasındaki yüzde fark SEA göre daha düşük elde edilmiştir. Şekil 4.15’te normal gerilme dağılımlarının örtüştüğü gözlemlenmiştir. DK analitik sonucun aynı eğri üstünde SEA ve PD teori sonucunun arasında oluştuğu görülmektedir. PD teori ile elde edilen gerilmenin hesabı detaylı olarak Bölüm 3.4’te anlatılmıştır. PD gerilme hesabı bir yaklaşımda bulunularak elde edilen gerilim ve elastik modülün çarpılması ile elde edilmektedir. Bu yaklaşım sebebi ile PD teori ile SEA arasında fark oluşabilir. DK uzaklaşıp plaka serbest kenarlarına yaklaşınca SEA sonucunda analitik ve PD teoride gözlemlenmeyen bir düşüş gözlemlenmektedir. Bu düşüşün sebebi SEA ile numune modellendiğinde, plakanın hareketinin engellenmesi için $x=0$ ’da (plaka merkezinde) $y=18$ mm ve $y=-18$ mm’de iki adet düğüm noktasının x - yönünde sabitlenmesi olabilir.

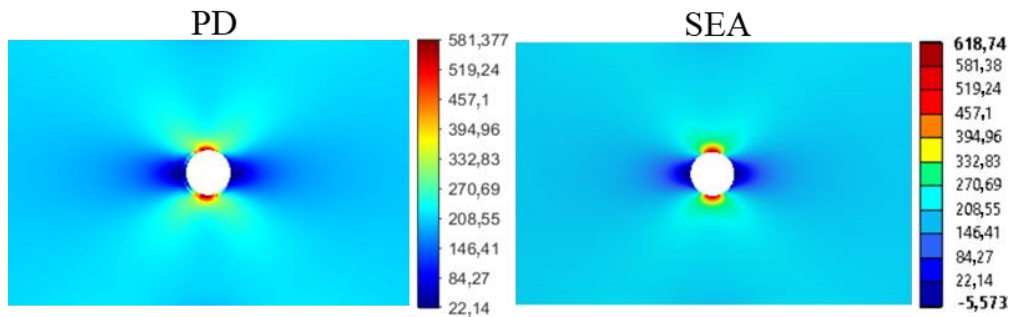
PD teori ile elde edilen x - yönünde normal gerilme ve gerilim ve y - yönünde yer değiştirme SEA sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Değerlerin dağılımını grafiksel olarak

karşılaştırmak için Şekil 4.12’de gösterilen $x = 0$ ’da ve y eksenı boyunca yol üzerinde hesaplanmıştır. En yüksek x -yönünde normal gerilme ve gerinim DK ve y -yönünde yer değiştirme serbest kenarda elde edilmiştir. PD teori ve SEA sonuçları en yüksek değerleri arasındaki yüzde fark Çizelge 4.8’de değerlendirilmiştir. Tüm sonuçları grafiksel ve kontur olarak karşılaştırılmıştır.

Yukarıda analitik sonuçla karşılaştırılan PD teori ve SEA normal gerilme sonuçları Şekil 4.16’da analitik çözüm olmadan grafiksel olarak karşılaştırılmıştır. Şekil 4.17’de σ_{xx} dağılımları kontur olarak karşılaştırılmıştır. Görüldüğü üzere gerilme dağılımları aynı sınırlamalar altında benzer elde edilmiştir.



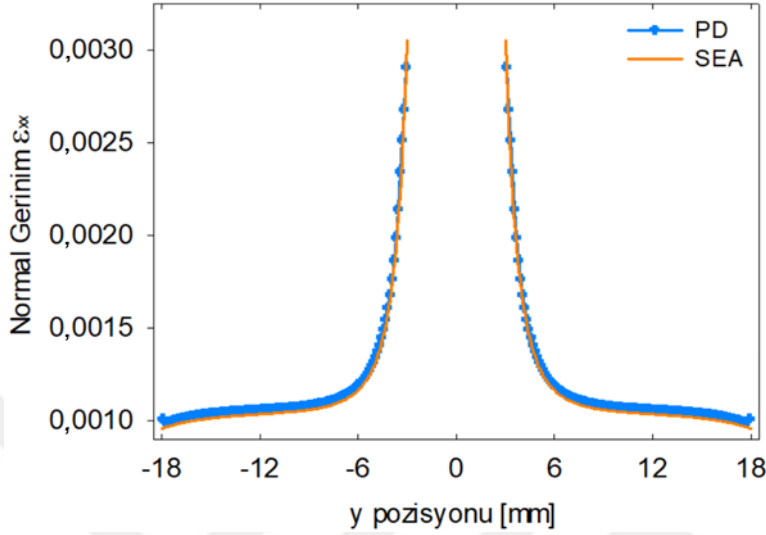
Şekil 4.16 : PD teori ve SEA Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.



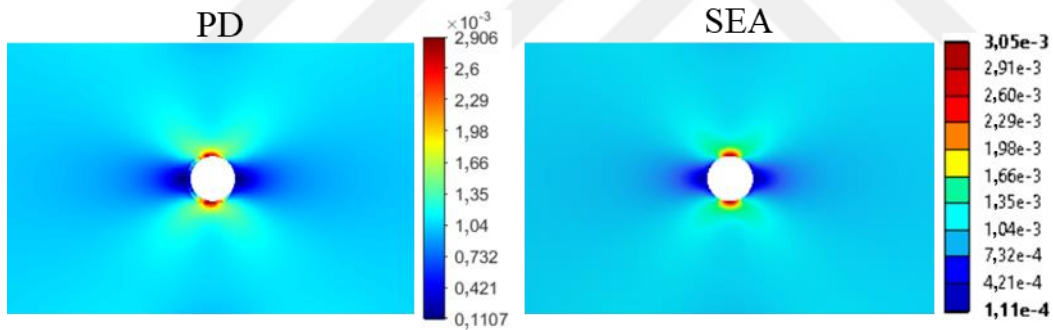
Şekil 4.17 : PD teori ve SEA Normal gerilme σ_{xx} konturları [MPa].

PD teori normal gerinim, ϵ_{xx} sonuçları grafiksel olarak Şekil 4.18’de SEA ile karşılaştırılmıştır. En yüksek ϵ_{xx} değerleri DK’da oluşmuştur ve serbest kenara doğru azalmıştır. SEA ile elde edilen en yüksek değer PD teoriden fazladır ve yüzde fark Çizelge 4.8’de gösterilmiştir. PD teori ile gerinim hesabı Bölüm 3.4’te verildiği gibi

hesaplanmaktadır. Bir yaklaşım olan PD teori gerinim hesaplama yöntemi SEA değerleri ile arasında fark olmasına sebep olabilir. Şekil 4.19'da ϵ_{xx} dağılımları kontur olarak karşılaştırılmıştır. Görüldüğü üzere gerinim dağılımları aynı sınırlamalar altında benzer elde edilmiştir.



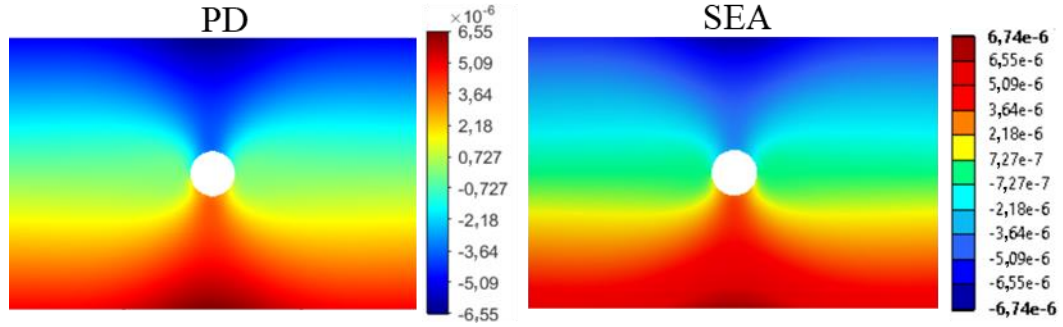
Şekil 4.18 : PD teori ve SEA Normal gerinim ϵ_{xx} – y pozisyonu grafiği.



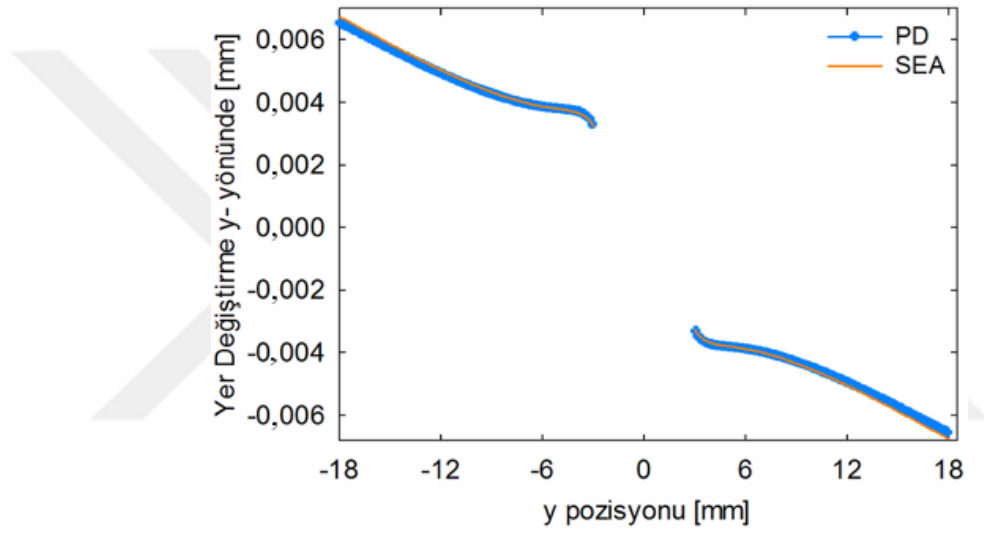
Şekil 4.19 : PD teori ve SEA Normal gerinim ϵ_{xx} konturları.

PD teori ile elde edilen y – yönündeki yer değiştirme sonuçları grafiksel olarak Şekil 4.21'de SEA ile karşılaştırılmıştır. En yüksek yer değiştirme değerleri serbest kenarlarda oluşmuştur ve merkeze doğru azalmıştır. SEA ile elde edilen en yüksek değer PD teoriden fazladır ve yüzde farkı Çizelge 4.8'de gösterilmiştir. PD teori hesabında serbest yüzeylerin varlığı sebebiyle malzeme noktalarını tam çember ile çevrelemek mümkün olmamaktadır, bu durumdan dolayı bağ sabitleri için bir düzeltme yapılması gerekmektedir. Bu düzeltme faktörlerinin hesabı Bölüm 2.1.4 detaylı olarak anlatılmıştır. Hesaplama sayısal olarak yapılmaktadır ve PD teori ile SEA sonuçları arasında fark oluşmasına sebebiyet verebilir. Şekil 4.20'de y – yönünde

yer değiştirme dağılımları kontur olarak karşılaştırılmıştır. Görüldüğü üzere y- yönünde yer değiştirme dağılımları aynı sınırlamalar altında benzer elde edilmiştir.



şekil 4.20 : PD teori ve SEA y- yönünde Yer değiştirme konturları [m].



şekil 4.21 : PD teori ve SEA Yer değiştirme y-yönünde – y pozisyonu grafiği.

Çizelge 4.8 : PD teori ve SEA ile elde edilen en yüksek değerler arasındaki %Fark.

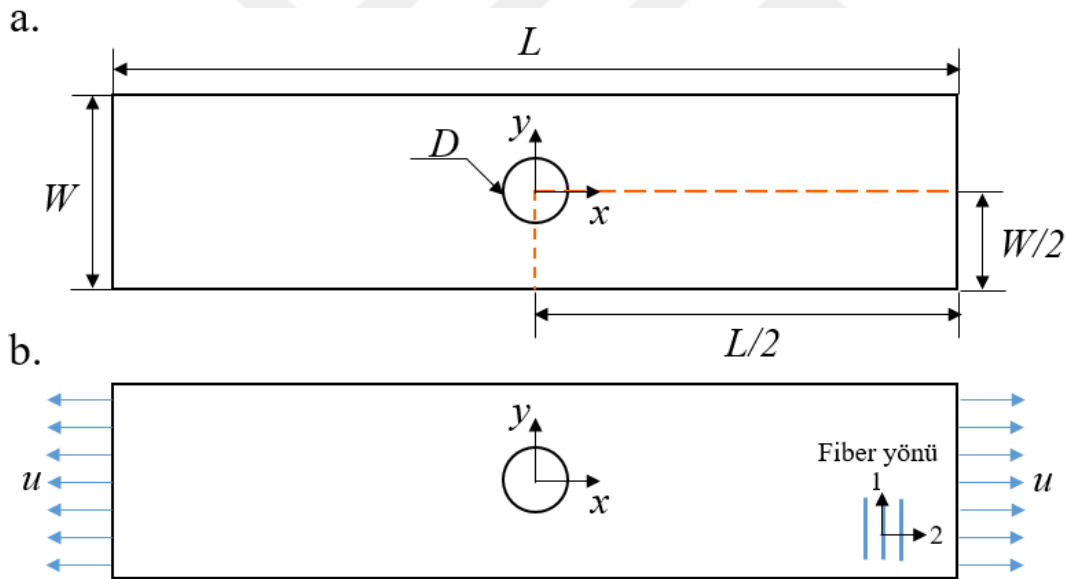
En yüksek değerler	PD	SEA	Birim	%Fark
Normal Gerilme σ_{xx}	581,38	618,74	[MPa]	6,04
Normal Gerinim ϵ_{xx}	$2,91 \cdot 10^{-3}$	$3,05 \cdot 10^{-3}$	[-]	4,59
y – yönünde yer değiştirme	$6,55 \cdot 10^{-3}$	$6,74 \cdot 10^{-3}$	[mm]	2,82

Çizelge 4.8’de görüldüğü üzere en yüksek değerler aralarındaki yüzde fark en düşük y- yönünde yer değiştirmeler, normal gerinimler (ϵ_{xx}) ve en fazla normal gerilmeler (σ_{xx}) arasında elde edilmiştir. Elde edilen yüzde farklar değer olarak düşük çıkmıştır ve sonuçlar birbirleriyle uyumlu bulunmuştur.

4.2 Tek Yönlü Fiber Açısına Sahip Delikli Çekme Test Numunesi

Bu bölümde Han vd. [4] tarafından deneysel olarak incelemiş olan tek yönlü 90° fiber dizilimine sahip kompozit delikli çekme test numunesi (OHT-2), PD teori ile hasarlı ve hasarsız şekilde modellenmiştir. Hasarlı PD teori sonuçlarının doğrulama çalışması deneysel çalışma ile yapılmıştır. Kompozit plakanın hasarsız PD teori çözümünün doğrulaması analitik ve SEA ile yapılmıştır. SEA modeli için delik çevresi ağ boyutu iyileştirme çalışması yapılmıştır. PD model için malzeme noktaları arasındaki mesafe ve delta yaklaşım çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

OHT-2 numunesi boyutları ve malzeme özellikleri Han vd. [4] makalesinden alınmıştır. Numune Şekil 4.22a'da gösterilmiştir ve ölçüleri Çizelge 4.9'da verilmiştir. Kullanılan malzeme karbon/epoksi tek yönlü T300/QY8911, 90° fiber açısına sahip ve 12 katmandan oluşmaktadır. Lamina malzeme özellikleri Çizelge 4.100'da verilmiştir.



Şekil 4.22 : OHT-2 Delikli kompozit çekme testi numune a) ölçüleri b) sınır koşulları.

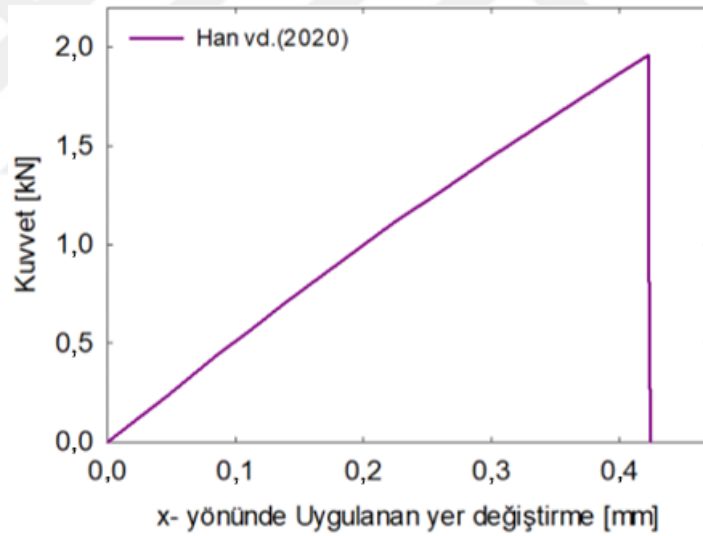
Çizelge 4.9 : OHT-2 Delikli $[90]_{12}$ çekme numune boyutları [4].

Uzunluk, L	[mm]	150
Genişlik, W	[mm]	25
Kalınlık, t	[mm]	3
Delik çapı, D	[mm]	4

Çizelge 4.10 : T300/QY8911 Lamina malzeme özellikleri [4].

Fiber yönü elastik modülü, E_1	[MPa]	135×10^3
Matris yönü elastik modülü, E_2	[MPa]	$8,8 \times 10^3$
Düzlemsel kayma modülü, G_{12}	[MPa]	$4,47 \times 10^3$
Düzlemsel Poisson oranı, ν_{12}	[-]	0,33

OHT-2 numunesinin sınır koşullarının tanımlanması için Şekil 4.23'te verilen deneysel sonuçlar [4] kullanılmıştır. Şekil 4.23'te verilen deneysel (Han vd.(2020)) kuvvet- yer değiştirme grafiğinde plakanın hasara uğradığı yer değiştirme değeri yaklaşık 0,42 mm ve kuvvet 1958 N olarak belirlenmiştir. Hasarlı durumda PD teori modeli Şekil 4.22b'de gösterildiği gibi çift yönlü $u = 0,42/2 = 0,21$ mm yer değiştirme sınır koşulu uygulanarak deney ile karşılaştırılmıştır. Hasarsız durumda PD teori, SEA ve analitik çözümü $F = 1958$ N kuvvet sınır koşulu uygulanarak elde edilmiştir.



Şekil 4.23 : OHT-2 Deneysel Kuvvet- Yer değiştirme grafiği [4].

İlk olarak hasarsız durum için çözümler elde edilmiştir. Öncelikle delik kenarı analitik gerilme hesaplanmıştır. Çalışmanın devamında SEA için ağ ve PD teori malzeme noktaları arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçapı için iyileştirme çalışmaları yapılmıştır.

4.2.1 Lekhnitskii denklemi ile analitik gerilme hesabı

PD teori ve SEA ile elde edilecek sonuçları karşılaştırmak için Lekhnitskii denklemi ile yük uygulanan yönde normal gerilmeler hesaplanmıştır. Lekhnitskii denklemi [41]

Bölüm 2.2.2 'de detaylı olarak anlatılmıştır. Bu çözüm sonsuz genişlik ($W/D \geq 6$) varsayımı [43] yapılabilen delikli plakalar için geçerlidir. Koşulun sağlandığı

$$\begin{aligned} W/D &\geq 6, W = 25 \text{ mm}, D = 4 \text{ mm} \\ 6,25 &> 6, \end{aligned} \quad (4.3)$$

ile teyit edilmiştir.

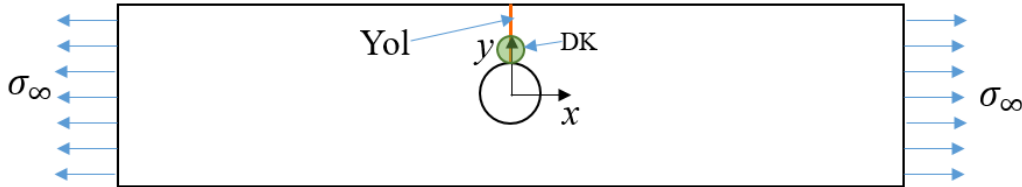
Lekhnitskii denklemi [41] ile gerilme dağılımı yükün uygulandığı x eksenine dik olan y ekseni boyunca $x = 0$ ' da Şekil 4.24'te gösterilen yol üzerinde hesaplanmıştır. Bu denklemde uygulanan gerilme deliğin olduğu kesit alanında hesaplanmıştır. Uygulanan gerilme σ_∞ bulmak için $F = 1958 \text{ N}$ kuvvet, delikli plaka kesit alanına bölünerek

$$\sigma_\infty = \frac{F}{A_K - D_K} = \frac{1958}{(25 \cdot 3) - (4 \cdot 3)} = \frac{1958}{63} = 31,08 \text{ MPa}, \quad (4.4)$$

gerilmeye dönüştürülmüştür. Denklem (2.181)'de $\sigma_\infty = 31,08 \text{ MPa}$, yarıçap $R = 2 \text{ mm}$, y koordinatı $0,05 \text{ mm}$ artırılarak ve n Denklem (2.182)'de gösterildiği gibi Çizelge 4.100'da verilen malzeme özellikleri ile

$$n = \sqrt{2 \left(\frac{8,8}{135} - 2 \cdot 0,022 \right) + \frac{8,8}{4,47}} = 1,42 \quad (4.5)$$

olarak hesaplanmış ve yerine yazılmıştır. Elde edilen en yüksek gerilme $y = R = 2 \text{ mm}$, DK $\sigma_{xx} = 75,18 \text{ MPa}$. En yüksek gerilme uygulanan gerilmenin Denklem (2.183)'te verildiği gibi $n+1$ katı olarak $K_t^\infty = \sigma_{xx} / \sigma_\infty = 2,42$ elde edilmiştir.



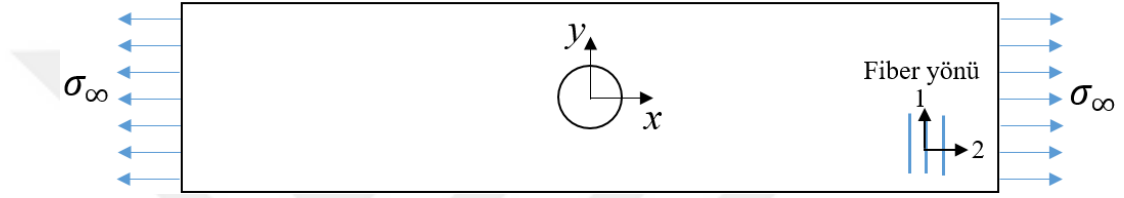
Şekil 4.24 : Numune üzerinde hesaplanan yol, en yüksek gerilmenin elde edildiği DK ve sınır koşulu.

Numuneye uygulanan $F = 1958 \text{ N}$ kuvvetini uygulandığı kesit alanına bölerek DM gerilme elde edilmiştir,

$$\sigma_{\infty}^{DM} = \frac{F}{A_K} = \frac{1958}{25 \cdot 3} = 26,11 \text{ MPa.} \quad (4.6)$$

4.2.2 SEA modeli ve ağ iyileştirme çalışması

SEA modelinin oluşturulması Bölüm 2.4'te detaylı olarak anlatılmıştır. Denklem (4.6)'da uygulanan kuvvetten hesaplanan gerilme sınır koşulu, Şekil 4.25'te gösterildiği gibi kısa kenarlar boyunca x -yönünde uygulanmıştır. Düzgün ağ oluşturmak için Şekil 4.26'da görüldüğü gibi plaka simetri eksenlerinden alanlara ayrılmıştır, plaka merkezinde kare bir alan ve delik çevresinde iki adet daire alanı oluşturulmuştur.



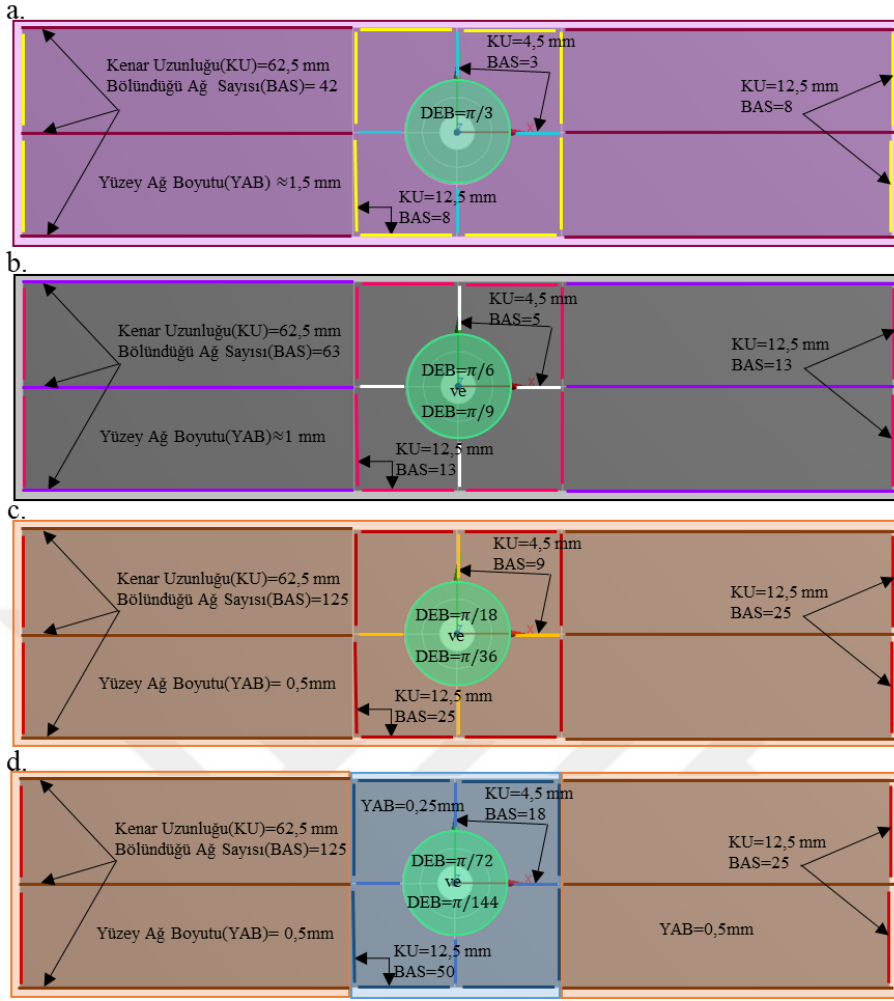
Şekil 4.25 : Uygulanan sınır koşulu.



Şekil 4.26 : SEA düzgün ağ oluşturmak için plakanın ayrıldığı alanlar.

Şekil 4.27'de numune ağ boyutları farklı DEB için gösterilmiştir. Ağ iyileştirme çalışması yeşil ile işaretlenen delik çevresindeki dairesel alanda yapılmıştır. Ağ yapısının düzgün dağılması için numune genel ağ boyutları Şekil 4.27'de görüldüğü üzere delik çevresi ağ boyutlarına göre farklı şekillerde boyutlandırılmıştır.

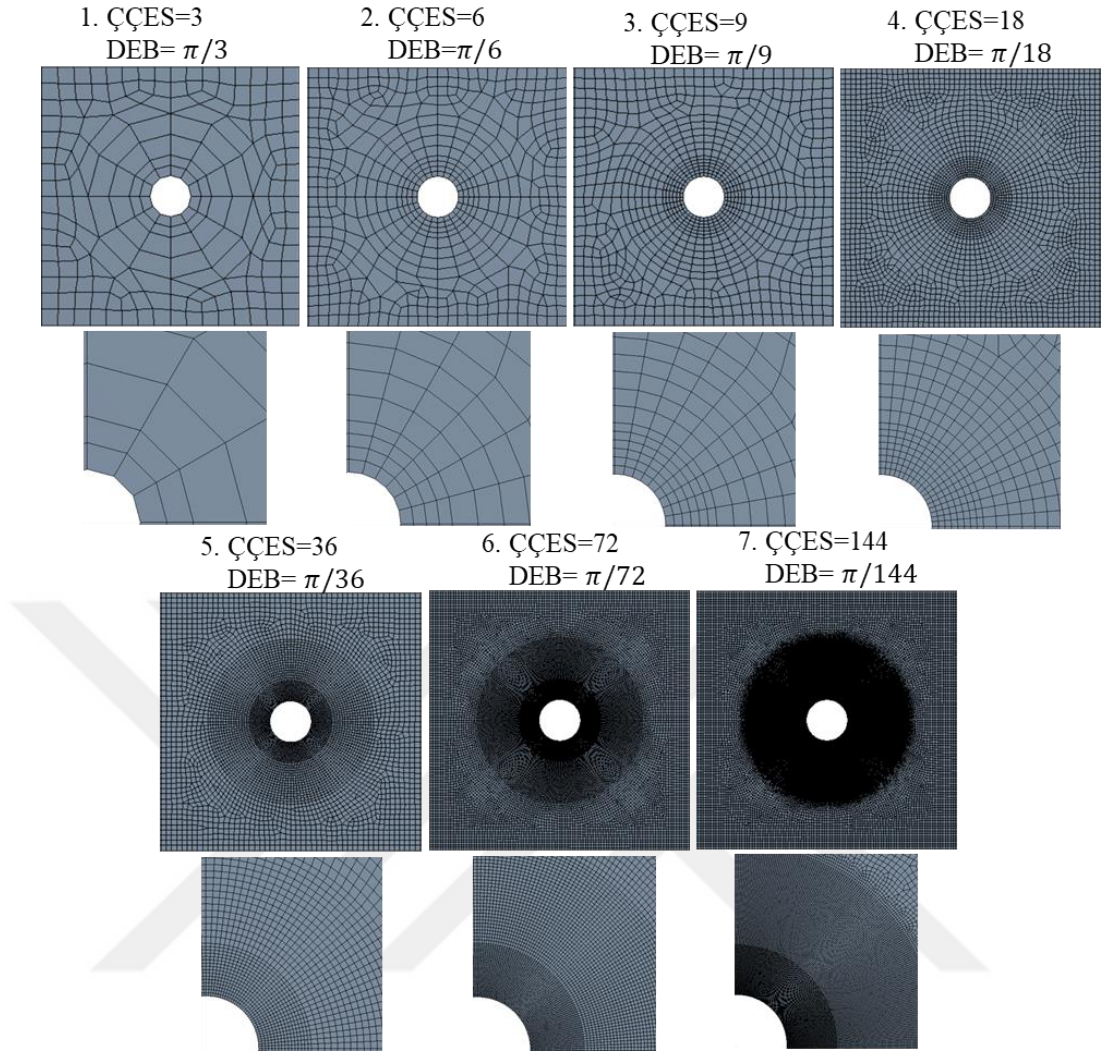
Ağ iyileştirme çalışmasında en yüksek x -yönünde normal gerilme için hesaplanan K_i yedi ağ durumu için incelenmiştir. Ağ yapıları seyrekten yoğun ağ yapısına doğru boyutlandırılmıştır. Delik çevresi incelen yedi ağ durumu için boyut detayları Çizelge 4.11'de gösterilmiştir. Çizelge 4.11'de şekil üzerinde delik ve onu çevreleyen kenarlar renklendirilmiştir ve kenar renkleri altında bir kenarın bölündüğü eleman sayısı verilmiştir. Boyutlandırma sonucu ağ görüntüleri Şekil 4.28'de verilmiştir. Şekil 4.28'de her ağ görüntüsü üzerinde kaçınca durum, delik ÇÇES ve DEB verilmiştir.



Şekil 4.27 : SEA modelinde ağ boyutları.

Çizelge 4.11 : Delik çevresi kenar uzunluklarının bölündüğü eleman sayısı.

Durum	Blue	Green	Cyan	Yellow	Orange
1	12	12	12	2	2
2	24	24	24	4	4
3	36	36	36	6	6
4	72	72	72	8	8
5	144	144	144	16	16
6	288	288	288	32	32
7	576	576	576	64	64



Şekil 4.28 : Ağ genel ve delik kenarı görüntüsü (ÇÇES: Çeyrek Çember Eleman Sayısı, DEB: Delik Eleman boyutu).

Yedi durumda elde edilen K_t değerleri delik ağ boyutuna göre Şekil 4.29'da verilen grafikte karşılaştırılmıştır. En yüksek x -yönünde normal gerilme delik kenarında ($y = R$) $x = 0$ 'da elde edilmiştir. Grafikte gözlemlendiği üzere ağ boyutu delik kenarında küçüldükçe K_t değerindeki değişim azalmıştır. 5. Ağ durumundan itibaren K_t değerleri çok yakın elde edilmiştir. En yoğun olan 7. ağ durumunda elde edilen K_t diğer ağ durumları ile Çizelge 4.12'de yüzde fark olarak karşılaştırılmıştır. Çizelge 4.12'de hesaplama süreleri ve bilgisayar hafızasında analizlerin kapladığı alan da ayrıca verilmiştir.

Çizelge 4.12'de görüldüğü üzere çözümlerin elde edildiği süreler ağın yoğunlaşmasıyla çok artmaktadır. En yoğun ağ (7) ile elde edilen çözüm en seyrek durumun(1) 69,32 katı sürede elde edildiği gözlemlenmiştir. 5. Ağ durumuna

kadar tüm çözümler bilgisayar hafızasında 1 GB'dan (1024 MB) daha az yer kaplamaktadır. 7. ağ durumunu 1. ağ durumundan yaklaşık 37 kat daha fazla yer kaplamaktadır. Şekil 4.29'da görüldüğü üzere grafik 5. ağ durumundan itibaren x-eksenine paralel şekilde ilerlemiştir çünkü K_t değerleri birbirlerine yakın elde edilmiştir. 5. Ağ durumu ile elde edilen K_t değeri en yoğun ağ durumu (7.) ile benzer elde edilmiştir. 5. Ağ durumunun çözüm süresi 13,67 dakika olarak ölçülmüştür ve yoğun olan 6. ve 7. ağ durumlarına göre oldukça kısa bulunmuştur, ayrıca bilgisayar hafızasında kapladığı alan ise daha yoğun durumlara göre düşüktür. Bu sebeplerden kaynaklı çalışmanın devamı için 5. ağ durumu kullanılmıştır.

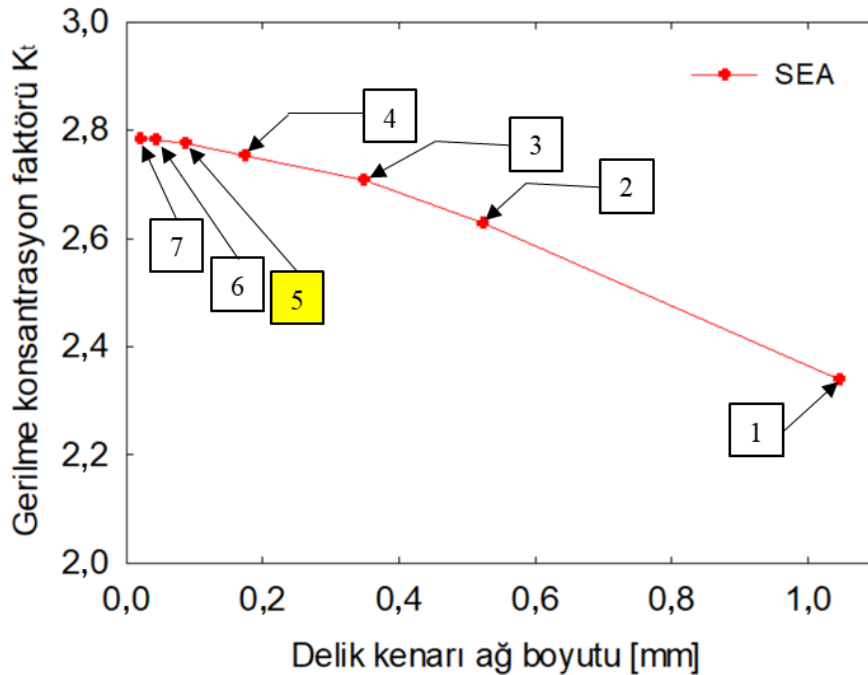
Çizelge 4.12 : Ağ iyileştirme sonuçlarının değerlendirilmesi.

Durum	ÇÇES ¹	Normal Gerilme σ_{xx} (DK ²) [MPa]	K_t	%Fark	Süre [dk]	Hafıza [MB]
1	3	61,07	2,339	15,97	1,20	124
2	6	68,63	2,629	5,57	2,82	215
3	9	70,71	2,708	2,71	2,95	269
4	18	71,88	2,753	1,10	8,82	924
5	36	72,48	2,776	0,28	13,67	943
6	72	72,65	2,783	0,04	38,77	2817
7	144	72,68	2,784		83,18	4542

Notlar:

1: ÇÇES: Çeyrek Çember Eleman Sayısı

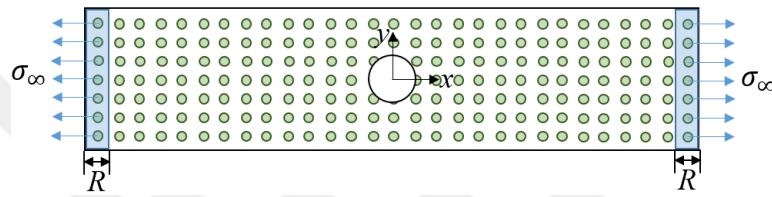
2: Plaka merkezinde delik kenarında okunan değer.



Şekil 4.29 : Ağ iyileştirme çalışması GKF– Delik kenarı ağ boyutu grafiği.

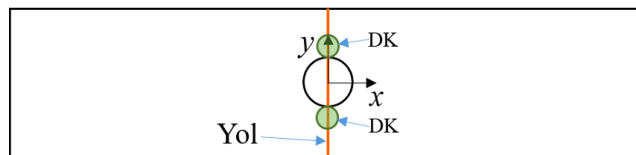
4.2.3 PD model ve malzeme noktaları arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçapı yakınsama çalışması

PD teori modelde uygulanan $\sigma_{\infty} = 26,11 \text{ MPa}$ Şekil 4.30'da gösterilen mavi ile işaretlenmiş R bölgesindeki malzeme noktalarına uygulanmaktadır. PD modelde ağ yakınsama çalışması analitik sonuçlar ile yapılmıştır. Yakınsama çalışması Şekil 4.11'de gösterilen malzeme noktaları arasındaki mesafe, Δx ve komşuluk yarıçapı, δ boyutu için yapılmıştır. İlk olarak komşuluk yarıçapı sabit tutularak malzeme noktaları arasındaki mesafe belirlenmiştir. Belirlenen malzeme noktaları arasındaki mesafe daha sonra farklı komşuluk yarıçapları ile incelenmiştir.



Şekil 4.30 : PD modelde sınır koşulları.

Malzeme noktaları arasındaki mesafe, Δx belirlenirken plaka uzunluğu, uzunluğun n katına bölünmektedir. Üç farklı n değeri ile çözüm elde edilmiştir. Bu n değerlerinden seyrek olan 6, orta olan 7 ve yoğun olan 8 alınmıştır. Çözümlerde komşuluk yarıçapı δ değeri, Oterkus vd. [50] çalışmasında önerdiği $3,015\Delta x$ değerinde sabit tutulmuştur. Üç durumda elde edilen normal gerilme, σ_{xx} değerlerinin analitik sonuca göre DK, $\sigma_{xx}^{DK} = 75,18 \text{ MPa}$ ve DM, $\sigma_{xx}^{DM} = 26,11 \text{ MPa}$ yüzde fark olarak Çizelge 4.13'te değerlendirilmiştir. σ_{xx} değerleri Şekil 4.31'de gösterilen $x = 0$ 'da ve y eksenı boyunca yol üzerinde hesaplanmıştır. Sonuçlar Şekil 4.32'de grafiksel olarak değerlendirilmiştir. Sonuçlar seyrek ($n = 6$) ve yoğun ($n = 8$) durumda delik kenarında birbirlerine yakın ve analitik sonuç ile oldukça uyumlu çıkmıştır, böylelikle n çift değer olduğunda daha iyi sonuç elde edildiği gözlemlenmiştir. Çalışmanın devamında fark oranı en düşük olduğu için seçilen ağ boyutu $n = 8$, $\Delta x = 0,125 \text{ mm}$ olan yoğun ağ boyutu olmuştur.



Şekil 4.31 : Gerilme dağılımının hesaplandığı yol.

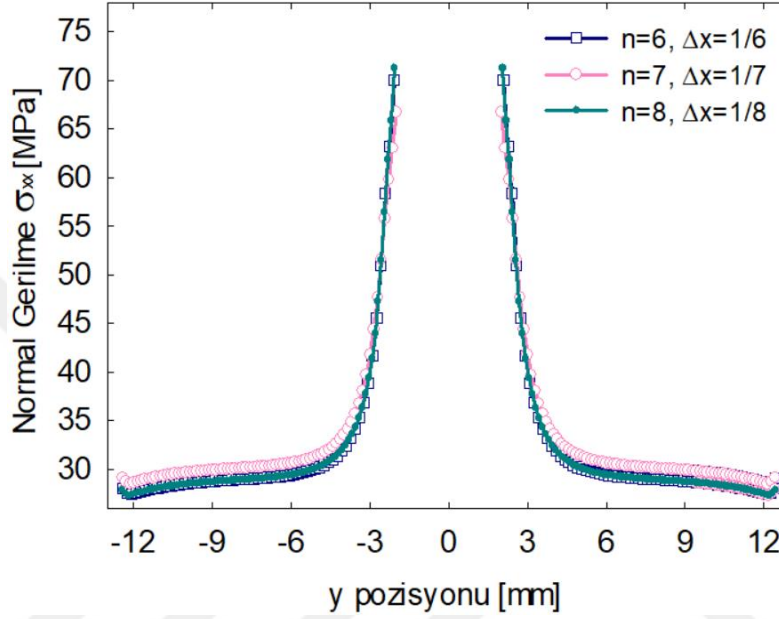
Çizelge 4.13 : Δx yakınsama sonuçlarının değerlendirilmesi.

n	Δx	Normal Gerilme σ_{xx} (DK ¹) [MPa]	%Fark	Normal Gerilme σ_{xx} (DM ²) [MPa]	%Fark
6	0,167	70,08	6,78	27,58	-5,65
7	0,143	66,76	11,19	28,75	-10,11
8	0,125	71,24	5,23	27,49	-5,29

Notlar:

1: Plaka merkezinde delik kenarında okunan değer.

2: Plaka merkezinde delikten mesafeli okunan değer.



Şekil 4.32 : Δx yakınsama çalışması Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.

Komşuluk yarıçapı yakınsama çalışması, sabitlenen malzeme noktaları arasındaki mesafe $\Delta x = 0,125$ mm için yapılmıştır. Komşuluk yarıçapı, $\delta = m\Delta x$ formülü ile elde edilmektedir, burada Δx sabit olduğu için m katsayısının değerleri incelenmiştir. Literatürde farklı problemler için m katsayısı yakınsama çalışmalarında önerilen değerler 3 ve 4 değerleri arasındadır [18] , [50-54]. Bu sebeple bu çalışmada m katsayısı 3 ile 4 değerleri arasında 6 adet değer için incelenmiştir. İncelenen 6 değer ile elde edilen normal gerilme, σ_{xx} değerlerinin analitik sonuca göre DK, $\sigma_{xx}^{DK} = 75,18$ MPa ve DM, $\sigma_{xx}^{DM} = 26,11$ MPa yüzde farkları Çizelge 4.14'te değerlendirilmiştir. σ_{xx} değerleri Şekil 4.31'de $x=0$ 'da ve y eksenini boyunca gösterilen yol üzerinde hesaplanmıştır. Sonuçlar m katsayıları için grafiksel olarak Şekil 4.33'te değerlendirilmiştir.

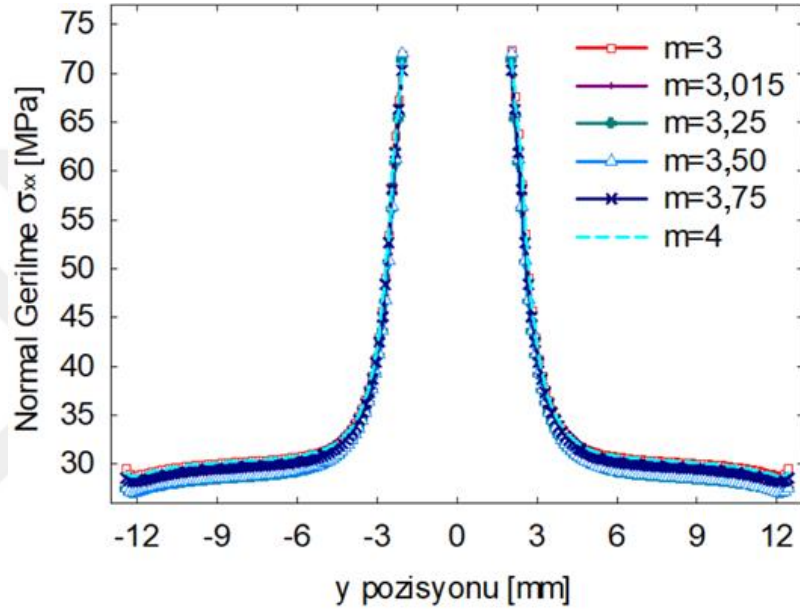
Çizelge 4.14 : δ yakınsama sonuçlarının değerlendirilmesi.

m	δ	Normal Gerilme σ_{xx} (DK ¹) [MPa]	%Fark	Normal Gerilme σ_{xx} (DM ²) [MPa]	%Fark
3	0,375	71,84	4,44	28,80	-10,30
3,015	0,377	71,24	5,24	27,49	-5,29
3,25	0,406	71,26	5,21	27,18	-4,10
3,5	0,438	72,02	4,20	27,21	-4,21
3,75	0,469	70,30	6,49	28,25	-8,20
4	0,500	71,22	5,26	28,87	-10,57

Notlar:

1: Plaka merkezinde delik kenarında okunan değer.

2: Plaka merkezinde delikten mesafeli okunan değer.



Şekil 4.33 : δ yakınsama çalışması Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.

DM sonuçları $m = 3$ ve $m = 4$ haricinde birbirlerine oldukça yakın ve uygulanan yüke göre yüzde farkları %10'un altında elde edilmiştir. DK sonuçları $m = 3,015$, $m = 3,25$ ve $m = 3,5$ için birbirlerine çok yakın ve analitik sonuç ile oldukça uyumlu görülmüştür. Bölüm 4.1.3 belirtildiği üzere komşuluk yarıçapının doğru belirlenmesi malzeme davranışı açısından önemlidir [55]. En düşük yüzde farklar $m = 3,5$ için elde edilmiştir bu sebeple çalışmanın devamı için seçilmiştir.

4.2.4 PD teori sonuçlarının analitik ve SEA sonuçları ile karşılaştırılması

Malzeme noktaları arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçap boyutları belirlendikten sonra PD teori ile x -yönünde normal gerilme, gerinim ve yer değiştirme hesabı yapılmıştır. Elde edilen bu sonuçlar SEA sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Bu karşılaştırmadan önce PD ve SEA teori sonuçları, Bölüm 4.2.1 'de analitik olarak Şekil 4.24'te $x = 0$ 'da ve y eksenini boyunca gösterilen yol üzerinde karşılaştırılmıştır. Hesaplanan DK, $\sigma_{xx}^{DK} = 75,18$ MPa , Lekhnitskii denklemi [41] ile Denklem (4.4)'de DM, $\sigma_{xx}^{LDM} = 31,08$ MPa ve uygulanan gerilme $\sigma_{xx}^{DM} = 26,11$ MPa değerleri ile Çizelge 4.15'te yüzde fark ve Şekil 4.34'te grafiksel olarak karşılaştırılmıştır.

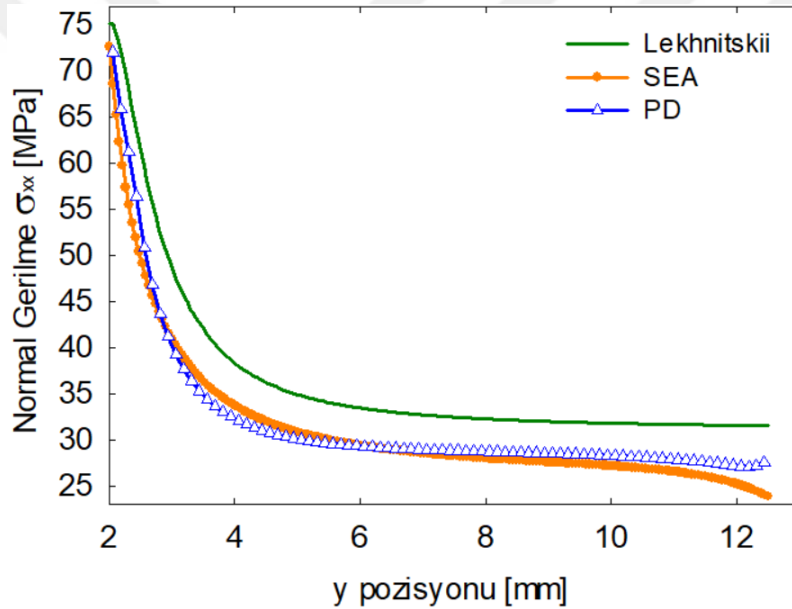
Çizelge 4.15 : PD teori ve SEA sonuçlarının analitik sonuçlar ile karşılaştırılması.

	Normal Gerilme (DK ¹) [MPa]	%Fark	Normal Gerilme (DM ²) [MPa]	%Fark (Lekhnitskii)	%Fark (Uygulana)
SEA	72,48	3,59	25,33	18,50	2,99
PD	72,02	4,19	27,21	12,45	-4,21

Notlar:

1: Plaka merkezinde delik kenarında okunan değer.

2: Plaka merkezinde delikten mesafeli okunan değer.

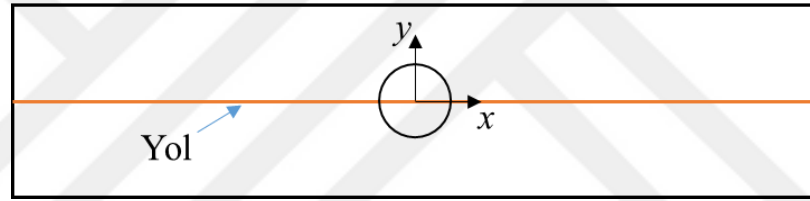


Şekil 4.34 : PD teori, SEA ve Analitik Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.

Çizelge 4.15'te gözlemlendiği üzere SEA kullanılarak hesaplanan DK değeri ile analitik sonuç arasında yüzde fark, PD teori ile hesaplandan daha düşük elde edilmiştir. PD teori ile analitik DK gerilme arasındaki yüzde fark SEA fazla olsa da düşük ve kabul edilebilir elde edilmiştir. DM gerilme sonuçları, Lekhnitskii denklemi [41] ile Denklem (4.4)'de verilen deliğin olduğu kısımdaki kesit alanı ile hesaplandığından dolayı yüzde fark yüksek çıkmıştır. DM gerilme sonuçları, Denklem (4.6)'da kuvvetin uygulandığı kesit alanındaki gerilmeye göre hesaplandığında ise yüzde farklar iki yöntem için daha düşük elde edilmiştir. Şekil 4.34'te PD teori ve

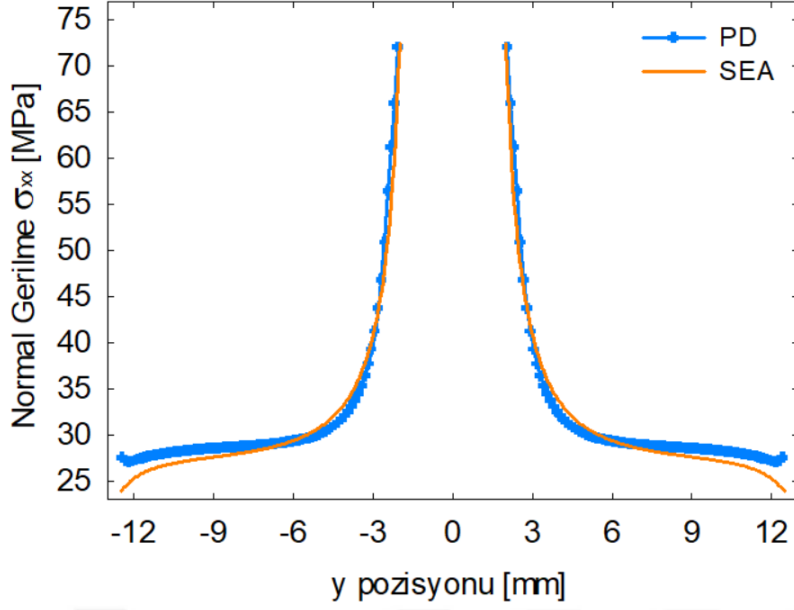
SEA normal gerilme dağılımlarının genel olarak örtüştüğü, fakat analitik dağılımın ise üst kısımda kaldığı gözlemlenmiştir. DK analitik sonucun SEA ve PD teori sonucundan yüksek olduğu görülmektedir.

PD teori ile elde edilen x -yönünde normal gerilme, gerinim ve yer değiştirme SEA sonuçları ile karşılaştırılmıştır. x -yönünde normal gerilme, gerinim ve y -yönünde yer değiştirme değerlerinin dağılımını grafiksel olarak karşılaştırmak için Şekil 4.31'de $x=0$ 'da ve y eksenini boyunca gösterilen yol üzerinde hesaplanmıştır. x -yönünde yer değiştirme Şekil 4.35'te $y=0$ 'da x eksenini boyunca gösterilen yol üzerinde hesaplanmıştır. En yüksek x -yönünde normal gerilme ve gerinim DK, y -yönünde yer değiştirme serbest kenarda ve x -yönünde yer değiştirme sınır koşulunun uygulandığı kenarda elde edilmiştir. PD teori ve SEA sonuçlarında elde edilen en yüksek değerler arasındaki yüzde fark Çizelge 4.16'da değerlendirilmiştir. Ayrıca tüm sonuçlar grafiksel ve kontur olarak karşılaştırılmıştır.

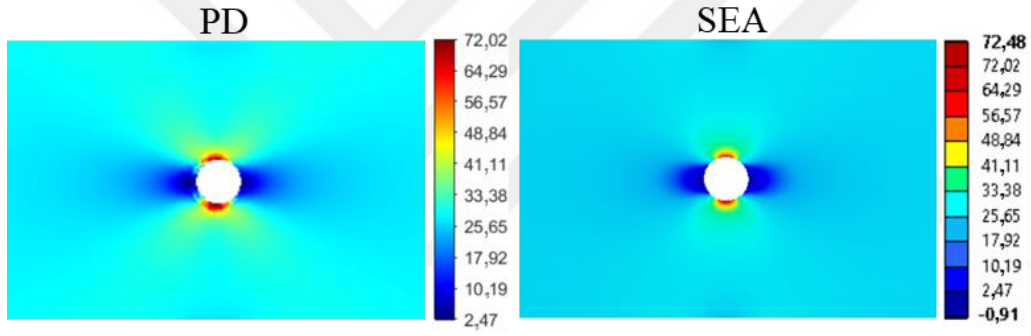


Şekil 4.35 : x -yönünde yer değiştirme dağılımının hesaplandığı yol.

Yukarıda analitik sonuçla karşılaştırılan PD teori ve SEA normal gerilme sonuçları Şekil 4.36'da analitik çözüm olmadan grafiksel olarak karşılaştırılmıştır. Plaka serbest kenarına yaklaştıkça eğrilerde bir miktar sapma gözlemlenmiştir. PD teori ile delik kesit alanında DM serbest kenarlarda elde edilen gerilmenin, uygulanan gerilmeden farklı olduğu gözlemlenmiştir. Bunun sebebi, Bölüm 3.4'te detaylı olarak anlatılan PD gerilmenin yaklaşık olarak hesaplama şeklinden kaynaklanıyor olabilir. Ayrıca aynı noktada SEA ile elde edilen gerilmenin, uygulanan gerilmeden düşük olmasının sebebi, numune modellendiğinde plakanın hareketinin engellenmesi için $x=0$ 'da (plaka merkezinde) $y=12,5$ mm ve $y=-12,5$ mm 'de iki adet düğüm noktasının x -yönünde sabitlenmesi olabilir. Şekil 4.37'de σ_{xx} dağılımları kontur olarak karşılaştırılmıştır. Görüldüğü üzere gerilme dağılımları aynı sınırlamalar altında benzer elde edilmiştir.

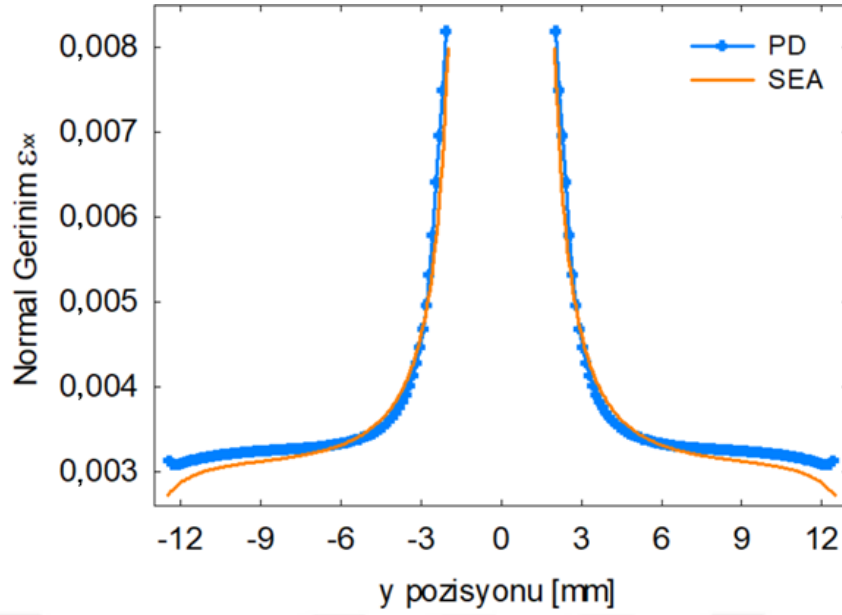


Şekil 4.36 : PD teori ve SEA Normal gerilme σ_{xx} – y pozisyonu grafiği.

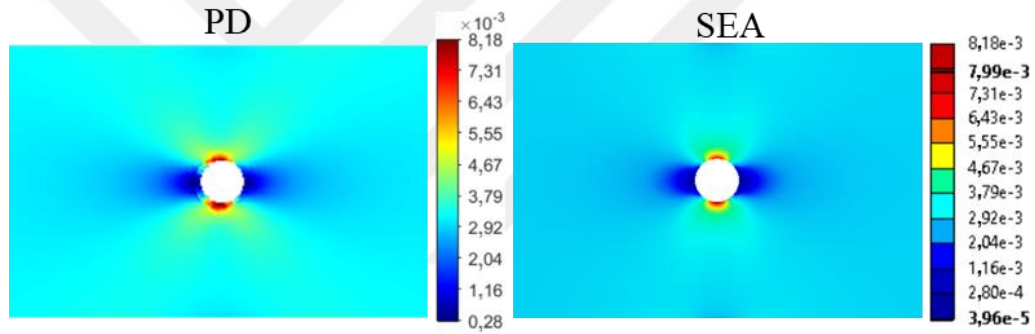


Şekil 4.37 : PD teori ve SEA Normal gerilme σ_{xx} konturları [MPa].

PD teori ile elde edilen normal gerinim, ε_{xx} sonuçları grafiksel olarak Şekil 4.38’de SEA ile karşılaştırılmıştır. En yüksek ε_{xx} değerleri DK oluşmuştur ve serbest kenara doğru azalmıştır. PD teori ile elde edilen en yüksek değer SEA’den fazladır ve yüzde farkı Çizelge 4.16’da gösterilmiştir. PD teori ile gerinim hesabı Bölüm 3.4’te verildiği gibi hesaplanmaktadır. Bir yaklaşım olan PD teori gerinim hesaplama yöntemi SEA değerleri ile arasında fark olmasına sebep olabilir. Ayrıca normal gerilme sonucu ile benzer şekilde plaka serbest kenarına yaklaştıkça eğrilerde bir miktar sapma gözlemlenmiştir. Bu duruma SEA ile numuneyi sabitlemek için uygulanan yer değiştirme sınır koşulları da sebep olabilir. Şekil 4.39’da ε_{xx} dağılımları kontur olarak karşılaştırılmıştır. Görüldüğü üzere gerinim dağılımları aynı sınırlamalar altında benzer elde edilmiştir.

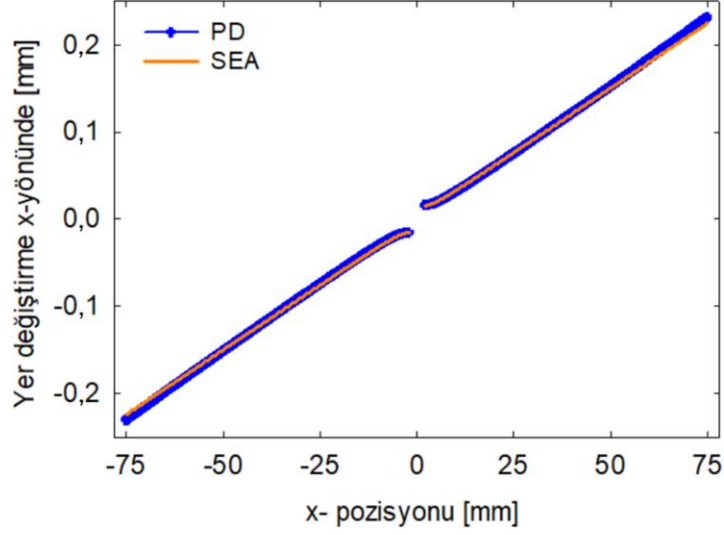


Şekil 4.38 : PD teori ve SEA Normal gerinim ϵ_{xx} – y pozisyonu grafiği.

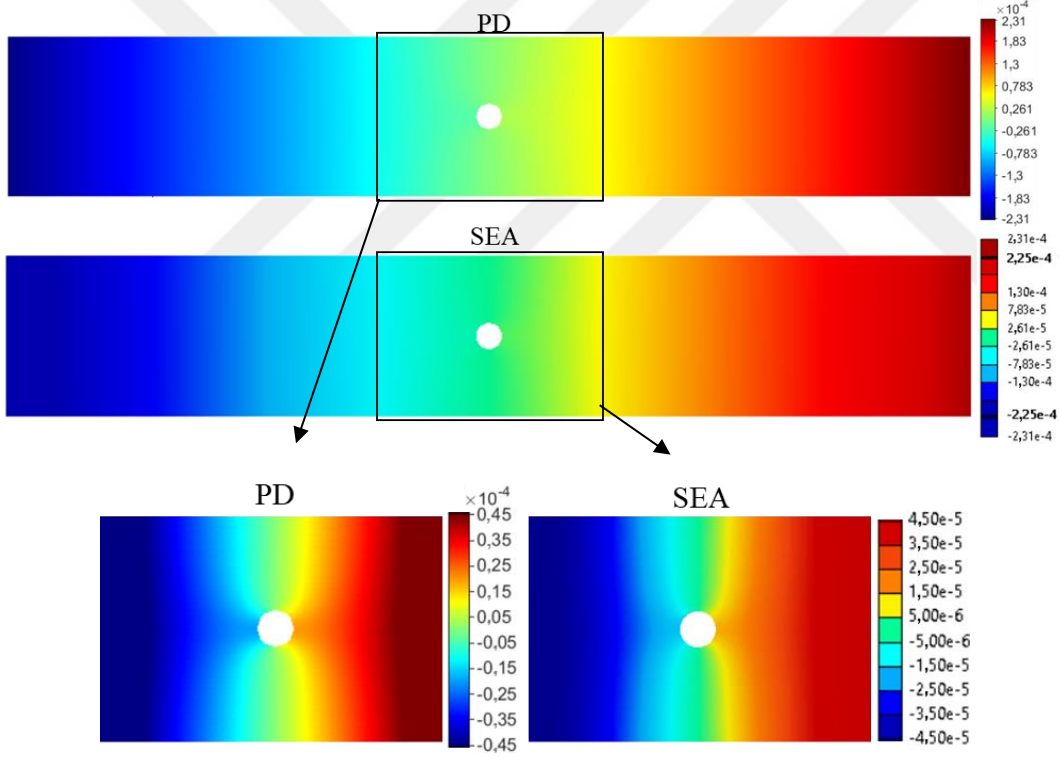


Şekil 4.39 : PD teori ve SEA Normal gerinim ϵ_{xx} konturları.

PD teori ile elde edilen x –yönündeki yer değiştirme sonuçları grafiksel olarak Şekil 4.40’da SEA ile karşılaştırılmıştır. En yüksek yer değiştirme değerleri, sınır koşulunun uygulandığı kenarlarda oluşmuştur. SEA ile elde edilen en yüksek değer PD teoriden düşüktür ve yüzde farkı Çizelge 4.16’da gösterilmiştir. PD teori hesabında serbest yüzeylerin varlığı sebebiyle malzeme noktalarını tam çember ile çevrelemek mümkün olmamaktadır, bu durumdan dolayı bağ sabitleri için bir düzeltme yapılması gerekmektedir. Bu düzeltme faktörlerinin hesabı Bölüm 2.1.4 detaylı olarak anlatılmıştır. Hesaplama sayısal olarak yapılmaktadır ve PD teori ile SEA sonuçları arasında fark oluşmasına sebebiyet verebilir. Şekil 4.41’de x –yönünde yer değiştirme dağılımları tüm numune ve delik çevresi büyütülmüş konturları karşılaştırılmıştır. Görüldüğü üzere x –yönünde yer değiştirme dağılımları aynı sınırlamalar altında benzer elde edilmiştir.



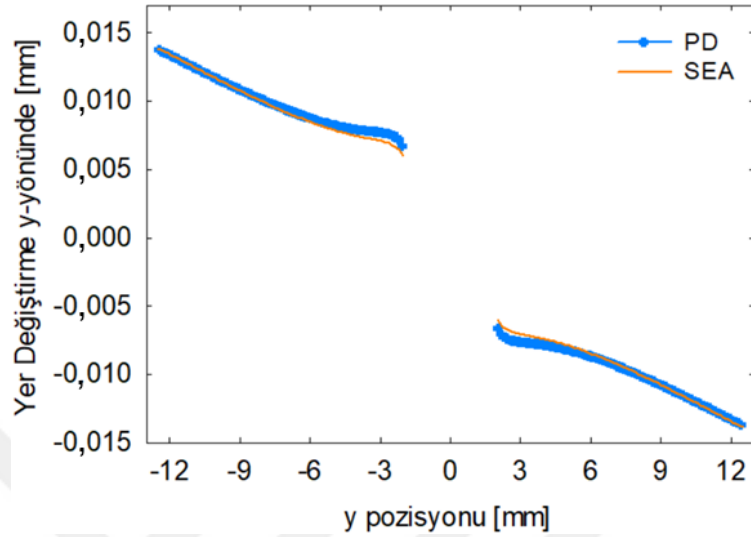
şekil 4.40 : PD teori ve SEA Yer değiştirme x – yönünde – x pozisyonu grafiği.



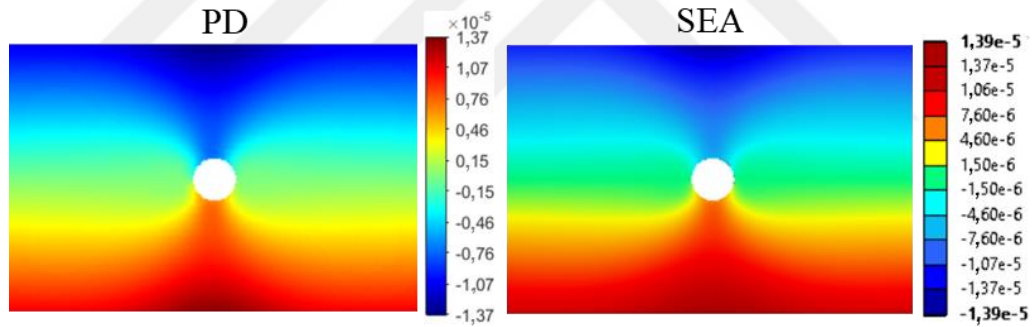
şekil 4.41 : PD teori ve SEA x - yönünde Yer değiştirme konturları [m].

PD teori ile elde edilen y – yönündeki yer değiştirme sonuçları grafiksel olarak şekil 4.42’de SEA ile karşılaştırılmıştır. En yüksek yer değiştirme değerleri serbest kenarlarda oluşmuştur ve merkeze doğru azalmıştır. SEA ile elde edilen en yüksek değer PD teoriden fazladır ve yüzde farkı Çizelge 4.16’da gösterilmifitir. Bu farkın sebebi x – yönünde yer değiştirmede olduğu gibi yüzey düzeltme faktörü hesabından

kaynaklanabilir. Şekil 4.43'te y -yönünde yer değiştirme dağılımları kontur olarak karşılaştırılmıştır. Görüldüğü üzere y -yönünde yer değiştirme dağılımları aynı sınırlamalar altında benzer elde edilmiştir.



Şekil 4.42 : PD teori ve SEA Yer değiştirme y-yönünde - y pozisyonu grafiği.



Şekil 4.43 : PD teori ve SEA y - yönünde Yer değiştirme konturları [m].

Çizelge 4.16'da görüldüğü üzere en yüksek değerler aralarındaki yüzde fark en düşük normal gerilmeler (σ_{xx}), y - yönünde yer değiştirmeler, normal gerinimler (ε_{xx}) ve en fazla x - yönünde yer değiştirmeler arasında elde edilmiştir. Elde edilen yüzde farklar değer olarak düşük çıkmıştır ve sonuçlar birbirleriyle uyumlu bulunmuştur.

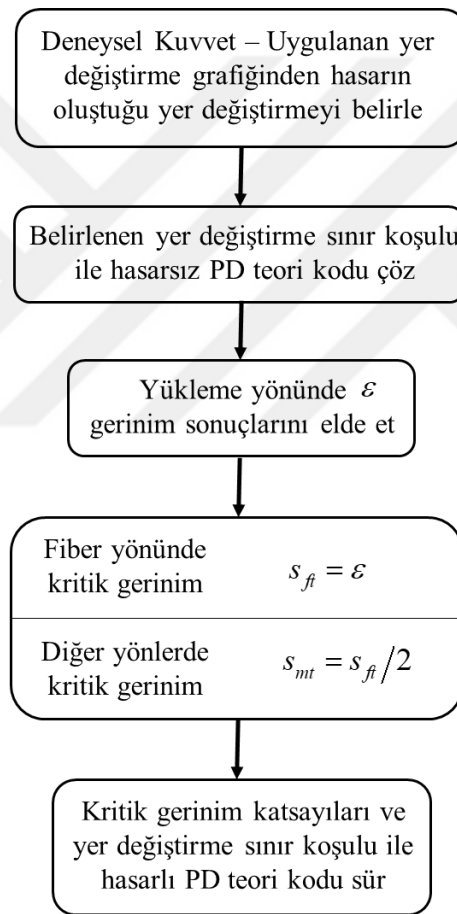
Çizelge 4.16 : PD teori ve SEA ile elde edilen en yüksek değerler arasındaki %Fark.

En yüksek değerler	PD	SEA	Birim	%Fark
Normal Gerilme σ_{xx}	72,02	72,48	[MPa]	0,64
Normal Gerinim ε_{xx}	$8,18 \cdot 10^{-3}$	$7,99 \cdot 10^{-3}$	[-]	-2,38
x - yönünde yer değiştirme	$2,31 \cdot 10^{-1}$	$2,25 \cdot 10^{-1}$	[mm]	-2,67
y - yönünde yer değiştirme	$1,37 \cdot 10^{-2}$	$1,39 \cdot 10^{-2}$	[mm]	1,44

4.2.5 Hasarlı PD teori çözümünün deneysel sonuçlar ile karşılaştırılması

PD teori ile hasar davranışı, Han vd.[4] tarafından deneysel olarak incelenen numune için incelenmiştir. Hasarlı PD teori sonuçları kuvvet-yer değiştirme grafiği ve kırılma görüntüsü olarak elde edilmiştir ve deneysel sonuçlar [4] ile karşılaştırılmıştır. PD teori ile hasar davranışını modellemek ile ilgili detaylı bilgi Bölüm 2.1.5 'te verilmiştir.

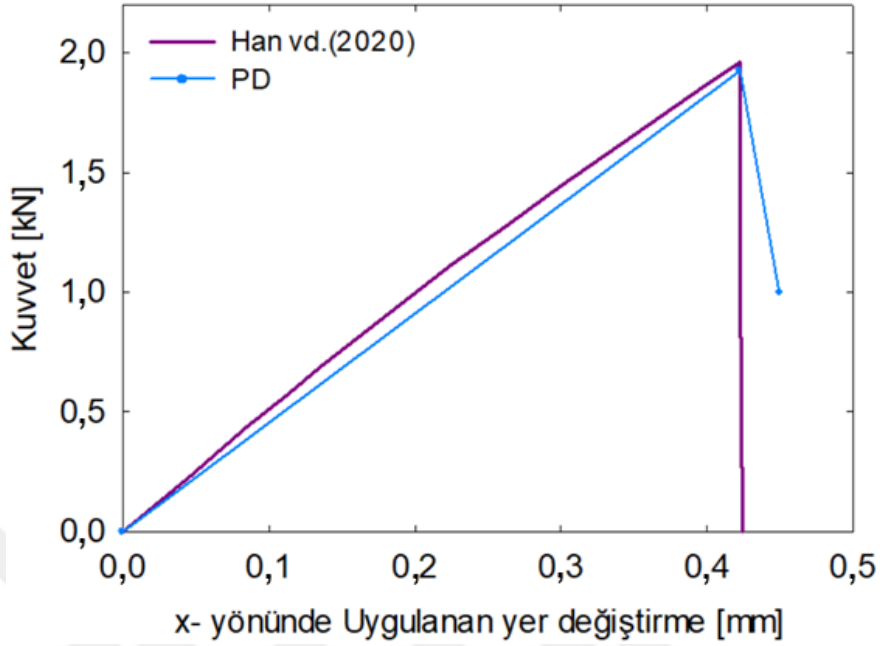
Hasar davranışını modellemek için öncelikle kritik gerinimler fiber, s_{ft} ve diğer, s_{mt} yönlerde belirlenmelidir. Fiber yönündeki kritik gerimin elde edildikten sonra, diğer yönlerde Oterkus'un tezinde[54] önerdiği gibi bu değer yarısı alınmıştır. Kritik gerinimlerin nasıl hesaplandığı Şekil 4.44'te akış diyagramında verilmiştir.



Şekil 4.44 : Kritik gerinim belirleme akış diyagramı.

Fiber yönündeki kritik gerimini s_{ft} belirlemek için Şekil 4.45'te verilen deneysel (Han vd.(2020)) kuvvet- yer değiştirme grafiğinde, plakanın hasara uğradığı yer değiştirme değeri yaklaşık olarak 0,42 mm belirlenmiştir. Bu yer değiştirme, $\Delta x = 0,125$ mm ve $\delta = 3,5\Delta x$ olduğu PD modele uygulanmıştır ve sonucunda yüklemeye yönünde en yüksek gerinim değeri $8,06 \cdot 10^{-3}$ olarak elde edilmiştir. Elde edilen

gerinim değeri fiber yönünde kritik gerinim $s_{fi} = 8,06 \cdot 10^{-3}$ ve yansı diğer yönlerde kritik gerinim $s_{mi} = 4,03 \cdot 10^{-3}$ olarak alınmıştır.



Şekil 4.45 : OHT-2 Yer değiştirme sınır koşulu altında Kuvvet- Yer değiştirme grafiği.

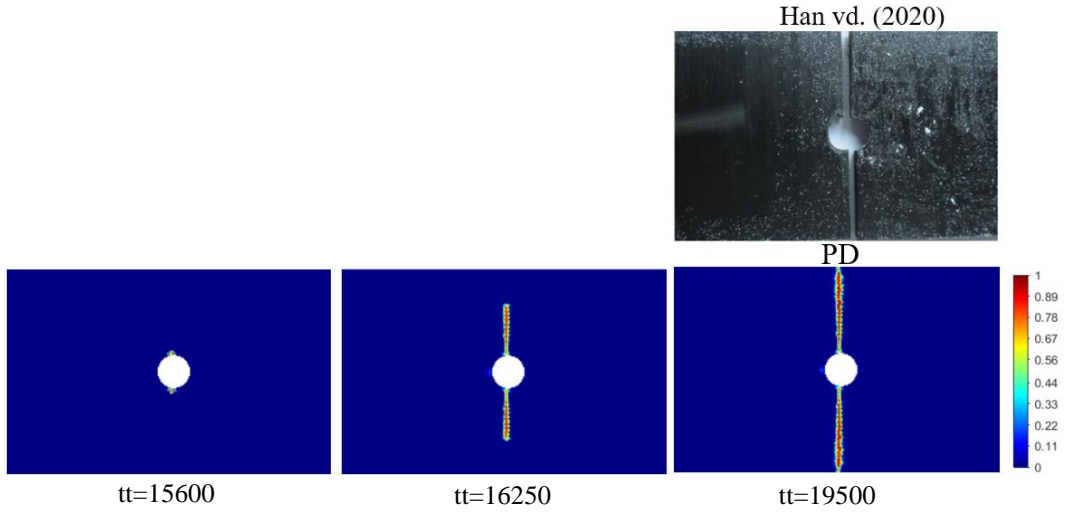
Kritik gerinimler belirlendikten sonra, malzeme noktası arasındaki mesafe ve komşuluk yarıçapı sabit tutularak hasar davranışının tanımlandığı PD teori kodu ile kuvvet- yer değiştirme grafiği elde edilmiştir. Burada plakanın 0,42 mm'de hasara uğrayacağı beklendiği için bu değer biraz arttırılarak 0,45 mm yer değiştirme sınır koşulu uygulanmıştır.

Şekil 4.45'te deneysel ve PD teori kuvvet – yer değiştirme grafiği gösterilmiştir. Deneysel verilerden elde edilen ve PD teori ile hesaplanan kuvvet değerleri Çizelge 4.17'de karşılaştırılmıştır.

Çizelge 4.17 : PD teori ve Han vd.(2020) [4] kuvvet değerleri arasındaki %Fark

Değer	PD	Han vd.(2020) [4]	Birim	%Fark
Kuvvet	1924,8	1958,0	[N]	1,17

Numunenin hasara uğradığı kuvvetler arasında elde edilen %1,7'lik fark oldukça düşük ve kabul edilebilir bulunmuştur. PD teori ile elde edilen çatlak ilerleme görüntüleri deneysel sonuçlar ile Şekil 4.46'da karşılaştırılmıştır. PD teori kırılma görüntüsü deney ile benzer elde edilmiştir.



Şekil 4.46 : Numune kırılma görüntüsünün PD teori ve deneysel olarak karşılaştırılması.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Tek eksenli çekme yükü altında incelen delikli numuneler, hasarlı ve hasarsız durumlarda izotropik ve tek yönlü fiber dizilimine sahip kompozitler için PD teori ile incelenmiştir. Numunelerde oluşan normal gerilme, normal gerinim, yer değiştirme, kuvvet ve çatlak ilerlemesi değerlendirilmiştir. PD teori sonuçları literatürde var olan deneysel çalışma, analitik çözüm ve SEA ile doğrulanmıştır.

Delikli çekme testi numunesi için PD model ilk olarak izotropik malzeme ile oluşturulmuştur. Hasarsız olarak incelenen ilk modelin detayları ve sonuçları Bölüm 4.1’de verilmiştir. Bu modelin doğrulama çalışması normal gerilme (σ_{xx}) için analitik ve SEA, normal gerinim (ε_{xx}) ve y – yönünde yer değiştirmeler için yalnızca SEA ile gerçekleştirilmiştir. DK analitik değer ile PD normal gerilme sonucunun arasındaki yüzde fark %3,10 ve SEA ile %3,03 olarak elde edilmiştir. PD teori ve SEA normal DK gerilme değerleri arasında %6,04’lük bir fark oluşmuştur. PD teori normal gerinim ve y – yönünde yer değiştirme değerleri SEA karşılaştırıldığında yüzde farklar DK normal gerinimler arasında %4,59 ve en düşük y – yönünde yer değiştirmeler için serbest kenarlarda %2.82 elde edilmiştir. Elde edilen yüzde farklar değer olarak düşük çıkmıştır ve sonuçlar birbirleriyle uyumlu bulunmuştur.

Tek yönlü fiber açısına sahip delikli kompozit numune çekme yükü altında incelenmiştir, detayları ve sonuçları Bölüm 0’de verilmiştir. Han vd. [4] tarafından deneysel olarak incelenmiş olan T300/QY8911 malzemeli ve fiber dizilimi [90]₁₂ olan delikli çekme test numunesi modellenmiştir. Hasarsız ve hasarlı olarak ele alınan problemin hasarsız sonuçları analitik ve SEA, hasarlı sonuçları deneysel veriler[4] ile doğrulanmıştır. Han vd. [4] çalışmasındaki kuvvet-yer değiştirme grafiğinden sınır koşulu olarak numunenin hasara uğradığı değerler belirlenmiştir. Hasarsız model kuvvet ve hasarlı model yer değiştirme sınır koşulları altında incelenmiştir. Bölüm 4.2.4 hasarsız modelin doğrulama çalışması normal gerilme (σ_{xx}) için analitik ve SEA, normal gerinim (ε_{xx}) ve yer değiştirmeler için yalnızca SEA ile

gerçekleştirilmiştir. DK analitik değer ile PD normal gerilme sonucunun arasındaki yüzde fark %4,19 ve SEA ile %3,59 olarak elde edilmiştir. PD teori ve SEA ile elde edilen DK normal gerilme değerleri arasında %0,64'lük bir fark oluşmuştur. PD teori normal gerilme SEA ile karşılaştırıldığında yüzde fark DK %2,38 bulunmuştur. PD teori ve SEA ile elde edilen x - ve y - yönünde yer değiştirmeler karşılaştırıldığında, x - yönünde yükün uygulandığı kenarda %2,67 ve y - yönünde serbest kenarlarda %1,44 fark elde edilmiştir. Bu problemde en düşük yüzde fark PD teori ve SEA normal gerilme sonuçları arasında elde edilmiştir. Bölüm 4.2.5 hasarlı modelin doğrulama çalışması deneysel verilerden[4] elde edilen kuvvet ve kırılma görüntüsü ile yapılmıştır. PD teori ile hesaplanan numunenin hasara uğradığı kuvvet ve Han vd. [4] sonucu arasındaki fark %1,17, oldukça düşük elde edilmiştir. PD teori ile elde edilen kırılma görüntüsü deneysel kırılma görüntüsü ile uyumlu elde edilmiştir.

Sonuç olarak izotropik ve tek yönlü fiber açısına sahip delikli numunenin çekme yükü altında PD teori ile modellenbildiği gözlemlenmiştir. Bu çalışma öncelikle birden fazla yöne sahip fiber açılı katmanlı kompozit malzemeleri incelemek için geliştirilebilir. Her katman için iki adet PD bağ sabitinin yanı sıra üçüncü bir katmanlar arası bağ sabiti eklenecektir. Oterkus vd. [37] çalışmasında katmanlı kompozit malzemenin PD teori modellemesi ile ilgili formülasyonlar verilmiştir. Geliştirilen kod ile ayrıca birden fazla delik veya çatlak ve delik gibi farklı hasar durumları düzlem içi yüklemeler altında incelenebilir. İncelenecek probleme göre hasar konumlarını ve boyutlarını belirleyerek numuneye çatlak Bölüm 3.2.1 ve delik Bölüm 3.2.2 gösterildiği gibi eklenebilir. Bu model geliştirildiğinde düz dikdörtgen numunelere ek olarak aynı durumlar Oterkus'un tezinde[54] incelenmiş olduğu kavisli numuneler için yinelenabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Kaw, A. K.**, (2005). Mechanics of Composite Materials, second edition.
- [2] **Silling, S. A.**, (2000). Reformulation of Elasticity Theory for Discontinuities and Long-range Forces, *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 48, no. 1, pp. 175–209.
- [3] **MATLAB(R2015a)**, *The MathWorks Inc.* (2015).
- [4] **Han, W. Q., Hu, K. J., Shi, Q. H., Zhu, F. X.**, (2020). Damage evolution analysis of open-hole tensile laminated composites using a progress damage model verified by AE and DIC, *Compos. Struct.*, vol. 247, no. March, p. 112452.
- [5] **Mase, G. E.**, (1970). Shaum's Outline of Theory and Problems of Continuum Mechanics.
- [6] **Griffith, A. A.**, (1921). The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Philos. Trans. R. Soc. London*,
- [7] **Eringen, A. C.**, (1972). Nonlocal Polar Elastic Continua, *Int. J. Eng. Sci.*
- [8] **Eringen, A. C., Speziale, C. G., Kim, B. S.**, (1977.) Crack-tip Problem in Non-local Elasticity, *J. Mech. Phys. Solids*.
- [9] **Madenci, E., Oterkus, E.**, (2014). Peridynamic Theory and Its Applications, vol. 9781461484.
- [10] **Eringen, A. C.**, (1972). Linear Theory of Nonlocal Elasticity and Dispersion of Plane Waves," *Int. J. Eng. Sci.*
- [11] **Eringen, A. C., Edelen, D. G. B.**, (1972). On Nonlocal Elasticity, *Int. J. Eng. Sci.*.
- [12] **Kunin, I. A.**, (1982). Theory of Elastic Media with Microstructure. I - One-dimensional models.
- [13] **Rogula, D.**, (1982). Introduction to Nonlocal Theory of Material Media, *Nonlocal Theory of Material Media*,
- [14] **Kunin, I. A.**, (1983). Elastic Media with Microstructure II: three- dimensional models.
- [15] **Gerstle, W., Sau, N., Silling, S. A.**, (2007). Peridynamic Modeling of Concrete Structures, *Nucl. Eng. Des.*, vol. 237, no. 12–13, pp. 1250–1258.
- [16] **Silling, S. A., Epton, M., Weckner, O., Xu, J., Askari, E.**, (2007). Peridynamic States and Constitutive Modeling, vol. 88, no. 2.
- [17] **Silling, S. A.**, (2003). Dynamic Fracture Modeling with a Meshfree Peridynamic Code, *Computational Fluid and Solid Mechanics*.

- [18] **Silling, S. A., Askari, E.**, (2005). A Meshfree Method Based on the Peridynamic Model of Solid Mechanics, *Comput. Struct.*, vol. 83, no. 17–18, pp. 1526–1535.
- [19] **Ehret, A. E., Hollenstein, M., Mazza, E., Itskov, M.**, (2011). Mechanics of Materials and Structures, vol. 6, no. 7.
- [20] **Askari, E., Xu, J., Silling, S. A.**, (2006). Peridynamic Analysis of Damage and Failure in Composites, *Collection of Technical Papers - 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting*.
- [21] **Xu, J., Askari, A., Weckner, O., Silling, S. A.**, (2008). Peridynamic Analysis of Impact Damage in Composite Laminates,” *J. Aerosp. Eng.*.
- [22] **Colavito, K. W., Kilic, B., Celik, E., Madenci, E., Askari, E., Silling, S. A.**, (2007). Effects of Nanoparticles on Stiffness and Impact Strength of Composites,” *Collection of Technical Papers - AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*.
- [23] **Xu, J., Askari, A., Weckner, O., Razi, H., Silling, S. A.**, (2007). Damage and Failure Analysis of Composite Laminates Under Biaxial Loads, *Collection of Technical Papers - AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*.
- [24] **Kilic, B., Agwai, A., Madenci, E.**, (2009). Peridynamic Theory for Progressive Damage Prediction in Center-cracked Composite Laminates,” *Compos. Struct.*, vol. 90, no. 2, pp. 141–151.
- [25] **Ni, T., Zaccariotto, M., Zhu, Q. Z., Galvanetto, U.**, (2019). Static Solution of Crack Propagation Problems in Peridynamics, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 346, pp. 126–151.
- [26] **Ambati, M., Gerasimov, T., De Lorenzis, L.**, (2014). A Review on Phase-field Models of Brittle Fracture and a New Fast Hybrid Formulation,” *Comput. Mech.*, vol. 55, no. 2, pp. 383–405.
- [27] **Toubal, L., Karama, M., Lorrain, B.**, (2005). Stress Concentration in a Circular Hole in Composite Plate,” *Compos. Struct.*, vol. 68, no. 1, pp. 31–36.
- [28] **Karakuzu, R., Çalışkan, C. R., Aktaş, M., İçten, B. M.**, (2008). Failure Behavior of Laminated Composite Plates with Two Serial Pin-loaded Holes,” *Compos. Struct.*, vol. 82, no. 2, pp. 225–234.
- [29] **Green, B. G., Wisnom, M. R., Hallett, S. R.**, (2007). An Experimental Investigation Into the Tensile Strength Scaling of Notched Composites, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 38, no. 3, pp. 867–878.
- [30] **Nanda Kishore, A., Malhotra, S. K., Siva Prasad, N.**, (2009). Failure Analysis of Multi-pin Joints in Glass Fibre/epoxy Composite Laminates,” *Compos. Struct.*, vol. 91, no. 3, pp. 266–277..
- [31] **Ghezzi, F., Giannini, G., Cesari, F., Caligiana, G.**, (2008). Numerical and Experimental Analysis of the Interaction Between Two Notches in Carbon Fibre Laminates,” *Compos. Sci. Technol.*

- [32] **Özaslan, E., Güler, M. A., Yetgin, A., Acar, B.,** (2019). Stress Analysis and Strength Prediction of Composite Laminates with Two Interacting Holes, *Compos. Struct.*, vol. 221, no. November 2018, p. 110869.
- [33] **O’Higgins, R. M., Padhi, G. S., McCarthy, M. A., McCarthy, C. T.,** (2004). Experimental and numerical study of the open-hole tensile strength of carbon/epoxy composites," *Mech. Compos. Mater.*, ol. 40, no. 4, pp. 269–278.
- [34] **McCarthy, M. A., Padhi, G. S., O’Higgins, R. M.,** (2003). A Study of Damage Initiation and Growth in Composite Bolted Joints," *First Symp. Irish Res. Counc. Sci. Eng. Technol.*
- [35] **O’Higgins, R. M., McCarthy, M. A., McCarthy, C. T.,** (2008). Comparison of Open Hole Tension Characteristics of High Strength Glass and Carbon Fibre-reinforced Composite Materials," *Compos. Sci. Technol.*, vol. 68, no. 13, pp. 2770–2778.
- [36] **Caminero, M. A., Lopez-Pedrosa, M., Pinna, C., Soutis, C.,** (2013). Damage monitoring and analysis of composite laminates with an open hole and adhesively bonded repairs using digital image correlation," *Compos. Part B Eng.*, vol. 53, pp. 76–91.
- [37] **Oterkus, E., Madenci, E.,** (2012). Peridynamic Analysis of Fiber-reinforced Composite Materials, *J. Mech. Mater. Struct.*.
- [38] **Ha, Y. D., Bobaru, F.,** (2010). Studies of Dynamic Crack Propagation and Crack Branching with Peridynamics, *Int. J. Fract.*, vol. 162, no. 1–2, pp. 229–244.
- [39] **Oterkus, E., Madenci, E., Weckner, O., Silling, S. A., Bogert, P., Tessler, A.,** (2012). Combined Finite Element and Peridynamic Analyses for Predicting Failure in a Stiffened Composite Curved Panel with a Central Slot, *Compos. Struct.*, vol. 94, no. 3, pp. 839–850.
- [40] **Kirsh, G.,** (1898). Infinite Plate Containing a Circular Hole.
- [41] **Lekhnetskii, S. G.,** (1968). Anisotropic Plates, *Tech. report, Foreign Technol. Div Wright-Patterson Afb Oh.*
- [42] **Tan, S. C.,** (1988). Finite-Width Correction Factors for Anisotropic Plate Containing a Central Opening, *J. Compos. Mater.*
- [43] **Özaslan, E., Yetgin, A., Acar, B.,** (2019). Stress concentration and strength prediction of 2×2 twill weave fabric composite with a circular hole, *J. Compos. Mater.*, vol. 53, no. 4, pp. 463–474.
- [44] **ANSYS Workbench,** ANSYS workbench for structural analysis User's Guide, *Engineering Analysis with ANSYS Software,* (2019).
- [45] **ANSYS Composite PrepPost,** ANSYS Composite PrepPost User’s Guide, *Engineering Analysis with ANSYS Software,* (2019).
- [46] **SHELL181 Element Description,** *ANSYS Inc.,* pp. 11–13.
- [47] **DIN EN 10025-2,** Hot rolled products of structural steels Part 2: Technical delivery conditions for non-alloy structural steels, *STANDARDS,* (2005).

- [48] **ASTM.**, ASTM D5766/D5766M-11 Standard Test Method for Open-Hole Tensile Strength of Polymer Matrix Composite, *Standard, American Society of Testing Materials*, (2018).
- [49] **ASTM Matweb.**, ASTM A36 Steel, plate, *MatWeb* (2015).
- [50] **Oterkus, E., Barut, A., Madenci, E.**, (2010). Damage Growth Prediction from Loaded Composite Fastener Holes by Using Peridynamic Theory, *Collection of Technical Papers -AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*.
- [51] **Bobaru, F., Hu, W.**, (2012). The Meaning, Selection, and Use of the Peridynamic Horizon and its Relation to Crack Branching in Brittle Materials, *Int. J. Fract.*, vol. 176, no. 2 pp. 215–222.
- [52] **Agwai, G., A.**, (2011). A Peridynamic Approach for Coupled Fields, PhD Thesis, *The University of Arizona*.
- [53] **Diehl, P., Franzelin, F., Pflüger, D., Ganzenmüller, G. C.** (2016). Bond-based peridynamics: a quantitative study of Mode I crack opening. *International Journal of Fracture*, 201(2), 157-170.
- [54] **Oterkus, E.**, (2008). Peridynamic Theory for Modeling Three-Dimensional Damage Growth in Metallic and Composite Structures, PhD Thesis, *The University of Arizona*.
- [55] **Rädel, M., Bednarek, A. J., Schmidt, J., Willberg, C.** (2017). Peridynamics: Convergence & influence of probabilistic material distribution on crack initiation, *6th ECCOMAS Them. Conf. Mech. Response Compos.* p.26.

