

**BULANIK FONKSİYONLAR İLE BULANIK  
SİSTEM MODELLEME**

**BAŞAK ÜNAL**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ**

**TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TEMMUZ 2009**

**ANKARA**

Fen Bilimleri Enstitü onayı

---

Prof. Dr. M. Önder EFE

Müdür V.

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

---

Prof. Dr. İ. Burhan TÜRKŞEN

Anabilim Dalı Başkanı

Başak ÜNAL tarafından hazırlanan BULANIK FONKSİYONLAR İLE BULANIK SİSTEM MODELLEME adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

---

Prof. Dr. İ. Burhan TÜRKŞEN

Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. İ. Burhan TÜRKŞEN

Üye : Prof. Dr. Tahir Khaniyev

Üye : Prof. Dr. Ömer Akın

## **TEZ BİLDİRİMİ**

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

.....

Başak ÜNAL

**Üniversitesi** : TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi  
**Enstitüsü** : Fen Bilimleri  
**Anabilim Dalı** : Endüstri Mühendisliği  
**Tez Danışmanı** : Prof. Dr. İ. Burhan TÜRKŞEN  
**Tez Türü ve Tarihi** : Yüksek Lisans – Temmuz 2009

**Başak ÜNAL**

**BULANIK FONKSİYONLAR İLE BULANIK  
SİSTEM MODELLEME**

**ÖZET**

Bu çalışmada, yeni bulanık sistem modelleme yaklaşımları önerilmiştir. Önerilen yöntemlerin ve bu çalışmaya referans teşkil eden Türkşen'in [32] ve Çelikyılmaz ve Türkşen'in [3, 4, 7] önerdiği geliştirilmiş bulanık fonksiyonlar ile geliştirilmiş bulanık öbeleme yaklaşımının performansları yapılan deneyler ile analiz edilmiştir. Bu çalışma ile Hataway ve Bezdek [10] tarafından önerilen bulanık öbe regresyon modeli ve Höppner ve Klawonn [11] tarafından önerilen bulanık model öbeleme algoritmalarına sistemi modellemek için iki yeni çıkarsama algoritması önerilmiştir. Buna ek olarak, Höppner ve Klawonn'un [11] önerdikleri bulanık model geliştirilerek alternatif bir öbeleme algoritması (Alternatif Bulanık Model - ABM) önerilmiştir. Buna bağlı olarak, sistemi modellemek için ABM'e de bir çıkarsama algoritması önerilmiştir. Öneriler ışığında geliştirilmiş modeller, önceki modeller ile karşılaştırılarak, önerilerin yeni sonuçları vurgulanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Bulanık Sistem Modelleme, Bulanık Öbeleme, Bulanık Fonksiyonlar

**University** : TOBB University of Economics and Technology  
**Institute** : Institute of Natural and Applied Sciences  
**Science Programme** : Industrial Engineering  
**Supervisor** : Prof. Dr. İ. Burhan TÜRKŞEN  
**Degree Awarded and Date** : M. Sc. – July 2009

**Başak ÜNAL**

**FUZZY SYSTEM MODELING WITH  
FUZZY FUNCTIONS**

**ABSTRACT**

In this study, new fuzzy system modeling approaches are proposed. Performances of proposed methods and improved fuzzy functions with improved fuzzy clustering approach proposed by Türkşen [32] and Çelikyılmaz and Türkşen [3, 4, 7] which refers to this study are analyzed by experiments. With this study, two new inference algorithms are proposed to model the systems to fuzzy c-regression model proposed by Hataway and Bezdek [10] and fuzzy model proposed by Höppner and Klawonn [11] algorithms. In addition to this, an alternative clustering algorithm (Alternative Fuzzy Model - AFM) is proposed by improving the fuzzy model of Höppner and Klawonn [11]. According to this, an inference algorithm is proposed for AFM to model the system. Based on the proposed improvements newly proposed model results are compared with the previously proposed models.

**Key Words:** Fuzzy System Modeling, Fuzzy Clustering, Fuzzy Functions

## TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren çok değerli hocam Prof. Dr. İ. Burhan TÜRKŞEN'e, kıymetli tecrübelerinden faydalandığım TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü öğretim üyelerine, Elektrik-Elektronik Bölümü öğretim üyelerinden Prof. Dr. M. Önder EFE'ye, uzakta da olsa sorularıma her zaman cevap vermekten çekinmeyen Dr. Aslı ÇELİKİYILMAZ'a, desteklerini esirgemeyen asistan arkadaşlarıma, aileme ve arkadaşlarımdan Gökçen ÇEKİÇ, Hatice ÇAKMAK ve M. Semih GÖKÇE'ye manevi desteklerinden ötürü teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca lisans üstü eğitimimdeki maddi desteği için TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET .....	iv
ABSTRACT .....	v
TEŞEKKÜR .....	vi
İÇİNDEKİLER .....	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ .....	x
ŞEKİLLERİN LİSTESİ .....	xvi
KISALTMALAR .....	xviii
1. GİRİŞ .....	1
2. BULANIK KÜMELER VE SİSTEMLER .....	4
2.1. Giriş .....	4
2.2. Tip 1 Bulanık Kümeler .....	5
2.2.1 Bulanık Kümelerin Karakteristikleri .....	6
2.2.2. Bulanık Kümelerde İşlemler .....	9
2.3. Bulanık Mantık .....	15
2.3.1. Klasik Mantık Teorisinin Yapısı .....	15
2.3.2 Küme ve Mantık Teorilerinin İlişkisi .....	16
2.3.3. Bulanık Mantığın Yapısı .....	17
2.3.4 Yaklaşık Akıl Yürütme .....	22
2.4 Bulanık Bağlıntılar .....	23
2.4.1. Bulanık Bağlıntılar Üzerinde İşlemler .....	26
2.4.2. Uzantı İlkesi .....	27
2.5. Bulanık Fonksiyonlar .....	31
2.6. Bulanık Sistemler .....	35
2.6.1. Zadeh Bulanık Kural Tabanı Yapısı .....	35
2.6.2. Mizumoto Bulanık Kural Tabanı Yapısı .....	36
2.6.3 Takagi-Sugeno Bulanık Kural Tabanı Yapısı .....	39
2.7. Özet .....	43
3. BULANIK ÖBEKLEME .....	45
3.1. Öbeikleme Algoritmaları .....	47
3.2. Bulanık Öbek Regresyon Modelleme (BÖRM) Öbeikleme Metodu ..	56

3.3. Höppner &Klawonn'un Bulanık Model Öbeleme Metodu.....	60
3.4. Önerilen Öbeleme Yaklaşımı Alternatif Bulanık Model (ABM).....	63
3.5. Geliştirilmiş Bulanık Öbeleme (GBÖ) Öbeleme Metodu.....	65
3.6. Öbeleme Yaklaşımlarının Farklılıkları .....	72
4. BULANIK FONKSİYONLAR İLE BULANIK SİSTEM MODELLEME...	76
4.1. Giriş.....	76
4.2. Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar ile Bulanık Sistem Modelleme Yaklaşımının Geliştirilmesi ve Mimarisi .....	77
4.2.1. Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar Yaklaşımının Önerilen Öğrenme Planı.....	78
4.2.2. GBÖ ile Öbeleme.....	78
4.2.3. Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonların Tahmini.....	79
4.2.4. Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar Yaklaşımının Önerilen Çıkarsama Planı.....	81
4.3. BÖRM Fonksiyon Yapısı ile Bulanık Sistem Modelleme .....	86
4.3.1. BÖRM Fonksiyon Yapısından Elde Edilen Bulanık Fonksiyonların Öğrenme Planı.....	86
4.3.2. BÖRM Fonksiyon Yapısının Tahmini.....	87
4.3.3. BSMBÖRM için Önerilen Çıkarsama Planı .....	89
4.4. BM Öbeleme Algoritmasından Sonra Uygulanacak Fonksiyon Yapıları ile Bulanık Sistem Modelleme .....	91
4.4.1. BM Fonksiyon Yapısından Elde Edilen Bulanık Fonksiyonların Öğrenme Planı.....	91
4.4.2. BM Fonksiyon Yapısının Tahmini .....	92
4.4.3. BSMBM için Önerilen Çıkarsama Planı.....	94
4.5. ABM Öbeleme Algoritmasından Sonra Uygulanacak Fonksiyon Yapıları ile Bulanık Sistem Modelleme.....	96
4.5.1. BM Fonksiyon Yapısından Elde Edilen Bulanık Fonksiyonların Öğrenme Planı.....	97
4.5.2. ABM Fonksiyon Yapısının Tahmini .....	97
4.5.3. BSMABM için Önerilen Çıkarsama Planı .....	97
4.6. BSM ile Diğer BSM'nin Fonksiyon Yapılarının Kombinasyonu.....	97
4.7. Özet.....	98
5. DENEYLER .....	99
5.1. Veri Kümeleri .....	99



5.1.1. Beton Basınç Dayanımı Veri Kümesi (BBD) (Concrete Compressive Strength (CCS)).....	99
5.1.2. TD Borsa Fiyatları Veri Kümesi (TD) (TD Stock Price).....	100
5.2. Modellerin Karşılaştırılması .....	101
5.2.1. Performans Ölçüleri .....	103
5.3. Deneysel Analizler .....	104
5.3.1. BBD Veri Kümesi için Gerçekleştirilen Deneyler ve Sonuçlar ....	104
5.3.2. TD Veri Kümesi için Gerçekleştirilen Deneyler ve Sonuçlar .....	108
6. SONUÇ .....	111
KAYNAKLAR.....	112
EK A : GBF Yaklaşımına Lagrange Metodunun Uygulanması.....	114
EK B: BSM Yöntemlerinin TD Veri Kümesi için Öbekleme Algoritmalarının Amaç Fonksiyonlarına Göre Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” ve “tek yönlü ANOVA testi” Sonuçları.....	116
EK C: BSM Yöntemlerinin BBD Veri Kümesi için Öbekleme Algoritmalarının Amaç Fonksiyonlarına Göre Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” ve “tek yönlü ANOVA testi” Sonuçları.....	123
EK D: BSM Yöntemlerinin TD Veri Kümesi için Öbekleme Algoritmalarının HKOK Performans Ölçüsüne Göre Anlamli Şekilde Birbirinden Farklı Olup Olmadığını Gösteren “t-testi” ve “tek yönlü ANOVA testi” Sonuçları .....	129
EK E: BSM Yöntemlerinin BBD Veri Kümesi için Öbekleme Algoritmalarının HKOK Performans Ölçüsüne Göre Anlamli Şekilde Birbirinden Farklı Olup Olmadığını Gösteren “t-testi” ve “tek yönlü ANOVA testi” Sonuçları .....	133
EK F: Veri Kümelerinin Modellenmesinde Kullanılan Yapı ve Parametreler	137
EK G: Terimler Sözlüğü .....	138
EK H: ÖZGEÇMİŞ.....	140

## ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. Bazı ü-norm ve tü-normlar ile bunların gösterimleri	15
Çizelge 2.2. Onaltı Boolean İfade	18
Çizelge 2.3. Çalışanların YAŞ ve MAAŞ özellikleri	29
Çizelge 3.1. Geçici Fonksiyon Yapılarına Göre Algoritmaların Karşılaştırılması	73
Çizelge 3.2. Algoritmalara Göre Geçici Fonksiyonların Katsayılarını Güncelleme	74
Çizelge 3.3. Uzaklık Fonksiyonuna Göre Algoritmaların Karşılaştırılması	74
Çizelge 3.4. Algoritmalara Göre Üyelik Güncelleme Fonksiyonları	75
Çizelge 5.1. BBD Veri Kümesinin Değişkenleri	99
Çizelge 5.2. TD Veri Kümesinin Sürekli Değişkenleri	100-101
Çizelge 5.3. Tek Metot Baz Alındığında Toplam Performansın Hesabı	102
Çizelge 5.4. Model İsimlerinin Kısaltmaları ve Numaralandırılması	105
Çizelge 5.5. BBD için BSM Yöntemlerinin Test Verileri Temel Alınarak 10 Tekrar Sonucu Elde Edilen Performans Ölçüleri	105
Çizelge 5.6. TD için BSM Yöntemlerinin Test Verileri Temel Alınarak 10 Tekrar Sonucu Elde Edilen Performans Ölçüleri	109
Çizelge B.1. Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM_BORM) ile Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM_GBFF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu (P>0,05)	116
Çizelge B.2. Öbekleme Algoritması Höppner & Klawonn’un BM’si ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BM olan yöntem (BM_BM) ile Öbekleme Algoritması Höppner & Klawonn’un BM’si ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BM_GBFF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu (P>0,05)	116

- Çizelge B.3. Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (ABM\_BORM) ile Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (ABM\_GBF) Aynı Öbelemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ ) 117
- Çizelge B.4. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’si olan yöntemin (GBO\_BM) Aynı Öbelemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ ) 117
- Çizelge B.5. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Aynı Öbelemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ ) 118
- Çizelge B.6. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner % Klawonn’un BM’i olan yöntem (GBO\_BM) ile Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Aynı Öbelemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ ) 118
- Çizelge B.7. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’i olan yöntem (GBO\_BM), Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntem (GBO\_GBF) ile Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntemin (GBO\_BORM) Aynı Öbelemeden Geldiğini Gösteren “tek yönlü ANOVA testi” Sonucu ( $P>0,05$ ) 119
- Çizelge B.8. Öbeleme Algoritması BÖRM ve BM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” ( $P<0,005$ ) 119
- Çizelge B.9. Öbeleme Algoritması BÖRM ve ABM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” ( $P<0,005$ ) 120
- Çizelge B.10. Öbeleme Algoritması BÖRM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” ( $P<0,005$ ) 120
- Çizelge B.11. Öbeleme Algoritması BM ve ABM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” ( $P<0,005$ ) 121

- Çizelge B.12. Öbekleme Algoritması BM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005) 121
- Çizelge B.13. Öbekleme Algoritması ABM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005) 122
- Çizelge C.1. Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu (P>0,05) 123
- Çizelge C.2. Öbekleme Algoritması Höppner & Klawonn’un BM’si ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BM olan yöntem (BM\_BM) ile Öbekleme Algoritması Höppner & Klawonn’un BM’si ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BM\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu (P>0,05) 123
- Çizelge C.3. Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (ABM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (ABM\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu (P>0,05) 124
- Çizelge C.4. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’si olan yöntemin (GBO\_BM) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu (P>0,05) 124
- Çizelge C.5. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu (P>0,05) 125
- Çizelge C.6. Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’si olan yöntem (GBO\_BM) ile Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu (P>0,05) 125
- Çizelge C.7. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner % Klawonn’un BM’i olan yöntem (GBO\_BM), Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntem (GBO\_GBF) ile Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntemin (GBO\_BORM) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “tek yönlü ANOVA testi” Sonucu (P>0,05) 126

- Çizelge C.8. Öbekleme Algoritması BÖRM ve BM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005) 126
- Çizelge C.9. Öbekleme Algoritması BÖRM ve ABM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005) 127
- Çizelge C.10. Öbekleme Algoritması BÖRM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005) 127
- Çizelge C.11. Öbekleme Algoritması BM ve ABM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005) 128
- Çizelge C.12. Öbekleme Algoritması BM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005) 128
- Çizelge C.13. Öbekleme Algoritması ABM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005) 128
- Çizelge D.1. Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Anlamlı Şekilde Farklı Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu (P<0,05) 129
- Çizelge D.2. Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Anlamlı Şekilde Farklı Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu (P<0,05) 129
- Çizelge D.3. Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (ABM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Benzer Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu (P>0,05) 130
- Çizelge D.4. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’si olan yöntemin (GBO\_BM) Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” Sonucu (P<0,05) 130

- Çizelge D.5. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Anlamlı Şekilde Farklı Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P<0,05$ ) 131
- Çizelge D.6. Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntem (GBO\_GBF) ile Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) ile Anlamlı Şekilde Farklı Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P<0,05$ ) 131
- Çizelge D.7. Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem hariç tutularak Diğer tüm BSM yöntemlerinin Birbirinden Anlamlı Şekilde Farklı Olduğunu Gösteren “tek yönlü ANOVA-testi” Sonucu ( $P<0,05$ ) 132
- Çizelge E.1. Öbeleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbeleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Anlamlı Şekilde Farklı Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P<0,05$ ) 133
- Çizelge E.2. Öbeleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbeleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Anlamlı Şekilde Farklı Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P<0,05$ ) 133
- Çizelge E.3. Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (ABM\_BORM) ile Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P<0,05$ ) 134
- Çizelge E.4. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’si olan yöntemin (GBO\_BM) Anlamlı Şekilde Benzer Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ ) 134
- Çizelge E.5. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Anlamlı Şekilde Benzer Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ ) 135
- Çizelge E.6. Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntem (GBO\_GBF) ile Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) ile Anlamlı Şekilde Benzer Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P\sim>0,05$ ) 135

Çizelge E.7. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn'un BM'si ve Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntem hariç tutularak Diğer tüm BSM yöntemlerinin Birbirinden Anlamlı Şekilde Farklı Olduğunu Gösteren "tek yönlü ANOVA-testi" Sonucu ( $P<0,05$ ) 136

Çizelge F.1. BSM'de Kullanılan Geçici Fonksiyon Yapıları 137

## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. “genç”, “orta yaşlı” ve “yaşlı” kümeleri için üyelik fonksiyonları	6
Şekil 2.2 Yamuk şekilli üyelik fonksiyonu üzerinde bulanık küme özellikleri	8
Şekil 2.3. Bileşim ve Kesişim	10
Şekil 2.4. $A$ bulanık kümesi ve tümleyeni $A^c$	11
Şekil 2.5 Kesin İkili Bağntı ( $x$ ile $y$ arasındaki, $E$ , eşitlik bağıntısı)	24
Şekil 2.6 İki bulanık kümenin ( $A$ ve $B$ ) Kartezyen Çarpımı	26
Şekil 2.7 Genç çalışanlar bulanık kümesi ( $A(x)$ )	31
Şekil 2.8 Genç çalışanların maaşlarının bulanık kümesi ( $B(y)$ )	31
Şekil 2.9 Mizumoto Bulanık Çıkarsama Yapısı	39
Şekil 2.10. Genelleştirilmiş Tip-1 Bulanık Çıkarsama Sistemleri	41
Şekil 2.11 Takagi Sugeno Bulanık Çıkarsama Yapısı	43
Şekil 3.1. İki farklı rasgele fonksiyon ile oluşturulan yapay veri kümesine ait dağılım grafiği $f_1(x) = 0.5 * x + 0.05 * rand$ , $f_2(x) = 0.3 + 0.05 * rand$ ve $0 \leq x \leq 1$	57
Şekil 3.2. Harmoniklerin görsel gösterimi	61
Şekil 3.3. Euclid uzaklığı kullanılarak elde edilen bölümlemeler [11]	62
Şekil 3.4. Voronoi tipi uzaklıklar kullanılarak elde edilen bölümlemeler [11]	63
Şekil 4.1. Bulanık Fonksiyonlar Sistemi ile Modelleme	77
Şekil 4.2. GBF ile Yapı Tanımlama	82
Şekil 4.3. BSMGBF'nin Önerilen Çıkarsama Mekanizması	83



Şekil 4.4 BÖRM ile Yapı Tanımlama	88
Şekil 4.5. BM ile Yapı Tanımlama	93
Şekil 5.1. BBD Veri Kümesi için BORM_BORM BSM'ye ait gerçek ve tahmini çıktı değerleri	107
Şekil 5.2. BBD Veri Kümesi için ABM_BORM BSM'ye ait gerçek ve tahmini çıktı değerleri	107
Şekil 5.3. TD Veri Kümesi için ABM_BORM BSM'ye ait gerçek ve tahmini çıktı değerleri	109

## KISALTMALAR

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
ABM	Alternatif Bulanık Model
BBD	Beton Basınç Dayanımı
BKT	Bulanık Kural Tabanı
BM	Bulanık Model
BÖÖ	Bulanık Öbek Ortalamaları
BÖRM	Bulanık Öbek Regresyon Modeli
BSM	Bulanık Sistem Modelleme
EKK	En Küçük Kareler
GBF	Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyon
GBÖ	Geliştirilmiş Bulanık Öbeleme
mak	maksimum
min	minimum
HKOK	Root Mean Square Error - Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü
T-S	Takagi-Sugeno
tü-norm	tümleyen üçgen norm
ü-norm	üçgen norm

## SEMBOL LİSTESİ

<b>Simgeler</b>	<b>Açıklama</b>
$\mu$	üyelik değerleri
$U$	üyelik değerlerinden oluşan matris
$c$	öbek sayısı
$m$	bulanıklık derecesi
$X$	girdi vektörü
$Y$	çıkıt vektörü
$\beta, \hat{\beta}, \hat{\omega}$	ilgili fonksiyonların katsayıları
$d$	uzaklık
$\mu(x)$	$x$ 'in üyelik fonksiyonu
$\tau$	doğruluk derecesi
$\kappa$	en yakın komşu sayısı
$R^2$	korelasyon katsayısının karesi

### **Alt Simgeler Açıklama**

$i, j$	öbek sayısını belirten indis
$k$	veri örneğinin sayısını belirten indis

### **Üst Simgeler Açıklama**

$t$	tekrar sayısını belirten indis
-----	--------------------------------

## 1. GİRİŞ

Belirsizlik hemen her gerçek dünya probleminde vardır. Genelde, belirsizlik ölçümden ayrılabilir değildir. Bu kaçınmadığımız ölçüm hataları ve ölçüm aletlerinin sınırlarından kaynaklanabilir. Zihinsel problemlerde ise belirsizlik doğal dillerde var olan anlam karmaşası (birden fazla anlama gelme) ve muğlâklıklardan kaynaklanmaktadır. Sosyal seviyede ise sosyal etkileşim içerisindeki insanların paylaşımlarındaki anlamlardan gelebilir.

Dolayısıyla, belirsizlik insanoğlunun her seviyede dünya ile olan etkileşiminin zaruri bir sonucudur. Prof. Dr. Lotfi A. Zadeh'in yeni ufuklar açan makalesi ile modern belirsizlik kavramının değişiminin dönüm noktasında önemli bir yer tuttuğuna inanılır. İlk makalesinde, Zadeh [33] bulanık kümeler teorisini tanımlamıştır: bunlar kesin sınırları olmayan (imprecise) kümelerdir. Bulanık kümelerin eşsiz özelliği şudur: bulanık kümelerdeki üyelikler kabul veya reddetme meselesi değil, bir derecelendirme meselesidir.

Bulanık sistem modelleri, klasik matematik modellerin tatmin edici sonuçlar ortaya koymada başarısız olduğu belirsiz ve tam olarak açıklanmamış sistemlerin karmaşıklığı ile başa çıkmaya çalışmaktadır. İyi bilinen bulanık sistemler, bulanık kümeleri ve bulanık mantığı temel alır ki bunlar, özellikle muğlak kavramları barındıran sistemler için kullanışlıdır. Bulanık sistemlerin çoğu bulanık modellerde, bulanık kural tabanları, girdi çıktı değişkenlerinin üyelik fonksiyonları ile birlikte kullanılmaktadırlar. Bu modellerde, girdi çıktı ilişkileri "EĞER ... İSE ..." kuralları ile ifade edilmektedir.

Sistem en yaygın tanımıyla birbirleri ile etkileşim içerisinde bulunan elemanlar topluluğudur. Bu elemanlar genellikle belirli bir amacı gerçekleştirmek için bir araya geldiklerinde anlamlı bir bütün oluştururlar. Sistemdeki elemanlar girdiler ve çıktıları oluştururlar. İncelenen sistemin girdi çıktı ilişkisini tanımlayan ifadeye model denir. Eğer sistemdeki elemanlar arasındaki ilişkiler bilinmiyorsa, sistemin modellenmesi ihtiyacı ortaya çıkar. Sistem modelleme, giderek popüler olan bir yaklaşımla,

algoritmik tekniklerin mantıksal çıkarım ve buluşsal teknikler ile harmanlanmasıdır. Bu tip sistemler akıllı sistemler olarak bilinmektedir. Bulanık mantık, yapay sinir ağları ve genetik algoritmalar gibi teknikler klasik yapay zeka kavramlarından türetilmiştir.

Bulanık kural tabanları bulanıklaştırmak, bir araya getirmek – kümelemek– ve daha sonra girdilerin üyelik değerlerini çıktılara eşleştirmek için bir dizi bulanık operatör kullanımı ile sonrasında kümeleme ve çıktılarının berraklaştırılmasını kapsar. Bulanık mantık ile ilgilenen araştırmacıların odağında bulanık kümelerin ve bunların parametrelerinin, üyelik fonksiyonlarının sayısının, şeklinin ve bunların parametrelerinin tanımlanması vardır. Sayısız bulanık sistem modeli yaklaşımı belirsizliklerin ele geçirilmesi için yüksek mertebeden bulanık küme kullanımı veya parametrelerin optimizasyonu için bulanık küme dışında kalan yapay zeka ile hesaplama yaklaşımlarının birleşimi olarak önerilmektedir. Yapısal olarak bu yaklaşımlar Bulanık Kural Tabanları (BKT) metotlarını temel alırlar, ancak bulanık sistemlerin oluşturulmasında yalnızca yapı yeterli değildir. BKT bazı güçlükleri bünyesinde barındırırlar, (ilerleyen bölümlerde bu güçlüklerle değinilecektir).

Bu tez kapsamında ele alınacak sistem modelleme yaklaşımı bulanık fonksiyonların kullanımıyla ortaya çıkan bir sistem modelleme yaklaşımıdır. Bulanık Sistem Modelleme (BSM)'de klasik yöntemler Bulanık Kural Tabanları ile sistem modellemesidir. Klasik yöntemler, yani BKT, hesaplama karmaşıklığı, en iyileme problemleri ve öznellik (kendine has olma durumu) gibi bir takım güçlükleri beraberinde getirir. Bu güçlükleri en aza indirmek için, bu çalışmada Bulanık Fonksiyon kullanımı ile BSM yaklaşımları sunulmuştur. Bu yaklaşımlar birden çok girdi değişkenine ve sürekli çıktı değişkenine sahip sistemlerin modellenmesi için önerilmişlerdir.

Bulanık Fonksiyonlar yaklaşımı bugüne kadar uygulanan diğer bulanık sistem modellerinden farklı olarak üyelik değerlerini de kullanır. Üyelik değerleri “atomlar” gibi düşünülebilir ki, sahip olduğu gücü ortaya çıkarmak için aktive edilecek sistem davranışı ile ilgili potansiyel bilgiyi tutar. Üyelik değerlerinden saptanan böyle

potansiyel bilgi sistem davranışının tahmin edicileri olan yerel bulanık fonksiyonlarda tutulur. Bulanık kural tabanı yapılarının yerine, verilen bir sistem için modellerin oluşturulmasında Bulanık Fonksiyonlar kullanılır [7], [32].

Bu çalışmanın ikinci bölümünde bulanık kümeler ve sistemlere ait genel tanımlara yer verilmiştir. Üçüncü bölümde, bazı araştırmacılar tarafından önerilen bulanık öbeleme algoritmaları ile yeni bir bulanık öbeleme algoritması önerilmiştir. Dördüncü bölümde, bulanık fonksiyonlar ile bulanık sistem modellemeye yer verilmiştir. Beşinci bölümde, önerilen ve referans olarak kullanılan modellere ait bazı deneylere yer verilmiştir. Son olarak, bölüm 6'da çalışma neticesinde elde edilen sonuçlar verilmiştir.

## 2. BULANIK KÜMELER VE SİSTEMLER

### 2.1. Giriş

Prof. Lotfi A. Zadeh 1965'te [32] yayınlanan "Bulanık Kümeler" başlıklı ilk makalesinde bulanık kümeyi üyeliğin derecelendirilmesinin sürekli olduğu bir nesnelere sınıfı olarak tanımlamaktadır. Zadeh bir bulanık kümedeki "üyeliği" kabul veya reddetme meselesi olarak değil, bir derecelendirme meselesi olarak nitelendirir. Yaklaşık olarak 1965'ten beri, Zadeh'in bu önerisi klasik veya kesin kümelerden "Bulanık Kümelere" doğru bir geçiş modeli olarak kabul görmüştür. Ayrıca modern belirsizlik ile kesinsizlik kavramlarının değerlendirilmesinde önemli bir yere sahiptir.

Klir [15] belirsizliğin oluşumunu "Genellikle incelenen olay ve gözlemin evrensel bütünlükle ilişkisi karmaşıklaştıkça, doğrusallıktan uzaklaşma ve belirsizlikler ortaya çıkar" şeklinde ifade etmektedir. Bulanık küme ve bulanık mantık teorileri bu belirsizlikleri ve kesinsizlikleri yakalaması ile ünlü teorilerdir. Bulanık kümenin karakteristiği, yani üyelik fonksiyonu öyle bir fonksiyondur ki onun değer kümesi kapalı birim aralıkta düzenli üyeliğe sahip bir kümedir. Bu sebepten ötürü, çoğu zaman bir bulanık küme bir fonksiyon ile karakterize edilebilir.

Bu bölümde ilk olarak Tip-1 bulanık kümeler ile bu kümelerin özellikleri ile bulanık kümelerde işlemler konuları irdelenmiştir. Ardından bulanık mantık dört farklı başlık sunularak açıklanmaya çalışılmıştır. Bu başlıklar şu sırayla incelenmiştir: klasik mantık teorisinin yapısı, küme ve mantık teorilerinin ilişkileri, bulanık mantığın yapısı ve yaklaşık akıl yürütme (approximate reasoning). Bulanık mantığın ardından bulanık bağıntılar üzerindeki işlemler ve Zadeh'in ortaya attığı uzantı ilkesi (extension principle) verilmiştir. Daha sonra bu araştırmanın temellerini oluşturan bulanık fonksiyonlar açıklanmıştır. Son olarak bulanık fonksiyonlara motivasyon teşkil eden bulanık sistemler incelenmiş ve bölüm özeti ile bölüm sonlandırılmıştır.

## 2.2. Tip 1 Bulanık Kümeler

Klasikte, çeşitli nesnelerin oluşturduğu topluluğa küme diyoruz. Kesin kümeler verilen bir evrende nesnelerin bir kurala göre birbirlerinden ayrılmalardan oluşur. Bu durumda nesneler iki şekilde gruplanır: üyeler ve üye olmayanlar. Klasik küme teorisinde, üye olanlar ile üye olmayanlar arasında keskin bir ayrım söz konusudur.

Klasik kümelerde insana özgü nitelikleri ya da göreceli kavramları kümeler ile ifade edemezken, bulanık kümeler buna imkân tanımaktadır. Örneğin, bir kişinin boyu bir kişiye göre orta boylu olarak nitelendirilebiliyorsa, bir başka kişiye göre uzun boylu olarak nitelendirilebilir.

Kesin kümelerin tersine bulanık kümeler her nesneye  $[0,1]$  aralığında bir üyelik değeri atamasıyla yapılandırılır. Üyelik değerleri bir nesnenin bir bulanık kümeye olan aitlik derecesini temsil eder. Diyelim ki  $X$  bir evrensel küme,  $x$  de bu  $X$  kümesinde bir eleman,  $A$  ise bir bulanık küme olsun. Bir bulanık kümenin üyelik fonksiyonu  $\mu_A(x)$  ile tanımlanır, şöyle ki:

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1] \quad (2.1)$$

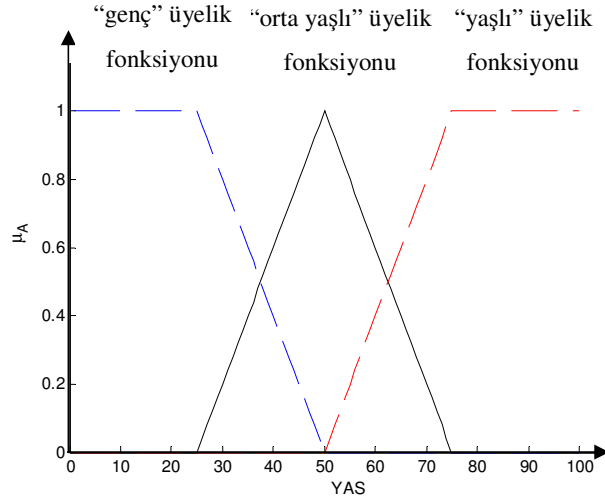
$X$  evrensel kümesindeki elemanlara değerler atandığını gösteren ve (2.1) ile verilen üyelik fonksiyonu,  $A$  bulanık kümesinde bu elemanların üyelik derecelerinin gösterildiği ve belirli bir değer kümesinde yer aldığını ifade eder. Üyelik fonksiyonları ile ilgili daha detaylı bilgi istenirse Türkşen'in [23, 25-27] kaynaklarında bulunabilir.

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \quad (2.2)$$

Üyelik fonksiyonları genellikle düzgün doğrular ile formüle edilir. Bunların içinde, üçgensel üyelik fonksiyonu en basit olanıdır. Şekil 2.1'de “genç”, “orta yaşlı”, ve “yaşlı” bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonları görülmektedir. Şekil 2.1'de de



görüldüğü gibi yatay ekseninde  $X$  evrensel kümesi yani “yaş” bulunurken, dikey ekseninde ise “genç”, “orta yaşlı”, veya “yaşlı” olarak nitelendirilen bir kişinin bu kümelerle olan üyelik değeri verilmektedir. Dolayısıyla, Şekil 2.1.’de gösterilen üyelik grafiği “genç olarak nitelendirilen bir grup insan”, “orta yaşlı olarak nitelendirilen bir grup insan” ve “yaşlı olarak nitelendirilen bir grup insan”ı temsil eden bir bulanık kümenin üyelik fonksiyonunu temsil etmektedir.



Şekil 2.1. “genç”, “orta yaşlı” ve “yaşlı” kümeleri için üyelik fonksiyonları.

## 2.2.1 Bulanık Kümelerin Karakteristikleri

Kesikli veya sürekli bir evrensel kümede bir bulanık kümenin gösterimi iki türlü yapılabilir.  $X$  kesikli evreninde bir  $A$  bulanık kümesi şu şekilde gösterilir:

$$A = \sum_{x \in X} \mu_A(x) / x \quad (2.3)$$

Dikkat edilmelidir ki  $\sum$  işareti (2.3)’te matematikteki toplama işlemcisi değildir. Burada sadece bulanık bir kümeye ait üyelik değerlerini bir araya getirme, yani

kümeleme operatörü olarak kullanılmıştır.  $X$  sürekli evreninde bir  $A$  bulanık kümesi ise şu şekilde gösterilir:

$$A = \int_{x \in X} \mu_A(x) / x \quad (2.4)$$

Yine (2.4)'te de  $\int$  operatörü kümeleme işlemcisi olarak kullanılmıştır. Bulanık kümelerde en önemli kavramlardan birisi de “ $\alpha$ -kesiti” veya “güçlü  $\alpha$ -kesiti”dir.  $X$ 'te tanımlı bir  $A$  bulanık kümesi ve herhangi bir  $\alpha \in [0,1]$  için bir “ $\alpha$ -kesiti”,  ${}^\alpha A$  ve “güçlü  $\alpha$ -kesiti”,  ${}^{\alpha+} A$  sırasıyla (2.5) ve (2.6)'da ki gibi tanımlanır.

$${}^\alpha A = \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (2.5)$$

$${}^{\alpha+} A = \{x \mid \mu_A(x) > \alpha\} \quad (2.6)$$

$A$  bulanık kümesindeki “ $\alpha$ -kesiti” veya “güçlü  $\alpha$ -kesiti”  $A$ 'daki üyelik derecelerinin sırasıyla  $\alpha$ 'dan büyük eşit veya büyük olan  $X$  evrensel kümesindeki tüm değerleri içeren kesin bir kümedir. Verilen bir  $A$  bulanık kümesi için kesin  $\alpha$  kesitlerinin gösterildiği  $\alpha \in [0,1]$ 'in tüm seviyelerinin kümesi  $A$ 'nın *seviyeler kümesi* olarak adlandırılır ve (2.7)'deki gibi gösterilir.

$$\Lambda(A) = \{\alpha \mid A(x) = \alpha, \exists x \in X\} \quad (2.7)$$

burada  $\Lambda$   $X$ 'de tanımlı bir  $A$  bulanık kümesinin seviye kümesini gösterir.

$X$ 'te tanımlı bir  $A$  bulanık kümesinin “*desteği*” (*support*)  $X$ 'in  $A$ 'da üyelik derecesi sıfır olmayan tüm elemanlarını içeren kesin bir kümedir. Dikkat edilmelidir ki,  $A$ 'nın desteği  $\alpha = 0$  iken  $A$ 'nın güçlü  $\alpha$ -kesiti ile aynıdır ve şu şekilde tanımlanır:

$$DESTEK(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\} \quad (2.8)$$

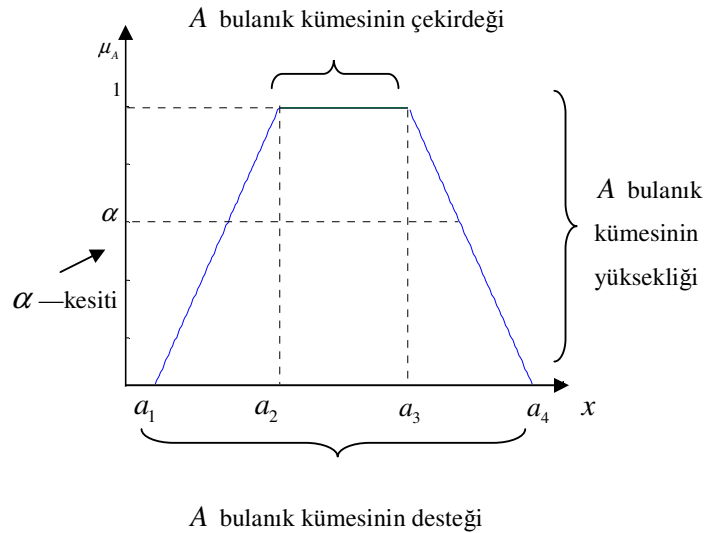
$\alpha=1$  iken  $A$ 'nın  $\alpha$ -kesiti ise  $A$ 'nın “çekirdeği” (*core*) olarak adlandırılır ve şöyle gösterilir:

$$\text{ÇEKİRDEK}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) = 1\} \quad (2.9)$$

$A$  bulanık kümesinin “yüksekliği”,  $h(A)$ , kümedeki herhangi bir elemanın en büyük (EnBüyük: supremum (*sup*)) üyelik derecesi ile saptanır ve aşağıdaki gibi gösterilir:

$$h(A) = \text{EnBüyük}_{x \in X}(\mu_A(x)) \quad (2.10)$$

Eğer  $h(A)=1$  ise  $A$  “normal” olarak, eğer  $h(A)<1$  ise “normal altı” olarak nitelendirilir. Şekil 2.2’de yamuk şeklindeki bir üyelik fonksiyonu için yukarıda tanımlanan bulanık küme karakteristikleri özetlenmiştir.



Şekil 2.2 Yamuk şekilli üyelik fonksiyonu üzerinde bulanık küme özellikleri

## 2.2.2. Bulanık Kümelerde İşlemler

Klasik küme teorisinde, kümeler üzerinde tümleme, kapsama, kesişim ve bileşim olmak üzere 4 temel işlem tanımlıdır. Bu işlemciler diğer birçok bulanık küme işlemcisinin yanında standart bulanık işlemleri için tanımlıdır. Bulanık küme literatüründe en yaygın biçimde kabul görmüş olan ve kullanılan iki işlemci üçgensel normlar (ü-norm: t-norm) ile tümleyen üçgensel normlardır (tü-norm: t-conorm). Dolayısıyla, bu bölümde ü-norm ve tü-normların tanımlarına da kısaca değinilecektir.

$S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  sonlu elemana sahip bir evrensel küme olsun. Bu takdirde,  $A$  bulanık kümesi için  $A \subseteq S$  yazılabilir. (2.3)'teki üyelik fonksiyonu tanımından yola çıkarak,  $A$  bulanık kümesinin üyelik değerleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{k=1}^n \frac{\mu_A(x_k)}{x_k} \quad (2.11)$$

(2.11)'de yer alan '+' operatörü bildiğimiz toplama işlemi yerine geçmemektedir. Daha sonra standart bulanık küme işlemleri De Morgan üçlemesi (min (minimum), mak (maksimum), tümleyen) ile verilecek ve bu işlemlere ilerleyen bölümlerde değinilecektir.

Tanım 2.1. Bulanık Kümelerin Eşitliği: üyelik fonksiyonlarının eşitliği ile tanımlanabilir. Diyelim ki,  $A, B \subseteq S$  iki bulanık kümeyi gösterebilir ve bu iki bulanık kümenin eşitliği aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in S \quad (2.12)$$

Tanım 2.2. Bulanık Kümelerin İçermesi: üyelik fonksiyonlarının eşitsizliği şeklinde tanımlanır:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in S \quad (2.13)$$

' $A \subset B$ ' bulanık kümelerde aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$A \subset B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in S \text{ ve } \exists y \in S \text{ iken } \mu_A(y) < \mu_B(y) \quad (2.14)$$

Tanım 2.3. Bulanık Kümelerin Bileşimi: Üyelik fonksiyonlarının en büyüğü olarak tanımlanır:

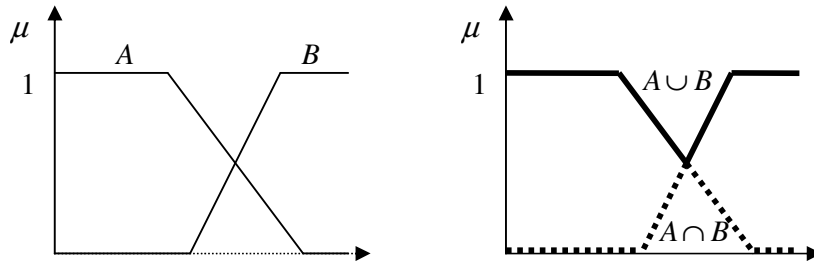
$$A \cup B : \mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.15)$$

Tanım 2.4. Bulanık Kümelerin Kesişimi: Üyelik fonksiyonlarının en küçüğü olarak tanımlanır:

$$A \cap B : \mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.16)$$

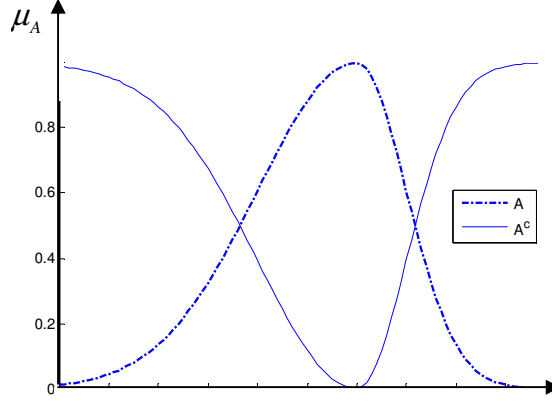
Tanım 2.5. Bulanık Kümenin Tümlenyeni:  $A$  bulanık kümesinin tümlenyeni,  $A^c$ , aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2.17)$$



Şekil 2.3. Bileşim ve Kesişim

Şekil 2.3 bulanık kümelerde kesişim ve bileşim işlemlerinin grafiksel olarak gösterirken, Şekil 2.4 ise bulanık bir kümenin tümleyenin grafiksel olarak gösterimidir.



Şekil 2.4. A bulanık kümesi ve tümleyeni  $A^c$

Mantıksal operatörler bulanık mantık tarihi boyunca önemli tartışmaların odağında olmuşlardır. Orijinal olarak, “min” ve “mak” fonksiyonları mantıksal kesişim ve bileşim modelleri için önerilmişlerdir. Bu fonksiyonlar açıkçası geleneksel olarak doğru ve yanlış değer alan operatörlerin genelleştirilmiş halidir, fakat yalnızca bu fonksiyonların olası olmadığı bu önerilerin akabinde kabul görmüştür. Son otuz yılda, üçgensel normları ve tümleyen üçgensel normları içeren birçok farklı operatör önerilmiştir. Aşağıdaki ü-norm ve tü-norm tanımları Klir ve Yuan'a [15] aittir.

$a, b, c$   $[0,1]$  birim aralığında yer alan üyelik değerleri olsun.

**Tanım 2.6. Bulanık Kümelerde Kesişim / Üçgensel Norm:** Bir üçgensel norm  $[0,1]$  birim aralığında bir  $T$  fonksiyonudur, (örneğin,  $z = T(a,b), 0 < a, b$ ). Aşağıdaki dört aksiyomun doğru olması için  $a, b, c \in [0,1]$  olmalıdır.

- *Aksiyom T1.*  $T(a,1) = a$  (Sınır Koşulu: Boundary Condition)
- *Aksiyom T2.*  $T(a,b) = T(b,a)$  (Değişme Özelliği: Commutativity)
- *Aksiyom T3.* Eğer  $b_1 < b_2$  ise  $T(a,b_1) \leq T(a,b_2)$ 'dir (Monotonluk: Monotonicity)
- *Aksiyom T4.*  $T(a,T(b,c)) = T(T(a,b),c)$  (Birleşme Özelliği: Associativity)

Ü-normlar genellikle bulanık üçgensel kesişimler sınıfına denk kabul edilir. Dolayısıyla, bu aksiyomlar bulanık üçgensel kesişimler/ü-normlar için aksiyomatik çatı olarak adlandırılırlar.

T1 aksiyomunda yer alan sınır koşulu, ü-normun değişkenlerinden biri 1 olduğunda, yani diğer bir değişle üyelik değeri 1 olduğunda, kesişimin üyelik derecesi diğer değişkenin değerine eşit olmasını garanti eder. Değişme özelliği bulanık kesişimde simetriyi sağlar. Ü-normun monotonluk özelliği  $A$  veya  $B$  kümelerinden birinin üyelik değerinde bir düşüş olduğunda kesişimin üyelik derecesinin artamayacağını temin eder. Son aksiyom olan birleşme özelliği ise küme sayısı üç olduğunda bu kümelerin kesişiminin hangi sırayla olduğunun bir önemi olmadığını vurgular.

Ü-normlar için verilen yukarıdaki dört aksiyomun doğru olduğu kabul edildiğinde aşağıda verilen üç aksiyomda doğru olmak zorundadır.

- *Aksiyom T5.*  $T$  sürekli bir fonksiyondur. (Süreklilik: Continuity)
- *Aksiyom T6.*  $T(a,a) < a$  (Alt eş güçlülüğü: Sub-idempotency)
- *Aksiyom T7.*  $a_1 < a_2$  ve  $b_1 < b_2$  ise  $T(a_1,b_1) \leq T(a_2,b_2)$ 'dir (Sert Monotonluk: Strict Monotonicity)

Süreklilik aksiyomu  $A$  veya  $B$  kümelerinden herhangi birinin üyelik değerinde küçük bir değişim olduğunda  $A \cap B$ 'nin üyelik değerinde büyük değişimlerin oluşmasını engeller. Alt eş güçlülüğü aksiyomu ise  $A$  ve  $B$ 'nin her ikisinin de

üyelik derecesinin aynı  $a$  değerine eşit olması durumunda  $A \cap B$ 'nin üyelik derecesinin  $a$ 'dan büyük olmamasını sağlar.

**Tanım 2.7.** Bulanık Kümelerde Bileşim / Tümlleyen Üçgensel Norm: Bir tümlleyen üçgensel norm  $[0,1]$  birim aralığında bir  $C$  fonksiyonudur, (örneğin,  $z = C(a,b), 0 < a, b$ ). Aşağıdaki dört aksiyomun doğru olması için  $a, b, c \in [0,1]$  olmalıdır.

- *Aksiyom C1.*  $C(a,b) = C(b,a)$  (Değişme Özelliği)
- *Aksiyom C2.*  $C(a, C(b,c)) = C(C(a,b), c)$  (Birleşme Özelliği)
- *Aksiyom C3.* Eğer  $b_1 < b_2$  ise  $C(b_1, c) \leq C(b_2, c)$ 'dir (Monotonluk)
- *Aksiyom C4.*  $C(a, 0) = a$  (Sınır Koşulu)

Bulanık bileşim fonksiyonu  $A \cup B$ 'nin üyelik derecesini döndürür.  $C1-C4$  aksiyomlarının  $T1-T4$  aksiyomlarından farkı sınır koşulundadır. Tü-normlar için verilen yukarıdaki dört aksiyomun doğru olduğu kabul edildiğinde aşağıda verilen üç aksiyom da doğru olmak zorundadır.

- *Aksiyom C5.*  $C$  sürekli bir fonksiyondur. (Süreklilik)
- *Aksiyom C6.*  $C(a, a) > a$  (Tam eş güçlülüğü: Superidempotency)
- *Aksiyom C7.*  $a_1 < a_2$  ve  $b_1 < b_2$  ise  $C(a_1, b_1) \leq C(a_2, b_2)$ 'dir (Sert Monotonluk)

**Tanım 2.8.** Bileşim (tü-norm) ve Kesişimin (ü-norm) Kombinasyonu: Klasik küme teorisindeki kurallara göre, kümeler üzerinde tanımlı kesişim ve bileşim işlemleri birbirinin eşleniğidir, eğer De Morgan kanunlarını sağlıyorsa:

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} \text{ ve } \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad (2.18)$$



Ancak bu eşleniklik ü-norm ve tü-norm ve bulanık tmlemenin yalnızca bazı kombinasyonları için geerlidir. Bir ü-norm,  $T$ , ve tü-norm,  $C$ , birbirinin bulanık tmlemeye göre eşleniğidir, ancak ve ancak bu fonksiyonlar arasındaki ilişki aşağıdaki gibi ise:

$$T(a,b) = 1 - C(1-a, 1-b) \text{ veya} \quad (2.19)$$

$$C(a,b) = 1 - T(1-a, 1-b) \quad (2.20)$$

Bir ü-norm, bu ü-normun eşleniği olan tü-norm ve standart tümleme ile yapılandırılmıŐ ulemeye bir De Morgan Ulemesi denir. Bulanık De Morgan Ulemesi aşağıdaki gibi aıklanabilir.

$A$  ve  $B$ ,  $X$  evrensel kümesinde tanımlı iki bulanık küme olsun.  $A$  bulanık kümesinin ve  $B$  bulanık kümesinin üyelik fonksiyonları  $a = \mu_A(x)$  ve  $b = \mu_B(x)$  olarak tanımlansın. Zadeh'in De Morgan Ulemesine göre bu kümelerde tanımlı keŐiŐim, bileşim ve tümleme işlemleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\text{KeŐiŐim: } A \cap B : \mu_{A \cap B}(x) = a \wedge b = \min(a, b), \forall x \in X$$

$$\text{Bileşim: } A \cup B : \mu_{A \cup B}(x) = a \vee b = \max(a, b), \forall x \in X$$

$$\text{Tümleme: } \bar{A} : \mu_{\bar{A}}(x) = c(a) = 1 - a, \forall x \in X$$

Ayrıca farklı ü-norm ve tü-norm operatörleri kullanılan De Morgan ulemeleri de mevcuttur. Bunlardan bazıları izelge 2.1'de listelenmiŐtir.

Çizelge 2.1. Bazı ü-norm ve t̄ü-normlar ile bunların gösterimleri

<i>Norm adı</i>	<i>ü-norm</i>	<i>t̄ü-norm</i>
Zadeh	$\min(x, y)$	$\max(x, y)$
Algebric	$x * y$	$x + y - xy$
Lukasiewicz	$\max(x + y - 1, 0)$	$\min(x + y, 1)$
Yager	$\max(1 - ((1 - x)^p + (1 - y)^p)^{1/p}, 0)$	$\min((x^p + y^p)^{1/p}, 1)$
Schweizer & Sklar	$\max(0, (x^p + y^p - 1)^{1/p})$	$1 - \max((1 - x)^p + (1 - y)^p - 1, 0)^{1/p}$
Weber ( $\lambda > -1$ )	$\max((x + y - 1 + \lambda xy)/(1 + \lambda), 0)$	$\min(x + y + \lambda xy, 1)$

### 2.3. Bulanık Mantık

Literatürde “mantık” terimi, doğru düşünmenin kurallarını koyan disiplindir. Bu bağlamda, eğer doğru muhakeme yapmak istiyorsak, bu disiplin bize nasıl çıkarım yapmamız gerektiğini söyler.

#### 2.3.1. Klasik Mantık Teorisinin Yapısı

Klasik mantık, akıl yürütmenin ilkelerini ve metotlarını veren disiplindir. Önermelerde yer alan hükümler ister doğru olsun ister yanlış, mantık bu önermelerle ilgilidir. Mantık alanlarından birisi, keyfi önermelerin yerine değişkenlerin kombinasyonları ile ilgilenen önermeler mantığıdır. Önermeler mantığında temel kavram, yeni mantık değişkenlerinin verilen bazı mantık değişkenlerinin fonksiyonları olarak üretilmesi kurallarını içeren disiplindir. Önermeler mantığı, basit mantık operatörleri yardımıyla  $n$  değişkenli tüm mantık fonksiyonlarının ifade edilmesidir.

Beş temel mantık işlemi vardır. Bunlar, değil (!), kesişim (ve) ( $\wedge$ ), bileşim (veya) ( $\vee$ ), gerektirme (ise) ( $\Rightarrow$ ) ve eşitlik (=)'tir. Bu operatörleri kullanarak diğer işlemler de yapılabilir. Genel mantıkta (Formal logic) bu beş operatör yaygın bir biçimde kullanılır. Farklı operatörlerin kombinasyonlarını kullanılarak, örneğin

mantık formüllerinde değilleme, kesişim ve bileşim operatörleri kullanılarak, farklı bir mantık fonksiyonu üretebiliriz.

Mantık formülü ile gösterilen bir değişken her zaman doğru ise bu takdirde eş söz (totoloji) olarak adlandırılır. Eş sözün değişik formları mevcut olup, bunlar çıkarsama kuralları olarak adlandırılırlar ve çıkarsama yapmak için düzenlenebilirler. Klasik mantıkta en sık kullanılan temel çıkarım yöntemi “Doğrulama Yöntemi” (“*Modus Ponens*”) çıkarımıdır. Bu çıkarımın gösterimi için  $p$  ve  $q$  iki önerme olsun.

$$\begin{array}{l} \text{Doğrulama Yöntemi} \\ 1. p \Rightarrow q \\ 2. p \\ \hline \therefore q \end{array} \quad (2.21)$$

(2.21)'de verilen ifadede çizginin üzerinde kalan ifadelere “önergeler” ve çizginin altında kalan ifadeye ise “sonuç” denir. Eğer önergeler doğru ise bu takdirde sonuç da doğrudur. Doğrulama Yöntemi şu şekilde de gösterilebilir:

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q \quad (2.22)$$

burada  $p$  ve  $q$  iki önerme, “ $\rightarrow$ ” gerektirme operatörü ve “ $\wedge$ ” ise kesişim operatörü olarak düşünülmelidir.

### 2.3.2 Küme ve Mantık Teorilerinin İlişkisi

Mantık ile ilgili çalışmalar ikibin yıldan fazla geriye gider ve şimdiye kadar birçok sembol ve diyagram tasarlanmıştır. M.Ö. 300'lerde Aristotle harfleri terim değişkenleri olarak kullanmıştır. Mantıkta matematiksel gösterimin modern dönemi George Bole ile başlamış olmasına rağmen günümüzde hiçbiri kullanılmamaktadır. Küme teorisi 19.yy sonları ve 20.yy başlarında büyük ölçüde George Cantor'un

(1845-1918) yaratıcılığı ile açığa çıkmıştır. Küme ve mantık teorileri birbirlerinden bağımsız olarak gelişmelerine rağmen birbirleri ile ilişkilidirler. Küme gösterimi ile açıklanabilen her şey mantık teorisinde dilbilimsel terimler ile de açıklanabilir. Küme teorisinde bir eleman belirli bir kümeye ait olsun veya olmasın dilsel olarak “ $x \in A$ ’nın elemanıdır” şeklinde açıklanırken, mantık teorisinde dilsel açıklama “doğru” veya “yanlış” olarak tanımlanır ve dilsel olarak “ $x \in A$ ’nın elemanıdır” doğrudur veya yanlıştır şeklinde açıklanabilir.

İnsan bilgisi, doğal dillerdeki “dilsel ifadeler” ile açıklanabilir [24]. Dilsel ifadeler ilk olarak dil-ötesi terimlere daha sonra da önerme ifadelerine çevrilir. Bu bağlamda, onaltı olası Boolean ifade bir doğal dilin “dilsel ifadelerin kombinasyonlarını” gösteren küme veya mantık teorisini kullanarak incelenebilir.  $A$  ve  $B$  iki küme veya iki farklı önerme olsun. Onaltı farklı Boolean ifade Çizelge 2.2’de verilmiştir [22]. (KOŞ: Kesişik Olağan Şekil, BOŞ: Bileşik Olağan Şekil). KOŞ ifadelerin bileşimlerinin kesişimleri cinsinden ifadesi iken, BOŞ ifadelerin kesişimlerinin bileşimleri cinsinden ifadesidir.

Karmaşık akıl yürütme yapılarını açıklamak için basit atomik önermeler (bir veya en fazla iki öncül içeren önermeler) kullanılabilir. Ana fikir öncüllerin kümesinden meydana gelmiş sonuçların farklı şekillerde elde edilebileceğidir ki sonuç ya verilen öncüller tarafından yapılandırılabilir ya da bulunabilir. (En sık kullanılan temel çıkarım yapısı “Doğrulama Yöntemi” çıkarım yapısıdır.)

### **2.3.3. Bulanık Mantığın Yapısı**

Klasik önermeler ile bulanık önermeler arasındaki temel fark onların doğruluk değerlerindeki farklılıktır. Her klasik önerme doğru veya yanlış olmalıdır. Ancak bulanık önermelerin doğruluğu veya yanlışlığı  $[0,1]$  birim aralığında bir değer ile doğruluğun bir derecesi olarak gösterilir.

Çizelge 2.2. Onaltı Boolean İfade

	Dil Ötesi Açıklama	KOŞ	BOŞ
1	BOŞ KÜME	$X$	$\emptyset$
2	EVRENSEL KÜME- $X$	$(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$	$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$
3	A VEYA B	$(A \cup B)$	$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$
4	A DEĞİL VE B DEĞİL	$(A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$	$(\bar{A} \cap \bar{B})$
5	A DEĞİL VEYA B DEĞİL	$(\bar{A} \cup \bar{B})$	$(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$
6	A VE B	$(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup B)$	$(A \cap B)$
7	A İSE B	$(\bar{A} \cup B)$	$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$
8	A VE B DEĞİL	$(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$	$(A \cap \bar{B})$
9	A VEYA B DEĞİL	$(A \cup \bar{B})$	$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$
10	A DEĞİL VE B	$(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$	$(\bar{A} \cap B)$
11	A ANCAK VE ANCAK B	$(A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup B)$	$(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$
12	A DIŞLAYAN YA DA B	$(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$	$(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$
13	A	$(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B})$	$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$
14	A DEĞİL	$(\bar{A} \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$	$(\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$
15	B	$(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup B)$	$(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B)$
16	B DEĞİL	$(A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$	$(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$

Bu bağlamda, “Bulanık Mantık”, bulanık küme teorisinin klasik mantık teorisi yerine kullanılması Zadeh [32] tarafından önerilmiştir. Bulanık kümelerde, önceden,  $X$  kesin kümesinin  $A$  bulanık alt kümesi,  $X$ ’in her bir  $x$  elemanının  $A$ ’da  $x$ ’in bir üyelik derecesine atanması ile karakterize edilirdi. Eğer  $X$  bulanık mantık önermelerinden oluşan bir önermeler kümesi ise, doğruluk için bir derece tayin edilebilir, örneğin “tam doğru”, “tam yanlış”, veya bir önerme diğer bir önermeden daha doğru gibi ise “orta derecede doğru” vb. Şimdi verilecek tanımlar Klir [15] ve Türkşen [28]’den alınmıştır.

Bulanık mantık akıl yürütme için kesin koşullar yerine yaklaşık koşullar ile çalışan metotların, ilkelerin ve kavramların bir sistemidir şeklinde açıklanabilir. Bu yüzden, bulanık kümelerle benzetilecek olursak, bulanık mantıkta dereceli doğruluk kavramı vardır. Bulanık mantık bulanık küme teorisinin uygulamasıdır, bu sebeple de birbirleri ile ilişkilidirler. Bulanık mantık, yaklaşık akıl yürütmenin çeşitli yapılarını formüle ederek bulanık küme teorisinin metotlarını, ilkelerini ve kavramlarını kullanır. Bu sebeple, bulanık kümelerdeki üyelik derecesi kavramı bulanık mantıkta “doğruluğun derecesi” olarak kullanılmalıdır. Verilen bir  $A$  bulanık kümesi için, “ $x$   $A$ ’nın bir elemanıdır” bulanık önermesinin doğruluğu koşullara bağlı olarak iki şekilde ifade edilebilir [28]. Bunlar:

- (i) klasik mantıkta, “ $x$   $A$ ’dır” önermesi kesin bir derecede “doğru”dur, yani  $\tau(A(x)) = 1$ ’dir, veya alternatif olarak,
- (ii) bulanık mantıkta, “ $x$   $A$ ’dır” önermesi dereceli doğruluk belirtir, yani  $\tau(A(x)) = \tau \in [0,1]$ ’dir.

İkinci durumda, “ $x$   $A$ ’dır” ifadesi için bir bulanık doğruluk atıyoruz.

Klasik mantık teorisinde –iki değerli mantıkta– tüm önermeler ya doğru ya da yanlıştır [15]. Diğer taraftan bulanık mantık teorisi  $[0,1]$  birim aralığından değerler alan doğruluk derecelerine sahip önermeleri çıkarsamaya olanak sağlar. Bu değerler “doğruluk dereceleri” olarak yorumlanır. Bulanık mantığın odak noktası doğal diller ile ifade edilen, kesin olmayan kavramları içeren bulanık önermeler ile akıl yürütmedir. Bu akıl yürütme şekli “yaklaşık akıl yürütme” olarak adlandırılmakta olup, sonraki bölümde açıklanacaktır.

Klasik mantık önermeleri bir yana, bulanık mantık önermeleri, bulanık önermelerin doğruluk değerlerinin değerlendirilmesi için kullanılır ki burada önermelerin bulanıklığı farklı dilsel bileşenlerin bir kombinasyonu olmasından kaynaklanabilir. En yaygın olarak kullanılan bulanık gerektirmelerdir ki öncül ve ardılı olan basit bulanık önermeler içerir ve şöyle açıklanabilir:

$$P: EĞER X A, İSE Y B' dir \quad (2.23)$$

burada  $X$  ve  $Y$  sırasıyla  $X$  ve  $Y$  kümelerinde yer alan  $x$  ve  $y$  değerlerini alan değişkenlerdir ve  $A$  ve  $B$  ise ilgili dilsel değerleri içeren, örneğin sıcak, ılık ve soğuk gibi değerler içeren bulanık kümelerdir. Bu koşula bağlı bulanık önerme bir  $p$  önermesinin doğruluğunu iki farklı şekilde tanımlar.

(i) İki değerli doğruluk da mutlak doğruluk “doğru” olarak tanımlanır.

$$p_{x,y} : "EĞER "X A"dır" doğru İSE, " Y B'dir doğrudur" \quad (2.24)$$

“ $x A$ ’dır doğrudur” ve “ $y B$ ’dir doğrudur” ifadeleri belirli durumlarda  $A(x)$  ve  $B(y)$  şeklinde ve aralarındaki gerektirme ise şu şekilde sembolize edilir:

$$A(x) \Rightarrow B(y) \text{ doğrudur} \quad (2.25)$$

Hangi bulanık önermenin ne dereceye kadar doğru olduğunun belirlenmesi için bir fonksiyona gereksinim vardır. Örnek olarak Lukasiewicz fonksiyonu kullanılır. Bu fonksiyon (2.26)’daki gibi ifade edilebilir, burada gerektirme  $I$  ve önermelerin doğruluk dereceleri  $p_{x,y}$  ile gösterilmiştir.

$$T(p_{x,y}) = I[A(x), B(y)] = \min[1, 1 - A(x) + B(y)] \quad (2.26)$$

Sözel olarak ifade etmek istersek, koşullu önerme  $p_{x,y}$ ’nin doğruluk değerinin derecesi ilk olarak  $A(x)$  ve  $B(y)$ ’nin doğruluk değerlerinin kendi derecelerinin belirlenmesi ve ardından da saptanan  $A(x)$  ve  $B(y)$  değerlerine seçilen bulanık gerektirme metodu ((2.26)’da Lukasiewicz kullanılmıştır) uygulanarak hesaplanır.  $I$  ise burada bulanık kümeler ile bulanık önermeler arasında bir gerektirme vazifesi görür.

(ii) Alternatif olarak doğruluğu, bulanık doğruluk olarak  $[0,1]$  birim aralığından bir değer ile aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz.

$$p_{x,y} : \begin{array}{l} \text{EĞER "X A'dır" } \tau_1 \text{ dereceye kadar doğru"} \\ \text{İSE, "Y B'dir" } \tau_2 \text{ dereceye kadar doğrudur"} \end{array} \quad (2.27)$$

“ $x$  A'dır  $\tau_1$  dereceye kadar doğrudur” ve “ $y$  B'dir  $\tau_2$  dereceye kadar doğrudur” ifadeleri belirli durumlarda  $(A(x), \tau_1)$  ve  $(B(y), \tau_2)$  şeklinde ve aralarındaki gerektirme ise şu şekilde sembolize edilir:

$$(A(x), \tau_1) \Rightarrow (B(y), \tau_2) \text{ doğrudur} \quad (2.28)$$

Lukasiewicz fonksiyonu ile (2.29)'daki ifadeyi elde ederiz.

$$\begin{aligned} T(p_{x,y}) &= I[(A(x), \tau_1), (B(y), \tau_2)] \\ &= \min[1, 1 - A(x) + B(y)] \\ &= \min[1, 1 - \tau_1 + \tau_2] \end{aligned} \quad (2.29)$$

(i) ile verilen kesin doğruluk için (2.29) yeniden düzenlenirse (2.30)'daki gibi bir ifade elde ederiz.

$$T(p_{x,y}) = I[(A(x), 1), (B(y), 1)] = \min[1, 1 - A(x) + B(y)] \quad (2.30)$$

Sonuç olarak, bulanık küme ve bulanık mantık teorileri, klasik küme ve klasik mantık teorilerinde olduğu gibi birbirleri ile bağlantılıdır. Bulanık teoride, doğruluk değerlerinin derecelerinin atanmasıyla, klasik kümelerin sınırları ve mantık teorisi daha esnek ve örtüşmelere izin veren bir hal alır. Bulanık mantığın hatırlatılması gereken önemli kavramlarından birisi; bulanık küme operatörlerinin hesaplama farklılıklarından dolayı dilsel ifadelerin BOŞ ve KOŞ'ları Türkşen [22] klasikteki ile her ne kadar gösterim olarak benzer olsalar da bu ifadelerin içerikleri



birbirlerinden farklıdır. Bulanık modelleri kurmak için bu ifadelerin nasıl daha açık bir biçimde gösterileceği ile ilgili araştırmalar halen sürmektedir. Türkşen [22-30] bulanık mantık ve bulanık kümeler için BOŞ ve KOŞ'ların hem birbirlerinden hem de klasikteki yapılarından farklı olduğunu ortaya koymuştur. Bu bilgiler çalışmanın temel konusu dışında kaldığı için bu konu üzerinde daha fazla durulmayacaktır.

### 2.3.4 Yaklaşık Akıl Yürütme

Yaklaşık akıl yürütme, Zadeh [33-34], bulanık mantıkta önemli bir kavramdır, çünkü bu kavram bulanık küme teorisinin uygulama alanını gösterir. Klasik mantık (iki değerli mantık) teorisinde verilen önermelerden yeni bir bilgi türetmemizi sağlayan çıkarsama kuralları akıl yürütmede en önemli araçlardan birisidir. Daha önce belirtildiği gibi “Doğrulama Yöntemi” en yaygın olarak kullanılan çıkarsama metodudur. Dolayısıyla, klasik küme ve mantık teorisindeki diğer tüm kavramlar gibi Doğrulama Yöntemi’de bulanık küme ve bulanık mantık teorisi için geliştirilmiştir. Bulanık kısıtlama hesaplamasının tanıtımı ile, Zadeh, Genelleştirilmiş Doğrulama Yöntemi (GDY) olarak adlandırdığı bir akıl yürütme şemasının zeminini hazırlamıştır. GDY’yi kullanarak bulanık neticeleri ifade etmek için çıkarsama kompozisyon (composition) kuralı olarak bilinen bir yöntem tanımlamıştır. GDY şu şekilde tanımlanır:

$$\begin{array}{l}
 \text{Önerme1: } A \rightarrow B(\tau = 1) \\
 \text{Önerme2: } A' \quad (\tau = 1) \\
 \hline
 \text{Sonuç: } B^* \quad (\tau = 1)
 \end{array}
 \tag{2.31}$$

burada  $A$  ve  $A'$  dilsel değerlerdir ki bunlar üyelik fonksiyonu  $\mu_A(x): x \in X \rightarrow [0,1]$  olan  $x$  öncül değişkeninin evrensel kümesinde tanımlıdır,  $B$  ve  $B'$  dilsel değerlerdir ki bunlar da üyelik fonksiyonu  $\mu_B(y): y \in Y \rightarrow [0,1]$  olan  $y$  ardıl değişkeninin evrensel kümesinde tanımlıdır. “ $\rightarrow$ ” gerektirme ilişkisi operatörünü gösterir. Dikkat edilmelidir ki, GDY’nin bu kısa versiyonunda her önermenin doğru olduğu ve kümelerinde bulanık kümeler olduğu varsayılmaktadır. (2.31)’in kısa şekli şöyledir:

$$B^* = A' \circ (A \rightarrow B) \quad (2.32)$$

burada “ $\circ$ ” kompozisyon operatörüdür. (2.32) eşitliği Zadeh [32] tarafından önerildiği üzere üyelik değerler kullanılarak da (2.33)’te olduğu gibi yazılabilir.

$$\mu_{B^*}(y) = \text{EnBüyük}_{x \in X} VE(\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)) \quad (2.33)$$

(2.32) önermesindeki “ $\circ$ ” genellikle “ $\dot{u}$ -norm” bağlacı olarak alınır. Dolayısıyla, (2.33)’teki ‘VE’ operatörü Zadeh kural tabanındaki “MİN” ve ‘EnBüyük’ operatörü de “MAK” operatörünü gösterir. Bu sebeple, bu çıkarsama *en küçüklerin en büyüğü çıkarsaması* olarak da adlandırılır. Bu çıkarsama gibi çeşitli çıkarsamalarda yapılabilir, ancak bu çalışmanın temelini teşkil etmeyen bir alt konu olduğu için burada sonlandırılacaktır, ancak daha detaylı bilgi için Zadeh’in [32-34], Klir ve Yuan’ın,[15] ve Türkşen’in [28] kaynaklarından yararlanılabilir.

## 2.4 Bulanık Bağlıntılar

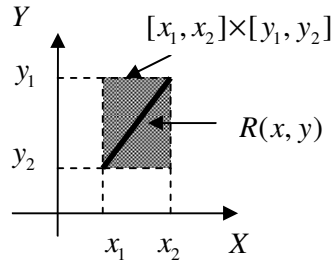
Bulanık bağlantılar ilk olarak Zadeh’in [32] bulanık kümeler üzerine yazdığı yeni ufuklar açan makalesi ile tanıtılmıştır. Bu bağlantılar bayağı/adi (ordinary) bağlantıların uzantıları olarak tanımlanmıştır. Yine bu bağlantılar öbeikleme, örüntü tanıma, çıkarsama, sistem ve kontrol konularında geniş bir uygulama alanına sahiptir.

Bu bağlantıları açıklamak için ilk önce kesin bağlantılar tanımlanmalıdır. Kesin bir bağlantı iki veya daha fazla kesin küme arasındaki benzerlikleri tanımlar. Amaçların tanımlanması için kesin bağlantıların tanımları, kesin ikili yani sadece iki kümenin elemanlarını içeren ilişkiler ile sınırlandırılır. Kesin ikili bağlantı iki kümenin elemanları arasında bir ilişki, bileşim veya kesişim olup olmadığını gösterir. Bu ikili arasındaki bağlantı  $A \times B$  kartezyen çarpım ile açıklanır.  $A$  ve  $B$  sırasıyla,  $X$  ve  $Y$  evrensel kümelerinde tanımlı kesin kümeler olsunlar. Kesin bir  $R$  bağlantısı  $\mu_R(x, y)$

üyelik fonksiyonu ile tanımlanabilir, burada  $x \in X$  ve  $y \in Y$ 'dir.  $R$  kesin bağıntısının üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlansın:

$$\mu_R(x, y): X \times Y \rightarrow \{0,1\}, \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (2.34)$$

Yani, bu tanımdan şu çıkar ki,  $X \times Y$  kartezyen çarpım uzayında tanımlı  $(x, y)$  elemanları  $R$  bağıntısına atanmıştır veya atanmamıştır. Burada iki seçenek söz konusudur, ya 0 ya da 1. Örneğin  $x$  ve  $y$  arasında kesin bir bağıntı olsun ve bu bağıntı da,  $E$ , eşitlik bağıntısı olsun, bu takdirde  $x = y$  ve  $x \in [x_1, x_2]$ ,  $y \in [y_1, y_2]$  olur. Eşitlik bağıntısı,  $E \subset [x_1, x_2] \times [y_1, y_2]$ , olarak gösterilebilir.



Şekil 2.5 Kesin İkili Bağıntı (  $x$  ile  $y$  arasındaki,  $E$ , eşitlik bağıntısı)

Şekil 2.5  $X$  ve  $Y$  arasındaki kesin bağıntıyı göstermektedir. Diğer yandan, bulanık bağıntılar kesin bağıntılar olsalar da buna ilaveten, bulanık bağıntılar bu bağıntının gücünü yakalayabilecek kadar iyidir. Bulanık bağıntılar evrensel kümeler üzerinde tanımlı bulanık kümeler gibi kartezyen çarpımlardır.

Kesin ikili bağıntıya benzer olarak, bulanık ikili bağıntı da bir bulanık kümenin tanım kümesindeki her bir elemanın, bir diğer bulanık kümenin bir veya daha fazla elemanı ile ilişkili olduğu iki bulanık küme arasındaki ilişkileri açıklar. Unutulmamalıdır ki, bulanık bir bağıntı aynı zamanda tanım ve değer kümelerinin elemanları arasındaki ilişkinin bir derecesini de tanımlar.  $A$  ve  $B$  yine sırasıyla  $X$

ve  $Y$  evrensel kümelerinde yeniden tanımlanmış iki bulanık küme olsun.  $R$  bulanık bağıntısının üyelik fonksiyonu,  $\mu_R(x, y)$ , aşağıdaki gibi tanımlanan bir eşleştirmedir.

$$\mu_R(x, y) : X \times Y \rightarrow [0, 1], \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (2.35)$$

ve,  $R$  ikili bulanık ilişki (2.36)'daki gibi tanımlansın:

$$R = \int_{X \times Y} \mu_R(x, y) / (x, y) \quad (2.36)$$

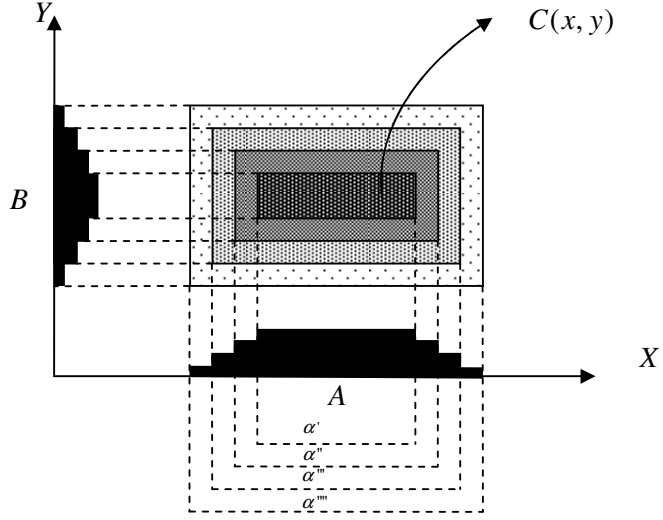
Benzer şekilde, bulanık ikili bağıntıya bir örnek şu şekilde verilebilir:  $E$ ,  $x$  ve  $y$  değişkenleri arasında eşitlik bağıntısı olsun. Bulanık bağıntı “ $x = y$ ’ye eşittir” veya “ $x = y$ ’ye dereceli olarak yakındır” gibi kavramları yakalar. Böyle kavramlar  $x$  ile  $y$  arasında tanımlı herhangi bir üyelik fonksiyonu  $\mu_R(x, y)$ , ile elde edilebilir. Bulanık bir bağıntı,  $R$ , kartezyen çarpımdır  $R \subset [x_1, x_2] \times [y_1, y_2]$  ve bağıntı Şekil 2.6’da grafiksel olarak verilmiş olup, burada  $A(x) \in [0, 1], B(y) \in [0, 1]$  ve  $C(x, y) \in [0, 1]$  ve  $C(x, y) = \text{Min}(A(x), B(y))$ ’dir. Bulanık bağıntı, doğal dil ile ifade edilen ilişkisel kavramların açıklaması yeteneğini geliştirir.

İkili bulanık bağıntının tanımı  $n$ -boyutlu bulanık bağıntıya şu şekilde genişletilebilir:  $n$ - boyutta bir evrensel küme verilsin,  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ .  $R$ ,  $n$ -boyutlu bulanık bağıntısının, üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi olur.

$$\mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n) : X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \rightarrow [0, 1], \forall x_i \in X_i, i = 1, \dots, n \quad (2.37)$$

Benzer şekilde,  $R$ ,  $n$ -boyutlu bağıntı şöyle tanımlanır:

$$R = \int_{X_1 \times \dots \times X_n} \mu_R(x_1, \dots, x_n) / (x_1, \dots, x_n) \quad (2.38)$$



Şekil 2.6 İki bulanık kümenin (  $A$  ve  $B$  ) Kartezyen Çarpımı

#### 2.4.1. Bulanık Bağlılar Üzerinde İşlemler

Bulanık bağlantılar özel bulanık kümeler olduğundan bulanık kümeler üzerindeki tüm işlemler (tümleme, kesişim ve bileşim) bulanık bağlantılara da uygulanabilir olmasına rağmen, ikili bulanık kümeler üzerindeki bazı işlemler bayağı/adi bulanık kümelere uygulanamazlar. Bu bölümde bayağı/adi bulanık kümelere uygulanamayan işlemler yani, tersini alma ve kompozisyon işlemleri açıklanacaktır.

$X \times Y$ 'de tanımlı  $R$  bulanık ikili bağlantısı için *tersini alma* işlemi,  $Y \times X$  arasındaki ilişki  $R^{-1}$  olarak gösterilir ve şöyle tanımlanır:

$$R^{-1}(y, x) = R(x, y) \quad \forall \langle x, y \rangle \in Y \times X \quad (2.39)$$

Sırasıyla  $X \times Y \in R$  ve  $X \times Y \in S$ 'de tanımlı  $R$  ve  $S$  ikili bağlantıları için *kompozisyon* işlemi  $R \circ S$  ile gösterilir.  $R$  ve  $S$  ikili bulanık bağlantılar olduklarından, her  $x$  ve  $z$  arasında bir bağlantı vardır ve bu bağlantı bir dereceleyle

tanımlıdır. Dolayısıyla, kompozisyon,  $R \circ S$ , operatörünü karakterize eden üyelik fonksiyonu  $\mu_{R \circ S}(x, z)$  ile gösterilir ve (2.40)'daki gibi tanımlanır:

$$\mu_{R \circ S}(x, z) = \text{EnBüyük}_{y \in Y}(T(\mu_R(x, y), \mu_S(y, z))) \quad \forall x \in X, \forall z \in Z \quad (2.40)$$

ve  $R \circ S$  ise aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$R \circ S = \int_{X \times Z} \left[ \text{EnBüyük}_{y \in Y}(T(\mu_R(x, y), \mu_S(y, z))) \right] / (x, z) \quad (2.41)$$

burada  $T$  belirli bir ü-norm'dur. Örneğin, eğer  $T$  için “MİN” ü-normu seçilirse,  $\langle x, y, z \rangle$  zincirinin üyelik derecesi iki bağıntının en zayıfının derecesi olarak tayin edilir.

## 2.4.2. Uzantı İlkesi

Zadeh [32] tarafından ortaya atılan “Uzantı İlkesi”, bulanık küme teorisinin en temel görüşlerinden birisidir. Bulanık kümeler ile hesaplamann geliştirilmesi için, kesin fonksiyonları, bulanık fonksiyonlara dönüştürecek bir yol bulmaya (yani, bulanıklaştırmaya) ihtiyacımız vardır. Dolayısıyla, kesin fonksiyonların “*bulanıklaştırılması*” uzantı ilkesi ile yapılır. “Uzantı İlkesi”, bulanık olmayan matematiksel kavramların bulanık nicelikler ile ifade edilmesini sağlar. Kesin kümelerin bulanıklaştırılması için başka yöntemler de vardır. Ancak, “Uzantı İlkesi” diğer yöntemlerin içinde en çok bilinen ve en çok kullanılan yöntemdir.

Bir  $f : X \rightarrow Y$ 'ye, kesin fonksiyonu,  $X$  ve  $Y$ 'de tanımlı bulanık kümelere etki etmesi için genelleştirildiğinde bulanıklaştırılır. Bulanıklaştırılmış  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonunun ifadesi şu şekildedir:  $f : F(X) \rightarrow F(Y)$ . Dolayısıyla, kesin fonksiyonlar “Uzantı İlkesi” ile bulanıklaştırılır. “Uzantı İlkesi”ni incelemeden önce

genişletilmiş fonksiyonların  $F(X)$  ve  $F(Y)$  kesin kuvvet kümeleri ile sınırlandırıldığı özel bir durum aşağıda örneklenecektir.

$X$  'ten  $Y$  'ye kesin bir fonksiyon verilmiş olsun. Bunun bulanıklaştırılmış hali ise herhangi bir  $A \in P(X)$  için  $P(X)$  'ten  $P(Y)$  'ye bir fonksiyon şöyle tanımlansın

$$f(A) = \{y \mid y = f(x), x \in A\} \quad (2.42)$$

Ek olarak, bulanıklaştırılmış  $f$  'nin tersi  $f^{-1}$  ile tanımlı ve her  $B \in P(X)$  için  $P(Y)$  'den  $P(X)$  'e (2.43)'teki fonksiyon oluşur.

$$f^{-1}(B) = \{x \mid f(x) \in B\} \quad (2.43)$$

$f(A)$  ve  $f(B)$  kümeleri kendi üyelik fonksiyonları ile açıklanabildiğinde,

$$\begin{aligned} [f(A)](y) &= \text{EnBüyük}_{x|y=f(x)} A(x) \\ [f^{-1}(B)](x) &= B(f(x)) \end{aligned} \quad (2.44)$$

(2.44)'te verilen  $A$  ve  $B$  kümeleri bulanık fonksiyonlar olsun. Üyelik fonksiyonlarını kullanarak aşağıdaki uzantı ilkesine ulaşırız.

Verilen herhangi bir  $f : X \rightarrow Y$  iki fonksiyona sebep olur,

$$\begin{aligned} f : F(X) &\rightarrow F(Y) \\ f^{-1} : F(Y) &\rightarrow F(X) \end{aligned} \quad (2.45)$$

ve (2.46)'daki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned}
\forall A \in F(X), [F(A)](y) &= \text{EnBüyük}_{x|y=f(x)} A(x) \text{ veya,} \\
\forall A \in F(X), [F(A)](y) &= \text{EnBüyük}_{(x_1, \dots, x_n)|y=f(x_1, \dots, x_n)} \min(A_1(x_1), \dots, A_n(x_n))
\end{aligned} \tag{2.46}$$

$X = X_1 \times \dots \times X_n$  evreninde bir Kartezyen çarpımı göz önüne alırsak, bulanık eşleştirme birden çok girdi ile bunların  $A_j(x_j)$ ,  $j = 1, \dots, n$  şeklinde tanımlı bulanık alt kümeleri arasında tanımlanır. Eşleştirme tanımlanmadan önce ilk olarak bu girdilerin üyelik fonksiyonlarının ü-normları saptanır.

Uzantı ilkesinin esas amacı, bulanık kümeler ve bağıntılar ile bunların değişkenlerini onaylayan fonksiyonlara olanak tanımaktır. Uzantı ilkesi aşağıda verilen bir örnek ile açıklanabilir.

$X$  bir firmada çalışanların yaşlarının kümesi olsun ve  $Y$ 'de bu firmadaki çalışanların maaşlarının kümesi olsun. "Genç çalışanlar"ın maaşlarını bulmak istersek  $X$  ile  $Y$  arasında bir fonksiyona ihtiyaç vardır. Çizelge 2.3'te çalışanların yaşları ile bu yaşlara karşı gelen maaşlar verilmiştir.

Çizelge 2.3. Çalışanların YAŞ ve MAAŞ özellikleri

Yaş	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
Maaş (1.000 \$)	2.5	2.5	3.0	3.5	3.5	4.0	4.0	4.5	4.5	5.0

Diyelim ki  $A$  genç insanların bir bulanık kümesi olsun. Bu takdirde,  $A$  bulanık kümesi ile bu kümeye atanan üyelik değerleri aşağıdaki gibi tanımlanabilir:



$$\begin{aligned}
A(\text{"genç çalışanlar"}) &= \frac{A(x)}{X} = \\
&= \frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{0.8}{30} + \frac{0.6}{35} + \frac{0.4}{40} + \frac{0.2}{45} + \frac{0}{50} + \frac{0}{55} + \frac{0}{60} + \frac{0}{65}
\end{aligned} \tag{2.47}$$

$A$  genç çalışanlar bulanık kümesini kullanarak,  $B$  bulanık kümesini genç insanların maaşlarını açıklayacak şekilde tanımlayalım.  $f$  fonksiyonu  $A$  ile  $B$  arasındaki ilişkiyi tanımlasın  $X$ 'te yer alan her  $x$   $Y$ 'de belirli bir  $y = f(x)$ 'e atansın.  $A$  ve  $B$  bulanık kümeleri arasında bir bağıntı vardır ve şöyle gösterilebilir:

$$B = A(x) / f(x) \tag{2.48}$$

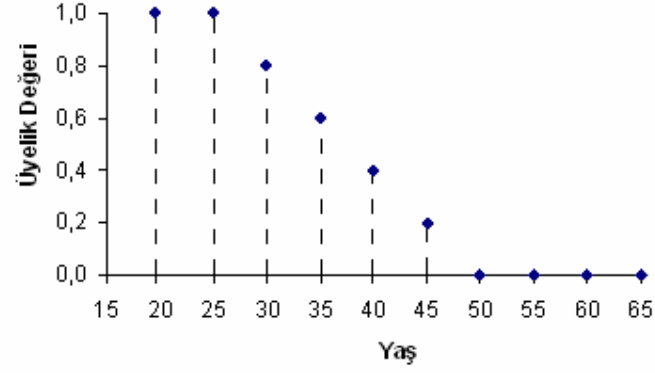
Dolayısıyla (2.48)'den,  $B$  bulanık kümesi şu şekilde açıklanabilir:

$$B = \frac{B(x)}{X} = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{2.5} + \frac{0.8}{3} + \frac{0.6}{3.5} + \frac{0.4}{3.5} + \frac{0.2}{4} + \frac{0}{4} + \frac{0}{4.5} + \frac{0}{4.5} + \frac{0}{5} \tag{2.49}$$

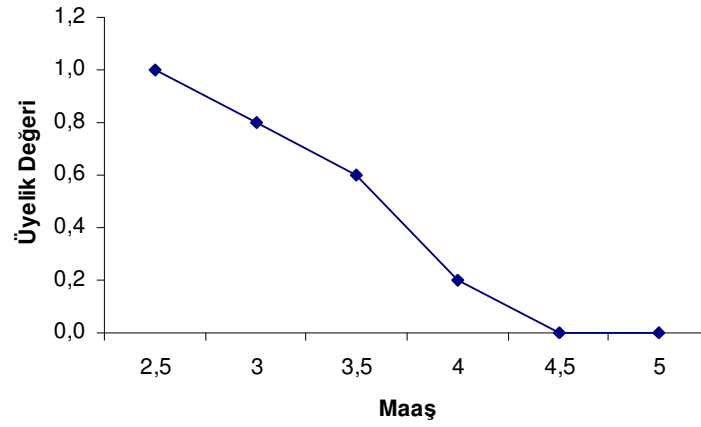
(2.49)'da bazı maaş değerlerinin birden fazla yaşa karşılık geldiği görülmektedir. Örneğin, 3.500\$ maaşa sahip biri hem 35 hem de 40 yaşındaki bir kişiye sırasıyla 0.6 ve 0.4 üyelik derecesi ile ait olabilir. Bileşimin yapısına göre, maaşlar ile yaşların birleştirilmesi için, iki üyelik derecesinden en büyüğünü alırız. Dolayısıyla, genç çalışanların maaşlarını tanımlayan,  $B$  bulanık kümesinin son değeri (2.50)'deki gibi tanımlanabilir:

$$B = \frac{B(x)}{X} = \frac{1}{2.5} + \frac{0.8}{3} + \frac{0.6}{3.5} + \frac{0.2}{4} + \frac{0}{4.5} + \frac{0}{5} \tag{2.50}$$

Genç çalışanları gösteren  $A$  ve genç çalışanların maaşlarını gösteren  $B$  bulanık kümelerinin grafik şeklinde gösterimleri sırasıyla Şekil 2.7 ve Şekil 2.8 ile verilmiştir.



Şekil 2.7 Genç çalışanların bulanık kümesi ( $A(x)$ )



Şekil 2.8 Genç çalışanların maaşlarının bulanık kümesi ( $B(y)$ )

## 2.5. Bulanık Fonksiyonlar

“Bulanık Fonksiyonlar” araştırmacılar tarafından farklı şeyleri tanımlamak için kullanılır. Birçok kullanımdan birisi bu terimin üyelik fonksiyonlarını tanımladığıdır. Araştırmacıların hangilerinin “Bulanık Fonksiyonlar”ı üyelik fonksiyonlarının yerine kullandığını sınıflandırmak imkânsızdır, çünkü çoğu bulanık teori araştırmacısı

bunları birbirinin alternatifi olarak kullanmaktadır. Ancak literatürde “Bulanık Fonksiyonlar”ın diğer tanımları mevcuttur. Siy ve Chen [20], Sasaki [19], Demirci [9] ve Türkşen [31] tarafından farklı bulanık fonksiyon tanımları yapılmıştır.

Zadeh [32] tarafından önerilen bulanık küme teorisinin temelleri özellikle mantıksal bağlayıcılar, niceleyiciler, çıkarsama kuralları, ilişkiler, aritmetik işlemler vb. gibi klasik temel gösterimlerin temel uzantılarıdır. Dolayısıyla, bunlar bulanık fonksiyonların ilk tanımlarını oluşturur. Marinos, [7] Zadeh’in bulanık küme teorisi ve bulanık işlemleri temel alarak bulanık mantık sistemlerinin tasarımı için iyi bilinen geleneksel anahtarlama teorisi tekniklerini sunmuştur. Marinos bulanık kümeler için cebir geliştirmiştir. Burada üyelik fonksiyonları bulanık sayılar olarak tanımlanmıştır. Genellikle, bulanık özellikler ile işlemler bulanık mantık fonksiyonları ile gösterilir. Dolayısıyla, Marinos’un makalesi çok-değerli bulanık fonksiyonları temel alan gerçek dünya mühendislik problemleri üzerine bulanık çıkarsama mekanizmalarının uygulamasının örneklerinden biridir. Daha sonra, Siy ve Chen [20], Sasaki [19], Demirci [9] ve Türkşen [31] bulanık fonksiyonlar üzerinde birçok farklı aritmetik işlem keşfetmiş ve sunmuşlardır. Bulanık fonksiyonlar üzerine bu araştırmalar bu çalışmada önerilen bulanık fonksiyonların kavramsal temelleridir. Ayrıca, “Bulanık Fonksiyonlar”ın matematiksel temellerini de tanımlamışlardır. Bulanık kümeler [7] bakımından bulanık fonksiyonların temel tanımları aşağıdadır.  $X$  ve  $Y$  iki bulanık küme ve  $x$  ve  $y$  sırasıyla  $X$  ve  $Y$ ’ye ilişkin bir “nesne”nin üyelik derecesi olsun.

*Tanım 1:* Eğer her  $i$  nesnesi için,  $X$ ’in üyelik derecesi  $x_i$ , yani  $\mu(x_i)$ ,  $Y$ ’nin  $y_i$  üyelik derecesine, yani  $\mu(y_i)$ ’ye, eşitse  $X$  ve  $Y$  bulanık kümelerine eşittir denir.

*Tanım 2:* Eğer her  $i$  nesnesi için  $X$ ’de  $x_i$ ’ üyelik derecesi  $(1 - x_i)$ ’ye eşit ise  $X$ ’ bulanık kümesi  $X$  bulanık kümesinin tümleyenidir denir, burada  $x_i$   $X$ ’te  $i$  nesnesinin üyelik derecesidir.

*Tanım 3:* Eğer her  $i$  nesnesi için  $x_i \leq y_i$  varsa  $Y$  bulanık kümesi  $X$  bulanık kümesini içerir denir.

*Tanım 4:* Eğer her  $i$  nesnesi için  $z = \max(x_i, y_i)$  varsa  $X$  ve  $Y$  bulanık kümeleri bir birleşim oluştururlar denir ve  $z = X + Y$  ile gösterilir.

*Tanım 5:* Eğer her  $i$  nesnesi için bir  $z = \min(x_i, y_i)$  varsa  $X$  ve  $Y$  bulanık kümeleri bir kesişim oluştururlar denir ve  $Z = X \cdot Y$  ile gösterilir.

Yukarıdaki tanımlar temel alındığında, bulanık kümeler cebri iki değerli mantığın Boolean cebrine benzer olarak geliştirilmiştir. Neticede, üyelik derecesi terimi bir örnek bulanık fonksiyonun daha uygun bir terim olan “bulanık değişken” ile yer değiştirmiş olup, aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$f(x, y) = x \cdot y' + x' \cdot y \quad (2.51)$$

yani;

$$f(x, y) = \max[\min(x, 1 - y), \min(1 - x, y)] \quad (2.52)$$

Diğer bir değişle, (2.52) bulanık sayılar, yani üyelik değerleri, ile tanımlanan iki bulanık küme arasında tanımlanan bir fonksiyondur ve bu fonksiyonun üyelik değerleri nesnelere üyelik değerleri arasındaki  $(\cdot)$  ve  $(+)$  işlemleri ile tanımlanır.

Bulanık fonksiyonların sonraki tiplerinde aritmetik işlemler işlem sayısı ve değişkenlerin sayısı arttıkça karmaşıklaşır. Buna ek olarak, üyeliklerin derecelerine sonsuz sayıda atama yapılabilir, bu da karmaşıklığı arttırabilir. Kandel [12] bulanık mantık fonksiyonları ile akıl yürütme algoritmalarını basitleştirmek için bulanık fonksiyonların en küçüklenmesi üzerine çalışmıştır. Bu bulanık fonksiyonların yalnızca üyelik değerleri yoluyla ifade edilebildiği unutulmamalıdır. Bu tip

fonksiyonlar önerilen geliştirilmiş bulanık öbeleme algoritmasında kullanılır ve daha sonra bölüm 3'te sunulacağı gibi "Geçici Bulanık Fonksiyonlar" olarak anılır.

"Bulanık fonksiyonlar" bulanık kural tabanlı sistemlerde bulanık kurallar yerine, özellikle de Takagi-Sugeno bulanık çıkarım sistemleri yerine kullanılır. Takagi-Sugeno bulanık çıkarım sistemlerinde ardıllar girdi değişkenleri ile çıktı değişkenleri arasındaki doğrusal veya doğrusal olmayan kombinasyonlar veya fonksiyonlardır. Bu sistemler sonraki bölümde açık bir şekilde tanımlanacaktır. Bu sistemlerde her yerel model, yani bulanık kural, ayrı birer fonksiyon ile tanımlanır. Doğrusal regresyon fonksiyonlar [21], çok-katmanlı sinir ağları, [13] veya genetik algoritmalar [8] gibi farklı bulanık fonksiyon tahmin ediciler bulanık fonksiyonları tanımlamada kullanılırlar. "Bulanık Fonksiyonların" bu tiplerinin uygulanması bu çalışmada sunulduğu gibi "Bulanık Fonksiyonlar" stratejilerine en yakındır.

Türkşen 2008'de, [32] "Bulanık Fonksiyonlar" ile akıl yürütme ve yeni bir gösterim tanıtmıştır. Bu "Bulanık Fonksiyonlar" çok değişkenli kesin değerli fonksiyonlardır. Bu fonksiyonların,  $f(X, \mu)$ , belirgin özellikleri,  $X$  girdi değişkenlerinin yanı sıra ek bir nitelik olarak belirlenen bulanık kümedeki nesnelere üyelik değerlerinin,  $\mu$ , de kullanılmasıdır. Bir bakıma, derecelendirme (üyelik değerleri) tahmin ediciler olur. Bu tip "Bulanık Fonksiyonlar" her bir eşsiz bulanık kuralın fonksiyonlarca gösterimini temel alan bir düşünceden çıkar. Bu tip "Bulanık Fonksiyonlar"ı formüle etmenin amaçlarından biri daha az bulanık işlemci gerektirmesi olup, yalnızca "Bulanık Fonksiyonlar"ın formülasyonunun ve verilen sistemin bulanık kümelerinin nasıl saptanacağı bilgisini gerektirir. Bu "Bulanık Fonksiyonlar"ın parametrelerinin bulunması için herhangi bir fonksiyon tahmin metodu, örneğin en küçük kareler veya sinir ağları araç olarak kullanılabilir. Basit doğrusal regresyon metotları kullanılarak "Bulanık Fonksiyonlar" ile sistem modellemenin Türkşen ve Çelikyılmaz [6, 32] deneysel uygulamaları geleneksel bulanık kural tabanlı sistemler ile karşılaştırıldığında ümit verici sonuçlar elde edildiği gösterilmiştir. Daha sonra, bu fonksiyonlar performans geliştirme analizlerinde makine öğrenme algoritmaları, yani kuvvet vektör makineleri [3], kullanılarak genişletilmiştir. Bu çalışma "Bulanık

Fonksiyonlar”ın yeni bir tasarımını tanıtır ve detaylı bir şekilde bulanık sistem modellerindeki belirsizlikleri açıklamak için algoritmalar ve yeni gelişmeler sunar.

## 2.6. Bulanık Sistemler

Kullanılan bulanık kümelerin tipine göre, geleneksel bulanık sistemler tip-1 veya tip-2 bulanık sistemler olarak ifade edilir. Bulanık sistem modelleri bir sistemin girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki ilişkileri EĞER-İSE kurallarının bir bütününde dilsel etiketlerin (yani, bulanık kümeler) kullanımıyla tanımlar. Birçok bulanık sistem model yapılarının arasında Zadeh [32], Takagi-Sugeno [21] ve Mizumoto [17] tarafından önerilen yaklaşımlar en ünlü ve en çok kullanılanlarıdır. Yıllardır, bu temel bulanık sistemler birçok değişiklikle önerilmektedir.

### 2.6.1. Zadeh Bulanık Kural Tabanı Yapısı

Zadeh’in [32] bulanık kural tabanı yapısı şu şekilde formüle edilebilir:

$$R : KURAL_{i=1}^c \left[ EĞER \bigvee_{j=1}^{nv} (x_j \in X_j \text{ üü } A_{ji}) \text{ İSE } y \in Y \text{ üü } B_i \right] \quad (2.53)$$

(2.53)’te;

- $c$  sistem modelindeki kuralların sayısı,
- $x_j$   $j$ . girdi değişkeni,  $j = 1, \dots, nv$ ,  $nv$  girdi değişkenlerinin toplam sayısı
- $X_j$   $x_j$ ’nin tanım kümesi,
- $A_{ji}$   $i$  kuralında  $\mu_{A_{ji}}(x_j) : X_j \rightarrow [0,1]$  üyelik fonksiyonuna sahip  $x_j$  girdi değişkeni ile ilişkili dilsel etiket,
- $y$  çıktı değişkeni,
- $Y$   $y$ ’nin tanım kümesi,

- $B_i$   $i$  kuralında  $\mu_{B_i}(y):Y \rightarrow [0,1]$  üyelik fonksiyonuna sahip  $y$  çıktı değişkeni ile ilişkili dilsel etiket,
- VE her kuralın ateşleme derecesini bulmak için verilen bir gözlem için girdi değişkenlerinin üyelik değerlerinin toplamak için kullanılan mantıksal bağlaç,
- İSE ( $\rightarrow, \Rightarrow$ ) mantıksal GEREKTİRME bağlacı,
- KURAL bulanık kuralların model çıktılarını toplamak için kullanılan mantıksal bağlaç,
- ‘üü’ (üü:üyelik ilişkisindeyse) Zadeh tarafından tanıtılmıştır ve atamanın veya tanımlamanın kesin olmadığını gösterir, bu atama veya tanımlama bulanıktır.

Bulanık mantık yapısını tanımlama metodunu kullanmadan önce tanımlanması gereken parametreler;  $c^*$ , her bir girdi değişkeni için üyelik fonksiyonlarının tipi, çıktı değişkeninin üyelik fonksiyonu ve VE, İSE ve KURAL işlemcilerinin tipleridir.

### 2.6.2. Mizumoto Bulanık Kural Tabanı Yapısı

Mizumoto bulanık kural tabanı yapıları [17] Zadeh bulanık kural tabanı yapılarının basitleştirilmiş bir halidir. Burada her kuralın ardılı bir  $B_i$  bulanık kümesi yerine, bir  $b_i$  değeri ile gösterilir. Bu tip çıkarsama yapıları aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$R : KURAL_{i=1}^c \left[ EĞER \bigvee_{j=1}^{nv} (x_j \in X_j \text{ üü } A_{ji}) \text{ İSE } y_i = b_i \right] \quad (2.54)$$

(2.54)’te  $b_i$   $i$  kuralı ile ilişkili değerdir. Mizumoto bulanık çıkarsama sistemini kullanmada tanımlanacak çıkarsama parametreleri  $c$ , her kuralda her bir girdi değişkeni için üyelik fonksiyonları, her kural ile ilişkili değerler,  $b_i, i = 1, \dots, c$ , VE, İSE ve KURAL bağlaçları’dır.

Genelleştirilmiş bulanık çıkarsama yapısı aşağıdaki gibi açıklanabilir:

Diyelim ki,  $x' = (x_1', x_2', \dots, x_{nv}')$  girdi vektörü bir test vektörünü gösterebilir ki çıktı değerleri bilinmesin. Bir bulanık kural tabanı yapısı ve deneysel veriler,  $(x_k, y_k) = (x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,nv}, y_k)$ ,  $k = 1, \dots, n$ , kullanılarak, bulanık çıkarsama metodları uygulanır ve  $x'$  için yaklaşık olarak kesin bir çıktı değeri saptanır. Diyelim ki,  $X_j$   $x_j$ 'nin tanım kümesi olsun,  $j = 1, \dots, nv$ ,  $A_{ji}$   $i$  kuralında  $\mu_i(x_j): X_j \rightarrow [0,1]$  üyelik fonksiyonuna sahip  $x_j$  girdi değişkeni ile ilişkili üyelik fonksiyonunu,  $c$  bulanık kural tabanındaki kuralların sayısını ve  $nv$  de tanımlanan sistemdeki özelliklerin/girdilerin boyutunu gösterebilir. Şekil 2.10'da gösterildiği üzere bulanık kural tabanının genel yapısı temel alınarak beş ortak adımı şu şekildedir:

**BULANIKLAŞTIRMA:** Bulanıklaştırma her  $i$  kuralında her  $A_{ji}$  bulanık kümesi için her yeni veri vektörüne,  $x'$ , bir üyelik değeri atar ve bu  $\mu_i(x_j')$ ,  $\forall i = 1, \dots, c$ ,  $\forall j = 1, \dots, nv$  üyelik değeri ile gösterilir.

**ÖNCÜLLERİN TOPLANMASI:** Bulanıklaştırma adımında ölçülen üyelik değerleri tek bir ateşleme derecesi, yani üyelik değeri, belirlemek için toplanır. Toplama işlemi bulanık işlemciler kullanılarak gerçekleştirilir, en yaygın olarak MİN bağlacını kullanan ü-normdur ve  $\wedge$  ile gösterilir. Dolayısıyla,  $x'$  yeni girdi vektörünün  $i$  kuralının ateşleme derecesi şu şekilde hesaplanabilir:

$$\tau_i(x') = \bigvee_{j=1}^{nv} \mu_i(x_j'), \forall i = 1 \dots c \quad (2.55)$$



GEREKTİRME: *Model Çıktısı Bulanık Kümelerin Tanımlanması*. Ateşleme derecesi öncüller ve girdi değişkenleri arasındaki uyumluluğun bir ölçüsünü gösterse de, aynı zamanda son model çıktısı bulanık kümesini tanımlayan her bir kuralın çıktı bulanık kümelerinin katkısının seviyesini de tanımlar. Mamdani tipi çıkarsama metodunda [7], VE bağlacı GEREKTİRME bağlacı olarak kullanılır, burada MİN işlemi verilen bir  $x'$  gözlem için  $i$  kuralında model çıktı bulanık kümenin saptanmasında kullanılır, şu şekildedir:

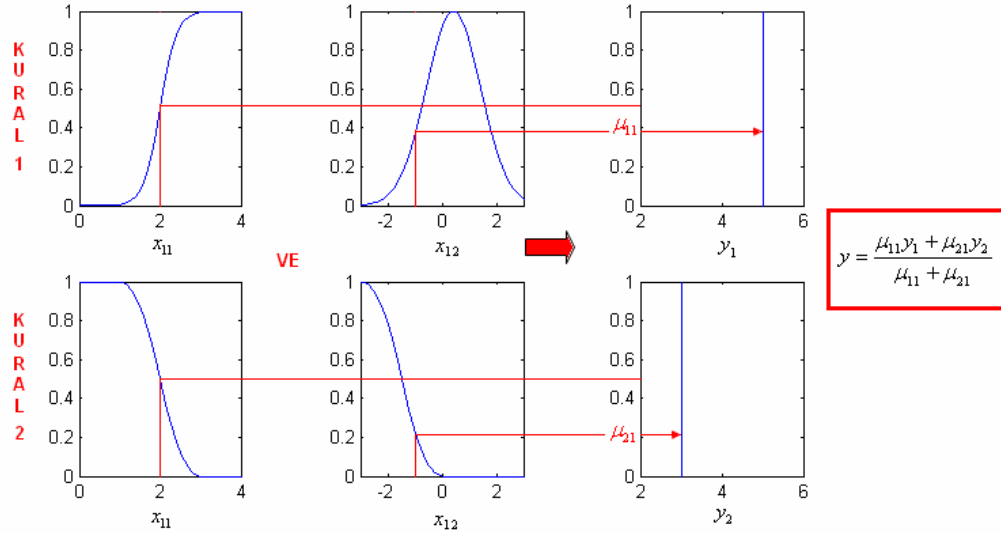
$$\mu'_i(y) = \tau_i(x') \vee \mu_i(y) = \tau_i(x') \wedge \mu_i(y), \forall i = 1 \dots c \quad (2.56)$$

ARDILLARIN TOPLANMASI: GEREKTİRME adımında model çıktısı için her kural için bir bulanık küme tanımlanır. Burada KURAL işlemcisi bu çıktı bulanık kümeleri toplayarak tek bir çıktı bulanık küme tanımlamak için kullanılır. Mamdani Bulanık Çıkarsama planında, KURAL VEYA işlemcisi olarak alınır – genellikle MAK işlemcisi olarak kullanılır – ve şu şekilde hesaplanır:

$$\mu'(y) = \bigvee_{i=1}^c \mu'_i(y) \quad (2.57)$$

BERRAKLAŞTIRMA: Bulanık çıkarsama metodunun son adımı Tip 1 bulanık çıkarsamadan kesin bir çıktı elde etmektir. Burada en yaygın olarak kullanılan berraklaştırma metodu olan Ağırlık Merkezi şöyle tanımlanır:

$$y' = \frac{\int_y y \mu'(y)}{\int_y \mu'(y)} \quad (2.58)$$



Şekil 2.9 Mizumoto Bulanık Çıkarılma Yapısı

### 2.6.3 Takagi-Sugeno Bulanık Kural Tabanı Yapısı

Takagi-Sugeno (TS) [21] bulanık kural tabanı sistemleri en yaygın olarak uygulanan ve araştırılan bulanık çıkarım sistemlerinden biri olup, Zadeh'in bulanık kural tabanı ile karşılaştırıldığında kısmen farklıdır. Tek fark kural tabanı yapısının ardıl kısmıdır. Zadeh bulanık kuralların hem ardıl hem de öncül kısımlarını göstermek için bulanık kümeleri kullanmışken, TS bulanık kural tabanında, öncül kısım toplama operatörü ile karakterize edilirken ardıl ise regresyon doğrusu ile karakterize edilir. TS için bulanık kural tabanı yapısı aşağıdaki gibi verilebilir:

$$R : KURAL \left[ \text{EĞER } \bigvee_{j=1}^m (x_j \in X_j \text{ üü } A_{ji}) \text{ İSE } y_i = a_i x^T + b_i \right] \quad (2.59)$$

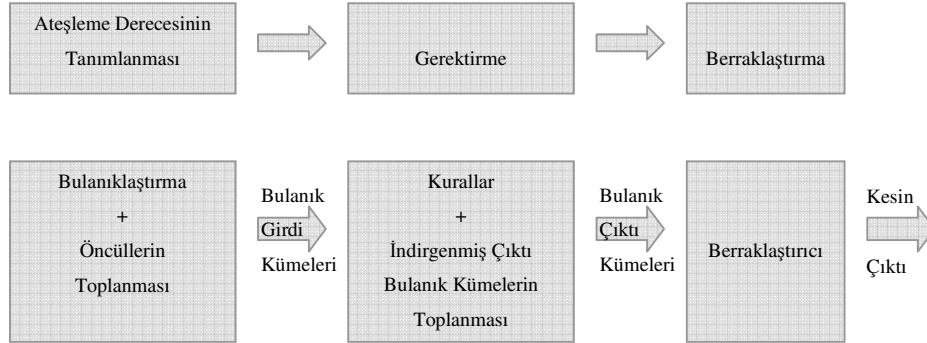
(2.59)'da,

- $a_i$  ve  $b_i$   $i$ . kuralla ilişkili regresyon doğrusu katsayıları,
- $y_i$   $i$ . kuralın,  $R_i$ , model çıktısı,
- İSE bağlaçtır ki bu her kuraldan model çıktısının saptanması için verilen bir sistemin ateşlenme derecesi ile benzer şekilde her kural için  $y_i$ 'leri ağırlıklandırır,
- KURAL bağlaçtır ki bulanık kuralların model çıktılarını toplamak için her kuralın model çıktılarının ağırlıklandırılmış ortalamasını alır.

TS bulanık kural tabanı metodunun çıkarsama parametreleri  $c$ , her kuraldaki her girdi değişkeninin üyelik fonksiyonu, her kuralın regresyon doğrusu katsayıları ve çıkarsama metodunda kullanılan VE, İSE ve KURAL bağlaçlarıdır. (2.59)'daki TS bulanık kural tabanının ardıl kısmının lineer bir fonksiyon olmasına rağmen, herhangi lineer olmayan yüksek mertebeden polinomsal bir fonksiyonda kullanılabilir.

Daha önceki bölümlerde bahsedildiği gibi, literatürde “Bulanık Fonksiyonlar” genellikle bulanık kuralların bir kısmı olarak ardılların, yani çıktılar için tahmin edici olarak gösterildiği görülmektedir. Fonksiyon doğrusal veya doğrusal olmayan bir yapıda olabilir. Böyle sistemler için iyi bilinen bir örnek Takagi-Sugeno (TS) [21] tipi bulanık çıkarsama sistemidir, burada bulanık kuralların ardıl kısımları girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki bir fonksiyon ile gösterilir.

Bir bulanık kural tabanı yapısında her öncülün etkileşimsiz olduğu varsayılır, dolayısıyla her bir girdi değişkeni için ayrı ayrı bulanık kümeler tanımlanır. Bulanık çıkarsama sistemlerinin genelleştirilmiş yapısı veya bulanık kural tabanı sistemleri Şekil 2.10'da gösterilmiştir.



Şekil 2.10. Genelleştirilmiş Tip-1 Bulanık Çıkarılma Sistemleri  
(Bulanık Mantık Sistemi)

Bulanık Çıkarılma verilen bir dizi bulanık kurallardan model çıktısının çıkarılması için matematiksel bir prosedürdür. Bulanık kural tabanı yapısının gerçek yaşam uygulamalarından biri Mamdani ve Assilian tarafından çalışılmıştır [7]. Mamdani ve Assilian çimento deneme tesisinin kontrolü için bulanık kural tabanı kullanmışlardır. Bugün, finansal, sağlık hizmetleri, robotik, web veri madenciliği vb. gibi birçok farklı alanda bulanık çıkarılma sistemleri kullanılmaktadır. Şimdi, Takagi-Sugeno tipi bulanık çıkarılma sistemi yapısı detaylı bir şekilde örnek olarak açıklanacaktır.

Bir bulanık kural tabanı yapısı ve deneysel bir veri seti  $(x_k, y_k) = (x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,nv}, y_k)$ ,  $k = 1, \dots, n$ , kullanarak,  $x'$  için tahmini bir kesin çıktı değeri saptamak ve bulanık çıkarılma metodu uygulamak isteyelim. Diyelim ki,  $X_j$   $x_j$ ,  $j = 1, \dots, nv$ 'nin tanım kümesi olsun,  $A_{ij} \mu_i(x_j) : X_j \rightarrow [0,1]$  üyelik derecesi ile gösterilen  $i$  kuralındaki  $x_j$  girdi değişkeni ile ilişkili üyelik fonksiyonunu gösterebiliriz, burada  $c$  bulanık kural tabanı sistemindeki kuralların sayısı ve  $nv$  de tanımlanan sistemdeki özelliklerin/girdilerin boyutu olsun.

**BULANIKLAŞTIRMA:** Her  $i$  kuralında her  $A_{ij}$  bulanık kümesi için her yeni veri vektörüne,  $x'$ , bir üyelik değeri atanır ve bu  $\mu_i(x'_j)$ ,  $\forall i = 1, \dots, c$ ,  $\forall j = 1, \dots, nv$  üyelik değeri ile gösterilir.

**ÖNCÜLLERİN TOPLANMASI:** Bulanıklaştırma adımında ölçülen üyelik değerleri tek bir ateşleme derecesi, yani üyelik değeri, belirlemek için toplanır. Toplama işlemi bulanık işlemciler kullanılarak gerçekleştirilir, en yaygın olarak MİN bağlacını kullanan ü-normdur ve  $\wedge$  ile gösterilir. Dolayısıyla,  $x'$  yeni girdi vektörünün  $i$  kuralının ateşleme derecesi şu şekilde hesaplanabilir:

$$\mu_i(x') = \bigvee_{j=1}^{nv} \mu_i(x'_j), \forall i = 1 \dots c \quad (2.60)$$

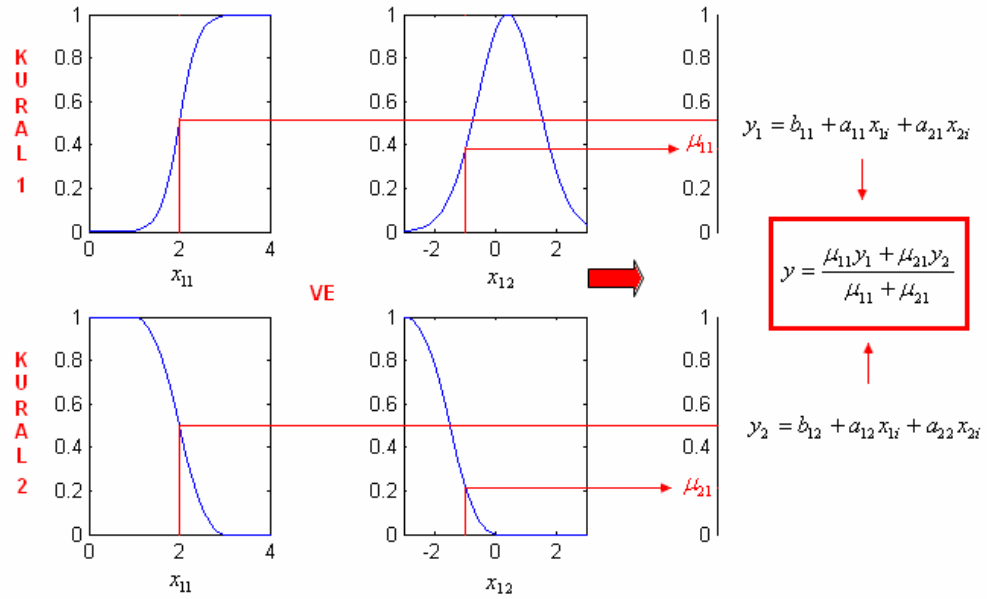
**GEREKTİRME:** Bu işlem bulanık kural tabanı yapısının ardıl kısmının nasıl tanımlandığına bağlıdır. TS tipi bulanık kural tabaları için, bu adım sadece her kuralın model çıktısının ağırlıklandırılmasında kullanılır. Dolayısıyla, (2.59)'daki bir  $i$  kuralının model çıktısı şu şekilde ağırlıklandırılır:

$$y_i^* = \mu_i(x') \times y_i, \forall i = 1 \dots c \quad (2.61)$$

**MODEL ÇIKTISININ TOPLANMASI:** Bu adım da yine kural tabanının ardıl yapısına bağlıdır. TS bulanık kural tabanı yapısında, her kuralın model çıktısı bulanık kural yapısındaki her kuralın çıktılarının ağırlıklandırılmış ortalaması alınarak şu şekilde elde edilir:

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^c y_i^*}{\sum_{i=1}^c \mu_i(x')}, \forall i = 1 \dots c \quad (2.62)$$

**BERRAKLAŞTIRMA:** Bu adım bulanık kümeyi çıktı değişkeninin söylemler evrenindeki kesin bir değere indirgenmesi için kullanılır. Bu adım bulanık çıkarılma sistemleri için gereklidir, çünkü kuralların ardıl kısımlarındaki bulanık kümeleri tanımlar. TS kural tabanlarının ardıl kısımları (2.59)'da olduğu gibi saptanan skalar değerlerden oluşan doğrusal fonksiyonlar ile tanımlandığı için berraklaştırma adımı TS bulanık sistemleri için gerekli değildir.



Şekil 2.11 Takagi Sugeno Bulanık Çıkarılma Yapısı

## 2.7. Özet

Tip-1 bulanık kümelerin işlemleri ve karakteristikleri bulanık fonksiyonların ve iyi bilinen bulanık yapı tanımlama ve çıkarılma sistemleri kısaca özetlenmiştir. Bu bölüm bu çalışmada önerilen algoritmaların temellerini sunar. Dolayısıyla, bu bölüm okuyucu için referans olarak düşünülebilir. Sonraki bölümler geliştirilmiş bulanık öbeleme algoritması ve yapısını ve yeni bulanık fonksiyonları temel alan önerilen

bulanık sistem modellemenin matematiksel algoritmalarını içeren bu çalışmanın esaslarını sunar.

### 3. BULANIK ÖBEKLEME

Geleneksel bulanık sistem modelleme (BSM) yaklaşımları genellikle akıl yürütme için *EĞER...İSE* kural yapıları ile bulanık kural tabanını (BKT) temel alır [6]. En yaygın olarak kullanılan BKT Takagi-Sugeno (T-S) modelleri olarak bilinir, bu modellerde her kuralda öncüller bulanık kümeler ve ardıllar lineer fonksiyonlardır. Fonksiyonlar ile BSM yaklaşımları sistem model performansını iyileştirmek için birtakım bulanık öbeleme algoritmalarını temel alan farklı bulanık fonksiyon yapıları kullanılarak BKT'ye alternatifler olarak sunulmaktadır.

BSM yaklaşımları bilgi işleme aracılığıyla sistem davranışını anlamak için kullanılır. Geleneksel BSM, yani bulanık kural tabanı, yaklaşımları sistemin dilsel özelliklerini tanımlamada uzman bilgisini kullanır. Fakat bu metotlar genellemeden yoksun ve özneliğin ana sıkıntılarına sahiptirler. Bu konuların üstesinden gelmek için, uzman bilgisi müdahalesini azaltıp bunun yerine kendi kendine öğrenen sistemler oluşturarak daha objektif BSM geliştirilir. Bu metotlardaki bulanık kümeler, bulanık öbeleme gibi, en iyileme algoritmaları altında çalışan veriden öğrenilir. Bunlar ya girdi öbeklerin üzerine çıktı öbekleri izdüşümünü ya da girdi ve çıktı öbeklerin üzerine ayrı ayrı girdi-çıkı izdüşümünü temel alırlar.

BKT yaklaşımları ihmal edilemez bazı güçlükleri bünyelerinde barındırırlar. Bu güçlüklerin arasında öncül ve ardıl üyelik fonksiyonlarının tiplerinin ve bunların değişen parametrelerinin tanımlanması, en uygun işlemcilerinin (ü-norm, tü-norm) seçimi, kuralların gösterimi için dilsel “VE”, “VEYA”, “İSE” ile ilişkili belirsizliği yakalamak için gerektirme ve berraklaştırma işlemci tiplerinin tanımlanması ve bunlarla akıl yürütmedir. Birçok yıl boyunca, bu güçlükler çeşitli parametre, en iyilenmesi için birçok farklı metot tanıtılarak aşılmaya çalışılmıştır. Bu güçlüklerin üstesinden gelmek için, bu çalışmada, *eğer...ise* kural yapısı gerektirmeyen BSM'leri geliştirilmiştir. Önerilen yaklaşımlar BKT yaklaşımları ile bulanık sistem modellemeden daha az hesaplama adımı gerektirir ve daha az karmaşıktır.



BÖO (Bulanık Öbek Ortalama (FCM)) [1] algoritması birçok veri analizinde kullanılabilen bir yöntem olup, incelenen veri kümesine merkezler (prototipler: kendisinden çeşitli türlerin geliştiği ilk şekil: (orijin)) ve bulanık bölümler bulan bir algoritmadır. Bu bölümler önceden analiz edilmemiş verilerde önerilen altyapı veya bilinen altyapıların doğrulanması açısından kullanışlıdır. Alt kümelerin birleştirilmesinde kullanılan öbeleme kriteri en küçük kareler amaç fonksiyonunun genelleştirilmiş bir halidir [1].

BÖRM (Bulanık Öbek Regresyon Model (FCRM) [10]) algoritması BÖO'dan [1] farklı olarak öbek merkezleri yerine öbekleri tanımlamak için doğrusal fonksiyonlar kullanır. Bu algoritmanın amacı; veriyi bölümler ve aynı zamanda en uygun regresyon modellerini tanımlayan parametrelerin tahminini sağlamaktır.

Höppner ve Klawonn'un geliştirdiği bulanık model (BM) [11] BÖO [1] ile BÖRM [10] algoritmalarının uzaklık fonksiyonlarını birleştirerek, yani hem öbek merkezlerini hem de doğrusal veya doğrusal olmayan fonksiyonları kullanarak oluşturulmuş yeni bir algoritmadır.

Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdikleri GBÖ (Geliştirilmiş Bulanık Öbeleme (IFC) [3, 4, 7]) algoritması ise BM'ye fikir olarak benzemle birlikte bazı yapısal farklılıkları beraberinde getirir. Bu farklılık iki algoritmanın da ortaya konmasıyla açığa çıkacaktır.

Bu bölümde Bezdek'in önerdiği BÖO (Bulanık Öbek Ortalama (FCM)) [1], Hataway ve Bezdek'in önerdikleri BÖRM (Bulanık Öbek Regresyon Modeli (FCRM)) [10], Höppner ve Klawonn'un Geliştirdiği Bulanık Model (BM) ve Çelikyılmaz & Türkşen'in önerdikleri GBÖ (Geliştirilmiş Bulanık Öbeleme (IFC)) [3, 4, 7], algoritmaları teorik olarak tekrar incelenmiştir. Bu incelemeler sonucunda, yeni bir öbeleme algoritması önerilmiştir. Bu algoritmaların farkları da bölüm sonunda özetlenecektir.

### 3.1. Öbeleme Algoritmaları

Daha iyi öbeleme algoritması geliştirebilmek için sayısız çalışma yapılmakta olup, bunlar öbeleme yapısına göre şöyle sınıflandırılabilirler:

- Bulanık bağıntıları temel alan bulanık öbeleme,
- Amaç fonksiyonunu ve kovaryans matrisini temel alan bulanık öbeleme,
- Parametrik olmayan sınıflandırma, (k. en yakın komşu kuralı ile bulanık genelleme)
- Sınır ağları-bulanık öbeleme, (kendi kendine organize olan haritalar, bulanık öğrenen vektör nicemleme)

Bu çalışmada ele alınan bulanık öbeleme algoritmaları amaç fonksiyonunu temel almaktadırlar. Bu algoritmalar, olası her öbek için bir hata atayarak bu değerleri bir fonksiyon ile değerlendirerek hatayı en küçükmeye çalışır. Amaç tabanlı öbeleme algoritmaları bir en iyileme problemi çözmeye çalışır.

Öncelikle bu algoritmaların ortak bazı tanımlarının verilmesi gerekmektedir. Bunlar;

- Amaç fonksiyonu
- Bulanık Bölümleme Matrisi
- Öbek Merkezi'dir.

**Tanım 3.1. (Amaç Fonksiyonu)** Amaç Fonksiyonu,  $J(f)$  veya  $J$ , bir hata ölçüsüdür ve bulanık öbeleme algoritmasında amacımız öbek algoritmalarının yapısına göre  $J$ 'nin global en küçüğünü bulmaktır.  $J$  genellikle aynı öbeleme problemi için farklı çözümlerin karşılaştırılmasında kullanılır.

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$   $n$  nesneli bir kümeyi gösterebilir, her  $k$  nesnesi,  $k = 1, \dots, n$ ,  $nv$ , boyutlu bir özellik vektörünü gösterebilir,  $x_k = [x_{1,k}, \dots, x_{nv,k}]^T \in \mathfrak{R}^{nv}$ . Bu takdirde,  $n$  adet özellik vektörünün bir kümesi  $n \times nv$  boyutlu bir veri matrisi ile gösterilebilir.

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,nv} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n,1} & x_{n,2} & \cdots & x_{n,nv} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Bir bulanık öbeleme algoritması  $X$  ile verilen veri kümesini bir bulanık bölümeleme (partition) matrisi,  $U$  yapılandırarak  $c$  adet örtüşen öbeğe ayırır.

**Tanım 3.2. (Bulanık Bölümeleme Matrisi)** Bulanık Bölümeleme Matrisi,  $U$ , her  $x_k, k = 1, \dots, n$ , nesnesinin her  $i, i = 1, \dots, c$ , öbeğindeki üyelik derecelerinin bir matrisidir.  $i$ . öbekteki  $k$ . vektörün üyelik derecesinin değeri  $\mu_{ik} \in U$  ile gösterilir. Bölümeleme matrisinin yapısı şöyledir:

$$U = \begin{bmatrix} \mu_{1,1} & \mu_{1,2} & \cdots & \mu_{1,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_{c,1} & \mu_{c,2} & \cdots & \mu_{c,n} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

**Tanım 3.3. (Öbek Merkezi/Prototipi)** Bulanık öbeleme algoritmasında, her öbek “öbek merkezi” veya “öbek prototipi” olarak adlandırılan bir vektör ile gösterilir.  $nv$  boyutlu özellik vektörlerinden oluşan bir veri kümesinde, bulanık öbek algoritması  $c$  adet öbek merkezi,  $V = [v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_c]^T \in \mathfrak{R}^{c \times nv}$ , tanımlar ki burada her öbek merkezi de,  $v_i \in \mathfrak{R}^{nv}$ ,  $nv$  boyutlu bir vektördür. Her öbek merkezi ( $v_i$ ) genellikle nesnelere merkezleri olarak gösterilir, örneğin ilgili öbeğe ait tüm verinin ortalaması gibi.

### **Bulanık Öbek Ortalama (BÖÖ) Öbeleme Metodu**

Yukarıda da değinildiği gibi BÖÖ algoritması birçok veri analizinde kullanılabilen bir yöntem olup, incelenen veri kümesine merkezler ve bulanık bölümelemeler bulan bir algoritmadır. Bu bölümelemeler önceden analiz edilmemiş verilerde önerilen altyapı veya bilinen altyapıların doğrulanması açısından kullanışlıdır. Alt kümelerin

birleştirilmesinde kullanılan öbeleme kriteri en küçük kareler amaç fonksiyonunun genelleştirilmiş bir halidir [1].

Diyelim ki  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  ( $n$ -boyutlu Euclid uzayı)  $R^n$ 'de  $N$  gözlem örneği;  $x_k$   $k$ . özellik vektörü;  $x_{kj}$   $x_k$ 'nin  $j$ . özelliği olsun. Eğer  $c$  bir tamsayı,  $2 \leq c < n$ , ise  $X$ 'in geleneksel veya katı bir  $c$ -bölümlemesi  $X$ 'nin alt kümelerinin  $c$ -değişken seti  $(X_1, X_2, \dots, X_c)$  şu üç koşulu sağlar:

$$X_i \neq \emptyset, 1 \leq i \leq c; \quad (3.3a)$$

$$X_i \cap X_j \neq \emptyset, i \neq j \quad (3.3b)$$

$$\bigcup_{i=1}^c X_i = X \quad (3.3a)$$

Bu denklemlerde  $\emptyset$  boş kümeyi ve  $(\cap, \cup)$  ise sırasıyla kesişim ve bileşimi göstermektedir.

BÖO algoritmaları en iyi, matris-teorik terimlerdeki koşulların (bkz. denklem (3.3)) yeniden biçimlendirilmesi ile tarif edilir. Bu doğrultuda,  $U$  gerçekte bir  $c \times N$  matris olsun,  $U = [\mu_{ik}]$ . Aşağıda verilen durumda,  $U$  denklem (3.3)'te yer alan  $\{X_i\}$  bölümlemesinin matris gösterimidir.

$$\mu_i(x_k) = \mu_{ik} = \begin{cases} 1; & x_k \in X_i \\ 0; & \text{d.d.} \end{cases} \quad (3.4a)$$

$$\sum_{k=1}^N \mu_{ik} > 0 \quad \forall i \text{ için} \quad (3.4b)$$

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1 \quad \forall k \text{ için} \quad (3.4c)$$

Denklem (3.4)'te,  $\mu_i$  bir fonksiyon,  $X \rightarrow \{0,1\}$ . Geleneksel modellerde,  $\mu_i$   $X_i$ 'nin karakteristik fonksiyonudur. Aslında  $\mu_i$  ve  $X_i$  birbirini tanımlar, dolayısıyla  $\mu_i$ 'yi bölümlenmenin bir katı altkümeleri olarak adlandırmada herhangi bir sakınca yoktur. Denklem (3.3) ve (3.4)'ün koşulları eşittir, dolayısıyla  $U$ ,  $X$ 'in katı  $c$ -bölümlemesi olarak ifade edilir. Bu fikri genelleştirmek istersek,  $U$ 'nun elemanları hem (3.4b) hem de (3.4c) denklemlerini sağladığı ve  $[0,1]$  birim aralığında değerler aldığı zaman,  $U$   $X$ 'in bulanık  $c$ -bölümlemeleri olarak nitelendirilebilir. Bu tanımın esası  $X$ 'in  $\mu_i$  “bulanık altkümeleri”ndeki  $x_k$ 'ların üyelik dereceleri olarak değerlendirilen  $\mu_i(x_k) \in [0,1]$  değerlerine sahip  $\mu_i : X \rightarrow [0,1]$ 'nin,  $i = 1, \dots, c$ ,  $c$  fonksiyonlarıdır. Bu gösterim olasılığa tabii olmayan belirsizliklere sahip sistemlerin modellenmesi için bir araç olarak bulanık kümeler fikrini ortaya çıkaran Zadeh'e aittir.

Bulanık bölümlenme ile bir  $x_k$  noktası tamamıyla tek bir öbeğe ait olabilir veya olmayabilir, genelde kısmi üyelik ile bir kaç bulanık öbeğe dâhil olabilir.  $X$ 'in tüm katı ve bulanık  $c$ -bölümlemelerini şu şekilde gösteririz.

$$M_c = \{U_{c \times N} \mid \mu_{ik} \in \{0,1\}\} \quad (3.5a)$$

$$M_{fc} = \{U_{c \times N} \mid \mu_{ik} \in [0,1]; \text{denklem (3.4b),(3.4c)}\} \quad (3.5b)$$

Bazı öbeleme kriterleri  $X$  'in en iyi bulanık  $c$  – bölümlenmelerinin tanımlanması için önerilmektedir. Bunların dışında en popüler ve iyi çalışan metot olarak geliştirilmiş en küçük karesel hatalar fonksiyonu akla gelmektedir.

$$J_m(U, \mathbf{v}) = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^c (\mu_{ik})^m \|x_k - v_i\|_A^2 \quad (3.6)$$

Denklem (3.6) aşağıdaki değişkenleri ihtiva eder;

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \subset R^n = \text{veriler} \quad (3.7a)$$

$$c : X \text{ 'deki öbeklerin sayısı; } 2 \leq c < n \quad (3.7b)$$

$$m : \text{üssel ağırlık; } 1 \leq m < \infty \quad (3.7c)$$

$$U : X \text{ 'in bulanık } c \text{ – bölümlenmesi } U \in M_{fc} \quad (3.7d)$$

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_c) : \text{merkezler vektörü} \quad (3.7e)$$

$$v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}) : i \text{ öbeğinin merkezleri } i = 1, \dots, c \quad (3.7f)$$

$$\| \cdot \|_A : R^n \text{ 'in } A \text{ – norma bağımlılığı} \quad (3.7g)$$

$$A : (n \times n) \text{ boyutlu pozitif tanımlı ağırlık matrisidir.} \quad (3.7h)$$

Denklem (3.6)'da gösterilen  $x_k$  ile  $v_i$ ,  $i=1,\dots,c$ , arasındaki mesafenin karesi  $A$  – normda şu şekilde hesaplanır:

$$d_{ik}^2 = \|x_k - v_i\|_A^2 = (x_k - v_i)^T A(x_k - v_i) \quad (3.8)$$

Her karesel hataya eklenen ağırlık  $(\mu_{ik})^m$ ,  $i$ . öbekteki  $x_k$ 'ların üyeliklerinin  $m$ . kuvvetidir. (3.7f) denklemi ile verilen  $\{v_i\}$  vektörleri bölümlenmiş altkümelerin yoğunluk merkezleri veya “öbek merkezleri” olarak görülmektedir. Eğer  $m=1$  ise,  $J_m$  yalnızca katı  $U \in M_c$ 'lerde en küçüklenmiş olduğu ve dolayısıyla  $v_i$ 'lerin,  $X_i$ 'lerin geometrik merkezleri olduğu görülebilir. Bu gözlemlerden yola çıkarak,  $J_m$ 'i  $x_k$ 'nın hangi özelliklerini ölçtüğünü görmek için temel elemanlarına ayırabiliriz.

$d_{ik}^2$  :  $x_k$  noktasından  $v_i$  yoğunluk merkezine olan  $A$  – uzaklığının karesi

$(\mu_{ik})^m d_{ik}^2$  :  $x_k$ 'nin  $i$ ,  $i=1,\dots,c$  öbeğinde  $x_k$ 'nin üyeliği ile ağırlıklandırılmış  $v_i$  ile gösteriminden kaynaklanan  $A$  – hata karesi

$\sum_{i=1}^c (\mu_{ik})^m d_{ik}^2$  :  $\{v_i\}$  merkezlerinin tüm  $c$ 'ler ile  $x_k$ 'ların kısmi yer değiştirmesine bağlı  $A$  – hatasının karelerinin toplamı

$\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^c (\mu_{ik})^m d_{ik}^2$  :  $v$  ile  $X$ 'in yer değiştirmesine bağlı genelleştirilmiş  $A$  hatalarının ağırlıklı toplamının tamamı

Denklem (3.7)'de yer alan değişkenlerin işlevleri açık bir şekilde bellidir.  $J_m$ 'nin iki parametresi yani  $m$  ve  $A$ , daha ayrıntılı olarak tartışılacaktır.  $m$  üssel ağırlığı  $d_{ik}^2$  karesel hataların her biri üzerinde yer alan ilişkili ağırlıkları kontrol eder.  $m \rightarrow 1$ 'e giderken daha önce de değinildiği gibi  $J_m$ 'i en küçüklemek oldukça güçtür. Diğer taraftan en iyi  $\hat{U}$ 'ların girişiyle  $J_m$ ,  $m \rightarrow \infty$ , iken  $(1/c)$ 'ye yakınsar. Bu nedenle  $m$ 'nin artan değerleri için en bulanık duruma karşı üyelikler azalmaktadır (bulanıklaşmakta, odaklanmaktadır).  $m$  için her bir seçim diğer tüm parametreler sabit iken, bir BÖO algoritması tanımlar. Çelikiyılmaz ve Türkşen ne teorik ne de hesaba dayalı bir bulgunun en iyi bir  $m$  ayırt edemediğini vurgulamışlardır.  $m$  için kullanışlı değer aralığını Bezdek [1,30] veya buna benzer bir aralık olarak tanımlamıştır. Eğer araştırılan sürece ait bir test veri kümesi olursa,  $m$ 'nin seçimi için en iyi strateji deneysel araştırmadır. Bu yöntem için Bezdek çoğu veri için  $1.5 \leq m \leq 3.0$  aralığının iyi sonuçlar verdiğini belirtirken, Özkan ve Türkşen [18] ise  $1.4 \leq m \leq 2.6$  aralığının iyi sonuçlar verdiğini çeşitli çalışmalarında vurgulamışlardır.

$J_m$ 'in özel olarak değinilmesi gereken, bir diğer parametresi  $A$  ağırlık matrisidir. Bu matris  $R^n$  olduğu varsayılan en iyi öbeklerin şeklini kontrol eder. Çünkü  $R^n$ 'de tanımlı her norm aşağıdaki formül yardımıyla bir iç çarpıma sebep olmaktadır.

$$\langle x, y \rangle_A = x^T A y \quad (3.9)$$

Burada denklem (3.6)'de kullanılacak sonsuz çoklukta  $A$ -norm mevcuttur. Fakat pratikte çok az sayıda norm geniş bir kullanım alanına sahiptir. BÖO 3 norm seçeneği sunar. Denklem (3.6) ile kullanılan en önemli normlar şunlardır:

$$A = I : \text{Euclid Norm} \quad (3.10a)$$



$$A = D_x^{-1} : \text{Diagonal Norm} \quad (3.10b)$$

$$A = C_x^{-1} : \text{Mahalonobis Norm} \quad (3.10c)$$

(3.10)'dan da görüldüğü gibi her biri özel bir ağırlık matrisine sahiptir. Mahalonobis Norm'daki  $C_x$  örneğin kovaryans matrisi olup;

$$C_x = \sum_{k=1}^N (x_k - c_x)(x_k - c_x)^t \quad (3.11a)$$

yapısındadır ve burada  $c_x$  veri kümesi  $X$ 'in örnek ortalaması olup,

$$c_x = \sum_{k=1}^N x_k / N \quad (3.11b)$$

şeklindedir.  $D_x (d_x)_{ii} = a_i$  köşegen elemanlarına sahip bir köşegen matristir, burada  $\{a_i\}$   $C_x$ 'in özdeğerlerini göstermektedir. Son olarak  $I$  birim matristir.

Bu seçeneklere ait geometrik ve olasılıklı çıkarımların detaylı tartışmaları [1]'de görülebilir.  $A = I$  iken,  $J_m$   $A$ 'nın özdeğerlerine eksen orantısı ile hiper küresel öbekleri tanımlar, herhangi başka bir  $A$  için öbekler aslında hiper eliptiktir. Köşegen norm kullanıldığında, her boyut özdeğer yardımı ile etkin bir şekilde ölçeklendirilir.

$X$ 'nin en iyi bulanık öbeklemeleri,  $J_m$ 'in yerel en küçüğü olan  $(\hat{U}, \hat{v})$  çift ile tanımlanır.  $m = 1$  olması için gerekli koşullar iyi bilinmektedir, (ancak kullanımı

zordur, çünkü  $M_c$  kesikli fakat oldukça geniştir).  $m > 1$  için, eğer tüm  $j$  ve  $k$ 'lar için  $x_k \neq \hat{v}_j$  ise  $(\hat{U}, \hat{v})$   $J_m$  için yerel en iyi olabilir, ancak ve ancak

$$\hat{v}_i = \sum_{k=1}^N (\hat{\mu}_{ik})^m x_k / \sum_{k=1}^N (\hat{\mu}_{ik})^m; \quad 1 \leq i \leq c \quad (3.12a)$$

$$\hat{\mu}_{ik} = \left( \sum_{j=1}^c \left( \frac{\hat{d}_{ik}}{\hat{d}_{jk}} \right)^{2/(m-1)} \right)^{-1}; \quad 1 \leq k \leq N; 1 \leq i, j \leq c \quad (3.12b)$$

Burada,  $\hat{d}_{ik} = \|x_k - \hat{v}_i\|_A$ . (3.12) denklemlerinde açıklanan koşullar gerekli fakat yeterli değildir; bu denklemler (3.12a)'dan (3.12b)'ye ileri geri döngüler ile  $J_m$ 'in en iyilenmesi için ortalamaları sağlarlar. Bu tekrarlar  $\hat{U} = [\hat{\mu}_{ik}]$ ,  $i = 1, \dots, c$ ,  $k = 1, \dots, N$  veya  $\hat{v} = [\hat{v}_i]$ ,  $i = 1, \dots, c$ 'nin ard arda girişlerindeki küçük değişimlere bağlı olarak tekrarlama son bulur. Genel işlem şöyle şekillendirilir:

### Bulanık Öbek Ortalamaları (BÖO) Algoritması Adımları

- (A1) Verilen  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  veri kümesi için, öbek (kural) sayısı,  $c$ , bulanıklık derecesi,  $m$ , uzaklık normunu,  $A$ , belirle.
- (A2)  $U^{(0)} \in M_{fc}$  için bir başlangıç matrisi seç.
- (A3) Sonra adım  $t$ 'yi ilerlet.  $t = 0, 1, \dots, mak - iter$
- (A4)  $\hat{v}^{(t)}$ 'yi denklem (3.12a)'deki gibi hesapla,  $i = 1, 2, \dots, c$ .
- (A5) denklem (3.12b) ile  $\hat{U}^{(t+1)} = [U_{ik}^{(t+1)}]$  güncel üyelik matrisini hesapla.

(A6)  $\hat{U}^{(t+1)}$  ile  $\hat{U}^{(t)}$ 'yi uygun bir matris normu ile karşılaştır. Eğer  $\|\hat{U}^{(t+1)} - \hat{U}^{(t)}\| < \varepsilon$  ise dur. Değilse  $\hat{U}^{(t)} = \hat{U}^{(t+1)}$  olarak ata ve (A4)'e dön.

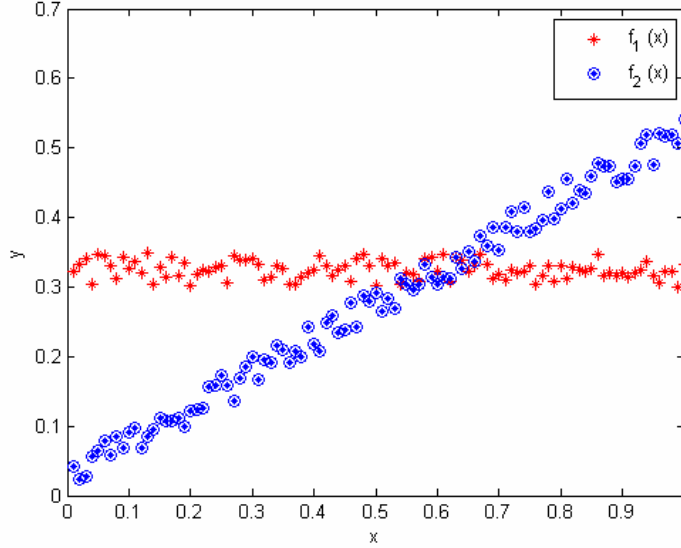
### 3.2. Bulanık Öbek Regresyon Modelleme (BÖRM) Öbekleme Metodu

BÖRM algoritması problemlerinin çözümü için hangi regresyon denkleminin kullanılacağına karar veren bir yöntemdir. Burada bu tip regresyon probleminin tanımını yapmak için Hosmer'ın örneğini ele alalım [10]. Bu tip regresyon problemi bir balıkçılık problemi ile açıklanmış olup, Halibut cinsi balıkların yaşları uzunlukları ile doğru orantılı olup bu ilişki cinsiyet ile farklılık göstermektedir. Bu problemde eldeki verinin cinsiyet bilgisini içermediği varsayımı vardır. İki cinsiyete ait doğrusal büyüme eğrilerini tanımlayan parametreler bu tip regresyon problemi olarak veri analizinde kullanılarak tahmin edilebilir. Burada önerilen BÖRM algoritması için  $c$ , yani öbek sayısının (kural sayısının) bilindiği varsayımı geçerlidir.

BÖRM'ün ilgilendiği bu tip regresyon problemlerinin çözümü için önerilen alternatiflerden birisi katı  $c$  – ortalamalar [1] gibi herhangi bir kesin (geleneksel) öbekleme algoritması kullanılarak elde edilen  $c$  – bölümlere için aşağıda daha sonra verilen (3.14)'ü her bir öbek için çözmek olacaktır. Hataway ve Bezdek'in önerdiği diğer alternatif ise BÖRM yöntemidir. Bu yöntemin amacı veriyi bölümlenmek ve aynı zamanda en uygun regresyon modellerini tanımlayan parametrelerin tahminini sağlamaktır.

Daha önce de değinildiği gibi BÖRM algoritmasında öne çıkan farklılık öbek merkezleri geometrik nesnelere yerine fonksiyonlardır. BÖRM öbekleme algoritması doğrusal örüntüleri ayırt etmek için kullanılabilir, burada her bir örüntü doğrusal bir fonksiyon ile tanımlanabilir. Bu durumu örnekleyen basit bir gösterim Şekil 3.1'de

verilmiştir. Fakat BÖRM yalnızca doğrusal örüntüleri değil aynı zamanda 2. dereceden polinom şeklindeki (kuadratik) örüntüleri de tanımlayabilmektedir.



Şekil 3.1. İki farklı rasgele fonksiyon ile oluşturulan yapay veri kümesine ait dağılım grafiği  $f_1(x) = 0.5 * x + 0.05 * rand$  ,  $f_2(x) = 0.3 + 0.05 * rand$  ve  $0 \leq x \leq 1$

BÖO [1] ile BÖRM [10] arasındaki temel farklılıklar şöyle özetlenebilir:

- BÖO öbekleme algoritmasında [1], öbekler hiper küresel yapıda iken (Euclid uzaklık ölçütü kullanıldığında), BÖRM öbekleme algoritmasında [10] öbekler hiper düzlemsel yapıdadır.
- BÖO'nun öbek gösterimi öbek merkezleri,  $v_i$ , ile yapılırken, BÖRM'ün öbek gösterimi hiper düzlemler ile yapılır. Bu hiper düzlemler  $nv$ -boyutlu girdi ve tek çıktı, yani çok girdi tek çıktı modeli, ile

$$y_i = \beta_i^0 + \beta_i^1 x_1 + \dots + \beta_i^{nv} x_{nv} \quad (3.13)$$

şeklinde gösterilir, burada  $\beta_i$  her  $i, i = 1, \dots, c$ , fonksiyonunun regresyon katsayılarıdır (burada BKT'deki her kurala tekabül eden bir  $y_i$  hesaplanır).

- BÖO algoritması öbek merkezlerini her veri vektörünü bu vektörlerin üyelik değerleri ile ağırlıklandırılmış ortalamalarını alarak hesaplar. BÖRM öbekleri temsil eden fonksiyonları ağırlıklandırılmış en küçük kareler regresyon algoritması ile hesaplar.

Burada ağırlıklandırılmıştan kasıt, sıradan regresyonda ağırlık yokken, yani “Birim Matris” kullanılırken, ağırlıklandırma işlemi üyelik değerlerinden oluşan bir köşegen matris ile yapılır (bkz., (3.18)).

BÖRM'de her bir regresyon modeli, yani her bir kural şu şekilde tanımlanır:

$$y_k = f_i(x_k, \beta_i) \quad (3.14)$$

(3.14)'te verilen  $x_k = [x_{1,k}, \dots, x_{n,k}]^T \in \mathfrak{R}^{n_v}$   $k$ . veri nesnesini gösterir.  $\beta_i \in \mathfrak{R}^{n_v}, i = 1, \dots, c$ , iken,  $f_i$  fonksiyonlarının parametreleridir,  $c$  ise fonksiyonların toplam sayısını göstermektedir. Bu fonksiyonların performansı genellikle şöyle ölçülür:

$$E_{ik}(\beta_i) = (y_k - f_i(x_k, \beta_i))^2 \quad (3.15)$$

Amaç fonksiyonu ise toplam hatanın en küçüklenmesi olup,

$$E(U, \beta_i) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m E_{ik}(\beta_i) \quad (3.16)$$

, burada  $m \in (1, \infty)$  olup “bulanıklaştırıcı” üstür. BÖO [1] algoritmasından biraz farklı olarak fonksiyonların örtüşmesini belirler.

BÖRM modelleme algoritmasında, üyelik değerleri,  $\mu_{ik}$ , ağırlıklar olarak anılır, yani doğrusal veya doğrusal olmayan regresyon fonksiyonlarının katsayılarıdır. Dolayısıyla, BÖRM algoritmasının üyelik fonksiyonu şu şekli alır:

$$\mu_{ik} = \sum_{j=1}^c (E_{ik} / E_{jk})^{\frac{1}{1-m}}, \quad \forall i, j = 1, \dots, c < n \quad (3.17)$$

(3.15) denklemindeki amaç fonksiyonunun en küçüklenmesi aşağıda verilen algoritma ile en iyileme modelini sağlar.

### **Bulanık Öbek Regresyon Modeli (BÖRM) Algoritması**

Verilen  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  veri vektörleri için  $c$  öbek (kural) sayısını,  $m$  bulanıklık derecesini,  $\varepsilon$  durdurma sabitini, en büyük tekrar sayısını ve regresyon modellerinin yapısını iskelet olarak (3.14)’te olduğu gibi seç. Başlangıç bölümlene matrisini,  $U$ , rasgele oluştur.

Tekrarı başlat,  $t = 1, \dots, \text{mak-iterasyon}$

(A1) (3.16) maliyet fonksiyonunu en küçükleyecek  $\beta_i$  model parametrelerinin değerlerini hesapla.

(A2) Bölümlene matrisini,  $\mu_{ik} \in U$ , (3.17)’i kullanarak güncelle. Eğer  $|U^{(t)} - U^{(t-1)}| \leq \varepsilon$  ise dur, değilse (A1)’e git.

(A1)’deki  $\beta_i$  model parametreleri ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemi ile şu şekilde hesaplanır.

$$\beta_i = [X^T D_i X]^{-1} X^T D_i y \quad (3.18)$$

,burada  $D_i = \begin{bmatrix} \mu_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mu_{in} \end{bmatrix}$  şeklindedir.

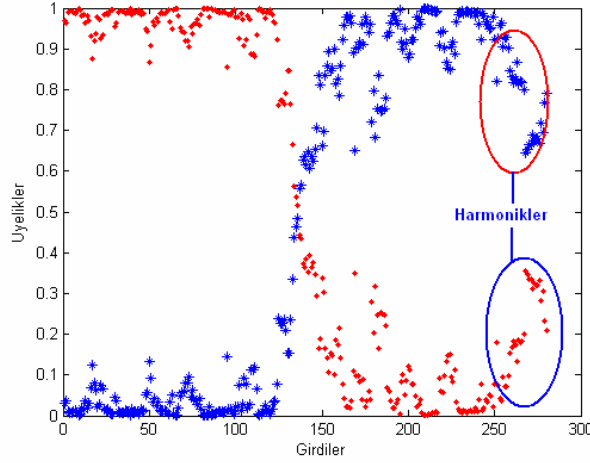
### 3.3. Höppner & Klawonn'un Bulanık Model Öbekleme Metodu

Höppner ve Klawonn BÖÖ ile BÖRM algoritmalarını birleştirerek farklı bir öbekleme algoritması, olan Bulanık Model (BM)'i önermişlerdir. Buradaki düşünce BÖÖ gibi bir öbekleme algoritması kullanılarak elde edilen bulanık öbeklerin bulanık kural tabanlı bir sistemin (burada T-S tipi dikkate alınmış) üyelik fonksiyonlarını çıkarmak için kullanılması ilgili bulanık kümelerin dayanağının (support) sınırlılık ve tek şekillilik gibi gereksinimlerinin karşılaştırılmalı olarak değerlendirilmesi gerektiğidir. Dolayısıyla bu gereksinimleri karşılamak için kesin üyelik değerlerini ödüllendirerek (Voronoi uzaklıkları kullanılarak (bkz. Şekil 3.3 ve Şekil 3.4)) bulanık öbeklemede kullanılan amaç fonksiyonu değiştirilmiş ve farklı üyelik fonksiyonları saptanmıştır. Bu ödüllendirme ile amaç harmoniklerin etkilerinden kurtulmaktır. Harmonik elde edilmek istenen üyelik fonksiyonlarının eteklerinde meydana gelen ufak sapmalardır (Şekil 3.2).

Elde edilen bu üyelik fonksiyonu (3.19) ile verilmiştir.

$$\mu_{ik} = \sum_{j=1}^c \left( \frac{d_{ik}^2 - (\min d_{ik}^2 - \eta)}{d_{jk}^2 - (\min d_{jk}^2 - \eta)} \right)^{-1}, \eta > 0 \quad (3.19)$$

, burada  $\eta > 0$  kullanıcı tanımlı bir sabittir. Nesnelerin uzaklıklarını temel olarak harmoniklerden kurtulma işlemi büyük üyelikleri “1”e küçük üyelikleri de “0”a iterek yapan üyelik değerleri bulmaktır. BM’de, her fonksiyon,  $\hat{y}_i = \hat{\beta}_i^T \hat{x}_i$ , -aşağıda (örnek olarak (3.21)’de) ve (3.22)’de tanımları verilen- bir TS modelindeki bir kural olarak yorumlanabilir.



Şekil 3.2. Harmoniklerin görsel gösterimi

Voronoi uzaklıklarının direkt olarak uzaklık fonksiyonuna etkisi görülmemektedir, ancak üyelik fonksiyonundaki kesin üyeliklerin ödüllendirilmesi yoluyla bu durum öbek merkezlerini, öbek merkezleri de uzaklıkları etkilemektedir. Höppner ve Klawon’un [11] önerdiği uzaklık şu şekilde ifade edilmiştir:

$$d^2((x_k, y_k)(v_i, \hat{\beta}_i)) = \underbrace{\|x_k - v_i(x)\|^2}_{\text{noktasal uzaklık}} + \underbrace{(y_k - \hat{\beta}_i^T \hat{x}_k)^2}_{\text{fonksiyon uzaklığı}} \quad (3.20)$$

(3.20)’de,  $(x_k, y_k)$  verilen bir girdi-çıkıktı veri örneği,  $x_k \in X, y_k \in Y, k = 1, \dots, n$ ,  $n$  eğitim veri vektörlerinin toplam sayısı,  $d^2$  uzaklık fonksiyonu,  $v_i$   $i$  öbeğinin öbek merkezi, ki bu öbek merkezi BÖO ile aynı öbek merkezi fonksiyonuna sahiptir,

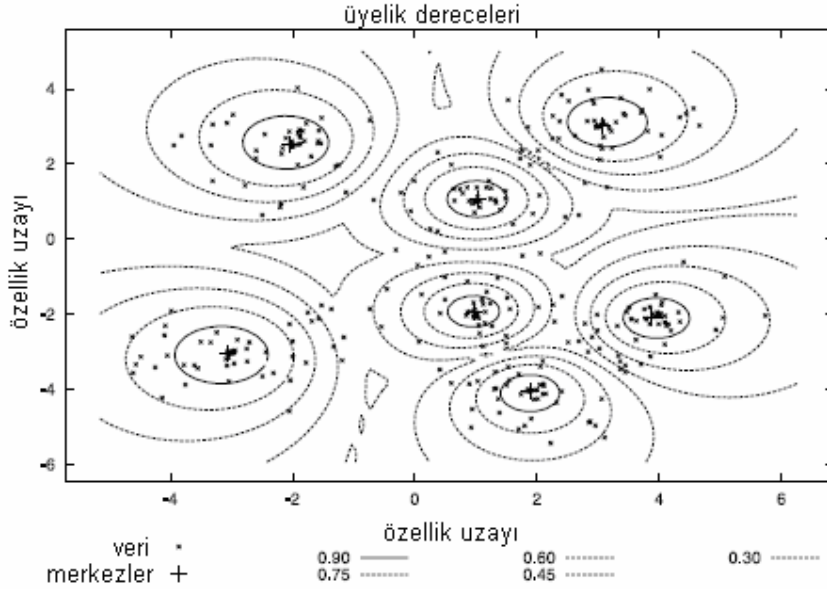


$i=1,\dots,c$ ,  $c$  öbeklerin sayısıdır.  $\hat{x}_k$  kullanıcı tanımlı bir polinomdur, örneğin iki boyutlu bir polinom (3.21)'deki vektör ile yapılandırılabilir:

$$\hat{x}_1(x_1, x_2) = (1, x_1, x_2, x_1 x_2, x_1^2, x_2^2) \quad (3.21)$$

ve bu polinoma ait katsayılar her bir  $i$  öbeği için  $\hat{\beta}_i$  ile gösterilir. Bu katsayılar BÖÖ'nun öbek merkezleri güncelleme fonksiyonuna benzer şekilde (3.22)'deki gibi güncellenir:

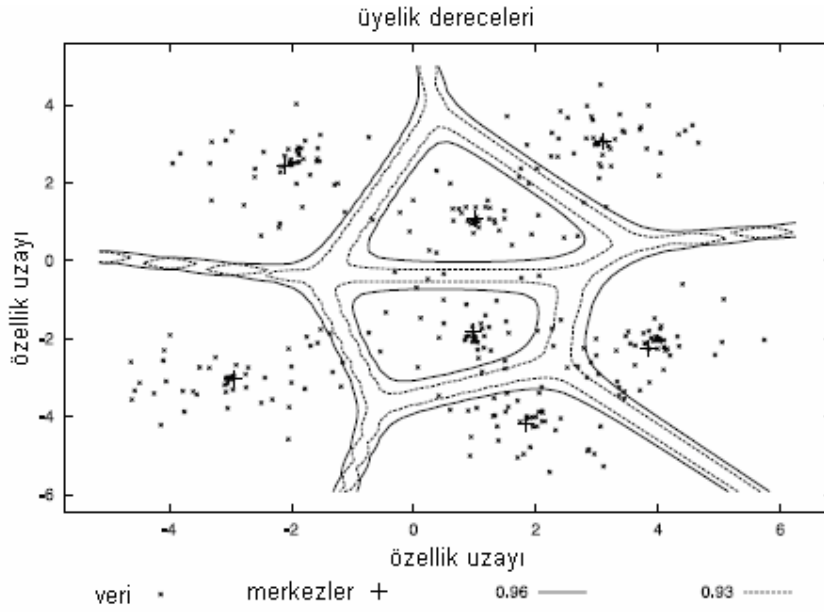
$$\hat{\beta}_i = \left( \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m (y_k \hat{x}_k) \right) / \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m (\hat{x}_k \hat{x}_k^T), \quad \forall i = 1, \dots, c \quad (3.22)$$



Şekil 3.3 Euclid uzaklığı kullanılarak elde edilen bölümlenmeler [11]

### Bulanık Model Algoritması

- (A1)  $c$  öbek sayısını,  $\varepsilon > 0$  durdurma eşiğini,  $\eta > 0$ 'ı seç
- (A2) öbek merkezlerini,  $v_i$  başlat
- (A3) (3.19) ile üyelik matrisini ve (3.20) ile uzaklıkları güncelle
- (A4) BÖO'nun (3.12a) merkez fonksiyonu ile öbek merkezlerini ve (3.22) ile de katsayıları güncelle
- (A5)  $|U^{(t)} - U^{(t-1)}| < \varepsilon$  oluncaya kadar (A3) ve (A4)'ü tekrarla



Şekil 3.4. Voronoi tipi uzaklıklar kullanılarak elde edilen bölümlenmeler [11]

### 3.4. Önerilen Öbikleme Yaklaşımı Alternatif Bulanık Model (ABM)

Daha önce de değinildiği gibi Höppner ve Klawonn'un BM'i ve BÖO ve BÖRM'nin öbikleme yapılarını birleştirmektedir. Ancak, bu birleştirmede dikkati çeken iki farklılık mevcuttur. İlk farklılık, BÖRM'ün fonksiyon yapısını doğrudan

kullanmamaktadır. Bilindiği üzere, BÖRM kullanılan geçici fonksiyon yapısının katsayılarını güncellemede ağırlıklandırılmış regresyon kullanmakta ve bunu (3.18)'deki gibi yapmaktadır. Oysaki Höppner ve Klawonn'un BM'i BÖO'nun öbek merkezi güncelleme fonksiyonuna benzer bir fonksiyon yardımı ile geçici fonksiyon katsayılarını güncellemektedir. Bu fonksiyon yukarıda (3.22) ile verilmiştir.

İkinci farklılık ise BM (bkz. (3.20)) hem noktasal uzaklıklardan hem de fonksiyona bağımlı hatalardan ileri gelen bir uzaklık fonksiyonuna sahip iken BÖRM (bkz. (3.15)) yalnızca fonksiyona bağımlı bir hatalardan ileri gelen bir uzaklık fonksiyonundan yola çıkar. Dolayısıyla, burada Höppner ve Klawonn'un BM'i oluşturulurken neden BÖRM'nin geçici fonksiyon yapısının katsayı güncelleme fonksiyonunun kullanılmadığı sorusu akla gelmektedir. Buradan yola çıkarak, hem Höppner ve Klawonn'un BM'sine alternatif oluşturabilecek yeni bir yaklaşım ortaya konulmuş hem de BÖRM ve BÖO metotları geliştirilmiş olmaktadır.

Alternatif olarak sunulan, ABM yöntemi yine BÖO ve BÖRM'ün uzaklık fonksiyonlarını birleştirerek, şu uzaklık fonksiyonunu oluşturur:

$$d^2((x_k, y_k)(v_i, \hat{\beta}_i)) = \|x_k - v_i(x)\|^2 + (y_k - \gamma_i^T \hat{x}_k)^2 \quad (3.23)$$

(3.23)'te,  $(x_k, y_k)$  verilen bir girdi-çıkıktı veri örneği,  $x_k \in X, y_k \in Y, k = 1, \dots, n$ ,  $n$  eğitim veri vektörlerinin toplam sayısı,  $d^2$  uzaklık fonksiyonu,  $v_i$   $i$  öbeğinin öbek merkezi, ki bu öbek merkezi daha önce de değinildiği gibi BÖO ile aynı öbek merkezi fonksiyonuna sahiptir,  $i = 1, \dots, c$ ,  $c$  öbeklerin sayısıdır.  $\hat{x}_k$  kullanıcı tanımlı bir polinom olup (3.24)'teki gibi olabilir:

$$\hat{x}_1(x_1, x_2) = (1, x_1, x_2, x_1 x_2) \quad (3.24)$$

Bu kullanıcı tanımlı doğrusal olmayan girdi yapısına ilişkin katsayılar BÖRM'de olduğu gibi (3.25)'te verildiği gibi güncellenir.

$$\gamma_i = [\widehat{X}^T D_i \widehat{X}]^{-1} \widehat{X}^T D_i y \quad (3.25)$$

,burada  $D_i = \begin{bmatrix} \mu_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mu_{in} \end{bmatrix}$  şeklindedir.

$D_i$  matris yapısında yer alan üyelik değerleri güncelleme işlemi ise yine BM'de olduğu gibi (3.19) fonksiyonu ile yapılır.

### Alternatif Bulanık Model Algoritması

- (A1)  $c$  öbek sayısını,  $\varepsilon > 0$  durdurma eşliğini,  $\eta > 0$ 'ı seç
- (A2) öbek merkezlerini,  $v_i$  başlat
- (A3) (3.19) ile üyelik matrisini ve (3.23) ile uzaklıkları güncelle
- (A4) BÖÖ'nun (3.12a) merkez fonksiyonu ile öbek merkezlerini ve (3.25) ile de katsayıları güncelle
- (A5)  $|U^{(t)} - U^{(t-1)}| < \varepsilon$  oluncaya kadar (A3) ve (A4)'ü tekrarla

### 3.5. Geliştirilmiş Bulanık Öbekleme (GBÖ) Öbekleme Metodu

GBÖ [3, 4, 7] yaklaşımının temelleri Höppner ve Klawonn [11], Chen vd. [2] ve Menard [16] tarafından atılmıştır. GBÖ'nün önceki versiyonlarının yapısı ve Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği öbekleme yaklaşımı (GBÖ) [3, 4, 7] standart bulanık öbekleme ve regresyonu birleştiren aynı amaç fonksiyonunu paylaştıkları için benzerdirler. İlk bakışta anlaşılmasa da bunlar arasındaki yapısal farklılıklar bunların özellikle ortaya konan farklılıklarından ileri gelir. Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği GBÖ ile kıyaslanabilecek önceki araştırmalar [11], [2], [16]'de verilmiş olup, BÖÖ öbekleme metodu ile Hataway ve Bezdek'in [10] öbek

merkezlerini polinomlar olarak kullanan BÖRM'ü (bulanık öbek regresyon modellerini) birleştirir.

Çelikyılmaz ve Türkşen (3.20)'deki karma uzaklık fonksiyonunun yapısını kullanarak yeni bir GBÖ önermişlerdir [3, 4, 7].

Daha önce önerilen geliştirilmiş öbekleme metotları [11] ile GBÖ [3, 4, 7] arasında ek bir yapısal farklılık vardır, önceki versiyonlarda, polinom fonksiyonlar üyelik değerleri ağırlık fonksiyonları olarak kullanılarak her bir öbekteki çıktının tahmininde kullanılırlar ve bunların hatası (3.20)'deki uzaklık fonksiyonuna ikinci bir terim olarak eklenir, oysa Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği GBÖ [3, 4, 7] öbekleme algoritması sistem davranışını modellemede kullanmak için üyelik değerlerinin bulunması için tasarlanmıştır. GBÖ en iyilemenin her adımında, orijinal değer girdi değişkenleri hariç tutularak girdi değişkenleri olarak sadece üyelik değerleri ve bunların kullanıcı tanımlı dönüşümleri kullanılarak her öbek için özel bir regresyon fonksiyonu tahmin edilir. Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği GBÖ en iyileme yaklaşımında, regresyon fonksiyonları üzerindeki etkilerini önlemek için regresyon fonksiyonları tahmin edilirken orijinal skalar girdiler kullanılmaz. Çıktıyı açıklayabilecek en iyi üyelik değerlerini bulmak amaçlanmıştır. Bu regresyon fonksiyonlarının artık hata ölçüsü her bir veri örneği arasındaki ek benzerlik bilgisi olarak kullanılır. Dolayısıyla, bunlar uzaklık fonksiyonuna ikinci terim olarak eklenir. Bu GBÖ [3, 4, 7] öbeklemenin amaç fonksiyonuna ve uzaklık fonksiyonuna ek bir terim olarak yansır.

Sonuç olarak, uzaklık fonksiyonunda bahsi geçen yapısal değişiklik üyelik fonksiyonunu etkiler veya üyelik fonksiyonunda meydana gelen değişiklik uzaklık fonksiyonunu etkiler. [11]'de böyle bir etki açık bir şekilde araştırılmamıştır. [11]'de, (3.19)'da gösterildiği gibi farklı bir üyelik fonksiyonu ileri sürülmüştür, buradaki fonksiyon özellikle daha kesin üyelik değerleri elde etme amacına hizmet eder. Değişen uzaklık fonksiyonunun bir sonucu olarak yeni bir üyelik fonksiyonu yapısı tanıtılmıştır.

Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği GBÖ algoritması esnasında, her öbek için regresyon fonksiyonları basit en küçük kareler tahmini metodunun lineer modelleri ile veya çekirdek (kernel) fonksiyonları ile daha karmaşık olan kuvvet vektör regresyonun lineer olmayan modelleri ile tahmin edilir. Ancak bu çalışmada yalnızca en küçük kareler tahmini metodu ile yapılan tahminler ele alınmıştır.

Bulanık öbeklemeyi temel alan yeni amaç fonksiyonu regresyon fonksiyonlarının hatalarını azaltabilen üyelik değerleri bulmak için önerilmiştir. Önerilen algoritma yalnızca verinin en iyi bölümlenmelerini araştırmaz, aynı zamanda BF'lar (bulanık fonksiyonlar) ile çıktının tahmininde üyelik değerlerinin tahmin gücünü arttırmayı amaçlar. Dolayısıyla, Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği öbekleme algoritması "geliştirilmiş bulanık öbekleme" olarak adlandırılır [3, 4, 7].

Verilen bir çok girdili tek çıktılı sistem için, girdi matrisi şu şekilde gösterilsin  $xy = \{(x_1, y_1), \dots, (x_{nd}, y_{nd})\}$ , burada  $x_k = \{x_1 \dots x_{nv}\}$   $nv$  boyutlu  $k$ . veri vektörü,  $k = 1, \dots, nd$ ,  $nd$  veri vektörlerinin toplam sayısı (örnek sayısı) ve her  $y_k$  da bunlarla ilgili çıktı değeridir.

İlk olarak, her öbeğin BF'ların tahmininde kullanmak için üyelik değerlerinin, sonrasında da BSM (Bulanık Sistem Modelleme) algoritmasının performansını arttırmak için yeni bir amaç fonksiyonu tanımlanmış olup bu fonksiyonun iki amacı: (i) bölümlenme matrisinin iyi bir gösterimini bulmak ve (ii) BF modellerinin hatasını en küçükleyecek üyelik değerleri bulmaktır. Üyelik fonksiyonlarının en iyilenmesi için Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği GBÖ'de, amaç fonksiyonuna regresyon fonksiyonlarının hatası aşağıdaki gibi eklenmiştir:

$$J_m^{IFC} = \underbrace{\sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^{nd} \mu_{ik}^m d_{ik}^2}_{BÖÖ} + \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^{nd} \mu_{ik}^m \underbrace{(y_k - f_i(\tau_{ik}))^2}_{\substack{\text{Bulanık Fonksiyonun} \\ \text{Karesel Hatası}}} \quad (3.26)$$

, burada  $\mu_{ik}$   $i$  öbeğindeki  $k$  veri vektörünün üyelik değeri,  $i = 1, \dots, c$ , ve  $m$  öbekler arasındaki örtüşmeyi belirleyen bulanıklık derecesi parametresidir. (3.26)'deki en küçüklenecek edilecek olan amaç fonksiyonu,  $J_m^{IFC}$ , iki terim barındırır. Bunlardan ilki standart BÖO [1] algoritmasınıninki ile aynıdır.

İkinci terim her  $i$ . öbek için Bulanık fonksiyonun toplam karesel hatasıdır,  $f(\tau_i)$ . İkinci terim girdi değişkenleri olarak orijinal girdileri değil, üyelik değerlerini ve/veya onların dönüşümlerini kullanılarak oluşturulan tahmini kullanıcı tanımlı BF'lerin karesel hatalarını ölçer. Dolayısıyla, bu Bulanık fonksiyonun tahmini için kullanılan girdi matrisi,  $\tau_i$ , önceki tekrar adımından gelen üyelik değerlerini ve/veya bunların dönüşümlerini içerir. Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği GBÖ'de Bulanık fonksiyonun tahmini için kullanılan her bir girdi vektörünün yapısını analiz edelim. Diyelim ki  $i$ . öbeğin girdi vektörü üyelik değerleri ve bunların log-odds dönüşümlerini içeren 2-boyutlu girdi vektöründen,  $\tau_i = [\mu_i, \log((1 - \mu_i) / \mu_i)]$ , oluşmaktadır.  $i$ . öbek için  $\mathfrak{R}^2$ 'deki düzlemler kümesi (3.27)'deki gibi tanımlanır.

$$f_i = \hat{\omega}_{0i} + \hat{\omega}_{1i}\mu_i + \hat{\omega}_{2i} \log((1 - \mu_i) / \mu_i), \text{ veya } f_i = (\tau_i \hat{\omega}_i) \quad (3.27)$$

, burada  $\hat{\omega}_i^T = [\hat{\omega}_{0i} \hat{\omega}_{1i} \hat{\omega}_{2i}]$ 'dir.  $\mathfrak{R}^2$  BF'lerin özel bir yapısı şu şekilde tanımlanır:

$$\hat{y}_i = f_i(\tau_i \hat{\omega}_i) = \hat{\omega}_{0i} + \hat{\omega}_{1i}\mu_i + \hat{\omega}_{2i} \log\left(\frac{(1 - \mu_i)}{\mu_i}\right) = \hat{\omega}_{0i} + \sum_{j=1}^2 \hat{\omega}_{ji}\tau_{ji} \quad (3.28)$$

, burada  $\hat{y}_i$   $t$ 'inci tekrarda  $i$ 'inci bulanık fonksiyondan saptanan tahmini çıktı değeridir.  $\tau_i$   $t$ . tekrarda  $i$ . öbeğin üyelik değerleri ve bunun yanı sıra bunların log-odd dönüşümlerini içeren girdi matrisidir.  $\hat{\omega}$  lineer regresyon metodu yani en küçük kareler regresyon metodu kullanılarak, bulanık fonksiyonun tahmin edilmiş parametrelerini gösterir. Böylece, sistem modellemede ek girdiler olarak kullanılan üyelik değerlerinin tahmin gücünü arttırmanın amaçlandığı da vurgulanmalıdır. Bu

fonksiyonlarda orijinal girdi değişkenleri kullanılmamıştır. Her tekrar adımında bu bulanık fonksiyonların hatasını en küçükleyecek şekilde yeni bir amaç fonksiyonu tanımlanmıştır. Fonksiyon tahmininde orijinal girdileri kullanmayarak, model performansı üzerinde üyelik değerlerinin bireysel etkileri ölçülmüş ve geliştirilmiştir. Yeni uzaklık fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$d_{ik}^{IFC} = (d_{ik}^2 + SE_{ik}) = \|x_k y_k - v_i(xy)\|^2 + (y_k - f(\tau_{ik}))^2 \quad (3.29)$$

, burada  $x_k y_k$  girdi-çıkı vektörünü,  $v_i(xy)$   $i$  öbeğini,  $SE_{ik}$  ise  $y_k$  çıktı değeri ile geçici fonksiyonun değeri arasındaki hatayı göstermektedir. Her öbeğin,  $f(\tau_i)$ , tahmin edilmiş BF'leri gözlemlenen çıktıyı en iyi şekilde açıkladığında (3.29) ifadesinin ikinci terimi düşer. Karesel hata ve kesinlik (precision) arasındaki denge en iyi GBÖ metodu tanımlamaya olanak sağlar.

Yeni amaç fonksiyonunun,  $J_m^{IFC}$ , en küçüklenmesi için çözüm amaç fonksiyonunun Lagrange dönüşümü kullanılarak modelin eşleniği alınarak ve  $\sum_i^c \mu_{ij} = 1$  kısıtı göz önünde bulundurularak, Lagrange çarpanı,  $\lambda$ , kullanılarak bulunabilir. Bu dönüşüm EK A'da sunulmuştur. Dönüşüme bağlı olarak, yeni bir üyelik değeri hesaplama fonksiyonu aşağıdaki gibi çıkarılmıştır:

$$\mu_{ik} = \left( \sum_{j=1}^c \left[ \frac{d_{ik}^2 + (y_k - f_i(\hat{\tau}_{ik}))^2}{d_{jk}^2 + (y_k - f_j(\hat{\tau}_{jk}))^2} \right]^{1/(m-1)} \right)^{-1} \quad (3.30)$$

Amaç fonksiyonunun,  $J_m^{IFC}$ , ikinci terimi birinci terimde olduğu gibi öbek merkezi terimini içermez, dolayısıyla amaç fonksiyonunun  $v_i(xy)$ 'ye göre, yani öbek merkezine göre, türevi standart BÖO ile aynıdır. Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği GBÖ için öbek merkezi fonksiyonu BÖO'nun öbek merkezi fonksiyonunun değiştirilmesi ile elde edilmiş olup aşağıdaki gibi formüle edilir:



$$\forall_{1 \leq i \leq c} v_i = \frac{\sum_{k=1}^{nd} (\mu_{ik})^m (x_k y_k)}{\sum_{k=1}^{nd} (\mu_{ik})^m} \quad (3.31)$$

Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği GBÖ'nün amaç fonksiyonunun en küçüklenmesi için en iyileme GBÖ Algoritması ile verilmiştir. Her  $t$  tekrarı,  $t = 1, \dots, mak - iterasyon$ , bulanık bölümlenme matrisi  $U^t = [\mu_1^t \dots \mu_c^t]$  ile gösterilsin. En iyileme algoritması bir başlangıç bölümlenme matrisi,  $U^0$ , ve başlangıç öbek merkezleri,  $v^0$ , ile başlar.  $U^0$  ve  $v^0$  GBÖ'nün başlatılmasında gerekli girdilerdir, çünkü (3.30)'daki yeni üyelik fonksiyonu, yalnızca üyelik değerleri ve bunların matematiksel dönüşümlerini (3.27)'de olduğu gibi girdi değişkenleri olarak kullanarak gerçek çıktılarını,  $y_k$ , tahmini için kullanılan, regresyon modellerinin,  $(y_k - f_i(\hat{\tau}_{ik}))^2$ ,  $k = 1, \dots, nd$ , hata terimlerini içerir. Dolayısıyla, başlangıç bölümlenme matrisi,  $U^0$ , ve öbek merkezleri,  $v^0$ , herhangi bir bulanık öbekleme veya standart BÖO algoritması ile oluşturulabilir.

Çelikyılmaz ve Türkşen'in GBÖ'sü en iyileme metodu en iyi üyelikleri araştırır, ki bunlar daha sonra verilen bir sistem için BF'lerin tahmin parametreleri için ek tahmin ediciler olarak kullanılacaktır. Algoritma'da Adım 3.2'de,  $(t-1)$ 'inci tekrarda hesaplanan  $U^{t-1}$  üyelik değerleri  $t$ 'inci tekrarda her öbek için regresyon fonksiyonlarının parametrelerini bulmak için kullanılan girdi değişkenleri olarak kullanılırlar. Bu genel regresyon modellerinin iki özel durumundan ilki En Küçük Kareler gibi bir lineer fonksiyon tahmin metodu ikincisi ise Kuvvet Vektör Regresyonu (Support Vector Regression) gibi lineer olmayan fonksiyon tahmin metodudur. Ancak bu tez kapsamında Kuvvet Vektör Regresyon gibi yöntemler irdelenmemiştir. Tahmin edilecek fonksiyonların yapısı çıktı değişkeni ile üyelik değerlerinin dağılımına bağlıdır. Çıktı değişkenlerinin tahmini için uygun üyelik değeri dönüşümleri seçilmelidir.

## GBÖ – Geliştirilmiş Bulanık Öbeleme Algoritması

(A1) (3.27)'de olduğu gibi bulanık fonksiyonların yapısını belirle ve fonksiyon tahmin tipini, yani doğrusal (EKK) veya doğrusal olmayan bir polinom,  $m$  bulanıklık derecesini,  $c$  öbek sayısını,  $\varepsilon$  durdurma sabitini belirle.

(A2) Bir öbeleme algoritması kullanarak  $U^{(t=0)}$  üyelik değerlerinin ve  $v^{(t=0)}$  öbek merkezlerini oluştur.

(A3) Her tekrar için  $t = 1, \dots, mak - iterasyon$

(3.1) Her öbek için ( $c$  adet) bulanık fonksiyonları hesapla ve her vektör için karesel hataları ölç,  $SE_{ik}, i = 1, \dots, c, k = 1, \dots, nd$ .

(3.2) (3.30)'i kullanarak her öbekteki her bir girdi vektörü için üyelik değerlerini hesapla.

(3.3) (3.31)'u kullanarak her öbeğin öbek merkezlerini bul.

(3.4) (3.26) ile verilen amaç fonksiyonundaki değişim,

$$\left| \left( J_m^{IFC} \right)^t - \left( J_m^{IFC} \right)^{t-1} \right| < \varepsilon \text{ ise dur, değilse Adım 3.1'e dön.}$$

Verilen herhangi bir  $m$  ve  $c$  değeri için GBÖ algoritmasının çıktıları şöyledir:

- İterasyonun son adımında saptanan her öbeğin  $\hat{\omega}_i^*, i = 1, \dots, c$ , BF'sinin,  $f(\tau_i)$ 'nin en iyi parametreleri, yani (3.27) denkleminin katsayılarının öbeleme algoritmasının son adımı ile saptanan en iyi değerleri,  $\hat{\omega}_i^*$ .
- $\tau_i$  girdi matrisinin yapısı, yani GBÖ sırasında her  $f(\tau_i)$ 'nin tahmini için kullanılan üyelik değeri dönüşümlerinin farklı tiplerinin bir listesi. Örneğin,  $\tau_i = [\mu_i, \log((1 - \mu_i) / \mu_i), \exp(\mu_i)]$  gibi.
- En iyi üyelik matrisi,  $U^*(x, y)$  öbek merkezleri,  $v^*(x, y)$ . Bu değerler sırasıyla (3.30) ve (3.31)'dan son adımda elde edilen değerlerdir.

(\*) yeni GBÖ algoritmasından elde edilen en iyi sonuçları belirtmektedir.

### 3.6. Öbekleme Yaklaşımlarının Farklılıkları

Yukarıda değinilen öbekleme algoritmaları ya noktasal ya polinomsal ya da hem noktasal hem polinomsal yapılar oluşturarak öbekleme yaparlar. Noktasal yapılar ile öbek merkezi olarak adlandırılan noktalar elde edilir. Polinomsal yapı ile doğrusal veya kullanıcı tanımlı polinom yapılar ile fonksiyonlar oluşturularak bu fonksiyonlara ait katsayılar elde edilir. Bu fonksiyonlar geçici bulanık fonksiyonlar olarak adlandırılır. Hataway ve Bezdek BÖRM’de geçici fonksiyonlar için ilk etapta doğrusal yapı önermiş olsa da fonksiyon yapısında girdilerin kuvvetlerinin de bulunabildiği örneklere yer vermişlerdir. Höppner ve Klawonn is BM’de yine hem doğrusal hem de kullanıcı tanımlı olmak üzere fonksiyon yapısının doğrusal olmayabileceği durumları da incelemişlerdir. Alternatif olarak önerilen yaklaşımda ise fonksiyon yapısı yine doğrusal veya kullanıcı tanımlı bir polinom olabilir. Çelikyılmaz ve Türkşen ise GBÖ için kullandıkları geçici fonksiyon yapısında hem üyeliklerin hem de üyeliklerin çeşitli dönüşümlerinin girdi teşkil ettiği bir fonksiyon yapısı önermişlerdir

BÖRM’de kullanılan fonksiyonun girdileri yalnızca gerçek girdiler ve/veya girdilerin kuvvetleri şeklinde olabilirken, fonksiyon katsayıları üyelikler ile ağırlıklandırılmış regresyon ile elde edilir. BM algoritmasında fonksiyonun girdileri yine girdiler, girdilerin kuvvetleri ve/veya bu girdilerin birbirleri ile çarpımlarından oluşan kullanıcı tanımlı bir fonksiyon olup, bu fonksiyona ait katsayılar ise iyi bilinen BÖO algoritmasının noktasal merkezleri bulmak için kullandığı fonksiyona benzer bir fonksiyon yardımıyla bulunur. Alternatif Bulanık Model ise yine girdiler, girdilerin kuvvetleri ve/veya bu girdilerin çarpımlarından oluşan kullanıcı tanımlı bir polinomdan oluşur. Bu fonksiyona ait katsayılar BÖRM’de olduğu gibi ağırlıklandırılmış regresyon ile bulunur. GBÖ’nün fonksiyon yapısında gerçek girdiler yerine üyelikler ve bunların dönüşümlerinden oluşan kullanıcı tanımlı bir yapı söz konusudur. GBÖ fonksiyon yapısına ait katsayılar ise normal regresyon ile bulunur.

Burada BM ve ABM algoritmalarının GBÖ'den tek farkının fonksiyon yapısı olmadığını vurgulamak gerekir. Üyelik değerleri güncelleme fonksiyon yapısı BM algoritmalarında  $\eta$  şeklinde simgelenen harmoniklerin elimine edilmesini sağlayan bir etki söz konusudur. Bu Voronoi uzaklıklarının etkisinden ileri gelmektedir.

Ayrıca, GBÖ'de ilk öbek merkezlerini bulmak için herhangi bir öbekleme algoritması, genellikle BÖO, kullanımı önerilir. Ancak BM'de merkezler için böyle bir ön öbekleme yapılmaz. Ayrıca zaten BÖRM için böyle bir ihtiyaç söz konusu değildir.

Çizelge 3.1. Geçici Fonksiyon Yapılarına Göre Algoritmaların Karşılaştırılması

Algoritma	Karşılaştırma Kriteri:	
	Geçici Fonksiyon Yapıları	Girdi Yapıları
BÖO (Bezdek, 1981)	Fonksiyon içermez.	
BÖRM (Hataway & Bezdek, 1993)	$f_i(x_k, \beta_i)$ $= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n$ veya $= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n + \beta_{n+1} x_1^2 + \dots + \beta_{2n} x_n^2$	$X_k = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ veya $X_k = [x_1, x_2, \dots, x_n, x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2]$
BM (Höppner & Klawonn 2003)	$f_i(\hat{x}_k, \hat{\beta}_i)$ $= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \hat{\beta}_3 x_1 x_2 + \hat{\beta}_4 x_1^2 + \hat{\beta}_5 x_2^2$	$\hat{X}_k(x_1, x_2) = [x_1, x_2, x_1 x_2, x_1^2, x_2^2]$ gibi kullanıcı tanımlı bir girdi kümesi
ABM (Önerilen, 2009)	$f_i(\hat{x}_k, \gamma_i)$ $= \gamma_0 + \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \gamma_3 x_1 x_2 + \gamma_4 x_1^2 + \gamma_5 x_2^2$	
GBÖ (Çelikyılmaz & Türkşen, 2008)	$f_i(\tau_{ik}, \hat{\omega}_i)$ $= \hat{\omega}_{0i} + \hat{\omega}_{1i} \mu_i + \hat{\omega}_{2i} \log((1 - \mu_i) / \mu_i)$	$\tau_{ik} = [\mu_{ik}, \log((1 - \mu_{ik}) / \mu_{ik})]$

Çizelge 3.2. Algoritmalarla Göre Geçici Fonksiyonların Katsayılarını Güncelleme

Algoritma	Karşılaştırma Kriteri: Geçici Fonksiyonların Katsayılarını Güncelleme
BÖRM (Hataway & Bezdek, 1993)	$\beta_i = [X^T D_i X]^{-1} X^T D_i y$ $D_i = \begin{bmatrix} \mu_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mu_{in} \end{bmatrix}$ (Ağırlıklandırılmış regresyon (EKK))
BM (Höppner & Klawonn 2003)	$\hat{\beta}_i = \left( \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m (y_k \hat{x}_k) \right) / \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m (\hat{x}_k \hat{x}_k^T)$
ABM (Önerilen, 2009)	$\gamma_i = [X^T D_i X]^{-1} X^T D_i y$ $D_i = \begin{bmatrix} \mu_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mu_{in} \end{bmatrix}$ (Ağırlıklandırılmış regresyon (EKK))
GBÖ (Çelikyılmaz & Türkşen, 2008)	$\beta_i = [\tau_i^T I \tau_i]^{-1} \tau_i^T I y$ (Lineer regresyon (EKK))

Çizelge 3.3. Uzaklık Fonksiyonuna Göre Algoritmaların Karşılaştırılması

Algoritma	Karşılaştırma Kriteri: Uzaklık Fonksiyonu
BÖO (Bezdek, 1981)	$d_{ik}^2 = \ x_k - v_i(x)\ _A^2$ A seçilecek uzaklık normuna bağlıdır.
BÖRM (Hataway & Bezdek, 1993)	$E_{ik}(\beta_i) = (y_k - f_i(x_k, \beta_i))^2$
BM (Höppner & Klawonn 2003)	$d_{ik}^2 = \ x_k - v_i(x)\ ^2 + (y_k - f_i(\hat{x}_k, \hat{\beta}_i))^2$
ABM (Önerilen, 2009)	$d_{ik}^2 = \ x_k - v_i(x)\ ^2 + (y_k - f_i(\hat{x}_k, \gamma_i))^2$
GBÖ (Çelikyılmaz & Türkşen, 2008)	$d_{ik}^2 = \ x_k y_k - v_i(xy)\ ^2 + (y_k - f_i(\tau_{ik}, \hat{\omega}_i))^2$

Çizelge 3.4. Algoritmalarla Göre Üyelik Güncelleme Fonksiyonları

Algoritma	Karşılaştırma Kriteri: Üyelik Güncelleme Fonksiyonları
BÖÖ (Bezdek, 1981)	$\mu_{ik} = \left( \sum_{j=1}^c \left( \frac{\hat{d}_{ik}}{\hat{d}_{jk}} \right)^{2/(m-1)} \right)^{-1}$
BÖRM (Hataway & Bezdek, 1993)	$\mu_{ik} = \sum_{j=1}^c (E_{ik}/E_{jk})^{\frac{1}{1-m}}$
BM (Höppner & Klawonn 2003)	$\mu_{ik} = \sum_{j=1}^c \left( \frac{d_{ik}^2 - (\min d_{ik}^2 - \eta)}{d_{jk}^2 - (\min d_{jk}^2 - \eta)} \right)^{-1}, \eta > 0$
ABM (Önerilen, 2009)	$\mu_{ik} = \sum_{j=1}^c \left( \frac{d_{ik}^2 - (\min d_{ik}^2 - \eta)}{d_{jk}^2 - (\min d_{jk}^2 - \eta)} \right)^{-1}, \eta > 0$
GBÖ (Çelikyılmaz & Türkşen, 2008)	$\mu_{ik} = \left( \sum_{j=1}^c \left[ \frac{d_{ik}^2 + (y_k - f_i(\hat{\tau}_{ik}))^2}{d_{jk}^2 + (y_k - f_j(\hat{\tau}_{jk}))^2} \right]^{1/(m-1)} \right)^{-1}$

BÖRM hariç diğer tüm öbeleme algoritmaları aynı noktasal öbek merkezi güncelleme fonksiyonunu kullanır. Bunun sebebi BÖRM'ün zaten noktasal öbekleri içermemesidir. Çizelge 3.4'ten de görüldü gibi GBÖ algoritmasında girdi ve çıktı, noktasal öbek uzaklığını ifade ederken bir arada kullanılmıştır. Girdi ve çıktının bir arada kullanılma sebebi, GBÖ öbeleme algoritmasının daha sonra BSM'de kullanılmak için tasarlandığıdır. Dolayısıyla Çizelge 3.4'te yer alan tüm uzaklık fonksiyonları da arzu edildiği takdirde çıktıyı içerebilecek şekilde değiştirilebilir.

Çizelge 3.1-3.4'te, bu bölümde verilen tüm öbeleme algoritmalarına ait fonksiyonlar tek tek verilmiştir. Böylelikle, öbeleme algoritmaları arasındaki farklılıklar çizelge bazında ortaya konmuştur.

## 4. BULANIK FONKSİYONLAR İLE BULANIK SİSTEM MODELLEME

### 4.1. Giriş

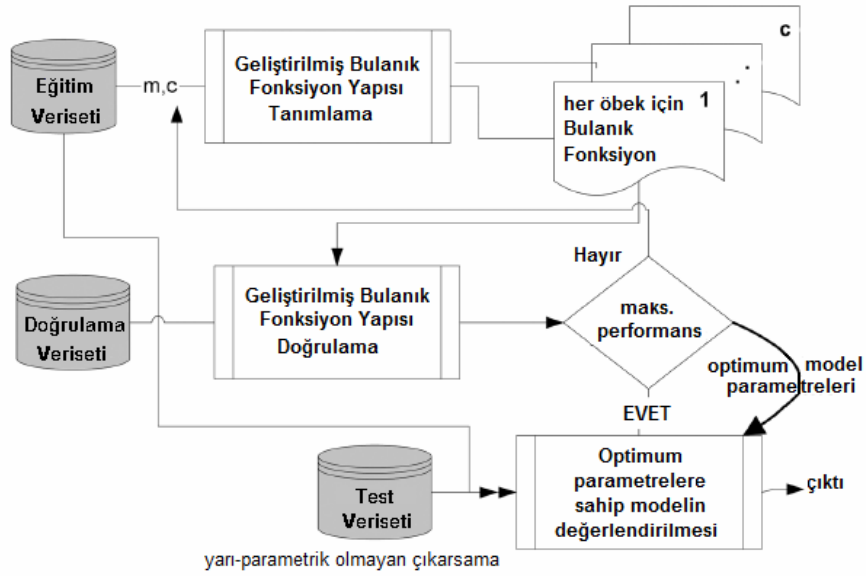
Bu bölümde önceki bölümde verilen bulanık öbeleme algoritmaları ile birleştirilerek sistem modellemede kullanılmak için çeşitli çıkarım algoritmaları önerilecektir. Bu çıkarım algoritmaları “Bulanık Fonksiyon” yapıları ile birleştirilerek bulanık kural tabanlarına (BKT) alternatif olarak önerilen yöntemler arasında yer alacaktır.

Öncelikle bulanık fonksiyonlar ile sistem modelleme fikri Türkşen ve Çelikyılmaz’a ait olup [30], BÖO ile ve Bulanık Fonksiyonlarla çeşitli modeller gerçekleştirilmiştir. Ardından sistem modelleme yaklaşımı yine Çelikyılmaz ve Türkşen tarafından GBÖ algoritması ile Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar ile yine çeşitli modeller geliştirilmiştir [3, 4, 7]. Benzer şekilde eldeki öbeleme algoritmaları için Bulanık Fonksiyon yapılarını oluşturup, bu yaklaşımlar için çıktı tahmini yapabilecek mekanizmalar, yani çıkarsama algoritmaları geliştirilmiştir.

Bu bölümde ilk olarak bu çalışmanın motivasyonunu teşkil eden Çelikyılmaz ve Türkşen tarafından önerilen GBF’lar ile GBÖ’nün [3, 4, 7] çıkarsama algoritmasının geliştirilmesi ve mimarisi sunulacaktır. Bu yaklaşıma ait çıkarsama algoritması verilecektir, ayrıca bu algoritma diğer algoritmaların fonksiyon yapıları ile kullanım için önerilecektir. Sonra, Hataway ve Bezdek’in önerdiği BÖRM’ü [10] için geliştirilen çıkarsama algoritması kendi geçici fonksiyonu ve GBF’nin fonksiyon yapısı ile sunulacaktır. Höppner ve Klawonn’un BM’i [11] için yine hem kendi geçici fonksiyon yapısı hem de GBF’nin fonksiyon yapısını elde etmek için gerekli çıkarsama algoritması verilecektir. Son olarak, benzer yaklaşım ABM için de önerilecektir.

## 4.2. Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar ile Bulanık Sistem Modelleme Yaklaşımının Geliştirilmesi ve Mimarisi

Bu başlıkta incelenecek yaklaşım, Çelikyılmaz ve Türkşen'in geliştirilmiş bulanık fonksiyonlar için önerildikleri yaklaşımdır. Bu yaklaşım araştırmacıların çalışmalarında geliştirilmiş bulanık fonksiyonlar ile yeni bir bulanık sistem modeli (BSMGBF) olarak yer almaktadır. BSMGBF'nin temelleri verilen verideki gizli örüntülerin bulunması için BÖO öbekleme algoritması uygulanmış olan daha önceki, [3, 4, 7, 30, 32], araştırmalarda bulunabilir. Yeni BSMGBF öğrenme adımında aday girdi değişkenleri ile sistem modellemede bulanık regresyon fonksiyonlarının ek tahmin edicileri olarak kullanılan geliştirilmiş üyelik değerlerinin tahmini için önerilen GBÖ algoritmasını uygular. Akıl yürütme mekanizması yeni bir yarı-parametrik yaklaşımı temel alır [4, 7].



Şekil 4.1. Bulanık Fonksiyonlar Sistemi ile Modelleme



#### 4.2.1. Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar Yaklaşımının Önerilen Öğrenme Planı

Şekil 4.1'den gözlemlendiği gibi önceki bölümde verilmiş olan belirli ölçüler temel alınarak sistem model parametrelerinin optimize edildiği iteratif bir öğrenme planı uygulanır, yani Geliştirilmiş Bulanık Öbekleme.

BSMGBF'nin yeni yapı tanımlaması önceki BKT ile bulanık sistem modelleme (BSM) yaklaşımlarından farklıdır. Bu yeni yaklaşımda daha önce değinilen BKT'lerin adımlarının özelliklerinin uygulanmasına gerek yoktur. Önerilen BSMGBF öğrenme ve akıl yürütme tasarımı sırasında daha az karmaşık olup daha az adım gerektirir. Bulanık Fonksiyonlar ile Bulanık Sistem Modelleme veriyi yeniden işleme adımlarının ki bunlar veri temizleme, gürültü azaltma, veri kümesinin boyutunun azaltılması gibi adımları içerir, algoritmaya başlamadan önce gerçekleştirildiğini varsayıyoruz. Şekil 4.2'de gösterilen önerilen yaklaşımın yapı tanımlama adımları açık bir şekilde aşağıda açıklanacaktır.

#### 4.2.2. GBÖ ile Öbekleme

Bu adımda, kullanıcı tanımlı bir bulanık öbekleme algoritması, genellikle BÖÖ [1], üyelik değerlerinin başlangıç bölümlene matrisi ve başlangıç öbek merkezlerini elde etmek için kullanılır. Sonra, girdi-çıktı veri kümesi (4.1)'deki gibi bir kullanıcı tanımlı BF yapısı,  $\tau_i$ , ve verilen öbek sayısı,  $c$ , için öbek merkezlerinin,  $v_i^*(x_1, \dots, x_{nv}, y)$  ve etkileşimli geliştirilmiş üyelik değerlerinin,  $\mu_i^*(x, y), i = 1, \dots, c$ , bulunması için GBÖ kullanılarak yeniden öbeklenir. Daha sonra, girdi uzayına ilişkin üyelik değerleri,  $\mu_i^*(x)$ , girdi matrisi,  $x$ , ve girdi vektörünün öbek merkezleri,  $v_i^*(x_1, \dots, x_{nv})$ , kullanılarak hesaplanır. Unutulmamalıdır ki, geliştirilmiş girdi üyelik değerleri girdi uzayı üzerindeki öbeklerin projeksiyonları değillerdir, fakat bulanık öbekler vasıtasıyla girdi uzayı üzerinden sonuç çıkarılabilir. Örneğin, hatırlamak gerekir ki geçici bulanık fonksiyon yapısı (4.1)'deki gibidir.

$$\hat{y}_i = f_i(\tau_i \hat{\omega}_i) = \hat{\omega}_{0i} + \hat{\omega}_{1i} \mu_i + \hat{\omega}_{2i} \log \left( \frac{(1 - \mu_i)}{\mu_i} \right) \quad (4.1)$$

### 4.2.3. Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonların Tahmini

Önceki bölümde verilen çıkarsama algoritması, yani GBÖ ile bulunan geliştirilmiş üyelik değerleri bulanık regresyon fonksiyonlarının performanslarını arttırmak için bu adımda, bu fonksiyonların ek tahmin edicileri olarak kullanılırlar. Bulanık fonksiyonlar yaklaşımının yeniliği, orijinal girdi matrisinin ek boyutları olarak geliştirilmiş üyelik değerlerini  $(\mu_i^*(x))$  ve/veya bunların dönüşümlerini kullanarak her bir  $i$  öbeği için farklı bir veri kümesi yapılandırmasındadır, bkz. Şekil 4.2. Bu her  $i, i = 1, \dots, c$ , öbeği için orijinal girdi uzayının,  $\mathfrak{R}^{nv}$ , daha büyük boyutlu bir özellik uzayına,  $\mathfrak{R}^{nv+nm}$ , yani  $x \rightarrow \Phi_i(x, \mu_i^*)$ , eşleştirilmesi olarak yorumlanabilir. Dolayısıyla, her veri vektörü  $(nv + nm)$  özellik uzayında gösterilir.  $nv$  orijinal girdi değişkenlerinin sayısı ve  $nm$  de orijinal girdi uzayına yeni boyutların eklenmesiyle artan üyelik değerlerinin sayısıdır. Bir en iyi regresyon fonksiyonunun parametreleri bu yeni uzayda aranır. Tek girdi ve tek çıktısı olan bir veri kümesi düşünülecek olursa, burada her öbek için yeni bir veri kümesi oluşturmak için yalnızca üyelik değerleri ek boyut olarak kullanılırsa, yani  $\mathfrak{R}^{nv} \rightarrow \mathfrak{R}^{nv+1}$ , ve  $(nv + 1)$  uzayında bir regresyon fonksiyonu yapılandırılır, örnek olarak göstermek gerekirse:

$$\Phi_i(x, \mu_i^*) \in \mathfrak{R}^{nv+1} = \begin{bmatrix} \mu_{i,1}^* & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ \mu_{i,nd}^* & x_{nd} \end{bmatrix} \quad \forall i = 1, \dots, c, nm = 1, nv = 1 \text{ iken} \quad (4.2)$$

BF yaklaşımının öne çıkan bir özelliği de şudur: üyelik değerlerinin eklenmesi ile sağlanan ek bilgi kullanılarak  $\mathfrak{R}^{nv} \rightarrow \mathfrak{R}^{nv+nm}$  uzayında bunların ilişkisini açıklamak için BF yaklaşımı önerilmiştir [3, 4, 7, 32].

Sonuç olarak,  $\hat{h}(\Phi_i)$ , her  $i$  öbeği için her vektörün çıktı değerlerinin tahmini Şekil 4.2’de gösterildiği gibi yapılıdır. (4.2)’de tanımlandığı gibi her  $i$  öbeği için  $\mathfrak{R}^2$  gibi bir uzaylar kümesi şöyle tanımlanır:  $\hat{y} = \hat{h}(\Phi_i) = \hat{\omega}_0 + \hat{\omega}_{1i}(\mu_i^*) + \hat{\omega}_{2i}x$  veya  $\hat{h}_i = (\Phi_i^T \hat{\omega}_i)$ , burada  $\hat{\omega}_i = [\hat{\omega}_0 \hat{\omega}_{1i} \hat{\omega}_{2i}]$ ’dir. Veri kümesinin doğrusal olmamasına bağlı olarak orijinal girdi değişkenlerine üyelik değerlerinin farklı dönüşümleri de eklenebilir. Genellikle, örnek olarak şu matematiksel dönüşümler kullanılabilir;  $(\mu_i^*)^p, \exp((\mu_i^*)^p), \ln((1 - \mu_i^*)/\mu_i^*), 1/(1 + \exp(\mu_i^*))$ ,  $p \in \mathfrak{R}$  vb.

Bu çalışmada BF’ların parametrelerinin tahmininde En Küçük Kareler yoluyla regresyon fonksiyonu tahmin metodu kullanılmıştır.

Öğrenme algoritmasının son adımı olarak, her bir eğitim veri kümesi örneği için çıktının değeri aşağıdaki berraklaştırma adımları izlenerek çıkarsanabilir. İlk olarak her öbek için ağırlıklı çıktı değerleri hesaplanır:

$$g_i = \mu_i^* \hat{h}_i(\Phi_i) \quad (4.3)$$

En son çıktı tahminini,  $\hat{y}$ , üyelik değerlerini temel alan ağırlıklandırma formülü ile (4.4)’teki gibi hesaplanır:

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^c g_i}{\sum_{i=1}^c \mu_i^*} = \frac{\sum_{i=1}^c \mu_i^* \hat{h}_i(\Phi_i)}{\sum_{i=1}^c \mu_i^*} \quad (4.4)$$

$y_k$   $k$ . girdi vektörünün ölçülen gerçek çıktı değerini ve  $\hat{y}_k$ ’da aynı girdi vektörünün tahmin edilmiş modelden çıktı değeri olsun. Tüm modelin performansı ortalama-

karesel-hata-karekökü ile  $HKOK = \left[ \left( \frac{1}{nd} \right) \sum_k (y_k - \hat{y}_k) \right]^{1/2}$  ölçülür. Sonuç olarak,

önerilen yaklaşımın parametreleri şöyledir:

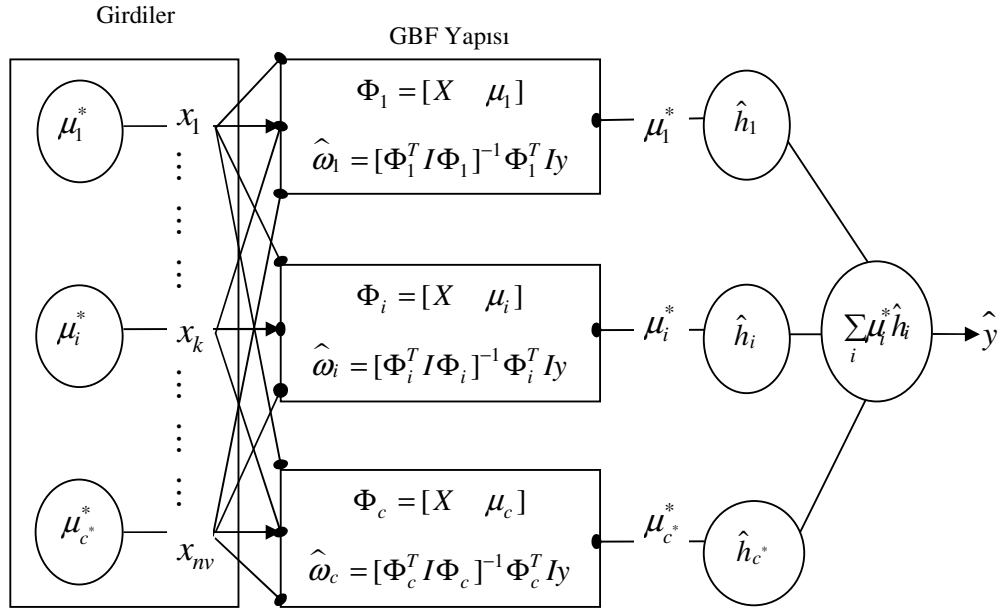
- BF'lerinin  $f(\tau_i)$  en iyi parametreleri, GBÖ sırasında tahmin edilmiş çıktılarının hesaplanmasında ve  $\tau_i$  girdi matrisinin, yani GBÖ sırasında her  $f(\tau_i)$ 'nin tahmininde kullanılan farklı tipteki üyelik değerleri dönüşümlerinin listesinin, yapılandırılmasında kullanılan her öbeğin  $\hat{\omega}_i$ ,  $i = 1, \dots, c$ , fonksiyon katsayıları
- GBÖ parametresi olan bulanıklık derecesi,  $m$
- GBÖ parametresi olan öbek sayısı,  $c$
- Orijinal değişkenlere ek olarak kullanılan farklı tipteki üyelik değerleri dönüşümlerinin listesi: her öbeğin  $\hat{\omega}_i$ ,  $i = 1, \dots, c$ , sistem BF'lerinin  $\hat{h}_i(\Phi_i)$  en iyi parametreleri ve bunların yapısı  $\Phi_i$

En küçük HKOK (Hata Kareleri Ortalaması Karekökü: Root Mean Square Error) performansına sahip en iyi model doğrulama veri kümesi üzerinde model parametreleri doğrulanırken ve eğitim veri kümesi üzerinde eğitim yapılırken parametreler sürekli tekrar edilerek bulunur. Modellerin performansları eğitim ve doğrulama amaçları dışında kullanılan bir test veri kümesi üzerinde bulanık veya bulanık olmayan sistem modelleri metotlarının performansı ölçülerek karşılaştırılır. Çıktılarını önceden bilmediğimiz yeni girdi veri örneklerinin çıktı değerlerini çıkarsamak için daha sonra tanımlanacak olan çıkarsama (akıl yürütme) adımları izlenmelidir.

#### **4.2.4. Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar Yaklaşımının Önerilen Çıkarsama Planı**

Akıl yürütme mekanizması ya da çıkarsama mekanizması ya doğrulama ya da test örnekleri gibi yeni veri vektörlerinin çıktı değerlerini çıkarsamada kullanılır. Bu

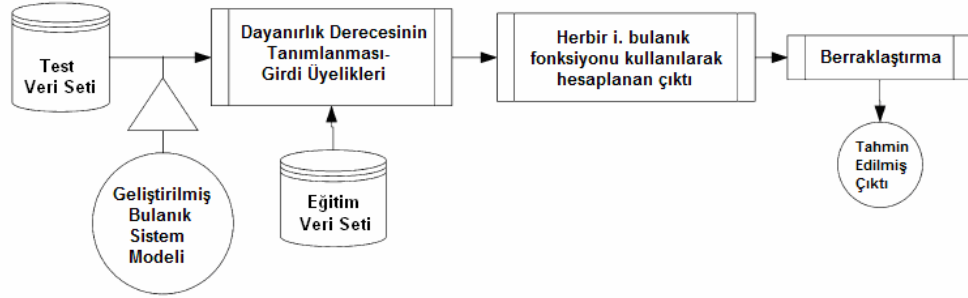
yaklaşım doğrulama veri kümesinden saptanan performansı temel alan model parametrelerini optimize etmek için bir alt öbekleme doğrulama metodu uygular, bkz. Şekil 4.1. Dolayısıyla, verilen sistemin en iyi parametrelerini araştırmak için öğrenme mekanizması eğitim veri kümesini ve çıkarsama mekanizması da doğrulama veri kümesini kullanır. En iyi BF model parametreleri, yani en iyi öbek sayısı,  $c^*$ , en iyi bulanıklık derecesi,  $m^*$ , ve GBÖ'nün bulanık sınıflandırma fonksiyonlarının en iyi parametreleri,  $\hat{\omega}^*$ , girdi uzayına eşleştirilen en iyi sistem BF parametreleri,  $\hat{\omega}^*$ , hesaplandıktan sonra, BSMGBF modellerinin tüm performansı test veri kümesi üzerinden ölçülür. Sonraki tanımlamalarda, yeni akıl yürütme (çıkarsama) mekanizması test veri kümesi kullanılarak tanımlanacaktır.



Şekil 4.2. GBF ile Yapı Tanımlama

$$\mu_{ik} = \left( \sum_{\substack{1 < i \leq c \\ 1 < k < nd}}^c \left[ \frac{d_{ik}^2 + (y_k - f_i(\hat{\tau}_{ik}))^2}{d_{jk}^2 + (y_k - f_j(\hat{\tau}_{jk}))^2} \right]^{1/(m-1)} \right)^{-1} \quad (4.5)$$

Önerilen GBÖ (4.5)'te yer alan yeni üyelik fonksiyonunu kullanır, aynı zamanda bu fonksiyon her öbek için test veri örneklerinin üyelik değerlerinin bulunması için yeni çıkarsama tasarımında kullanılır. Daha sonra, GBÖ'den elde edilen geliştirilmiş üyelik değerleri test verisi örneklerinin çıktılarının tahmini için orijinal girdi değişkenlerine ek girdi değişkenleri olarak kullanılırlar.



Şekil 4.3. BSMGBF'nin Önerilen Çıkarsama Mekanizması

Çıktı değerleri bilinmeyen test veri vektörlerinin üyelik değerlerini hesaplamak için (4.5)'teki yeni üyelik fonksiyonunu yeniden gözden geçirmek gerekir. Önerilen GBÖ'nün yeni üyelik fonksiyonu, her  $i$  öbeğindeki  $k$  veri vektörü için ek bir hata terimi, yani  $SE_{ik} = (y_k - f(\tau_{ik}))^2$ , içermektedir. Doğrulama örneklerinin geliştirilmiş üyelik değerlerini hesaplamadan önce hata teriminin değeri ölçülmelidir.  $y_k$  gerçek çıktı değerlerini gösterir, fakat bu test örnekleri için bilinmeyen bir terimdir.  $\tau_i$  geliştirilmiş üyelik değerleri ve bunların kullanıcı tanımlı dönüşümlerinin, örneğin lojistik, kuvvet fonksiyonları, vb., girdi matrisidir ve bu bilinmeyen bir parametredir, çünkü test örneklerinin geliştirilmiş üyelik fonksiyonları henüz hesaplanmamıştır. GBÖ modelinden gelen bilinen tek parametre tahmin edilmiş en iyi fonksiyon parametreleridir,  $\hat{\omega}_i$ ,  $i = 1, \dots, c$ . Dolayısıyla, test veri örneklerinin yeni geliştirilmiş üyelik değerlerini hesaplayabilmek için bilinmeyen parametrenin,  $SE_{ik}$ , tahmin edilmesi gerekir. Eğitim veri örnekleri ve bunların üyeliklerini kullanarak hata teriminin tahmini için  $\kappa$ -en yakın komşu yaklaşımına benzer bir yaklaşım önerilmiştir. Test veri kümesi,  $X^{te} = \{x_k, k = 1, \dots, ndte\}$ , en iyi öbek sayısı,  $c^*$ , en iyi bulanıklık değeri,  $m^*$ , eğitim

veri örnekleri,  $X = \{(x_k, y_k), k = 1, \dots, nd\}$ ,  $nd$ . eğitim veri örneklerinin toplam sayısı, ve bunların eğitim motorundan gelen geliştirilmiş üyelik değerleri,  $\mu_{ik}^* \in U^*(x), i = 1, \dots, c^*$ , BF parametrelerinin yapısı ve GBÖ'de kullanılan yapılar,  $\hat{\omega}_i$  ve  $\tau_i$  ve sistem modelinin bulanık regresyon fonksiyonu,  $\Phi_i$  ile verilmiştir. Şekil 4.3'te gösterilen BSMGBÖ'nün çıkarsama mekanizmasının çatısı aşağıdaki algoritma ile özetlenmiştir.

### Çelikyılmaz ve Türkşen'in önerdiği GBÖ'nün Çıkarsama Mekanizması Adımları

Algoritmayı her bir test veri vektörü için  $r = 1, \dots, ndte$  'ye kadar tekrarla

**Adım 1:**  $r$ . test vektörünün her bir eğitim veri vektörüne uzaklığını bul ve bunları aşağıdaki gibi kaydet.

$$D_r = \left\{ d_{rq} \in \mathfrak{R} \mid d_{rq} = \left\| x_r^{te} - x_q \right\|_A^2, q = 1, 2, \dots, nd \right\} \quad (4.6)$$

**Adım 2:**  $D_r$  'deki uzaklıkları artan sıraya göre sırala ve ilk  $\kappa$  tanesini  $r$  test verisine en yakın veri örnekleri olarak eğitim vektöründen seç.

**Adım 3:**  $\kappa$ -en yakın eğitim veri örneklerinin uzaklıklarını,  $D_r^* = [d_{r1}^* \cdots d_{rk}^*]^T$ , bunlarla ilişkili her bir  $i$  öbeğindeki geliştirilmiş üyelik değeri,  $U_i^* = [\mu_{i1}^*, \dots, \mu_{ik}^*]^T, i = 1, \dots, c^*$  ve bunların gerçek çıktı değerlerini,  $y^* = [y_1^*, \dots, y_k^*]^T$  kaydet.

**Adım 4:** Her öbekteki  $\kappa$ -en yakın veri örneğinin ortalama hata terimini ( $SE_{ir}$ ) hesapla:

$$\widetilde{SE}_{ir} = \sum_{q=1}^k SE_{iq} * \eta_{rq}, \quad \eta_{rq} = 1 - \left( d_{rq}^* / \sum_{s=1}^k d_{rs}^* \right) \quad (4.7)$$

$$SE_{iq} = \left( y_q^* - \hat{y}_i(\tau_{iq}^*) \right)^2 \quad (4.8)$$

**Adım 5:** Her öbekteki  $r$  test örneğinin geliştirilmiş üyelik değerini,  $\mu_{ir}^*$ , hesapla

**Adım 6:**  $r$  test vektörünü her bir öbeğe öbek uzayındaki  $\Phi_i$  eşleştirme yapısını kullanarak,  $\Phi_{ir}$ , eşleştir ve bunları bulanık fonksiyonları kullanarak,  $\hat{y}_{ir}(\Phi_{ir})$ , her bir öbek için çıktı değerlerini çıkararsa.

**Adım 7:**  $\hat{y}_{ir}(\Phi_{ir})$ 'leri geliştirilmiş üyelik değerlerini kullanarak ağırlıklandırıp tek bir çıktı değeri bul.

Yeni çıkarım mekanizması aşağıdaki gibi özetlenebilir. Yeni Çıkarsama mekanizmasının ilk adımı Euclid uzaklık ölçüsünü kullanarak  $\kappa$  eğitim veri örneklerini bulmaktır ki bunlar her bir test veri örneğine en yakın olanlardır,  $r, r=1, \dots, ndte$ .  $\kappa$ -en yakın eğitim veri örneklerinin geliştirilmiş üyelik değerlerinin tahmininde kullanmak için her bir öbek için  $k$  vektörlerinin bir toplamından oluşan girdi matrisini,  $\tau_i^* = [\tau_{i1}^* \cdots \tau_{ik}^*]^T$ , yapılandırmada kullanılır.

Dolayısıyla, GBÖ sırasında regresyon fonksiyonu kullanılarak parametreler,  $\hat{\omega}_i^*$ , hesaplanır ve geliştirilmiş üyelik değerleri ile girdi matris yapısı,  $\tau_i^*, i=1, \dots, c$ , yapılandırılır ve her  $\kappa$ -en yakın eğitim örneklerinin çıktı değerleri hesaplanır. Sonraki adım  $r$ . test veri örneğinin karesel hatasının tahmininde kullanmak için her bir öbeğin bu en yakın  $k$  veri örneklerinin karesel hata,  $SE_{iq} = \left( y_q - f(\tau_{iq}) \right)^2$ , değerlerini ölçmektir. Daha sonra, hata değerleri,  $SE_{iq}$ ,  $\kappa$  eğitim örneklerinin her bir test örneği  $r$ 'ye olan normalize edilmiş uzaklıkları olan,  $\eta_{rq}$  ağırlık sabitleri ile ağırlıklandırılır.  $i$ . öbekteki  $r$ . test örneğinin ortalama yaklaşık karesel hatası



ağırlıklandırılmış karesel hata ile,  $HKOK = \left[ (1/nd) \sum_k (y_k - \hat{y}_k) \right]^{1/2}$ , hesaplanır:

bunlar test örneklerinin geliştirilmiş üyelik değerlerinin hesaplanmasında kullanılan yeni üyelik fonksiyonlarıdır. Adım 7 bulanık çıktıların berraklaştırılmasıdır.

### **4.3. BÖRM Fonksiyon Yapısı ile Bulanık Sistem Modelleme**

BÖRM [10] öbekleme amacı ile kullanılan bir algoritma olduğu için sistem modelleme amacı ile kullanılabilir bir çıkarsama mekanizmasına ihtiyaç vardır. Bu ihtiyaçtan yola çıkarak öbekleme algoritmasının kullandığı geçici fonksiyon yapısı yöntemin çıkarsama mekanizmasında bulanık fonksiyon olarak kullanıldı. Bu fonksiyon yapısı bu çalışmada BÖRM fonksiyon yapısı olarak anılacaktır. Ayrıca bu bölümün sonunda bu fonksiyon yapısından başka geliştirilmiş bulanık fonksiyon yapıları da bulanık fonksiyonlar olarak kullanılarak yeni sistem modelleme yaklaşımları sunulmuştur. Farklı bulanık fonksiyon yapılarının kullanımı sunulan modelde önemli bir farklılık yaratmamaktadır. Dolayısıyla çıkarsama yaklaşımı tek bir algoritma ile verilmiştir.

#### **4.3.1. BÖRM Fonksiyon Yapısından Elde Edilen Bulanık Fonksiyonların Öğrenme Planı**

Bölüm 3'te verilen BÖRM öbekleme algoritması ile sisteme ait üyelik değerleri ile geçici fonksiyon parametreleri saptanır. Bu bilgiler sistem modellemede kullanılacak girdileri teşkil eder. Bu yaklaşım Bulanık Öbek Regresyon Metodu ile Bulanık Sistem Modelleme şeklinde anılacak ve BSMBÖRM olarak kısaltılacaktır.

Benzer şekilde, BSMBÖRM BSMGBF ile benzer olup, klasik sistem modelleme yaklaşımlarından farklıdır. Bu yaklaşım da verinin temiz olduğu varsayımı ile hareket eder.

#### 4.3.2. BÖRM Fonksiyon Yapısının Tahmini

Öbekleme ile bulunan üyelik değerleri öncelikle köşegen matris oluşturularak, bu bulanık fonksiyonların tahmininde kullanılır. Ağırlıklandırılmış en küçük kareler regresyon metodu kullanılarak bulanık fonksiyon parametreleri tahmin edilir. Bu fonksiyonun bulanık fonksiyon olarak anılması fonksiyona ağırlık olarak giren üyelik değerlerinden ileri gelir. Ayrıca, aynı geliştirilmiş bulanık fonksiyonlarda olduğu bu fonksiyon yapısı da her bir veri kümesi için bir  $i$  öbeği yapılandırılır.

Bir BÖRM bulanık fonksiyonu,  $\hat{h}(X, \beta_i)$ , her  $i$  öbeği için her vektörün çıktı değerlerinin tahmini Şekil 4.4'te gösterildiği gibi yapılıdır. Her  $i$  öbeği için  $\mathfrak{R}^2$  gibi bir uzaylar kümesi şöyle tanımlanır:  $\hat{y} = \hat{h}(X, \beta_i) = \beta_0 + \beta_{1i}x_1 + \beta_{2i}x_2$  veya  $\hat{h}_i = (X^T \beta_i)$ , burada  $\beta_i = [\beta_0 \ \beta_{1i} \ \beta_{2i}]$ 'dir. Veri kümesi istenirse doğrusal bir regresyon ile değil de doğrusal olmayan bir şekilde de tanımlanabilir. Örneğin tek girdili bir sistem kullanıcı tanımlı bir polinom ile  $X = (x_1, x_1^2)$  şeklinde ifade edilsin. Bu durumda çıktı  $\hat{y} = \hat{h}(X, \beta_i) = \beta_0 + \beta_{1i}x_1 + \beta_{2i}x_1^2$  ile modellenecektir.

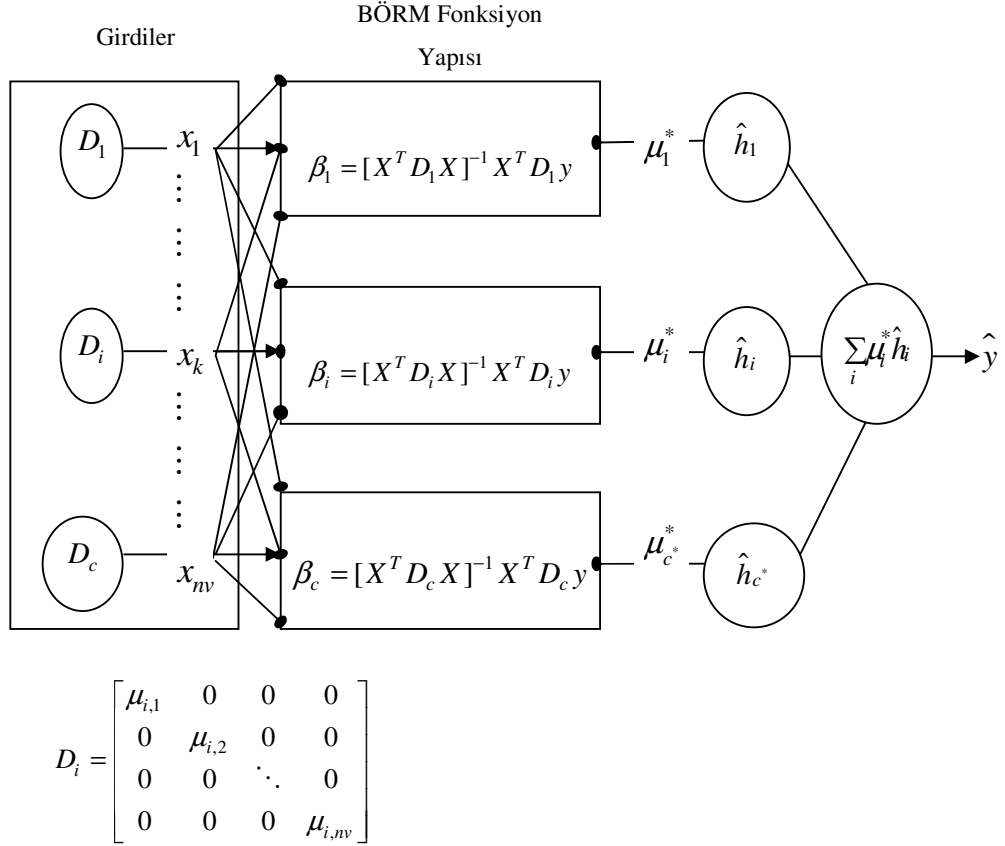
Öğrenme algoritmasının son adımı berraklaştırmadır. Bu adımda ilk olarak, her  $i$  öbeği için ağırlıklı çıktı değeri şöyle hesaplanır:

$$g_i = \mu_i^* \hat{h}(X, \beta_i) \quad (4.9)$$

Tüm tahmini çıktı üyelik değerleri ile ağırlıklandırılmış şu formül ile elde edilir:

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^c g_i}{\sum_{i=1}^c \mu_i^*} = \frac{\sum_{i=1}^c \mu_i^* \hat{h}_i(X, \beta_i)}{\sum_{i=1}^c \mu_i^*} \quad (4.10)$$

Model performansı hem deneysel çalışmalarda kıyaslamak için hem de istatistiksel olarak modelin performansını gösterdiği için yine GBÖ'de olduğu gibi HKOK ile ölçülür.



Şekil 4.4 BÖRM ile Yapı Tanımlama

Tahmin adımı bu şekilde sonlanırken, çıktılarını önceden bilmediğimiz yeni girdi veri örneklerinin çıktı değerlerini çıkarsamak için önerilen çıkarsama algoritması adımları izlenmelidir.

### 4.3.3. BSMBÖRM için Önerilen Çıkarsama Planı

Çıktı değerleri bilinmeyen test veri vektörlerinin üyelik değerlerini hesaplamak için üyelik fonksiyonunu yeniden gözden geçirmek gerekir. Üyelik fonksiyonu, her  $i$  öbeğindeki  $k$  veri vektörü için ek bir hata terimi, yani  $E_{ik}(\beta_i) = (y_k - f_i(x_k, \beta_i))^2$ , içermektedir. Doğrulama örneklerinin üyelik değerlerini hesaplamadan önce hata teriminin değeri ölçülmelidir.  $y_k$  gerçek çıktı değerlerini gösterir, fakat bu test örnekleri için bilinmeyen bir terimdir. Modelden gelen bilinen tek parametre tahmin edilmiş en iyi fonksiyon parametreleridir,  $\beta_i$ ,  $i = 1, \dots, c$ . Dolayısıyla, test veri örneklerinin yeni üyelik değerlerini hesaplayabilmek için bilinmeyen parametrenin,  $E_{ik}$ , tahmin edilmesi gerekir. GBÖ'nün çıkarsama algoritması için eğitim veri örneklerini kullanarak hata teriminin tahmini için  $\kappa$ -en yakın komşu yaklaşımına benzer bir yaklaşım önerilmiştir. Benzer şekilde BÖRM için de bu yaklaşım kullanılabilirliğinden, önerilen algoritma GBÖ'nün çıkarsama algoritmasını temel alır. En yakın komşu yaklaşımının felsefesi ile test verilerine en yakın eğitim verilerinin çıktı değerleri seçilerek, sanki bu çıktı değerleri test verisinin gerçek çıktı değerleriymiş gibi değerlendirmeye alınır. Test veri kümesi,  $X^{te} = \{x_k, k = 1, \dots, ndte\}$ , en iyi öbek sayısı,  $c^*$ , en iyi bulanıklık değeri,  $m^*$ , eğitim veri örnekleri,  $X = \{(x_k, y_k), k = 1, \dots, nd\}$ ,  $nd$ . eğitim veri örneklerinin toplam sayısı, ve bunların eğitim motorundan gelen geliştirilmiş üyelik değerleri,  $\mu_{ik}^* \in U^*(x), i = 1, \dots, c^*$ , fonksiyon girdilerinin yapısı, doğrusal ya da kullanıcı tanımlı vb., parametrelerinin yapısı ve BÖRM'de kullanılan yapılar,  $\beta_i$  modelinin bulanık fonksiyon katsayıları ile verilmiştir. Bu yöntemin GBÖ'nün çıkarsama yönteminden temel farklılığı iki öbeleme algoritmasının kullandığı geçici ve geçici olmayan fonksiyonların farklılıklarından ileri gelir. BÖRM'ün fonksiyon yapısı girdi olarak üyelikleri içermediği için en yakın komşular seçilirken komşulara ait bilgilerden üyelik değerlerini tutmaya gerek yoktur (bkz. GBÖ'nün Çıkarsama Mekanizması Adım 3 ve BÖRM için Önerilen Çıkarsama Mekanizması Adım 3).

## BÖRM için Önerilen Çıkarsama Mekanizması Adımları

Algoritmayı her bir test veri vektörü için  $r = 1, \dots, ndte$  'ye kadar tekrarla

**Adım 1:**  $r$ . test vektörünün her bir eğitim veri vektörüne uzaklığını bul ve bunları (4.5)'teki gibi kaydet.

**Adım 2:**  $D_r$  'deki uzaklıkları artan sıraya göre sırala ve ilk  $\kappa$  tanesini  $r$  test verisine en yakın veri örnekleri olarak eğitim vektöründen seç.

**Adım 3:**  $\kappa$ -en yakın eğitim veri örneklerinin uzaklıklarını,  $D_r^* = [d_{r1}^* \dots d_{rk}^*]^T$ , ve bunlarla ilişkili bunların gerçek çıktı değerlerini,  $y^* = [y_1^*, \dots, y_k^*]^T$  kaydet.

**Adım 4:** Her bir öbek için  $\hat{y}_{ir}(\beta_{ir}^*)$  değerlerini hesapla. (Burada  $\beta_{ir}^*$  BÖRM'de hesaplanan fonksiyonun katsayılarıdır)

**Adım 5:** Her öbekteki  $\kappa$ -en yakın veri örneğinin ortalama hata terimini ( $E_{ir}$ ) hesapla:

$$\tilde{E}_{ir} = \sum_{q=1}^k E_{iq} \eta_{rq}, \quad \eta_{rq} = 1 - \left( d_{rq}^* / \sum_{s=1}^k d_{rs}^* \right) \quad (4.8)$$

$$E_{iq} = \left( y_q^* - \hat{y}_i(x_q^{te}, \beta_{iq}^*) \right)^2 \quad (4.9)$$

**Adım 6:** Her öbekteki  $r$  test örneğinin geliştirilmiş üyelik değerini,  $\mu_{ir}^*$ , hesapla

$$\mu_{ir}^* = \sum_{j=1}^c (E_{ir} / E_{jr})^{\frac{1}{1-m}}, \quad \forall i, j = 1, \dots, c < n \quad (4.10)$$

**Adım 7:**  $r$  test vektörünü her bir öbeğe öbek uzayındaki  $(X, \beta_i)$  eşleştirme yapısını kullanarak,  $(X, \beta_{ir})$ , eşleştir ve bunları bulanık fonksiyonları kullanarak,  $\hat{y}_{ir}(X, \beta_{ir})$ , her bir öbek için çıktı değerlerini çıkarsa.

**Adım 8:**  $\hat{y}_{ir}(X, \beta_{ir})$ 'leri geliştirilmiş üyelik değerlerini kullanarak ağırlıklandırıp tek bir çıktı değerini bul.

#### **4.4. BM Öbekleme Algoritmasından Sonra Uygulanacak Fonksiyon Yapıları ile Bulanık Sistem Modelleme**

Yine BM'de BÖRM gibi öbekleme amacı ile kullanılan bir algoritma olup sistem modelleme amacı ile kullanılamamaktadır. Bu ihtiyaçtan yola çıkarak öbekleme algoritmasının kullandığı geçici fonksiyon yapısı yöntemin çıkarsama mekanizmasında bulanık fonksiyon olarak kullanılır. Bu fonksiyon yapısı bu çalışmada BM Fonksiyon yapısı olarak anılır. Ayrıca bu bölümün sonunda bu fonksiyon yapısından başka geliştirilmiş bulanık fonksiyon yapıları da bulanık fonksiyonlar olarak kullanılarak yeni sistem modelleme yaklaşımları sunulur. Farklı bulanık fonksiyon yapılarının kullanımı sunulan modelde önemli bir farklılık yaratmamaktadır. Dolayısıyla çıkarsama yaklaşımı tek bir algoritma ile verilmiştir.

##### **4.4.1. BM Fonksiyon Yapısından Elde Edilen Bulanık Fonksiyonların Öğrenme Planı**

Bölüm 3'te verilen Höppner ve Klawonn'un BM [11] öbekleme algoritması ile sisteme ait üyelik değerleri, noktasal öbek merkezleri ve geçici fonksiyon parametreleri saptanır. Bu bilgiler sistem modellemede kullanılacak girdileri teşkil eder. Bu yaklaşım Bulanık Model ile Bulanık Sistem Modelleme şeklinde anılacak ve BSMBM olarak kısaltılacaktır.

Bu sistem modelleme yaklaşımı da yine klasik sistem modelleme yaklaşımlarından farklıdır. Bu yaklaşım da verinin yeniden işleme adımlarından geçtiği varsayımından hareket eder.

#### 4.4.2. BM Fonksiyon Yapısının Tahmini

BM bulanık fonksiyonuna ait parametrelerin tahmini bir parametre güncelleme fonksiyonu ile yapılmaktadır. Bu fonksiyon BÖO algoritmasının noktasal öbek merkezleri güncelleme fonksiyonuna benzer ve (4.11)'de verildiği gibidir.

$$\hat{\beta}_i = \left( \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m (y_k \hat{x}_k) \right) / \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m (\hat{x}_k \hat{x}_k^T), \quad \forall i = 1, \dots, c \quad (4.11)$$

Bulanık fonksiyon parametreleri (4.11)'de görüldüğü gibi tahmin edilir. Bu fonksiyonun bulanık fonksiyon olarak nitelendirilmesi güncelleme fonksiyonunda yer alan üyelik değerlerinden faydalanılarak fonksiyon parametrelerinin belirlenmesinden kaynaklanır. Ayrıca, hem geliştirilmiş bulanık fonksiyonlarda hem de BÖRM bulanık fonksiyonlarında olduğu gibi fonksiyon yapısı her bir veri kümesi için bir  $i$  öbeği yapılandırılır (Şekil 4.5).

Bir BM bulanık fonksiyonu,  $\hat{h}(\hat{X}, \hat{\beta}_i)$ , her  $i$  öbeği için her vektörün çıktı değerlerinin tahmini Şekil 4.5'te gösterildiği gibi yapılır. Her  $i$  öbeği için  $\mathfrak{R}^2$  gibi bir uzaylar kümesi şöyle tanımlanır:  $\hat{y} = \hat{h}(\hat{X}, \hat{\beta}_i) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_{1i}x_1 + \hat{\beta}_{2i}x_2$  veya  $\hat{h}_i = \left( \hat{X}^T \hat{\beta}_i \right)$ , burada  $\hat{\beta}_i = \left[ \hat{\beta}_0 \hat{\beta}_{1i} \hat{\beta}_{2i} \right]$ 'dir. Veri kümesi istenirse doğrusal bir regresyon ile değil de doğrusal olmayan bir şekilde de tanımlanabilir. Örneğin iki girdili bir sistem kullanıcı tanımlı bir polinom ile  $\hat{X}(x_1, x_2) = (x_1, x_2, x_1x_2, x_1^2, x_2^2)$  şeklinde ifade edilsin. Bu durumda çıktının modellenmesi şu şekilde yapılır:

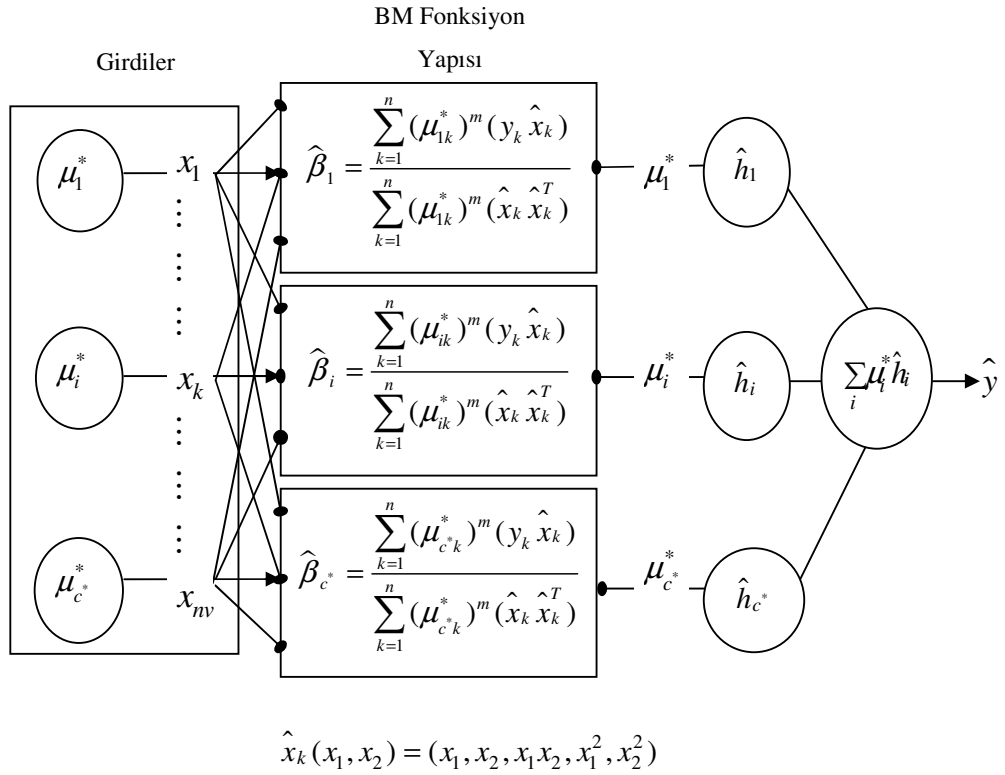
$$\hat{y} = \hat{h}(\hat{X}, \hat{\beta}_i) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_{1i}x_1 + \hat{\beta}_{2i}x_2 + \hat{\beta}_{3i}x_1x_2 + \hat{\beta}_{4i}x_1^2 + \hat{\beta}_{5i}x_2^2 \quad (4.12)$$

Öğrenme algoritmasının son adımı berraklaştırmadır. Bu adımda ilk olarak, her  $i$  öbeği için ağırlıklı çıktı değeri şöyle hesaplanır:

$$g_i = \mu_i^* \hat{h}(\hat{X}, \hat{\beta}_i) \quad (4.13)$$

Tüm tahmini çıktı üyelik değerleri ile ağırlıklandırılmış şu formül ile elde edilir:

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^c g_i}{\sum_{i=1}^c \mu_i^*} = \frac{\sum_{i=1}^c \mu_i^* \hat{h}_i(\hat{X}, \hat{\beta}_i)}{\sum_{i=1}^c \mu_i^*} \quad (4.14)$$



Şekil 4.5. BM ile Yapı Tanımlama



Model performansı hem deneysel çalışmalarda kıyaslamak için hem de istatistiksel olarak modelin performansını gösterdiği için yine hem GBÖ'de hem de BÖRM'de olduğu gibi HKOK ile ölçülür.

Tahmin adımı bu şekilde sonlanırken, çıktılarını önceden bilmediğimiz yeni girdi veri örneklerinin çıktı değerlerini çıkarsamak için önerilen çıkarsama algoritması adımları izlenmelidir.

#### 4.4.3. BSMBM için Önerilen Çıkarsama Planı

Çıktı değerleri bilinmeyen test veri vektörlerinin üyelik değerlerini hesaplamak için üyelik fonksiyonunu yeniden gözden geçirmek gerekir. Üyelik fonksiyonu, her  $i$  öbeğindeki  $k$  veri vektörü için ek bir hata terimi,  $SE_{ik}(\hat{\beta}_i) = (y_k - f_i(\hat{x}_k, \hat{\beta}_i))^2$ , içermektedir. Doğrulama örneklerinin üyelik değerlerini hesaplamadan önce hata teriminin değeri ölçülmelidir.  $y_k$  gerçek çıktı değerlerini gösterir, fakat bu test örnekleri için bilinmeyen bir terimdir. Modelden gelen bilinen tek parametre tahmin edilmiş en iyi fonksiyon parametreleridir,  $\hat{\beta}_i$ ,  $i = 1, \dots, c$ . Dolayısıyla, test veri örneklerinin yeni üyelik değerlerini hesaplayabilmek için bilinmeyen parametrenin,  $E_{ik}$ , tahmin edilmesi gerekir. GBÖ'nün çıkarsama algoritması için eğitim veri örneklerini kullanarak hata teriminin tahmini için  $\kappa$ -en yakın komşu yaklaşımına benzer bir yaklaşım önerilmiştir. Benzer şekilde BM için de bu yaklaşım kullanılabilir olduğundan, önerilen algoritma GBÖ'nün çıkarsama algoritmasını temel alır. En yakın komşu yaklaşımının felsefesi ile test verilerine en yakın eğitim verilerinin çıktı değerleri seçilerek, sanki bu çıktı değerleri test verisinin gerçek çıktı değerleriymiş gibi değerlendirmeye alınır. Test veri kümesi,  $X^{te} = \{x_k, k = 1, \dots, ndte\}$ , en iyi öbek sayısı,  $c^*$ , en iyi bulanıklık değeri,  $m^*$ , eğitim veri örnekleri,  $X = \{(x_k, y_k), k = 1, \dots, nd\}$ ,  $nd$ . eğitim veri örneklerinin toplam sayısı, ve bunların eğitim motorundan gelen geliştirilmiş üyelik değerleri,

$\mu_{ik}^* \in U^*(x), i = 1, \dots, c^*$ , fonksiyon girdilerinin yapısı, doğrusal ya da kullanıcı tanımlı vb., parametrelerinin yapısı ve BM’de kullanılan yapılar,  $\hat{\beta}_i$  modelinin bulanık fonksiyon katsayıları ile verilmiştir. Bu yöntemin farklılığı da yine BÖRM’de olduğu gibi GBÖ’nün çıkarsama yönteminden öbekleme algoritmalarının kullandığı geçici ve geçici olmayan fonksiyonların farklılıklarından ileri gelir. BM’nin fonksiyon yapısı da girdi olarak üyelikleri içermediği için en yakın komşular seçilirken komşulara ait üyelik değerlerini tutmaya gerek yoktur. (bkz. GBÖ’nün Çıkarsama Mekanizması Adım 3 ve BM için Önerilen Çıkarsama Mekanizması Adım 3) Ayrıca çıktılarının doğrudan ortalamaları alındığından hata terimi için ayrıca bir ağırlıklandırma yapılmaz.

### BM için Önerilen Çıkarsama Metodunun Adımları:

Algoritmayı her bir test veri vektörü için  $r = 1, \dots, ndte$  ’ye kadar tekrarla

**Adım 1:**  $r$ . test vektörünün her bir eğitim veri vektörüne uzaklığını bul ve bunları (4.5)’teki gibi kaydet.

**Adım 2:**  $D_r$ ’deki uzaklıkları artan sıraya göre sırala ve ilk  $k$  tanesini  $r$  test verisine en yakın veri örnekleri olarak eğitim vektöründen seç.

**Adım 3:**  $k$ -en yakın eğitim veri örneklerinin uzaklıklarını,  $D_r^* = [d_{r1}^* \dots d_{rk}^*]^T$ , ve bunlarla ilişkili bunların gerçek çıktı değerlerinin,  $y^* = [y_1^*, \dots, y_k^*]^T$ , ortalamasını al,

$$y_r^* = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k y_j^* .$$

**Adım 4:** Her bir öbek için  $\hat{y}_{ir}(\hat{\beta}_{ir}^*)$  değerlerini hesapla. (Burada  $\hat{\beta}_{ir}^*$  kullanılan öbekleme algoritmasının fonksiyonunun katsayılarıdır)

**Adım 5:** Her öbekteki  $r$  test örneğinin üyelik değerini,  $\mu_{ir}^*, y_r^*$ 'dan  $\hat{y}_{ir}(\hat{\beta}_{ir}^*)$ 'dan faydalanarak uzaklıkları,  $d_{ir}^2$ , bul ve (4.16)'daki gibi hesapla.

$$d_{ir}^2 = \underbrace{\|x_r^{te} - v_i(x)\|^2}_{BÖO \text{ uzaklığı}} + \underbrace{\left(y_r^* - \hat{y}_{ir}(\hat{\beta}_{ir}^*)\right)^2}_{BÖRM \text{ uzaklığı}} \quad (4.15)$$

$$\mu_{ir}^* = \sum_{j=1}^c \left( \frac{d_{ir}^2 - (\min d_{ir}^2 - \eta)}{d_{jr}^2 - (\min d_{jr}^2 - \eta)} \right)^{-1}, \eta > 0 \quad (4.16)$$

**Adım 6:**  $r$  test vektörünü her bir öbeğe öbek uzayındaki  $(\hat{X}, \hat{\beta}_i)$  eşleştirme yapısını kullanarak,  $(\hat{X}, \hat{\beta}_{ir})$ , eşleştir ve bunları bulanık fonksiyonları kullanarak,  $\hat{y}_{ir}(\hat{X}, \hat{\beta}_{ir})$ , her bir öbek için çıktı değerlerini çıkarsa.

**Adım 7:**  $\hat{y}_{ir}(\hat{X}, \hat{\beta}_{ir})$ 'leri geliştirilmiş üyelik değerlerini kullanarak ağırlıklandırıp tek bir çıktı değeri bul.

#### 4.5. ABM Öbekleme Algoritmasından Sonra Uygulanacak Fonksiyon Yapıları ile Bulanık Sistem Modelleme

ABM BM'e alternatif olarak sunulmuş olup, sistem modelleme amacı ile de kullanılabilmesi için hem öbekleme hem de sistem modelleme için yöntemler sunulmuştur. Öbekleme için önerilen yöntem bölüm 3'te verilmiştir.

Buradaki fonksiyon yapısı aslında BÖRM'nin kullandığı fonksiyon yapısıdır. Ayrıca yine bu bölümün sonunda bu fonksiyon yapısından başka geliştirilmiş bulanık fonksiyon yapıları da bulanık fonksiyonlar olarak kullanılarak yeni sistem modelleme yaklaşımları sunulmuştur. Buradaki çıkarsama yaklaşımı BM'deki

yaklaşım ile aynı olup, tek fark fonksiyon katsayıları güncellemede ağırlıklandırılmış regresyon kullanımınıdır. Bu sebepten, algoritma tekrar verilmemiştir.

#### **4.5.1. BM Fonksiyon Yapısından Elde Edilen Bulanık Fonksiyonların Öğrenme Planı**

Bölüm 3'te verilen ABM öbeleme algoritması ile sisteme ait üyelik değerleri, noktasal öbe merkezleri ve geçici fonksiyon parametreleri saptanır. Bu bilgiler sistem modellemede kullanılacak girdileri teşkil eder. Bu yaklaşım Alternatif Bulanık Model ile Bulanık Sistem Modelleme şeklinde anılacak ve BSMABM olarak kısaltılacaktır.

Bu sistem modelleme yaklaşımı da yine klasik sistem modelleme yaklaşımlarından farklıdır. Bu yaklaşım da verinin yeniden işleme adımlarından geçtiği varsayımından hareket eder.

#### **4.5.2. ABM Fonksiyon Yapısının Tahmini**

Bu fonksiyon yapısı daha önce de değinildiği gibi BÖRM [10] fonksiyon yapısı olduğundan bölüm 4.2.2'de verilen yapı ile aynıdır.

#### **4.5.3. BSMABM için Önerilen Çıkarsama Planı**

BSMABM için gerekli çıkarsama planı da yine yukarıda değinildiği gibi BSMBM'nin çıkarsama planı ile benzer olup yalnızca fonksiyon katsayıları güncelleme de ağırlıklandırılmış regresyon kullanılır.

#### **4.6. BSM ile Diğer BSM'nin Fonksiyon Yapılarının Kombinasyonu**

Bu fikrin doğma sebebi, zaten öbeleme algoritmasından beklenen çıktılarının hemen her öbeleme yaklaşımında benzer olmasıdır. Bir öbeleme algoritmasından noktasal öbe merkezleri, geçici fonksiyon yapısı ve bu fonksiyona ait katsayılar olup,

çıkarsama algoritmaları için gerekli girdileri teşkil etmektedirler. Çıkarsama algoritmasında kullanılacak fonksiyon yapısı öbekleme algoritmasının geçici fonksiyon yapısından farklı ise bu fonksiyon yaklaşımına ait katsayılar fonksiyona ait yöntem ile saptanır. Çıkarsama algoritmalarındaki son iki adımda yer alan yapı hangi bulanık fonksiyon kullanılacaksa o fonksiyonun modelleme yapısına ait çıkarsama algoritmasının son iki adımını kullanarak elde edilebilir.

Bu yaklaşımla, şu kombinasyonları elde ettik:

- BÖRM öbekleme ile BÖRM fonksiyon yapısı (BORM\_BORM)
- BÖRM öbekleme ile GBF yapısı (BORM\_GBF)
- BM öbekleme ile BM fonksiyon yapısı (BM\_BM)
- BM öbekleme ile GBF yapısı (BM\_GBF)
- ABM öbekleme ile BÖRM (ABM) fonksiyon yapısı (ABM\_BORM)
- ABM öbekleme ile GBF yapısı (ABM\_GBF)
- GBÖ öbekleme ile BÖRM fonksiyon yapısı (GBO\_BORM)
- GBÖ öbekleme ile BM fonksiyon yapısı (GBO\_BM)
- GBÖ öbekleme ile GBF yapısı (GBO\_GBF)

#### 4.7. Özet

Bu bölümde, daha önce Çelikyılmaz ve Türkşen tarafından önerilen GBÖ ile GBF yapısından faydalanılarak, diğer araştırmacıların önerdiği öbekleme algoritmalarına çıkarsama yaklaşımları önerilmiştir. Ayrıca öbekleme algoritması farklı çıkarsamada kullanılan fonksiyon yapısı farklı olursa yine birbirleri ile kullanılabileceği vurgulanmıştır.

## 5. DENEYLER

Bu bölümde önceki bölümde verilen sistem modelleme yaklaşımlarının davranışlarını incelemek amacıyla gerçek iki veri kümesi üzerinde bu modelleme yaklaşımları denenmiştir.

Öncelikle, deneylerde kullanılan veri kümelerine ait bilgiler verilecektir. Ardından, modellerin karşılaştırılmasında izlenen yol ve kullanılan ölçüler ile ilgili bilgiler verilecektir. Sonra, deneysel analizlerin ne şekilde gerçekleştirildiği açıklanacak ve deney sonuçları analiz edilecektir.

### 5.1. Veri Kümeleri

#### 5.1.1. Beton Basınç Dayanımı Veri Kümesi (BBD) (Concrete Compressive Strength (CCS))

Çizelge 5.1. BBD Veri Kümesinin Değişkenleri

Değişken	Değişken Tipi	Ölçü	Değişken Türü
Çimento (Cement)	Sürekli	kg/1 metreküp karışım	Girdi
Yüksek Fırın Curufu (Blast Furnace Slag)	Sürekli	kg/1 metreküp karışım	Girdi
Uçucu kül (Fly Ash)	Sürekli	kg/1 metreküp karışım	Girdi
Su (Water)	Sürekli	kg/1 metreküp karışım	Girdi
Aşırı Süneleştirici (Superplasticizer)	Sürekli	kg/1 metreküp karışım	Girdi
İri Agrega (Coarse Aggregate)	Sürekli	kg/1 metreküp karışım	Girdi
İnce Agrega (Fine Aggregate)	Sürekli	kg/1 metreküp karışım	Girdi
Yaş (Age)	Sürekli	gün (1-365)	Girdi
Beton Basınç Dayanımı (Concrete Compressive Strength)	Sürekli	Mpa	Çıktı

Kaliforniya Üniversitesi'nin internet üzerinden sağladığı veri havuzundan alınan bu veri kümesi regresyon tipi çok değişkenli gerçek bir veri kümesidir. Bu veri kümesinin internet sitesi üzerinde sunulan özellikleri burada verilmiştir. İnternet sitesinde verilen özet bilgi betonun inşaat mühendisliğinde ki en önemli malzeme olduğu ve beton basınç dayanımının (concrete compressive strength) yaş ve kullanılan malzeme içeriğinin doğrusal olmayan bir fonksiyonu olduğu şeklindedir. Bu veri kümesi 8 girdi değişkenine ve tek çıktı değişkenine sahip olup 1030 adet veri örneğine (vektörüne) sahiptir. Bu 8 girdi değişkeni ve çıktı değişkeni Çizelge 5.1'de verilmiştir.

### 5.1.2. TD Borsa Fiyatları Veri Kümesi (TD) (TD Stock Price)

Bu veri kümesi [7]'de Çelikyılmaz ve Türkşen'in kullandıkları veri kümesidir. Bu veri kümesi ile ilgili detaylı bilgi [7]'de bulunabilir. Ancak yine de gerekli bilgiler burada özetlenmiştir. Veri kümesi 547 girdi örneğine sahip, 13 adet sürekli girdi değişkenine ve tek sürekli çıktı değişkenine sahiptir. Sürekli girdi değişkenleri ile ilgili bilgiler Çizelge 5.2'de özetlenmiştir.

Çizelge 5.2. TD Veri Kümesinin Sürekli Değişkenleri

Sürekli Değişkenler	Açıklama	İngilizce Açıklama
EMA_10	Üssel Hareketli ortalama - kısa dönemli (10 gün)	Exponential Moving Average –short term (10 days)
EMA_20	Üssel Hareketli ortalama - orta dönemli (20 gün)	Exponential Moving Average –middle term (10 days)
EMA_50	Üssel Hareketli ortalama - uzun dönemli (50 gün)	Exponential Moving Average –long term (10 days)
BB_20	Bollinger Bandı - orta dönemli	Bollinger Band – Middle Term
RSI	Görelî Güç İndeksi	Relative Strength Index
MACD	12 ila 26 dönem arasındaki Yakınsama Uzaklaşma Hareketli Ortalama	Moving Average Convergence Divergence between 12 and 26 periods

Çizelge 5.2. TD Veri Kümesinin Sürekli Değişkenleri (Devam)

Sürekli Değişkenler	Açıklama	İngilizce Açıklama
CMF	Chaikin Para Akışı	Chaikin Money Flow
PCMA_10	Kısa Dönemli Hareletli Ortalamanın Şimdiki Değişimi	Present Change of Moving Average Short Term
PCMA_20	Orta Dönemli Hareletli Ortalamanın Şimdiki Değişimi	Present Change of Moving Average Middle Term
PCMA_50	Uzun Dönemli Hareletli Ortalamanın Şimdiki Değişimi	Present Change of Moving Average Long Term
SR_10	Kısa Dönemli Ayrılma Oranı	Separation Ratio Short Term
SR_20	Orta Dönemli Ayrılma Oranı	Separation Ratio Middle Term
SR_50	Uzun Dönemli Ayrılma Oranı	Separation Ratio Long Term

## 5.2. Modellerin Karşılaştırılması

Her deneyde söz konusu veri kümesi rasgele 3 bölüme ayrılır, bunlar; eğitim, doğrulama ve test veri kümeleridir. Eğitim veri kümesi model parametrelerini bulmak, doğrulama veri kümesi eğitim veri kümesi ile bulunana model parametrelerini ayarlamak ve en iyi modeli bulmak ve test veri kümesi de en iyi modelin performansını araştırmak için kullanılırlar. Şekil 4.1’de bulanık fonksiyonlar yaklaşımları için üçlü çapraz doğrulama sistemi verilmiştir. Bu sistem eğitim, doğrulama ve test veri kümeleri ile oluşturulan sistemdir.

Veri kümeleri modellendikten ve en iyi modeller bulunduktan sonra bu modellerin nasıl karşılaştırılacağı konusu ortaya çıkmaktadır. Her deney,  $d = \{5, 10, \dots\}$ , kez farklı rasgele kümeler ile tekrarlanır. Bu tekrarlar neticesinde elde edilen en iyi performans ölçüleri Çizelge 5.3’te ki gibi verilecek ve değerlendirilecektir. Bu performans ölçüleri Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü (HKOK) (RMSE) (Root Mean Square Error) ve  $R^2$ ’dir (korelasyon katsayısının karesi).



Çizelge 5.3. Tek Metot Baz Alındığında Toplam Performansın Hesabı

Çapraz Doğrulama Tekrar Numarası	Test Veri Kümesinden Saptanan Performans Ölçüsü
1	$PO_1$
2	$PO_2$
.	.
.	.
.	.
$d$	$PO_d$
	$\overline{PO} = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^d PO_j, \text{std}PO = \sqrt{\frac{1}{d} \sum_{j=1}^d (PO_j - \overline{PO})^2}$

Öncelikle her doğrulama veri kümesine ait performans ölçüleri her bir öbek sayısı ve her bir bulanıklık derecesi için Çizelge 5.3'te verildiği gibi hesaplanır. Bunlardan seçilen performans ölçüsüne göre en küçük HKOK veya en büyük R\_kare alınarak, en iyi öbek sayısı ( $c$ ) ve en iyi bulanıklık derecesi ( $m$ ) belirlenir. Daha sonra en iyi  $c$  ve en iyi  $m$  için Çizelge 5.3'teki yapı oluşturulur.

Bu toplam performans hesapları sonucunda elde edilen  $\overline{PO}$  ve  $\text{std}PO$  değerlerinin birbirleri ile karşılaştırılmasından önce istatistiksel yöntemler ile de doğrulanması gerekmektedir.

Bu çalışmada “ $t$ ” istatistik testi ve tek yönlü ANOVA testi kullanılmıştır. Aynı öbekleme algoritmasını kullanan modellerin aynı öbeklemelerden gelip gelmediği test edilmiştir. Bu nedenle,  $d$  adet deneyin öbekleme algoritmaları ile belirlenen en iyi amaç fonksiyonu değerlerinin ortalamaları alınmış ve birbirleri ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalara ait sonuçlar her veri kümesi için EK B ve EK C’de verilmiştir. Sonuç olarak aynı öbekleme algoritmasını kullanan, örneğin

Bulanık Öbekleme Regresyon Modeli, BÖRM, öbekleme algoritması ile BÖRM Fonksiyon yapısını kullanan yöntem ve BÖRM öbekleme algoritması ile Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar yapısını kullanan yöntem, yöntemlerin aynı öbekten geldikleri %95 güven aralığında doğrulanmıştır. Ayrıca amaç fonksiyonları kullanılarak farklı öbekleme algoritmaları kullanan yöntemler karşılaştırılmıştır. Örneğin; BÖRM öbekleme algoritması ile BÖRM Fonksiyon yapısını kullanan ve Alternatif Bulanık Model, ABM, öbekleme algoritması ile BÖRM Fonksiyonlar yapısını kullanan yöntemlerin birbirinden farklı öbeklemeler yaptıkları t-testleri ile gösterilmiştir.

İkinci t-testi çalışması ise yöntemlerin anlamlı şekilde birbirlerinden farklı olup olmadıklarını anlamak için yapılmıştır. Testlerde performans ölçüsü olarak alınan HKOK değerlerinin  $d$  adet deney sonucu elde edilen değerlerle yöntemler arasında karşılaştırmalar yapılmıştır. Örneğin; ABM öbekleme algoritması ile BÖRM Fonksiyon yapısını kullanan yöntem ile ABM öbekleme algoritması ile Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar yapısını kullanan yöntem karşılaştırılmıştır. Bu testlere ait sonuçlarda her veri kümesi için EK D ve EK E'de sunulmuştur. İstatistik testi sonucunda, yöntemlerin çoğunun birbirlerinden anlamlı şekilde farklı oldukları sonucuna varılmıştır. Benzer olan yöntemlere deneyler içinde yeri gelince değinilecektir.

### 5.2.1. Performans Ölçüleri

HKOK ve  $R^2$  iyi bilinen ve sıkça kullanılan performans ölçüleridir.

HKOK: Bu performans ölçüsü ise gerçek çıktı ile tahmini çıktı arasındaki sapmayı anlamak açısından faydalıdır. HKOK değeri 0'a ne kadar yakınsa model o kadar iyi demektir.

$R^2$ : determinasyon katsayısı olarak tanımlanır ve bir regreyon denkleminin açıkladığı bağımlı değişkenin değişmesini ölçmeye yarayan istatistiksel kavramdır. 0

ile 1 arasında değerler alır. Eğer R\_kare 1'e ne kadar yakınsa, bağımlı değişken bağımsız değişkenleri regresyon modeli ile o kadar iyi tanımlıyor demektir. Eğer R\_kare 0'a ne kadar yakınsa, bağımlı değişken bağımsız değişkenleri regresyon modeli ile o kadar kötü tanımlıyor demektir.

Bu performans ölçüleri (5.1) ve (5.1)'de olduğu gibi hesaplanır.

$$HKOK = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \hat{y}_k)^2} \quad (5.1)$$

$$R^2 = 1 - \frac{SS_E}{SS_T} \quad (5.2)$$

, burada  $KT_H$  : Hata Kaereleri Toplamı ve  $KT_T$  : Tüm Kareler Toplamı olup,

$$KT_H = \sum_k (y_k - \bar{y})^2 \quad (5.3)$$

$$KT_T = \sum_k (y_k - \hat{y}_k)^2 \quad (5.4)$$

şeklindedir.

### 5.3. Deneysel Analizler

Her iki deneyde de kullanılan yapı ve parametreler EK F'de verilmiştir.

#### 5.3.1. BBD Veri Kümesi için Gerçekleştirilen Deneyler ve Sonuçlar

Veri kümesi daha önce de değinildiği gibi 8 girdi değişkenine sahiptir. Tüm bu girdi değişkenlerini kullanmak yerine bunlardan çıktıyı en çok etkileyenler korelasyon analizini kullanılarak dörde indirgenmiştir. Bu girdi değişkenleri: çimento, su aşırı

sünekleştirici ve yaştır. Veri bu şekilde girdi değişkeni bazında indirgendikten sonra, üçlü çapraz doğrulama sistemi için verinin %70'i eğitim, %15'i doğrulama ve %15'i de test amaçları ile kullanılmak için 10 rasgele eğitim, doğrulama ve test veri kümeleri oluşturulmuştur.

Çizelge 5.4. Model İsimlerinin Kısaltmaları ve Numaralandırılması

Model No	Model İsmi	Kısaltma
1	Bulanık Öbek Regresyon Modeli Öbekleme Yapısı ile Bulanık Öbek Regresyon Modeli Fonksiyon Yapısı kullanılarak oluşturulan Model	BORM_BORM
2	Bulanık Öbek Regresyon Modeli Öbekleme Yapısı ile Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyon Yapısı kullanılarak oluşturulan Model	BORM_GBF
3	Bulanık Model Öbekleme Yapısı ile Bulanık Model Fonksiyon Yapısı kullanılarak oluşturulan Model	BM_BM
4	Bulanık Model Öbekleme Yapısı ile Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyon Yapısı kullanılarak oluşturulan Model	BM_GBF
5	Alternatif Bulanık Model Öbekleme Yapısı ile Bulanık Öbek Regresyon Modeli Fonksiyon Yapısı kullanılarak oluşturulan Model	ABM_BORM
6	Alternatif Bulanık Model Öbekleme Yapısı ile Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyon Yapısı kullanılarak oluşturulan Model	ABM_GBF
7	Geliştirilmiş Bulanık Öbekleme Yapısı ile Bulanık Öbek Regresyon Modeli Fonksiyon Yapısı kullanılarak oluşturulan Model	GBO_BORM
8	Geliştirilmiş Bulanık Öbekleme Yapısı ile Bulanık Model Fonksiyon Yapısı kullanılarak oluşturulan Model	GBO_BM
9	Geliştirilmiş Bulanık Öbekleme Yapısı ile Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyon Yapısı kullanılarak oluşturulan Model	GBO_GBF

Çizelge 5.5. BBD için BSM Yöntemlerinin Test Verileri Temel Alınarak 10 Tekrar Sonucu Elde Edilen Performans Ölçüleri

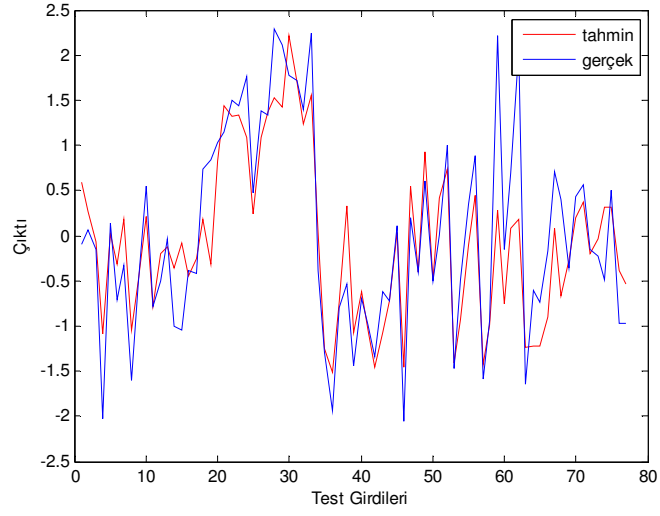
Model No	BSM	c	m	HKOK		R <sup>2</sup>	
				Ortalama	Sapma	Ortalama	Sapma
1	<b>BORM_BORM</b>	<b>10</b>	<b>1,4</b>	<b>0,5133</b>	<b>0,0536</b>	<b>0,7558</b>	<b>0,0400</b>
2	BORM_GBF	8	2,1	0,7474	0,0599	0,4831	0,0637
3	BM_BM	10	1,4	0,7293	0,0499	0,5160	0,0479
4	BM_GBF	8	2,6	0,7950	0,0594	0,4525	0,0686
5	<b>ABM_BORM</b>	<b>10</b>	<b>1,4</b>	<b>0,4883</b>	<b>0,0582</b>	<b>0,7823</b>	<b>0,0407</b>
6	ABM_GBF	4	2,3	0,8997	0,0584	0,2637	0,0692
7	GBO_BORM	7	2,3	0,7243	0,0608	0,5145	0,0634
8	GBO_BM	8	1,5	0,7351	0,0328	0,4988	0,0552
9	GBO_GBF	10	2	0,6924	0,0530	0,5731	0,0606

Yapılan deneyler sonucu elde edilen performans ölçüleri 10 tekrarın ortalamaları ve standart sapmaları Çizelge 5.3'teki gibi hesaplanarak Çizelge 5.5'te verilmiştir. Bu performans değerlerine göre BÖRM Fonksiyon yapısı kullanımı için önerilen Çıkarsama algoritması BÖRM öbekleme algoritması kullanımıyla elde edilen BSM, model 1, ve Höppner & Klawonn'un BM'sine alternatif olarak sunulan öbekleme algoritmasını kullanarak bunun için önerilen Çıkarsama algoritmasının kullanımıyla elde edilen BSM, model 5, göreceli olarak diğer tüm yöntemlerden %95 anlamlı düzeyde farklı sonuç verdiği EK E'de görülebilir. Ayrıca bu iki BSM'nin diğer yöntemlere göre HKOK ve R2 performans ölçüleri yönünden oldukça iyi olduğu Çizelge 5.5'ten görülmektedir. Bu değerler koyu karakterler ile ön plana çıkartılmıştır.

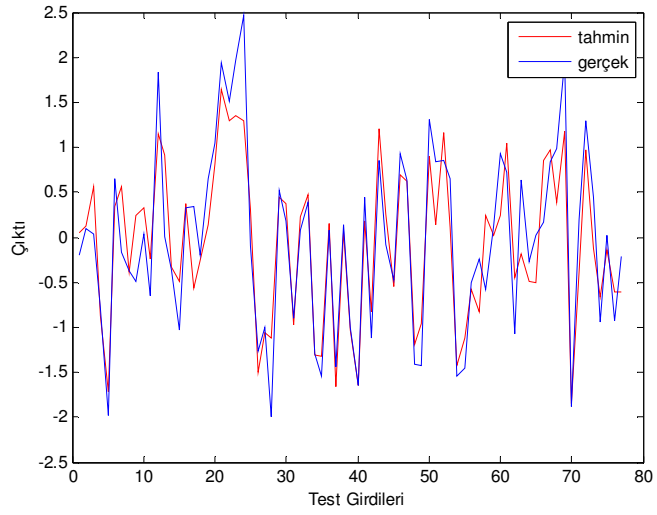
Ayrıca EK E'de HKOK temel alınarak oluşturulan t-testi sonuçlarına göre GBO algoritması ile modellenen tüm BSM'nin, yani model 7, model 8 ve model 9'un hemen hemen aynı şekilde çalıştığı gösterilmiştir. Ancak, diğer tüm modellerin %95 güven aralığında birbirlerinden farklı oldukları EK E'den görülebilir.

Şekil 5.1'de BORM\_BORM, yani BÖRM Fonksiyon yapısı kullanımı için önerilen Çıkarsama algoritması BÖRM öbekleme algoritması kullanımıyla elde edilen BSM'ye ait test girdilerinin tahmini ve gerçek değerleri verilerek modelin tahmin yeteneği ön plana çıkarılmıştır. Bu tahmin değerleri rastgele oluşturulan 10. deney veri kümesi için verilmiştir.

Benzer şekilde Şekil 5.2'de ABM\_BORM, yani BÖRM Fonksiyon yapısı kullanımı ve Çıkarsama algoritması olarak ise Höppner & Klawonn'un BM'sine alternatif olarak sunulan ABM öbekleme algoritması kullanımıyla elde edilen BSM'ye ait test girdilerinin tahmini ve gerçek değerleri verilerek modelin tahmin yeteneği ön plana çıkarılmıştır. Bu tahmin değerleri rasgele oluşturulan 10. deney veri kümesi için verilmiştir.



Şekil 5.1. BBD Veri Kümesi için BORM\_BORM BSM'ne, model 1, ait gerçek ve tahmini çıktı değerleri



Şekil 5.2. BBD Veri Kümesi için ABM\_BORM BSM'ne, model 5, ait gerçek ve tahmini çıktı değerleri

### 5.3.2. TD Veri Kümesi için Gerçekleştirilen Deneyle ve Sonuçlar

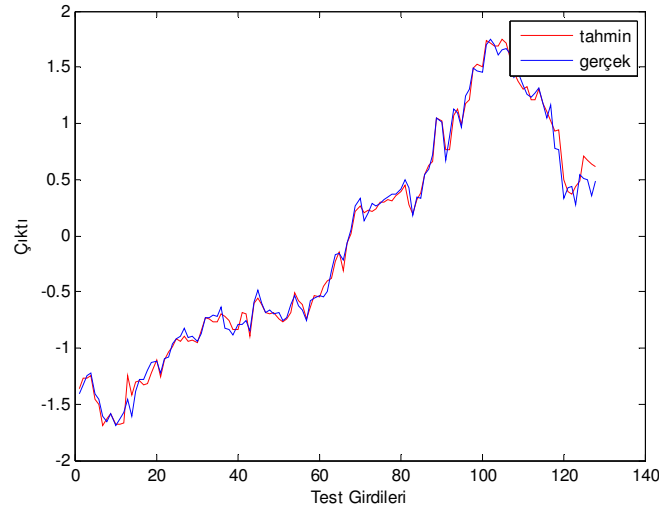
Borsa fiyatı veri kümesi 13 sürekli girdi değişkenine sahiptir. Tüm bu girdi değişkenlerini kullanmak yerine bunlardan çıktıyı en çok etkileyen 10 adedi seçilmiştir. Bu girdi değişkenleri: EMA\_10, EMA\_20, EMA\_50, BB\_20, RSI, MACD, CMF, PCMA\_50, SR\_10, SR\_50'dir. Veri bu şekilde girdi değişkeni bazında indirgendikten sonra, üçlü çapraz doğrulama sistemi için verinin %50'i eğitim, %25'i doğrulama ve %25'i de test amaçları ile kullanılmak için 10 rasgele eğitim, doğrulama ve test veri kümeleri oluşturulmuştur.

Yapılan deneyler sonucu elde edilen performans ölçüleri 10 tekrarın ortalamaları ve standart sapmaları izelge 5.3'teki gibi hesaplanarak izelge 5.6'da verilmiştir. Bu performans değerlerine göre Höppner & Klawonn'un BM'sine alternatif olarak sunulan öbekleme algoritmasını kullanarak bunun için önerilen çıkarsama algoritmasının kullanımıyla elde edilen BSM'si (ABM\_BORM) diğer yöntemlerle hemen hemen aynı performans ölçülerine sahip olmasına rağmen bu yöntemi ön plana çıkaran diğer nokta daha küçük öbek sayısında ( $c = 2$ ) bu kadar yüksek performans sağlamasıdır (bkz. Çizelge 5.6). Bu değerler izelge 5.6 üzerinde ön plana çıkartılmıştır. Ancak BM\_BM ve GBO\_BM BSM'lerinin model performansları diğer modellere göre oldukça zayıftır.

Ayrıca ABM\_BORM (model 5) ve ABM\_GBF'un (model 6) birbiri ile anlamlı düzeyde benzer oldukları EK D'den verilen t testi sonuçları incelenerek görülebilir. Yine, EK D'de model 5 ve model 6 dışında kalan diğer modellerin %95 güven aralığında HKOK performans ölçüsüne göre birbirlerinden farklı oldukları t testleri ile gösterilmiştir.

Çizelge 5.6. TD için BSM Yöntemlerinin Test Verileri Temel Alınarak 10 Tekrar Sonucu Elde Edilen Performans Ölçüleri

Model No	BSM	c	m	HKOK		R <sup>2</sup>	
				Ortalama	Standart Sapma	Ortalama	Standart Sapma
1	BORM_BORM	10	1,6	0,0805	0,0035	0,9936	0,0006
2	BORM_GBF	10	1,7	0,0730	0,0057	0,9948	0,0007
3	<b>BM_BM</b>	<b>10</b>	<b>1,4</b>	<b>0,3534</b>	<b>0,0362</b>	<b>0,8765</b>	<b>0,0249</b>
4	BM_GBF	8	2,5	0,0742	0,0057	0,9946	0,0007
5	<b>ABM_BORM</b>	<b>2</b>	<b>1,7</b>	<b>0,0739</b>	<b>0,0052</b>	<b>0,9946</b>	<b>0,0007</b>
6	ABM_GBF	3	2,6	0,0741	0,0056	0,9946	0,0007
7	GBO_BORM	6	2,4	0,0729	0,0059	0,9948	0,0007
8	<b>GBO_BM</b>	<b>10</b>	<b>1,4</b>	<b>0,5175</b>	<b>0,0415</b>	<b>0,7356</b>	<b>0,0473</b>
9	GBO_GBF	6	2,5	0,0735	0,0059	0,9947	0,0008



Şekil 5.3. TD Veri Kümesi için ABM\_BORM BSM'ne ait gerçek ve tahmini çıktı değerleri

Şekil 5.3'te ABM\_BORM, yani BÖRM Fonksiyon yapısı kullanımı ve Çıkarısama algoritması olarak ise Höppner & Kllawonn'un BM'sine alternatif olarak sunulan ABM öbekleme algoritması kullanımıyla elde edilen BSM'ye ait test girdilerinin



tahmini ve gerçek değerleri verilerek modelin tahmin yeteneği 3n plana çıkarılmıştır.  
Bu tahmin değerleri rasgele oluşturulan 1. deney veri kumesi için verilmiştir.

## 6. SONUÇ

Bu çalışma ile yeni bulanık sistem modelleme yaklaşımları önerilmiştir. Önerilen yöntemlerin ve referans teşkil eden Çelikyılmaz ve Türkşen'in [3, 4, 7] önerdiği geliştirilmiş bulanık öbeleme ile geliştirilmiş bulanık fonksiyonlar yaklaşımının performansları yapılan deneyler ile gözlemlenmiştir. Bu çalışma ile daha önce Hataway ve Bezdek tarafından önerilen bulanık öbe regresyon modeli ve Höppner ve Klawonn tarafından önerilen bulanık model öbeleme algoritmalarına sistem modellemeyi sağlayacak iki yeni çıkarsama algoritması önerilmiştir. Ayrıca Höppner ve Klawonn'un önerdikleri bulanık model geliştirilerek alternatif bir öbeleme algoritması (ABM) ve buna bağlı olarak da çıkarsama algoritması ile sistemi modelleyecek yapı önerilmiştir.

Deneyler ile bu sistem modelleme yaklaşımlarından bulanık modele alternatif olarak sunulan alternatif bulanık modelin diğer tüm modellerden daha iyi performans sağladığı gözlemlenmiştir.

## KAYNAKLAR

- [1] Bezdek, J. C., Pattern Recognition with fuzzy objective function, *Plenum press*, New York, 1981.
- [2] Chen, J.-Q., Xi, Y.-G., Zhang, Z.-J., A clustering algorithm for fuzzy model identification, *Fuzzy Sets and Systems*, 98, 319-329, 1998.
- [3] Celikyilmaz, A., Turksen, I.B., Evolutionary Fuzzy System Models with Improved Fuzzy Functions and Its Application to Industrial Process, *IEEE-SMC*, Montreal, 2007.
- [4] Celikyilmaz, A., Turksen, I.B., Enhanced Fuzzy System Models with Improved Fuzzy Clustering Algorithm, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 16(3), 779-794, 2008.
- [5] Celikyilmaz, A., Turksen, I.B., Uncertainty modeling with evolutionary improved fuzzy functions approach, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 38(4), 1098-1110, 2008.M
- [6] Celikyilmaz, A., Turksen, I.B., Optimization of hybrid fuzzy clustering Parameters with genetic algorithms, *Pattern Recognition*, submitted, 2008.
- [7] Celikyilmaz, A., Turksen, Modeling uncertainty with fuzzy logic with recent theory and applications, *Springer*, Berlin / Heidelberg, 2009.
- [8] Cordon, O., Gomide, F., Herrera F., Hoffmann, F., Magdalena, L., Ten years of genetic fuzzy systems: current framework and new trends, *Fuzzy Sets and Systems*, 141, 5-31, 2004.
- [9] Demirci, M., Fuzzy functions and their fundamental properties, *Fuzzy Sets and Systems*, 106 (2), 239-246, 1999.
- [10] Hathaway R.J. and Bezdek J.C., Switching regression models and fuzzy clustering, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1(3), 195-204, 1993.
- [11] Höppner, F., Klawonn, F., Improved fuzzy partitions for fuzzy regression models, *Int. Jnl. of Approximate Reasoning*, 32, 85-102, 2003.
- [12] Kandel, A., On the minimization of incompletely specified fuzzy functions, *Information and Control*, 26(2), 141-153, 1974.
- [13] Kandel, A. A Note on the simplification of fuzzy switching functions, *Information Sciences*, 13, 91-94, 1977.
- [14] Kasabov, N.K., Song, Q., DENFIS: dynamic evolving neural-fuzzy inference system and its application for time-series prediction, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 10(2), 144-154, 2002.
- [15] Kilic, L. Turksen, I.B., Sproule, B.A., Naranjo, C.A., A K-Nearest Neighbourhood Based Fuzzy Reasoning Schema, *10th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Melbourne; Australia; 236-239, 2001.
- [16] Klir, G.J., Yuan, B., *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and Applications*. *Prentice Hall*, USA, 1995.
- [17] Menard, M., Fuzzy Clustering and Switching Regression Models Using Ambiguity and Distance Rejects, *Fuzzy Sets and Systems*, 122, 363-399, 2001.
- [18] Mizumoto, M., Method of fuzzy inference suitable for fuzzy control, *J. Soc. Instrument Control Engineering*, 58, 959-963, 1989.
- [19] Ozkan, I., Turksen, I.B., Upper and lower level of fuzziness of FCM, *Information Sciences Special Issue*, 177 (23), 5143-5152, 2007.

- [20] Sasaki M., 1993, Fuzzy Functions, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 55(3), p.295-301.
- [21] Siy, P. and Chen, C. S., Minimization of fuzzy functions, *IEEE Trans. Comput.*, 32 (1), 100-102, 1972.
- [22] Takagi, T. and Sugeno, M., Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 15(1), 116-132, 1985.
- [23] Turksen, I.B., Interval valued fuzzy sets based on normal forms, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 20(2), pp.191-210, Oct. 1986.
- [24] Turksen, I.B. Measurement of Membership Functions and Their Acquisitions, *Int. Journal of Fuzzy Sets and Systems*, (Special Memorial Issue), 40(1), 5-38, 1991.
- [25] Turksen, I.B., Fuzzy Normal Forms, *Fuzzy Sets and Systems*, 69, 319-346, 1995.
- [26] Turksen, I.B., Type-1 and Type-2 fuzzy system modeling, *Fuzzy Sets and Systems*, 106, 11-34, 1999.
- [27] Turksen, I.B., Type 2 uncertainty in knowledge representation and reasoning, *Proc. Of Joint 9<sup>th</sup> IFSA World Congress and 20<sup>th</sup> NAFIPS Int. Conf.*, Vancouver BC, 1914-1919, 2001.
- [28] Turksen, I.B., Type 2 representation and reasoning for CWW, *Fuzzy Sets and Systems*, 127, 17-36, 2002.
- [29] Turksen, I.B., An Ontological and Epistemological Perspective of Fuzzy Theory, *Elsevier*, The Netherlands, 2006.
- [30] Turksen, I.B., Celikyilmaz, A., Comparison of Fuzzy Functions with Fuzzy Rule Base Approaches. *International Journal of Fuzzy Systems*, 8(3), 137-49, 2006.
- [31] Turksen I.B., Meta Meta-linguistic axioms as a foundation for computing with words, *Information Sciences*, 172(2), 332-359, 2007.
- [32] Turksen, I.B., Fuzzy Functions with LSE, *Applied Soft Computing*, 8(3), 1178-1188, 2008.
- [33] Zadeh, L.A., Fuzzy Sets, *Information and Control*, 8, 338-353, 1965.
- [34] Zadeh, L.A., The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I, *Information Sciences*, 8, 199-249, 1975.
- [35] Zadeh, L. A., The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-II, *Information Sciences*, 8, 301-357, 1975.
- [36] Zadeh, L. A., Calculus of fuzzy restrictions. *Fuzzy sets and their applications to cognitive decision processes*, Academic Press, 1-40, 1975.

## EK A : GBF Yaklaşımına Lagrange Metodunun Uygulanması

$$L_m = \underbrace{\sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n \mu_{ik}^m d_{ik}^2}_{\text{BÖÖ}} + \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n \mu_{ik}^m \underbrace{(y_k - h_i(\tau_{ik}, \hat{w}_i))^2}_{\substack{\text{Bulanık Fonksiyonların Karesel} \\ \text{Hatası}}} - \lambda \left( \left( \sum_{i=1}^c \mu_{ik} \right) - 1 \right) \quad (\text{A.1})$$

Amaç fonksiyonu her bir k vektörü için (A.1)'deki gibi Lagrange fonksiyonuna dönüştürülür. Amaç fonksiyonunun birincil değişkenler olan  $\mu_{ik}$  ve  $\lambda$ 'ye göre türevi alınır.

$$\partial_{\mu_{ik}} J_m^{IFC} = m\mu_{ik}^{m-1} d_{ik}^2 + m\mu_{ik}^{m-1} SE_{ik} - \lambda = 0 \quad (\text{A.2})$$

(A.2)'den

$$\mu_{ik} = (\lambda/m)^{1/(m-1)} [d_{ik}^2 + SE_{ik}]^{-1/(m-1)} \quad (\text{A.3})$$

ve (A.3) ile (A.2)'den

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = \sum_{j=1}^c \left[ \frac{(\lambda/m)}{(d_{jk}^2 + SE_{jk})} \right]^{1/(m-1)} = 1 \quad (\text{A.4})$$

$$(\lambda/m)^{1/(m-1)} \sum_{j=1}^c [1/(d_{jk}^2 + SE_{jk})]^{1/(m-1)} = 1 \quad (\text{A.5})$$

$$(\lambda/m)^{1/(m-1)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left[ \frac{1}{d_{jk}^2 + SE_{jk}} \right]^{1/(m-1)}} \quad (\text{A.6})$$

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left[ \frac{1}{d_{jk}^2 + SE_{jk}} \right]^{1/(m-1)}} \left( \frac{1}{[d_{ik}^2 + SE_{ik}]^{1/(m-1)}} \right) \quad (\text{A.7})$$

elde edilir. Dolayısıyla buradan GBÖ için

$$\mu_{ij} = \left( \sum_{j=1}^c \frac{\left( d_{ik} \right)^2 + \left( y_k - h_i(\tau_{ik}, \hat{w}_i) \right)^2}{\left( d_{jk} \right)^2 + \left( y_k - h_j(\tau_{jk}, \hat{w}_j) \right)^2} \right)^{1/(m-1)} \quad (\text{A.8})$$

(A.8)'deki üyelik fonksiyonu elde edilir.

**EK B: BSM Yöntemlerinin TD Veri Kümesi için Öbekleme Algoritmalarının Amaç Fonksiyonlarına Göre Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” ve “tek yönlü ANOVA testi” Sonuçları**

Çizelge B.1. Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: BORM_BORM; BORM_GBF</b>				
Paired T for BORM_BORM - BORM_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BORM_BORM	117	0,1034	0,1462	0,0135
BORM_GBF	117	0,1036	0,1460	0,0135
Difference	117	-0,000241	0,004018	0,000371
95% CI for mean difference: (-0,000977; 0,000495)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0,65 P-Value = 0,518				

Çizelge B.2. Öbekleme Algoritması Höppner & Klawonn’un BM’si ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BM olan yöntem (BM\_BM) ile Öbekleme Algoritması Höppner & Klawonn’un BM’si ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BM\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: BM_BM; BM_GBF</b>				
Paired T for BM_BM - BM_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BM_BM	233	301,2	423,9	27,8
BM_GBF	233	301,3	424,1	27,8
Difference	233	-0,0898	1,5215	0,0997
95% CI for mean difference: (-0,2861; 0,1066)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0,90 P-Value = 0,369				

Çizelge B.3. Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (ABM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (ABM\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: ABM_BORM; ABM_GBF</b>				
Paired T for ABM_BORM - ABM_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
ABM_BORM	349	385,1	427,0	22,9
ABM_GBF	349	385,3	427,2	22,9
Difference	349	-0,187	2,066	0,111
95% CI for mean difference: (-0,405; 0,031)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -1,69 P-Value = 0,092				

Çizelge B.4. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’si olan yöntemin (GBO\_BM) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: GBO_BORM; GBO_BM</b>				
Paired T for GBO_BORM - GBO_BM				
	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BORM	117	583,0	410,7	38,0
GBO_BM	117	582,9	410,6	38,0
Difference	117	0,156	1,370	0,127
95% CI for mean difference: (-0,095; 0,407)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 1,23 P-Value = 0,221				



Çizelge B.5. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Aynı Öbelemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

Paired T-Test and CI: GBO_BORM; GBO_GBF				
Paired T for GBO_BORM - GBO_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BORM	117	583,0	410,7	38,0
GBO_GBF	117	583,0	410,5	38,0
Difference	117	0,044	1,536	0,142
95% CI for mean difference: (-0,237; 0,326)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 0,31 P-Value = 0,756				

Çizelge B.6. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’i olan yöntem (GBO\_BM) ile Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Aynı Öbelemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

Paired T-Test and CI: GBO_BM; GBO_GBF				
Paired T for GBO_BM - GBO_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BM	117	582,9	410,6	38,0
GBO_GBF	117	583,0	410,5	38,0
Difference	117	-0,112	1,456	0,135
95% CI for mean difference: (-0,378; 0,155)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0,83 P-Value = 0,409				

Çizelge B.7. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn'un BM'i olan yöntem (GBO\_BM), Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntem (GBO\_GBF) ile Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntemin (GBO\_BORM) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “tek yönlü ANOVA testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

One-way ANOVA: amac fonksiyonu versus yontem					
Source	DF	SS	MS	F	P
yontem	2	2	1	0,00	1,000
Error	348	58673986	168603		
Total	350	58673987			
S = 410,6 R-Sq = 0,00% R-Sq(adj) = 0,00%					
Individual 95% CIs For Mean Based on Pooled StDev					
Level	N	Mean	StDev	-----+-----+-----+-----+-----	
1	117	583,0	410,7	(-----*-----)	
2	117	582,9	410,6	(-----*-----)	
3	117	583,0	410,5	(-----*-----)	
				-----+-----+-----+-----+-----	
				520	560 600 640
Pooled StDev = 410,6					

Çizelge B.8. Öbekleme Algoritması BÖRM ve BM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” ( $P<0,005$ )

Paired T-Test and CI: BORM; BM				
Paired T for BORM - BM				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BORM	117	0,1	0,1	0,0
BM	117	599,9	423,3	39,1
Difference	117	-599,7	423,2	39,1
95% CI for mean difference: (-677,2; -522,3)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -15,33 P-Value = 0,000				

Çizelge B.9. Öbekleme Algoritması BÖRM ve ABM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005)

**Paired T-Test and CI: BORM; ABM**

Paired T for BORM - ABM

	N	Mean	StDev	SE Mean
BORM	117	0,1	0,1	0,0
ABM	117	565,6	400,9	37,1
Difference	117	-565,5	400,8	37,1

95% CI for mean difference: (-638,9; -492,1)  
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -15,26 P-Value = 0,000

Çizelge B.10. Öbekleme Algoritması BÖRM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005)

**Paired T-Test and CI: BORM; GBO**

Paired T for BORM - GBO

	N	Mean	StDev	SE Mean
BORM	117	0,1	0,1	0,0
GBO	117	583,0	410,5	38,0
Difference	117	-582,9	410,4	37,9

95% CI for mean difference: (-658,0; -507,7)  
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -15,36 P-Value = 0,000

Çizelge B.11. Öbekleme Algoritması BM ve ABM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005)

<b>Paired T-Test and CI: BM; ABM</b>				
Paired T for BM - ABM				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BM	117	599,9	423,3	39,1
ABM	117	565,6	400,9	37,1
Difference	117	34,25	22,69	2,10
95% CI for mean difference: (30,10; 38,41)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 16,33 P-Value = 0,000				

Çizelge B.12. Öbekleme Algoritması BM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005)

<b>Paired T-Test and CI: BM; GBO</b>				
Paired T for BM - GBO				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BM	117	599,9	423,3	39,1
GBO	117	583,0	410,5	38,0
Difference	117	16,86	14,42	1,33
95% CI for mean difference: (14,22; 19,50)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 12,64 P-Value = 0,000				

Çizelge B.13. Öbekleme Algoritması ABM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” ( $P < 0,005$ )

<b>Paired T-Test and CI: ABM; GBÖ</b>				
Paired T for ABM - GBÖ				
	N	Mean	StDev	SE Mean
ABM	117	565,6	400,9	37,1
GBÖ	117	583,0	410,5	38,0
Difference	117	-17,39	11,18	1,03
95% CI for mean difference: (-19,44; -15,35)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -16,82 P-Value = 0,000				

**EK C: BSM Yöntemlerinin BBD Veri Kümesi için Öbekleme Algoritmalarının Amaç Fonksiyonlarına Göre Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” ve “tek yönlü ANOVA testi” Sonuçları**

Çizelge C.1. Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

**Paired T-Test and CI: BORM\_BORM; BORM\_GBF**

Paired T for BORM\_BORM - BORM\_GBF

	N	Mean	StDev	SE Mean
BORM_BORM	117	12,75	15,44	1,43
BORM_GBF	117	12,73	15,34	1,42
Difference	117	0,0214	0,4886	0,0452

95% CI for mean difference: (-0,0681; 0,1109)

T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 0,47 P-Value = 0,637

Çizelge C.2. Öbekleme Algoritması Höppner & Klawonn’un BM’si ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BM olan yöntem (BM\_BM) ile Öbekleme Algoritması Höppner & Klawonn’un BM’si ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BM\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

**Paired T-Test and CI: BM\_BM; BM\_GBF**

Paired T for BM\_BM - BM\_GBF

	N	Mean	StDev	SE Mean
BM_BM	117	451,2	318,8	29,5
BM_GBF	117	451,0	318,8	29,5
Difference	117	0,1386	0,9023	0,0834

95% CI for mean difference: (-0,0266; 0,3039)

T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 1,66 P-Value = 0,099

Çizelge C.3. Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (ABM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (ABM\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

**Paired T-Test and CI: ABM\_BORM; ABM\_GBF**

Paired T for ABM\_BORM - ABM\_GBF

	N	Mean	StDev	SE Mean
ABM_BORM	117	388,5	276,8	25,6
ABM_GBF	117	388,5	276,8	25,6
Difference	117	0,000000	0,000000	0,000000

95% CI for mean difference: (0,000000; 0,000000)

T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = \* P-Value = \*

\* NOTE \* All values in column are identical.

Çizelge C.4. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’si olan yöntemin (GBO\_BM) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

**Paired T-Test and CI: GBO\_BORM; GBO\_BM**

Paired T for GBO\_BORM - GBO\_BM

	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BORM	117	405,6	286,0	26,4
GBO_BM	117	405,6	286,0	26,4
Difference	117	0,0491	0,8795	0,0813

95% CI for mean difference: (-0,1120; 0,2101)

T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 0,60 P-Value = 0,547

Çizelge C.5. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

**Paired T-Test and CI: GBO\_BORM; GBO\_GBF**

Paired T for GBO\_BORM - GBO\_GBF

	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BORM	117	405,6	286,0	26,4
GBO_GBF	117	405,6	286,0	26,4
Difference	117	0,0198	0,7530	0,0696

95% CI for mean difference: (-0,1181; 0,1577)  
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 0,28 P-Value = 0,776

Çizelge C.6. Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’si olan yöntem (GBO\_BM) ile Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

**Paired T-Test and CI: GBO\_BM; GBO\_GBF**

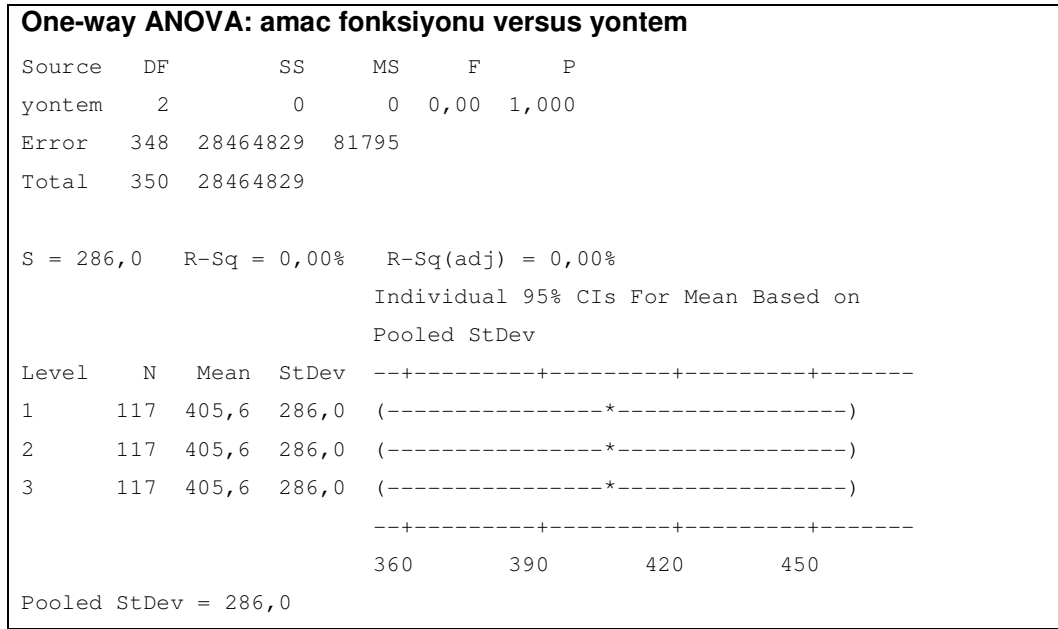
Paired T for GBO\_BM - GBO\_GBF

	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BM	117	405,6	286,0	26,4
GBO_GBF	117	405,6	286,0	26,4
Difference	117	-0,0293	0,8848	0,0818

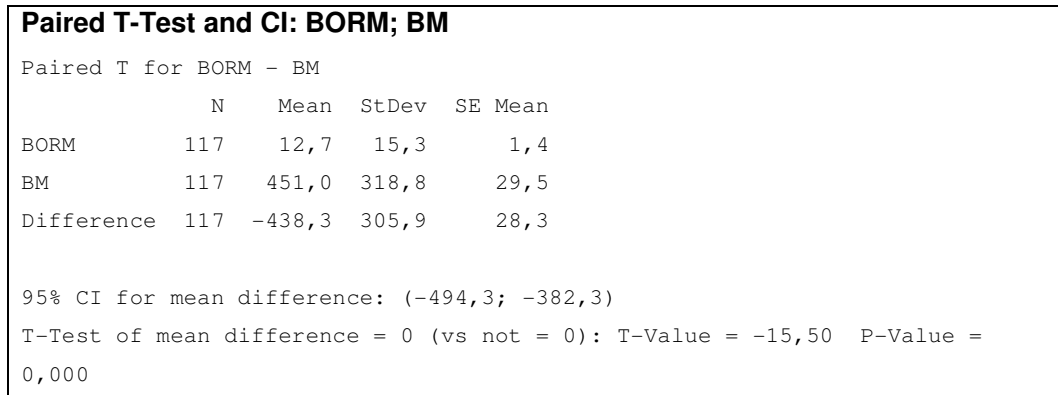
95% CI for mean difference: (-0,1913; 0,1328)  
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0,36 P-Value = 0,721



Çizelge C.7. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn'un BM'i olan yöntem (GBO\_BM), Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntem (GBO\_GBF) ile Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntemin (GBO\_BORM) Aynı Öbeklemeden Geldiğini Gösteren “tek yönlü ANOVA testi” Sonucu ( $P>0,05$ )



Çizelge C.8. Öbekleme Algoritması BÖRM ve BM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” ( $P<0,005$ )



Çizelge C.9. Öbekleme Algoritması BÖRM ve ABM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005)

<b>Paired T-Test and CI: BORM; ABM</b>				
Paired T for BORM - ABM				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BORM	117	12,7	15,3	1,4
ABM	117	388,5	276,8	25,6
Difference	117	-375,8	263,7	24,4
95% CI for mean difference: (-424,1; -327,5)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -15,41 P-Value = 0,000				

Çizelge C.10. Öbekleme Algoritması BÖRM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005)

<b>Paired T-Test and CI: BORM; GBO</b>				
Paired T for BORM - GBO				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BORM	117	12,7	15,3	1,4
GBO	117	405,6	286,0	26,4
Difference	117	-392,9	273,0	25,2
95% CI for mean difference: (-442,9; -342,9)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -15,57 P-Value = 0,000				

Çizelge C.11. Öbekleme Algoritması BM ve ABM olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005)

<b>Paired T-Test and CI: BM; ABM</b>				
Paired T for BM - ABM				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BM	117	451,0	318,8	29,5
ABM	117	388,5	276,8	25,6
Difference	117	62,48	42,76	3,95
95% CI for mean difference: (54,66; 70,31)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 15,81 P-Value = 0,000				

Çizelge C.12. Öbekleme Algoritması BM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005)

<b>Paired T-Test and CI: BM; GBO</b>				
Paired T for BM - GBO				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BM	117	451,0	318,8	29,5
GBO	117	405,6	286,0	26,4
Difference	117	45,41	33,44	3,09
95% CI for mean difference: (39,29; 51,53)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 14,69 P-Value = 0,000				

Çizelge C.13. Öbekleme Algoritması ABM ve GBÖ olan Herhangi İki Yöntemin Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” (P<0,005)

<b>Paired T-Test and CI: ABM; GBO</b>				
Paired T for ABM - GBO				
	N	Mean	StDev	SE Mean
ABM	117	388,5	276,8	25,6
GBO	117	405,6	286,0	26,4
Difference	117	-17,08	10,99	1,02
95% CI for mean difference: (-19,09; -15,06)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -16,80 P-Value = 0,000				

**EK D: BSM Yöntemlerinin TD Veri Kümesi için Öbeleme Algoritmalarının HKOK Performans Ölçüsüne Göre Anlamli Şekilde Birbirinden Farkli Olup Olmadığını Gösteren “t-testi” ve “tek yönlü ANOVA testi” Sonuçları**

Çizelge D.1. Öbeleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbeleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Anlamli Şekilde Farkli Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu (P<0,05)

<b>Paired T-Test and CI: BORM_BORM; BORM_GBF</b>				
Paired T for BORM_BORM - BORM_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BORM_BORM	10	0,08050	0,00346	0,00109
BORM_GBF	10	0,07295	0,00572	0,00181
Difference	10	0,00755	0,00432	0,00137
95% CI for mean difference: (0,00446; 0,01064)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 5,53 P-Value = 0,000				

Çizelge D.2. Öbeleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbeleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Anlamli Şekilde Farkli Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu (P<0,05)

<b>Paired T-Test and CI: BM_BM; BM_GBF</b>				
Paired T for BM_BM - BM_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BM_BM	10	0,3534	0,0362	0,0114
BM_GBF	10	0,0742	0,0057	0,0018
Difference	10	0,2793	0,0371	0,0117
95% CI for mean difference: (0,2527; 0,3058)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 23,83 P-Value = 0,000				

Çizelge D.3. Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (ABM\_BORM) ile Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Benzer Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: ABM_BORM; ABM_GBF</b>				
Paired T for ABM_BORM - ABM_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
ABM_BORM	10	0,07392	0,00518	0,00164
ABM_GBF	10	0,07411	0,00555	0,00176
Difference	10	-0,000190	0,001503	0,000475
95% CI for mean difference: (-0,001265; 0,000885)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0,40 P-Value = 0,699				

Çizelge D.4. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’si olan yöntemin (GBO\_BM) Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P<0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: GBO_BORM; GBO_BM</b>				
Paired T for GBO_BORM - GBO_BM				
	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BORM	10	0,0728	0,0059	0,0019
GBO_BM	10	0,5175	0,0415	0,0131
Difference	10	-0,4447	0,0400	0,0126
95% CI for mean difference: (-0,4733; -0,4161)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -35,18 P-Value = 0,000				

Çizelge D.5. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Anlamlı Şekilde Farklı Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P < 0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: GBO_BORM; GBO_GBF</b>				
Paired T for GBO_BORM - GBO_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BORM	10	0,07285	0,00594	0,00188
GBO_GBF	10	0,07350	0,00586	0,00185
Difference	10	-0,000650	0,000624	0,000197
95% CI for mean difference: (-0,001096; -0,000204)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -3,29 P-Value = 0,009				

Çizelge D.6. Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntem (GBO\_GBF) ile Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) ile Anlamlı Şekilde Farklı Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P < 0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: GBO_BM; GBO_GBF</b>				
Paired T for GBO_BM - GBO_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BM	10	0,5175	0,0415	0,0131
GBO_GBF	10	0,0735	0,0059	0,0019
Difference	10	0,4440	0,0398	0,0126
95% CI for mean difference: (0,4155; 0,4725)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 35,24 P-Value = 0,000				

Çizelge D.7. Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı  
 BÖRM olan yöntem hariç tutularak Diğer tüm BSM yöntemlerinin Birbirinden  
 Anlamlı Şekilde Farklı Olduğunu Gösteren “tek yönlü ANOVA-testi” Sonucu  
 (P<0,05)

One-way ANOVA: HKOK versus yontem					
Source	DF	SS	MS	F	P
yontem	7	2,088133	0,298305	744,03	0,000
Error	72	0,028867	0,000401		
Total	79	2,117000			

S = 0,02002    R-Sq = 98,64%    R-Sq(adj) = 98,50%

Level	N	Mean	StDev	Individual 95% CIs For Mean Based on Pooled StDev
1	10	0,08050	0,00346	(*)
2	10	0,07295	0,00572	(*)
3	10	0,35344	0,03617	(* -)
4	10	0,07419	0,00572	(*)
5	10	0,07392	0,00518	(*)
6	10	0,07285	0,00594	(*)
7	10	0,51754	0,04154	(*)
8	10	0,07350	0,00586	(*)

Pooled StDev = 0,02002

**EK E: BSM Yöntemlerinin BBD Veri Kümesi için Öbekleme Algoritmalarının HKOK Performans Ölçüsüne Göre Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olup Olmadığını Gösteren “t-testi” ve “tek yönlü ANOVA testi” Sonuçları**

Çizelge E.1. Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Anlamlı Şekilde Farklı Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu (P<0,05)

<b>Paired T-Test and CI: BORM_BORM; BORM_GBF</b>				
Paired T for BORM_BORM - BORM_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BORM_BORM	10	0,5133	0,0536	0,0170
BORM_GBF	10	0,7474	0,0599	0,0189
Difference	10	-0,2342	0,0378	0,0120
95% CI for mean difference: (-0,2612; -0,2071)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -19,58 P-Value = 0,000				

Çizelge E.2. Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (BORM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması BÖRM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Anlamlı Şekilde Farklı Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu (P<0,05)

<b>Paired T-Test and CI: BM_BM; BM_GBF</b>				
Paired T for BM_BM - BM_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
BM_BM	10	0,7293	0,0499	0,0158
BM_GBF	10	0,7950	0,0594	0,0188
Difference	10	-0,0657	0,0363	0,0115
95% CI for mean difference: (-0,0917; -0,0397)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -5,71 P-Value = 0,000				



Çizelge E.3. Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (ABM\_BORM) ile Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (BORM\_GBF) Anlamlı Şekilde Birbirinden Farklı Olduğunu Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P < 0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: ABM_BORM; ABM_GBF</b>				
Paired T for ABM_BORM - ABM_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
ABM_BORM	10	0,4883	0,0582	0,0184
ABM_GBF	10	0,8997	0,0584	0,0185
Difference	10	-0,4115	0,0411	0,0130
95% CI for mean difference: (-0,4409; -0,3821)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -31,66 P-Value = 0,000				

Çizelge E.4. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbekleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn’un BM’si olan yöntemin (GBO\_BM) Anlamlı Şekilde Benzer Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P > 0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: GBO_BORM; GBO_BM</b>				
Paired T for GBO_BORM - GBO_BM				
	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BORM	10	0,7243	0,0608	0,0192
GBO_BM	10	0,7351	0,0328	0,0104
Difference	10	-0,0108	0,0742	0,0235
95% CI for mean difference: (-0,0639; 0,0423)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0,46 P-Value = 0,657				

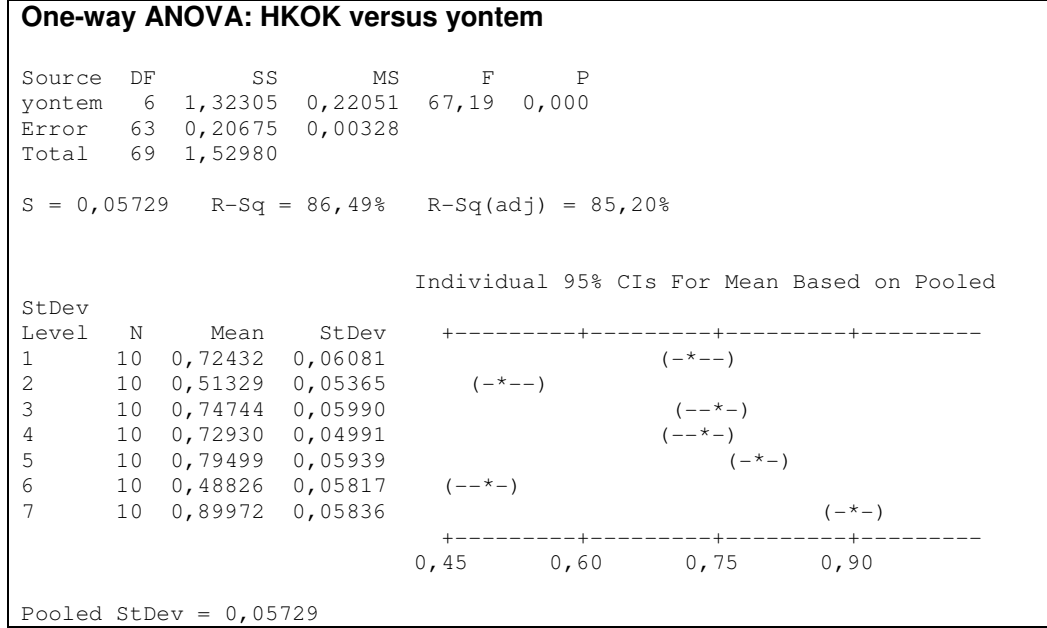
Çizelge E.5. Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı BÖRM olan yöntem (GBO\_BORM) ile Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) Anlamlı Şekilde Bezer Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P>0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: GBO_BORM; GBO_GBF</b>				
Paired T for GBO_BORM - GBO_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BORM	10	0,7243	0,0608	0,0192
GBO_GBF	10	0,6924	0,0530	0,0167
Difference	10	0,0319	0,0504	0,0159
95% CI for mean difference: (-0,0041; 0,0679)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 2,00 P-Value = 0,076				

Çizelge E.6. Öbeleme Algoritması Alternatif BM ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntem (GBO\_GBF) ile Öbeleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntemin (GBO\_GBF) ile Anlamlı Şekilde Benzer Olduklarını Gösteren “t-testi” Sonucu ( $P\sim>0,05$ )

<b>Paired T-Test and CI: GBO_BM; GBO_GBF</b>				
Paired T for GBO_BM - GBO_GBF				
	N	Mean	StDev	SE Mean
GBO_BM	10	0,7351	0,0328	0,0104
GBO_GBF	10	0,6924	0,0530	0,0167
Difference	10	0,0427	0,0589	0,0186
95% CI for mean difference: (0,0006; 0,0848)				
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 2,29 P-Value = 0,048				

Çizelge E.7. Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı Höppner & Klawonn'un BM'si ve Öbekleme Algoritması GBÖ ve Bulanık Fonksiyon Yapısı GBF olan yöntem hariç tutularak Diğer tüm BSM yöntemlerinin Birbirinden Anlamlı Şekilde Farklı Olduğunu Gösteren “tek yönlü ANOVA-testi” Sonucu ( $P < 0,05$ )



## EK F: Veri Kümelerinin Modellenmesinde Kullanılan Yapı ve Parametreler

Çizelge F.1. BSM’de Kullanılan Geçici Fonksiyon Yapıları

BSM	Geçici Fonksiyon Yapısı
<b>BORM_BORM</b>	$X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_k]$
BORM_GBF*	doğrusal girdi yapısı
BM_BM	$X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_k \ x_1^2 \ x_2^2 \ \dots \ x_k^2]$
BM_GBF*	2. dereceden girdi yapısı
<b>ABM_BORM</b>	$X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_k \ x_1^2 \ x_2^2 \ \dots \ x_k^2]$
ABM_GBF*	2. dereceden girdi yapısı
GBO_BORM	$\tau_{ik} = [\mu_{ik} \ \log((1 - \mu_{ik}) / \mu_{ik})]$
GBO_BM	üyelik değerleri ve üyelik değerinin logaritmik bir
GBO_GBF*	fonksiyonu

\* ile işaretli modellerin GBF yapısı (F.1)’deki gibidir.

$$\hat{y} = \hat{h}(\Phi_i) = \hat{\omega}_0 + \hat{\omega}_{1i}(\mu_i^*) + \hat{\omega}_{2i} \log\left(\frac{1 - \mu_i^*}{\mu_i^*}\right) + \hat{\omega}_{3i}x \quad (\text{F.1})$$

Öbekleme algoritması BM ve ABM olan modelleme yaklaşımlarının, yani BM\_BM, BM\_BGF, ABM\_BORM ve ABM\_GBF yaklaşımlarının öbekleme algoritmasında  $\eta = 0.02$  alınmıştır. Tüm modelleme yaklaşımlarında ayrıca  $\kappa = 3$  en yakın komşu sayısı, maksimum tekrar sayısı 1000, minimum iyileşme miktarı  $10^{-4}$  alınmıştır. Ayrıca her model için her deney öbek sayısı,  $c$ , 2’den 10’a kadar ve bulanıklık derecesi,  $m$ , 1.4’ten 0.1 artışla 2.6’ya kadar denenmiştir.

## EK G: Terimler Sözlüğü

### İngilizce

antecedent  
approximate reasoning  
associative  
axiom  
boundry condition  
cluster centers  
cluster prototypes  
clustering  
commutativity  
complement  
conjunction  
consequent  
continuity  
contradiction  
core  
defuzzification  
degree of fire  
description  
disjunction  
domain set  
dual  
formal logic  
fuzziness  
idempotency  
implication  
inference  
interim  
isr  
iteration  
modus ponens  
monotonicity  
number of variables (nv)  
operator  
overlap  
partition  
pattern  
pattern recognition  
premise  
probability  
reasoning  
soft computing  
strict  
sub-idempotency  
support

### Türkçe

öncül  
yaklaşık akıl yürütme  
birleşme  
aksiyom  
sınır koşulu  
öbek merkezleri  
öbek merkezleri  
öbekleme  
değişme özelliği  
tümleyen  
kesişim  
netice, ardıl  
süreklilik  
zıtlık  
çekirdek  
berraklaştırma  
ateşleme derecesi  
tanımlamak  
bileşim  
tanım kümesi  
eşlenik  
genel mantık  
bulanıklık  
eş güçlülük  
ima, gerektirme  
çıkarsama  
geçici  
üyelik ilişkisi (üi)  
tekrarlama  
doğrulama yöntemi  
monotonluk  
değişken sayısı  
işlemci  
örtüşmek  
bölümleme  
örüntü  
örüntü tanıma  
öncül  
olasılık  
muhakeme/akıl yürütme  
yapay zeka ile hesaplama  
kesin/sert  
alt eş güçlüğü  
dayanak

tautology  
transform  
triangular conorm  
triangular norm  
universe of discourse  
update  
validation  
verification

eş söz  
dönüşüm  
tümleyen üçgensel norm  
üçgensel norm  
söylemler evreni  
güncelleme  
doğrulama  
mantıksal doğrulama

## **EK H: ÖZGEÇMİŞ**

### **Kişisel Bilgiler**

Soyadı, Adı : ÜNAL, Başak  
Uyruğu : T.C.  
Doğum Tarihi ve Yeri : 26.01.1982  
Medeni Hali : Bekar  
Telefon : 0 (505) 528 38 02  
e-Posta : basakunal@gmail.com

### **Eğitim**

<b>Derece</b>	<b>Eğitim Birimi</b>	<b>Mezuniyet Tarihi</b>
Y. Lisans	TOBB ETÜ Endüstri Mühendisliği	2009
Lisans	Gazi Üniversitesi Endüstri Mühendisliği	2005

### **İş Deneyimi**

<b>Yıl</b>	<b>Yer</b>	<b>Görev</b>
2006 – 2009	TOBB ETÜ	Araştırma Görevlisi

### **Yabancı Dil**

İngilizce

### **Yayın**

Ünal B., Efe M.Ö., Bir Biyoreaktör Sisteminin Gürbüz Nörokontrolü, Otomatik Ulusal Toplantısı (TOK'07), 295-300, İstanbul, Türkiye, Eylül 2007.