

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KOMPOZİT MALZEMELERDE MOD I VE MOD II YÜKLER ALTINDA
HASAR DAVRANIŞININ PERİDİNAMİK TEORİ KULLANILARAK
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Eda GÖK

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER

ARALIK 2020

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

KOMPOZİT MALZEMELERDE MOD I VE MOD II YÜKLER ALTINDA HASAR DAVRANIŞININ PERİDİNAMİK TEORİ KULLANILARAK İNCELENMESİ

Eda GÖK

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER

Tarih: Aralık 2020

Kompozit malzemeler yüksek mukavemet ve direngelik özelliklerinden dolayı havacılık, savunma sanayi, otomotiv gibi çeşitli sektörlerde yaygın olarak kullanılmaktadır. Kompozit malzemelerde meydana gelen hasar, yapının dayanımını etkiler. Kompozit malzemelerde oluşan başlıca hasar davranışları liflerin kırılması, matriste mikro çatlakların oluşması ve delaminasyon olup bu hasar tiplerinin en yaygın olanı delaminasyon olup kompozit malzemelerin karmaşık yapısından dolayı hasarın doğru bir şekilde modellenmesi oldukça önemlidir. Literatürde yer alan çalışmaların büyük bir kısmında hasarın modellenmesi için Klasik Sürekli Ortamlar Mekaniği formülasyonları kullanılmaktadır. Ancak kullanılan formülasyonlar, yerel kısmi türevlere dayalı olduğu için hasarın yönünün ve şiddetinin belirlenmesi için testlerin yapılması gerekir. Dolayısıyla Klasik Sürekli Ortamlar Mekaniğine dayalı çözümler malzemelerde meydana gelebilecek hasar oluşumu ve dallanmasını tahmin etmekte yetersiz kalabilmektedir. Peridinamik teori yerel olmayan ve integral temelli denklemlere dayalı bir teori olması sebebiyle hasar oluşumunun ve ilerlemesinin

modellenmesi için oldukça uygun bir teori olup izotropik ve kompozit malzemelerde uygulanabilir. Tez kapsamında, Peridinamik teori ile kompozit malzemelerde meydana gelen hasarın tahmin edilmesine yönelik çalışmalar yapılmıştır. Çalışmada geliştirilen Peridinamik model ABAQUS sonlu elemanlar yazılımına uygun girdi dosyaları oluşturabilen MATLAB yazılımı içinde hazırlanan bir kod kullanılarak oluşturulmuştur. Sonlu elemanlar yazılımında kiriş elemanlar Peridinamik bağları temsil eder. Hasar davranışının modellenmesi için Peridinamik teori ve Kohezif Bölge Metodu arasında bir ilişki kurularak Peridinamik formülasyon geliştirilmiştir. Geliştirilen Peridinamik formülasyon Mod I (Çift Ankastre Kiriş Testi), Mod II (Uç Çentik Eğilmesi Testi) ve bunlara ilaveten karma mod (Karışık Modlu Bükme Testi) yüklemeleri altında yapılan kompozit test numunelerinde uygulanmıştır. Tez kapsamında yapılan çalışmalarda Peridinamik teoriye ek olarak Kohezif Bölge Metodu kullanılarak numerik çalışmalar yapılmıştır. Böylelikle geliştirilen formülasyon analitik çözüm, Kohezif Bölge Metodu ile elde edilen numerik çözüm ve literatür sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Peridinamik teori ile elde edilen sonuçların diğer yöntemlerle elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu gözlenmiştir. Böylece Peridinamik teorinin hasar davranışını modellemek için kullanılabileceği anlaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Peridinamik teori, Kohezif bölge modellemesi, Sonlu elemanlar yöntemi, Çift ankastre kiriş testi, Uç çentik eğilmesi testi, Karışık modlu bükme testi

ABSTRACT

Master of Science

**INVESTIGATION OF DAMAGE BEHAVIOR IN COMPOSITE MATERIALS
UNDER MODE I AND MODE II LOADS USING PERIDYNAMIC THEORY**

Eda GÖK

TOBB University of Economics and Technology
Institute of Natural and Applied Sciences
Mechanical Engineering Science Programme

Supervisor: Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER

Date: December 2020

Composite materials are mostly used in aerospace, defense and automotive industries in order to take advantage of their specific stiffness and strength. Internal failure of composites occurs due to breaking of fibers, development of micro cracks in matrix, debonding between fibers and matrix and delamination. One of the most common failure type is delamination based failure. It is very important to be able to accurately model the damage behavior of composite structures. In most of the studies, Classical Continuum Mechanics formulations are used to model the delamination behavior of the structures. Since these formulations are based on local partial derivatives, structural tests should be made in order to determine the direction and severity of the damage. Therefore, it is difficult to predict the occurrence and the branching of the damage using Classical Continuum Mechanics formulations. Within the scope of the thesis, studies on estimation of damage to composite materials have been carried out with Peridynamic theory. Since Peridynamic theory is nonlocal and it is based on integral equations, it is an appropriate theory for modelling damage initiation and propagation

for isotropic and composite materials. In this study, Peridynamic theory is implemented in ABAQUS finite element program and the input files generated using the MATLAB code. In Peridynamic modelling truss elements represent Peridynamic bonds. In this study, a new Peridynamic formulation was developed for modelling the damage behavior of the structure by establishing a relationship between the Peridynamic theory and Cohesive Zone Method. The proposed Peridynamic formulation was applied to composite test specimens under Mode I (Double Cantilevered Beam Test), Mode II (End Notched Flexure Test) and Mixed Mode Bending loading conditions. In these studies, Peridynamic results compared with the obtained results using the Cohesive Zone Method, analytical solutions and the available results in the literature. The obtained results show that, the results of Peridynamic theory have good agreement with the results of other methods. Based on the obtained results it has been found that the Peridynamic theory is an appropriate theory to model crack behavior of the structure.

Keywords: Peridynamic theory, Cohesive zone method, Finite element method, Double cantilevered beam test, End notched flexure test, Mixed mode bending test

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca tecrübelerinden yararlandığım ve tezin ortaya çıkarılmasında büyük emeği olan danışman hocam Sayın Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER'e, tez çalışmalarımı 115M585 kodlu "Darbe ve hasara uğramış tabakalı kompozitlerde çatlak ilerlemesinin sayısal ve deneysel yöntemlerle tespiti" isimli TÜBİTAK 1001 projesi kapsamında destekleyen Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK), çalışmalarımın belirli dönemlerinde yaptıkları değerli yönlendirmeleri için proje danışmanı ve jüri üyesi Sayın Prof. Dr. Demirkan ÇÖKER'e, göstermiş olduğu ilgiden ve katkılarından ötürü proje yürütücüsü ve jüri üyesi Sayın Dr. Öğr. Üyesi Recep Muhammet GÖRGÜLÜARSLAN'a ve kıymetli tecrübelerinden faydalandığım TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü öğretim üyelerine teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca tez çalışmamın her aşamasında fikir alışverişinde bulunduğum ve beni yönlendiren TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi doktora öğrencisi Uğur YOLUM'a, desteklerini her zaman hissettiren Yapısal Mekanik Birimi Lider Mühendisi Sayın Mümtaz Afşın EŞİ'ye, çalışma arkadaşlarıma ve son olarak hayatım boyunca her koşulda yanımda olan ve her zaman bana inanan aileme sonsuz teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
TEZ BİLDİRİMİ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ŞEKİL LİSTESİ	xii
ÇİZELGE LİSTESİ	xvi
KISALTMALAR	xvii
SEMBOL LİSTESİ	xviii
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	7
1.2 Tezin Ana Hatları.....	7
2. GENEL BİLGİLER VE LİTERATÜR TARAMASI	9
2.1 Yerel Teoriler	9
2.2 Yerel Olmayan Teoriler	11
2.3 Kompozit Malzemelerde Delaminasyon Modellemesi ile İlgili Literatürde Yer Alan Çalışmalar	13
3. TEORİK ALT YAPI	21
3.1 Peridinamik Teori	21
3.1.1 İzotropik malzemeler için bağ bazlı peridinamik teori	23
3.1.1.1 İzotropik malzemeler için bağ bazlı peridinamik teori ile üç boyutlu bağ sabitinin bulunması	23
3.1.2 Kompozit malzemeler için bağ bazlı peridinamik teori	25
3.1.3 Yüzey düzeltme faktörlerinin hesaplanması	30
3.1.4 Hasar davranışının tahmini	34
3.1.5 Hasar davranışının tahmini için geliştirilen bağ bazlı peridinamik model	36
3.1.6 ABAQUS'te peridinamik teorinin uygulanması	37
3.2 Kohezif Bölge Metodu (KBM)	40
3.2.1 ABAQUS'te kohezif bölge metodunun uygulanması	43
3.2.2 Açık ve kapalı çözüm.....	44
3.3 Çift Ankastre Kiriş (ÇAK), Uç Çentik Eğilmesi (UÇE) ve Karışık Modlu Bükme (KMB) Testlerinin Analitik Çözümü	47

3.3.1 Çift ankastre kiriş (ÇAK) numunesinin analitik çözümü	52
3.3.1.1 ÇAK numunesinin basit kiriş teorisi (Simple Beam Theory) ile analitik çözümü.....	52
3.3.1.2 ÇAK numunesinin modifiye edilmiş kiriş teorisi (Modified Beam Theory) ile analitik çözümü.....	53
3.3.2 Uç çentik eğilmesi (UÇE) numunesinin analitik çözümü	54
3.3.2.1 UÇE numunesinin basit kiriş teorisi (Simple Beam Theory) ile analitik çözümü.....	55
3.3.2.2 UÇE test numunesinin modifiye edilmiş kiriş teori (Modified Beam Theory) ile analitik çözümü.....	56
3.3.3 Karışık modda bükme (KMB) testinin analitik çözümü.....	57
3.3.3.1 KMB testinin basit kiriş teorisine (Simple Beam Theory) ile analitik çözümü.....	59
3.3.3.2 KMB test numunesinin düzeltilmiş kiriş teorisi (Modified Beam Theory) ile analitik çözümü.....	60
4. PROBLEM TANIMI.....	63
4.1 Çift Ankastre Kiriş (ÇAK) Problemi	63
4.1.1 ÇAK probleminin analitik çözümü	63
4.1.2 ÇAK probleminin kohezif bölge metodu ile çözümü	65
4.1.2.1 ÇAK probleminin üç boyutlu kohezif arayüz elemanları ile çözümü	65
4.1.2.2 ÇAK probleminin iki boyutlu arayüz elemanları ile modellenmesi...	70
4.1.3 ÇAK probleminin peridinamik teori ile çözümü	73
4.2 Uç Çentik Eğilmesi (UÇE) Problemi.....	79
4.2.1 UÇE probleminin analitik çözümü.....	79
4.2.2 UÇE probleminin kohezif bölge metodu ile çözülmesi	80
4.2.3 UÇE probleminin peridinamik teori ile çözülmesi	82
4.3 Karışık Modlu Bükme (KMB) Problemi	85
4.3.1 KMB probleminin analitik çözümü.....	85
4.3.2 KMB probleminin kohezif bölge metodu ile çözümü	86
4.3.3 KMB probleminin peridinamik teori ile çözümü	87
4.4 Çok katmanlı çift ankastre kiriş probleminin peridinamik modellemesi	88
5. DENEYSEL ÇALIŞMALAR	101
5.1 Çift Ankastre Kiriş (ÇAK) Testleri.....	101
5.1.1 ÇAK test numunesinin peridinamik modellemesi.....	104
5.2 Uç Çentik Eğilmesi (UÇE) Testi.....	106
5.2.1 UÇE testinin peridinamik modellemesi	109
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	113
KAYNAKLAR	115



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Fiber Takviyeli Kompozitlerde meydana gelen kırılma modları (a) Mod I (b) Mod II (c) Mod III.	3
Şekil 1.2 : (a) Yükleme bloklu ÇAK testi şematik gösterimi (b) Yükleme bloklu ÇAK test fikstürü (c) Boy menteşeli ÇAK testi şematik gösterimi (d) Boy menteşeli ÇAK test fikstürü.	4
Şekil 1.3 : UÇE testi (a) Şematik gösterimi b. Test fikstürü.	5
Şekil 1.4 : KMB testi (a) Şematik gösterimi (b) Test fikstürü.	6
Şekil 2.1 : Yerel ve yerel olmayan süreklilik modelleri arasındaki ilişki.	11
Şekil 3.1 : \mathbf{x} ve \mathbf{x}' malzeme noktaları arasında oluşan PD bağ deformasyonu.	21
Şekil 3.2 : Çekme kuvvetine maruz kalan üç boyutlu yapı.	23
Şekil 3.3 : θ fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın PD bağlarının gösterimi.	25
Şekil 3.4 : Fiber ve reçine bağları için bağ kuvveti-birim uzama ilişkisi.	26
Şekil 3.5 : Dış yüzeyden çok uzakta bulunan \mathbf{x} noktasındaki malzeme noktasının küresel komşuluk yarıçapının ayrıklaştırılması.	31
Şekil 3.6 : Yüzey düzeltme faktörleri için oluşturulan elipsoid.	32
Şekil 3.7 : (a) $\mathbf{x}_{(i)}, \mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktaları arasındaki PD bağ (b) Yüzey düzeltme faktörleri için oluşturulan elipsoid.	33
Şekil 3.8 : (a) Orijinal ve değiştirilmiş PD modelde bağ gerilmesi ve bağ kuvveti arasındaki ilişki (b) Malzeme noktaları arasındaki bağları koparmak için gerekli iş.	35
Şekil 3.9 : Üç boyutlu problemlerde bir malzeme noktasının küresel komşuluk yarıçapı içerisinde oluşturduğu bağlar [29].	39
Şekil 3.10 : Üç boyutlu problem için oluşturulan malzeme noktaları.	39
Şekil 3.11 : ÇAK numunesi için oluşturulmuş SE modeli ve arayüz elemanları [51]	40
Şekil 3.12 : Kohezif çekme-ayrılma modellerin şematik gösterimi.	41
Şekil 3.13 : Bilineer çekme ayrılma yasasının şematik gösterimi.	42
Şekil 3.14 : ABAQUS'te tanımlanan pürüzsüz adım genlik fonksiyonu.	47
Şekil 3.15 : Alan metoduna göre çatlak ilerlemesi.	49

Şekil 3.16 : (a) Williams tarafından kabul edilen asimetrik laminatın şematik gösterimi (b) Düzlem içi yükleme.	50
Şekil 3.17 : ÇAK test konfigürasyonu.	52
Şekil 3.18 : UÇE numunesinin giriş modeli: (a) UÇE numunesi (b) üç noktalı bükülme altında çatlaksız giriş (c) çatlak yüzey kayma traksiyonu altında anti simetrik giriş.	55
Şekil 3.19: Karışık modlu bükme test konfigürasyonu.	58
Şekil 4.1 : ÇAK probleminin analitik çözümü için farklı analitik çözüm yöntemlerinin uygulanması sonucunda elde edilen sonuçların karşılaştırılması.	64
Şekil 4.2 : ÇAK problemi.	65
Şekil 4.3 : ÇAK problemi için oluşturulan kabuk elemanlar.	67
Şekil 4.4 : Sonlu elemanlar yöntemiyle ÇAK-1 için ABAQUS sonuçlarının Reeder vd. [92]'nin yaptığı analitik sonuçlarla karşılaştırılması.	68
Şekil 4.5 : Sonlu elemanlar yöntemiyle ÇAK-2 için ABAQUS sonuçlarının Reeder vd. [92]'nin yaptığı analitik sonuçlarla karşılaştırılması.	69
Şekil 4.6 : Sonlu elemanlar yöntemiyle ÇAK-3 için ABAQUS sonuçlarının Reeder vd. [92]'nin yaptığı analitik sonuçlarla karşılaştırılması.	69
Şekil 4.7 : 2D ÇAK problemi için ABAQUS sonucu ile Song vd. [72] yaptığı çalışmanın karşılaştırılması.	71
Şekil 4.8 : 2D ÇAK ve 3D ÇAK problemi için ABAQUS sonuçları ile Song vd. [72] yaptığı çalışmanın karşılaştırılması.	71
Şekil 4.9 : ÇAK problemi için farklı ağ uzunlukları ile oluşturulan SEM ile Turon vd. [71] tarafından elde edilen sonuçların karşılaştırılması.	73
Şekil 4.10 : ÇAK numunesi için oluşturulan PD giriş elemanlar.	74
Şekil 4.11 : ÇAK PD modelinde sınır koşullarının uygulandığı malzeme noktaları.	75
Şekil 4.12 : ÇAK problemi için m yakınsama çalışmasında elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.	75
Şekil 4.13 : Farklı Δx uzunlukları için oluşturulan PD modeller	76
Şekil 4.14 : ÇAK problemi için δ yakınsama çalışması sonucunda elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.	77
Şekil 4.15 : ÇAK problemi için PD, CZM ve analitik çözümlerden elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.	79
Şekil 4.16 : UÇE probleminin analitik çözümü için farklı analitik çözüm yöntemlerinin uygulanması sonucunda elde edilen sonuçların karşılaştırılması.	80
Şekil 4.17 : UÇE problemi için farklı ağ uzunlukları ile oluşturulan SEM ile Turon vd. [71] tarafından elde edilen sonuçların karşılaştırılması.	81
Şekil 4.18 : UÇE problemi PD modelinde sınır koşullarının uygulandığı malzeme noktaları.	82
Şekil 4.19 : UÇE problemi için m yakınsama çalışmasında elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.	83

Şekil 4.20 : UÇE problemi için δ yakınsama çalışmasında elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerin karşılaştırılması.	84
Şekil 4.21 : UÇE problemi için PD, CZM ve analitik çözümlerden elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.	85
Şekil 4.22 : KMB probleminin analitik çözümü için farklı yöntemlerin uygulanması ile elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.	86
Şekil 4.23 : KMB problemi için SEA sonuçları ile analitik sonuçların karşılaştırılması.	87
Şekil 4.24 : KMB problemi için PD, CZM ve analitik çözümlerden elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.	88
Şekil 4.25 : Çok katmanlı ÇAK problemi için oluşturulan model.....	90
Şekil 4.26 : Katı ve kiriş elemanlar arasında tanımlanan bağlantı noktaları.	92
Şekil 4.27 : $\theta = 60^\circ$ ve $\Delta x = h/5$ için oluşturulan analiz modelinde farklı G_{IC} değerleri için elde edilen kuvvet yer değiştirme sonuçlarının karşılaştırılması.	93
Şekil 4.28 : $\theta = 75^\circ$ ve $\Delta x = h/5$ için oluşturulan analiz modelinde farklı G_{IC} değerleri için elde edilen kuvvet yer değiştirme sonuçlarının karşılaştırılması.	94
Şekil 4.29 : $\theta = 60^\circ$ 'de PD kısmında farklı Δx uzunlukları için oluşturulan modelde elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.	95
Şekil 4.30 : $\theta = 60^\circ$ için $\Delta x = h/25$ için belirlenen yer değiştirme değerlerine göre numune üzerindeki çatlak ilerlemesi ve test görüntülerinin karşılaştırılması.	96
Şekil 4.31 : $\theta = 75^\circ$ 'de PD kısmında farklı Δx uzunlukları için oluşturulan modelde elde edilen kuvvet yer değiştirme sonuçlarının karşılaştırılması.	97
Şekil 4.32 : $\theta = 75^\circ$ için $\Delta x = h/25$ için belirlenen yer değiştirme değerlerine göre numune üzerindeki çatlak ilerlemesi ve test görüntülerinin karşılaştırılması.	98
Şekil 5.1 : ÇAK testlerinin öncesinde ve sonrasında çekilen deney düzeneği.	102
Şekil 5.2 : $[0_{12}/0_{12}]$ dizilimine sahip ÇAK numuneleri ile yapılan deneyde elde edilen kuvvet-yer değiştirme grafikleri.	103
Şekil 5.3 : ÇAK test numunesi için oluşturulan PD model ile elde edilen sonuçların test ve analitik çözümle karşılaştırılması.	105
Şekil 5.4 : (a) ÇAK numunesi için PD modelde elde edilen $-y$ yönündeki yer değiştirme konturu ve çatlak ilerlemesi (b) ÇAK testinde 10,7 mm yer değiştirme sırasında ÇAK numunesi çatlak ilerlemesi.	106
Şekil 5.5 : 250 kN yük kapasiteli hidrolik servo kontrollü MTS aksenal yükleme makinesi.	107
Şekil 5.6 : UÇE testlerinin (a) öncesinde ve (b) sonrasında çekilen deney düzeneği.	108

- Şekil 5.7 : $[0_{12} / / 0_{12}]$ dizilimine sahip UÇE numunelerin kuvvet-yer değiştirme grafikleri..... 109
- Şekil 5.9 : UÇE test numunesi için oluşturulan PD model ile elde edilen sonuçların test ve analitik çözümle karşılaştırılması..... 111
- Şekil 5.10 : (a) UÇE numunesi $-y$ yönündeki yer değiştirme konturu ve çatlak ilerlemesi (b) UÇE testinde 10,7 mm yer değiştirme sırasında UÇE numunesi çatlak ilerlemesi. 112



ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 4.1 : Karbon fiber takviyeli epoksi kompozitin malzeme özellikleri Turon vd.[71].	64
Çizelge 4.2 : AS4 / 3501-6'nın mekanik ve arayüz malzeme özellikleri [72].	66
Çizelge 4.3 : Farklı ağ yoğunluğuna göre ayarlanmış nominal gerilmeler [72].	67
Çizelge 4.4 : ÇAK problemi SEA modeli için farklı ağ uzunluklarına göre oluşturulan eleman sayıları.....	72
Çizelge 4.5 : Farklı Δx uzunluklarında oluşturulan analiz modelleri için oluşturulan malzeme noktası ve eleman sayıları.....	77
Çizelge 4.6 : UÇE problemi SEA için farklı ağ uzunluklarına göre oluşturulan eleman sayıları.....	81
Çizelge 4.7 : Çok katmanlı ÇAK probleminin geometrik özellikleri [93].	89
Çizelge 4.8 : IM7/8552 karbon epoksi malzeme özellikleri [93].	89
Çizelge 4.9 : Çok katmanlı delaminasyon problemi için oluşturulan modellerde yer alan eleman sayıları.....	89
Çizelge 5.1 : Yapılan testler sırasında üç farklı numune için farklı yöntemler kullanılarak hesaplanan G_{IC} değerleri.....	103
Çizelge 5.2 : ÇAK test numunesinin geometrik özellikleri.	104
Çizelge 5.3 : $[0_{12} // 0_{12}]$ dizilime sahip UÇE deneylerinden elde edilen Mod II durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı G_{IC} [N/mm].	109
Çizelge 5.4 :UÇE test numunesinin geometrik özellikleri.	110

KISALTMALAR

ASTM	: American Society for Testing Materials
BKT	: Basit Kiriş Teorisi
ÇAK	: Çift Ankastre Kiriş
ESIS	: European Structural Integrity Society
JHPC	: Japan High Polymer Center
KBM	: Kohezif Bölge Modeli
KÇB	: Kenar Çatlak Burulması
KMB	: Karışık Modlu Bükme
KSOM	: Klasik Sürekli Ortamlar Mekaniği
LEKM	: Lineer Elastik Kırılma Mekaniği
MKT	: Modifiye Edilmiş Kiriş Teorisi
PD	: Peridinamik
SÇKT	: Sanal Çatlak Kapatma Tekniği
SE	: Sonlu Elemanlar
SEA	: Sonlu Elemanlar Analizi
SEM	: Sonlu Elemanlar Metodu
SEY	: Sonlu Elemanlar Yazılımı
SUÇE	: Stabilize Uç Çentik Eğilmesi
UÇE	: Uç Çentik Eğilmesi
UYA	: Uç Yüklü Ayrılma Testi
4UÇE	: Dört Nokta Uç Çentik Eğilmesi

SEMBOL LİSTESİ

Bu çalışmada kullanılmış olan simgeler açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
A_t	Kiriş elemanların kesit alanı
a	İlk çatlak uzunluğu
B	Numune genişliği
\mathbf{b}	İç kuvvet vektörü
C	Kompliyans (compliance)
c	Bağ sabiti
c_f	Fiber bağ sabiti
c_f	Matris bağ sabiti
E_t	Kiriş elemanların elastisite modülü
E_{11}	Boyuna elastik modül
E_{22}	Enine elastik modül
\mathbf{f}	Kuvvet yoğunluk vektörü
G_{12}	Kayma modülü
G_{IC}	Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı
G_{IIC}	Mod II durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı
H	Küresel etkileşim bölgesi
h	Kalınlık
K	Ceza sertliği (Penalty stiffness)
L	Mesnetler arası uzaklık
P	Kuvvet
s	Birim uzama
s_c	Kritik birim uzama
t	Zaman
\mathbf{u}	Yer değiştirme vektörü
W	Şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu
w	Mikropotansiyel
\mathbf{x}	Malzeme noktası
ξ	Pozisyon vektörü
\mathbf{u}	Göreceli yer değiştirme vektörü

Γ	Enine modül düzeltme faktörü
ρ	Yoğunluk
ν	Poisson oranı
λ	Çatlak uzunluğu düzeltme parametresi
δ	Küresel komşuluk yarıçapı



1. GİRİŞ

Fiber takviyeli kompozitlerin havacılık, otomotiv, savunma sanayi gibi alanlarda kullanımı gittikçe artmaktadır. Bunun en önemli nedenlerinden birisi kompozitlerin fiziksel özelliklerinin gerekli yönlerde yüksek olacak şekilde tasarlanabilmesi ve kütlelerinin oldukça düşük olmasıdır [1].

Fiber takviyeli kompozitler matris ve fiberlerden oluşur. Burada matris epoksi fiberleri bir arada tutar ve yük aktarımı sağlar. Fiberler ise yük taşıma kapasitesine sahip yapılardır. Kompozit malzemeler izotropik malzemelere göre oldukça karmaşık yapıda olup kompozit malzemelerin dayanımı dizilim sırası, yük çeşidi, çevresel faktörler gibi birçok etkene bağlıdır. Kompozit malzemelerde hasar oluşumu fiberler arasındaki bağların kopması, matriste mikro çatlakların oluşması, fiber ve matris arasındaki bağların ayrılması ve delaminasyon nedeniyle olup, tabakalı kompozitlerde en sık karşılaşılan hasar tiplerinden birisi delaminasyondur [2].

Kompozit malzemeyi oluşturan tabakaların birbirinden ayrılması delaminasyon olarak tanımlanır. Delaminasyonun nedenleri, malzeme içerisindeki süreksizlikler, süreksizlik bölgelerinde oluşan gerilme yığılması, malzeme üzerine uygulanan yükten dolayı burkulmanın gerçekleşmesi ve imalattan kaynaklı hatalar olabilir. Delaminasyon sonucunda oluşan boşluklar diğer hasar modlarının oluşmasını sağlayarak hasarın büyümesine neden olur. Oluşan delaminasyon hasarı kompozit malzemeyi oluşturan tabakalar arasında meydana geldiği için delaminasyonu modellemek oldukça zordur. Bu nedenle delaminasyon hasarına karşı güvenilir bir matematiksel modelin ortaya konulması önemlidir. Bu konuda literatürde çok sayıda çalışma ve yayın olmasına rağmen kompozit malzemelerdeki delaminasyon hasarı günümüzde hala yeteri kadar anlaşılabilmiş değildir.

Delaminasyon bir çatlak türü olmasına rağmen bu olay düzlem içi çatlaklar gibi değerlendirilmez. Düzlem içi gerilmeler, klasik lamina plak teorisi kullanılarak analiz edilebilir ancak delaminasyon durumunda oluşan gerilmeler tamamen düzlem

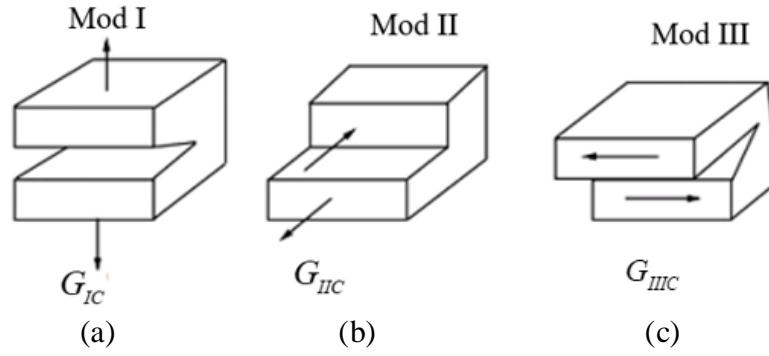
dışıdır. Bu nedenle arayüz elemanları Sonlu Elemanlar Analizi (SEA'ya) dahil edilerek delaminasyon analizleri yapılır [3].

Delaminasyon çatlakları analiz edilirken düzlem içi çatlaklara göre daha dikkatli olunması gerekir. Bunun temel nedeni kalınlık yönünde herhangi bir takviyenin bulunmaması ve çekme yükü uygulandığı durumda delaminasyon davranışının bundan etkilenmemesidir.

Delaminasyon durumu incelenirken öncelikle delaminasyon başlangıcı dikkate alınır. Delaminasyon başlangıcı genellikle tabakalar arası nokta bazında en yüksek gerilmeler kullanılarak malzemelerin mukavemetine göre analiz edilir [4]. Ancak düzlem dışı çatlak durumlarında bu yaklaşımı kullanmak mümkün değildir. Yapılan birçok deneysel çalışmada noktasal gerilme kriterinin kullanılmasının yeterli olmadığı belirtilmiştir [5].

Hasar oluşumunun ikinci adımı olan delaminasyon yayılımı ise iki farklı yöntem kullanılarak incelenebilir. Birinci yöntem kırılma mekaniğinin doğrudan uygulanmasına dayanır. İkinci yöntem ise hasar mekaniği kullanılarak formüle edilmiştir. Bahsi geçen yöntemlerin oldukça genel yaklaşımlar olması sebebiyle yeni bir metod geliştirilmiştir. Bu yöntem klasik lamina plaka teorisine dayanır ve çatlak ucu elemanı/tekil olmayan alan yöntemi olarak adlandırılır. Kırılma mekaniğinde kullanılan delaminasyon simülasyonlarında çatlak ucu etrafında tekil gerilmeler olduğu varsayılır [4]. Şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı, delaminasyon düzlemine bitişik katmanların malzeme özelliklerine ve katmanların dizilimine bağlı olarak hesaplanır. Belirtilen yöntemin kırılma mekaniğinde kullanılan yöntemlerden temel farkı şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı hesaplamasının yapılmasından kaynaklanır [6], [7], [8].

Delaminasyon mekanizmasında Şekil 1.1'de verildiği gibi üç farklı hasar modu vardır. Bunlar, tabakalar arası gerilme (Mod I), tabakalar arası kesme (Mod II) ve tabakalar arası yırtılma (Mod III) şeklindedir. Ayrıca bunların birlikte görülebileceği karışık modlar vardır. Delaminasyon hasarı malzemenin maruz kaldığı yüke göre bu üç moddan biri şeklinde veya bunların karışımından meydana gelebilir.

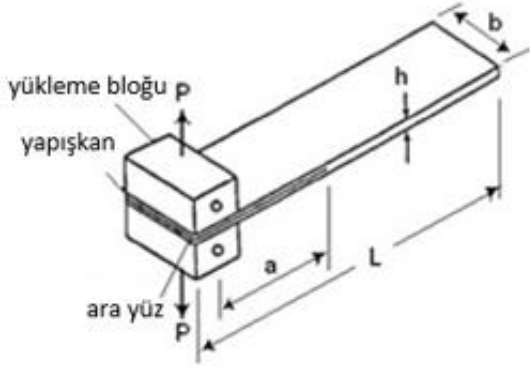


Şekil 1.1 : Fiber Takviyeli Kompozitlerde meydana gelen kırılma modları
(a) Mod I (b) Mod II (c) Mod III.

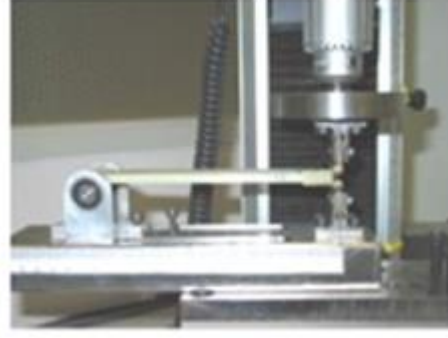
Laminatların açılma modu Mod I kırılması ile ilişkilidir. Çift Ankastre Kiriş (ÇAK) testi yapılarak Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı, G_{IC} hesaplanır ve elde edilen değer malzemenin mekanik özelliği olarak kendini gösterir. Malzemenin bu özelliğini belirlemek için birtakım test yöntemleri kullanılır. European Structural Integrity Society (ESIS), American Society for Testing and Materials (ASTM), Japan High Polymer Center (JHPC) gibi uluslararası standart kuruluşları birtakım test yöntemleri hazırlamıştır. ÇAK numune testi için çalışma boyunca ASTM D5528: Tek-yönlü fiber takviyeli polimer matris kompozitlerin mod I interlaminar kırılma dayanıklılığı standardı referans alınmıştır [9].

ÇAK numunesi dikdörtgen şeklinde üst ve alt laminattan oluşur ve orta düzleminde yapışkan bir arayüz yer alır. ÇAK testinde numunenin bir ucu sabitlenir, diğer ucuna ise alt ve üst laminatın iki ucuna bağlanmış menteşeler veya yükleme blokları ile yük uygulanır. Yük uygulandıkça aradaki açıklığın uzunluğu artar ve ÇAK numune uçları açılır. Bu süreçte delaminasyon uzunluğu kaydedilir.

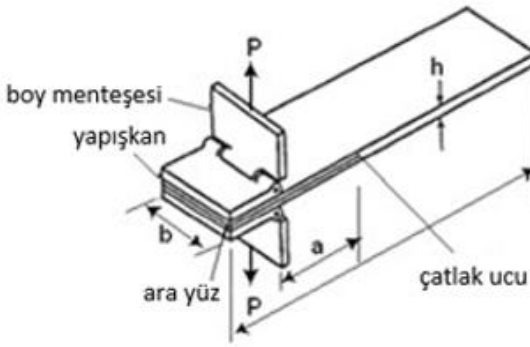
ÇAK testi yapılırken test laminatları çift sayılı tabaka içermeli, tek yönlü olmalı ve delaminasyon büyümesi 0° yönünde olmalıdır. ÇAK testinin yükleme bloğuyla uygulanması Şekil 1.2 (a) ve Şekil 1.2 (b)'de, boy menteşesi ile uygulanması Şekil 1.2 (c) ve Şekil 1.2 (d)'de verilmiştir.



(a)



(b)



(c)



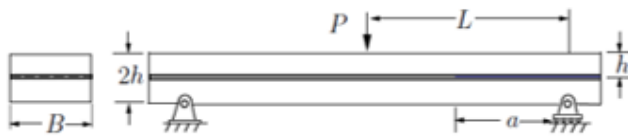
(d)

Şekil 1.2 : (a) Yükleme bloklu ÇAK testi şematik gösterimi (b) Yükleme bloklu ÇAK test fikstürü (c) Boy menteşeli ÇAK testi şematik gösterimi (d) Boy menteşeli ÇAK test fikstürü.

Şekil 1.2’de P uygulanan kuvveti, L numunenin uzunluğunu, h numunenin kalınlığını, a ilk çatlak uzunluğunu, b numunenin genişliğini ifade eder. ÇAK test numuneleri tek yönlü 0° laminatlar olmasına rağmen 0° katlar arasındaki arayüzler için inter-laminar şekil değiştirme enerjisi boşalma hızını elde etmek uygun olacaktır. G_{IC} değerini elde etmek için gerçeğe en yakın sonuçlar tek yönlü kompozitlerden elde edilir. Ayrıca, eşit olmayan bükülme sertliğine sahip kolları kullanan ÇAK testi Mod II yüklemesine sebep olacaktır [5]. Bu nedenle yeni bir test yöntemi Robinson ve Song [10] tarafından önerilmiştir. Önerilen yöntemle yapılan ön testlerde çok yönlü laminatlar için tek yönlü laminatlara kıyasla daha yüksek G_{IC} değerleri elde edilmiştir. Ancak yapılan testlerde çatlak arayüzlerinin aynı yönde olması koşulu ile KBM metodolojisinin çok yönlü kompozitler için aynı olduğu anlaşılmıştır.

Mod II durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı, G_{IIc} değerini elde etmek için ise Mod I kırılmasından farklı olarak, dört farklı test yöntemi vardır. Bu testler: Üç Nokta Uç Çentik Eğilmesi Testi (UÇE), Dört Nokta Uç Çentik Eğilmesi Testi (4UÇE), Stabilize Uç Çentik Eğilmesi Testi (SUÇE) ve Uç Yüklü Ayrılma Testi (UYA)'dır [11]. Mod II yüklemesinin uygulanmasında daha fazla belirsizlik olmasından dolayı birden fazla test yöntemi önerilmiştir. Mod II testi ile ilgili temel problemler çatlak başlangıcının tanımı, testin kararlılığı, çatlak yüzeyleri üzerindeki sürtünme etkileri ve veri analizleridir [12]. Test sırasında delaminasyona uğramış yüzeyler arasında temas devam ettiğinden dolayı Mod II çatlağı boyunca sürtünme etkisi oluşur. Ancak, bu test metotlarının hepsi karşılaştırıldığı zaman UÇE testinin uygulanması diğer testlerin uygulanmasından daha kolay olduğu ve daha doğru sonuçlar verdiği anlaşılmıştır [13].

UÇE testi için ASTM D7905 (Tek-yönlü fiber takviyeli polimer matris kompozitlerin mod II interlaminar kırılma dayanıklılığı) standart test metodu uygulanır [14]. Test ÇAK testine benzer olarak tek yönlü 0° dizimli laminatlardan oluşmuş numune ile yapılır. Mod II inter-laminar kırılma dayanıklılığı başlangıç çatlağı uzunluğu ve testler sırasında elde edilen kuvvet yer değiştirme eğrisinden hesaplanır. Tipik UÇE testinin şematik gösterimi ve test fikstürü Şekil 1.3'te verilmiştir.



(a)

(b)

Şekil 1.3 : UÇE testi (a) Şematik gösterimi b. Test fikstürü.

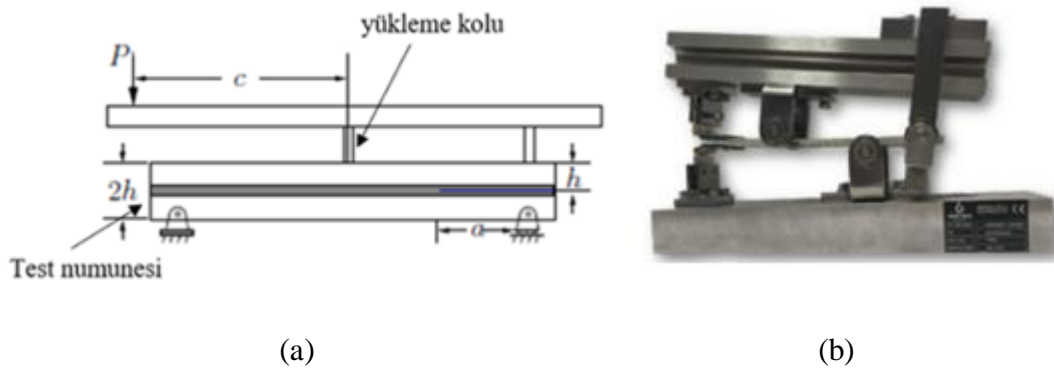
Şekil 1.3'te P uygulanan kuvveti, L numunenin yarı uzunluğunu, h bir laminatın kalınlığını, a ilk çatlak uzunluğunu, B numunenin genişliğini ifade eder.

Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde Mod III'ün delaminasyon üzerindeki etkileri tartışmalıdır. Yang ve Cox [15] tarafından yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlar bir çentiğe yakın delaminasyonun tamamen Mod III etkileri ile oluştuğu

belirtilmiştir. Ancak Krueger [16] deneysel olarak yaptığı çalışmada Mod III etkisinin ihmal edilebileceğini göstermiştir. Mod III testi için Lee [17] tarafından Kenar Çatlak Burulması (KÇB) testi önerilmiştir. Ancak KÇB testinin uygulanabilmesi için gerekli bir parametre olan G_{23} değerinin belirlenmesi konusunda çalışmaların geliştirilmesi gerekir [5]. Ayrıca Mod III yüklemesini içeren güvenilir bir karma mod delaminasyon hata kriteri olmadığı için kırılma kriterlerinin çoğu karma mod, Mod I ve Mod II yüklemeleri için oluşturulmuştur [4]. Bu nedenle KÇB testi henüz standart hale getirilememiştir.

Kompozit malzemelerdeki delaminasyon problemi araştırmacıları farklı modlarda interlaminar kırılma testlerinde önemli çalışmalara ve gelişmelere yönlendirmiştir. Çalışılan mühendislik uygulamalarının birçoğu birden fazla yükleme durumunu içeren karışık modlu yüklemelerdir. Standart karışık mod testlerinde Mod III yüklemesi dahil edilmemiştir. Bu nedenle yapılan çalışmalarda delaminasyon ilerlemesi yalnızca Mod I ve Mod II kullanılarak incelenir.

Karışık Modlu Bükme (KMB) testi ASTM D6671 Tek-yönlü Fiber Takviyeli Polimer Matris Kompozitlerin Karışık Modlu (Mod I ve Mod II) interlaminar kırılma dayanıklılığı standardına göre yapılır [18]. Test, farklı Mod I ve Mod II yükleme oranlarında sürekli fiber takviyeli kompozit malzemelerin interlaminar şekil değiştirme enerjisi boşalma hızının belirlenmesi için yapılır. Şekil 1.4'te KMB testinin şematik gösterimi ve test fikstürü verilmiştir.



Şekil 1.4 : KMB testi (a) Şematik gösterimi (b) Test fikstürü.

Şekil 1.4'te P uygulanan kuvveti, L numunenin yarı uzunluğunu, h bir laminatın kalınlığını, a ilk çatlak uzunluğunu, c test fikstürü kol uzunluğunu ifade eder.

1.1 Tezin Amacı

Kompozit malzemelerin boşluk, delaminasyon gibi üretimden kaynaklı kusurlara ve darbe hasarına karşı hassasiyeti yüksektir. Ayrıca kompozit malzemelerde farklı hasar türleri eş zamanlı olarak meydana gelebilir. Bu nedenle kompozit malzemelerin modellenmesinde güvenilir bir tekniğin kullanılması gerekir.

Klasik Sürekli Ortamlar Mekaniği (KSOM), yerel bir teori olup kısmi türevlere dayalı olduğu için yapıda meydana gelecek hasarın modellenmesi için uygun değildir. Peridinamik (PD) teori, kompozit yapılarda meydana gelen hasarı tahmin etmeye yönelik geliştirilmiş bir teori olup integral denklemlerinin kullanılması nedeniyle hasar oluşumu ve ilerlemesinin nümerik analizi için oldukça uygundur. Tez kapsamında yapılan çalışmalarda tek yönlü kompozit malzemelerde meydana gelen Mod I (Çift Ankastre Kiriş Testi), Mod II (Uç Çentik Eğilmesi Testi) ve Karma Mod (Karışık Modlu Bükme Testi) yüklemeleri altındaki delaminasyon hasarını tahmin etmeye yönelik Peridinamik bir formülasyon geliştirilmiştir. Bu formülasyon, analitik çözüm, KBM çözümü ve literatür ile doğrulanmıştır. Çalışmanın devamında KSOM formülasyonları ile çözülmesi oldukça zor olan çok katmanlı ÇAK probleminin PD modellemesi yapılmış ve katmanlar arası çatlak ilerlemesi incelenmiş, elde edilen sonuçlar literatürde yapılan test sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca tez kapsamında ÇAK ve UÇE testlerinin deneyleri yapılmış ve bu test numuneleri PD teori kullanılarak modellenmiştir. Böylelikle deneysel sonuçlar kullanılarak geliştirilen PD model farklı problem türleri için doğrulanmıştır.

1.2 Tezin Ana Hatları

Tezin birinci bölümünde giriş, amaç ve tezin ana hatları anlatılmıştır. Giriş bölümünde kompozit malzemelerde çatlak oluşumu ve delaminasyon olayı hakkında genel bilgiler aktarılmıştır. İkinci bölümde tez kapsamında yapılan çalışmalarda kullanılan yerel ve yerel olmayan teoriler incelenmiş ve kompozit malzemelerde delaminasyon modellemesi ile ilgili literatürde yer alan çalışmalardan bahsedilmiştir. Üçüncü bölümde ise tez kapsamında kullanılan yöntemler ve teorik alt yapı incelenmiştir. Bu bölümde kompozit malzemelerde delaminasyon modellemesi için kullanılacak PD teori ve Kohezif Bölge Metodu (KBM) anlatılmıştır. Ayrıca farklı mod yüklemelerine maruz kalan numunelerin şekil değiştirme enerjisi boşalma

hızı değerlerinin hesaplanması için kullanılan analitik çözüm metotlarına değinilmiştir. Dördüncü bölümde Mod I, Mod II ve karışık mod yüklemelerine maruz kalan kompozit test numunelerinin KBM ve PD teori ile modellenmesi ve analitik çözüm ile elde edilen bulgular verilmiştir. Beşinci bölümde ise ÇAK ve UÇE testleri için üretilen numunelerle gerçekleştirilen deneyler ve numerik yöntemlerin deney numuneleri üzerinde uygulaması yapılmıştır. Altıncı bölümde ise elde edilen sonuçlar ve öneriler sunulmuştur.



2. GENEL BİLGİLER VE LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde tez kapsamında kullanılan yerel ve yerel olmayan teoriler hakkında bilgi verilmiş, KBM ve PD teori kullanılarak kompozit malzemelerde hasar ilerlemesi konusunda literatürde yer alan çalışmalar incelenmiştir.

2.1 Yerel Teoriler

KSOM, bir malzeme noktasının yalnızca onun yakın komşularıyla etkileşime girdiğini varsaydığı yerel bir teoridir. KSOM'de malzeme noktaları arasındaki etkileşim denge yasaları kullanılarak ifade edildiği için yerel teorilerde bir malzeme noktası en yakın komşularıyla yalnızca kütle, momentum ve enerji alışverişinde bulunur. Yani, KSOM'de bir noktadaki gerilme durumu yalnızca o noktadaki deformasyona bağlıdır. Bu varsayım makro ölçekli çalışmalarda kabul edilirken, farklı uzunluk ölçeklerinde sorgulanabilir hale gelir. Çünkü atomik ölçeklere yaklaştıkça yerel malzeme noktalarının etkileşimi bozulur. KSOM kullanılarak pek çok teori geliştirilmesine rağmen yaşanan en büyük zorluklardan biri malzemedeki hasarı doğru bir şekilde tahmin edebilmektir. Buradaki zorluğun temel sebebi KSOM'de yapıda deformasyon olsa bile yapının sürekli kaldığını varsayan matematiksel formülasyonlardır. Formülasyonların temel yapısı süreksizliklerde tanımsız olan kısmi diferansiyel denklemlere dayandığı için yapıda süreksizlik meydana geldiği zaman bozulur. Çatlak, boşluk gibi süreksizlik bölgelerinde tanımlı olmayan KSOM formülasyonları kullanılarak çatlak hasarı başlangıcı, ilerlemesi ve dallanmasını sayısal olarak modellemek daha zordur.

KSOM alanındaki çözümler ile ilgili Griffith tarafından yapılan çalışma Lineer Elastik Kırılma Mekaniği (LEKM)'nin temellerini oluşturmuştur. Yapılan çalışmada enerjinin korunumu prensibinden yararlanılarak camlardaki hasar başlangıcı araştırılmıştır [19]. Yapılan çalışmada çatlak ucundaki gerilmeler matematiksel olarak tekil olup KSOM denklemleri çatlak ucundaki gerilme alanını sonsuza yaklaştırdığı için kırılma başlangıcı ve ilerlemesinin tahmini için bünye

denklemlerinin bir parçası olmayan kritik enerji salınım hızı gibi ek kriterler getirilerek ayrı ayrı ele alınmıştır.

LEKM temel alınarak çeşitli çalışmalar yapılmıştır. 1960'lı yıllarda Dugdale [20] ve Barenblatt [21] tarafından oluşturulan kohezif bölge konsepti birçok kırılma kriteri arasında yaygınlaşmıştır. KBM'ye göre çatlak ucunda meydana gelen sonsuz gerilmeyi modelleyebilmek amacıyla iki laminat arasındaki gerilme değeri için bir limit tanımlanmıştır. Bu konuda Hillerborg vd. [22] Mod I yükleme durumundaki, Xu ve Needleman [23] ise Mod I ve Mod II yüklemelerinin birlikte uygulandığı karışık modlu yükleme durumundaki kırılma için kohezif bölge elemanları tanımlamıştır. Tanımlanan elemanlar, eleman sınırları boyunca yerleştirilmiş yüzey elemanları olup çatlak ilerlemesi kohezif bölge elemanları arasında gerçekleşir.

Hasar davranışının modellenmesi için geliştirilen metotlardan biri de Belytschko ve Black [24] ve Moes [25] tarafından geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemde sonlu elemanlar ağında yer alan eleman yüzeyine çatlak geometrisinin uzayan kısımları sürekli olarak eklenerek çatlak geometrisi yeniden oluşturulurken sonlu elemanlar ağı yeniden oluşturulmaz. Genişletilmiş sonlu elemanlar yöntemi olarak adlandırılan bu metot ile bazı çatlak ilerleme problemleri çözülebilsede karmaşık problemlerin çözümü için ek kriterler gerekir.

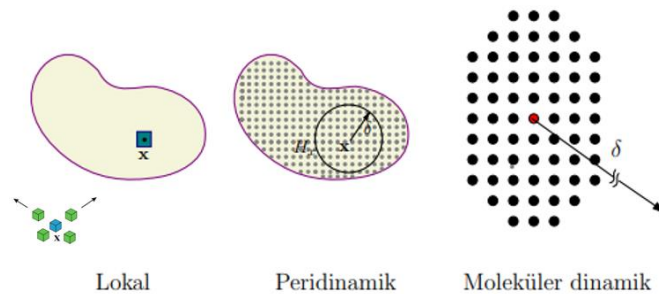
KSOM'de karşılaşılan zorlukları çözebilmek için moleküler dinamik simülasyonlar ve atomik kafes modelleri geliştirilmiştir. Atomik benzetimler kırılmayı öngörmede en detaylı ve en gerçekçi yöntemlerden birisidir [26]. Çatlak başlangıcı ve ilerleyişi atomlar arası kuvvetler kullanılarak gösterilir. Ancak atomik benzetim yöntemleri çatlak ilerleyişinin öngörülmesi yerine dinamik kırılmaya sebep olan fiziksel işlemlerin anlamlandırılmasını sağlar. Kırılmanın ilerleyişinin öngörülmemesinin temel nedeni hesaplamalarda kullanılan bilgi işlem kapasitesinin sınırlı olmasıdır. Ancak son yıllarda bilgisayar mimarisindeki gelişmeler büyük ölçekli moleküler dinamik benzetimleri mümkün kılmıştır. Örneğin Kadau vd. [27], $1,56 \mu m$ uzunluğunda kübik bir katı bakır parçası için 320 milyar atom kullanarak benzetimler yapmıştır. Ancak bu boyutlar gerçek hayatta kullanılan mühendislik yapıları için oldukça düşüktür. Ayrıca atomik benzetimlerde zaman aşaması çok küçük olduğu için toplam simülasyon süresi çok uzundur. Dolayısıyla çoğu simülasyon çok yüksek yükleme hızları altında gerçekleştirilir ve kırılmanın yapay olarak yüksek oranlarda

yüksek gerilimlerle sonuçlanan süreçlerin, düşük hızlarda meydana gelen olayları temsil edip etmediği açık değildir.

Atomik kafes modellerinden esinlenerek kafes yay modelleri geliştirilmiştir. Bu modeller yaylar ile etkileşime giren ayrı birimlerle malzemeleri temsil ederek büyük ölçekli yapılar için atomik simülasyonların yetersizliğini ortadan kaldırır [28]. Kafes modeli oluşturulurken kafes noktaları arasındaki etkileşimler, en yakın komşular dahil edilerek kısa mesafeli veya en yakın komşuların ötesindeki komşuları içererek uzun mesafeli (yerel olmayan) olabilir. Kafes modelleri üçgen, kare, petek vb. farklı şekillerde periyodik veya düzensiz olarak oluşturulabilir. Periyodik kafesler elastik özelliklere yönlü bir bağımlılık gösterir. Ayrıca, bir kafes tipi için oluşturulan etkileşim kuvveti başka bir kafes tipi için kolaylıkla kullanılamaz ve hangi kafes tipinin hangi problem için uygun olduğu net değildir. Bu nedenle, atomik benzetimlerin, gerçek hayat yapılarında kırılma işlemlerini modellemek için uygun değildir. Mevcut yöntemlerdeki eksiklikleri giderebilmek amacıyla yerel olmayan teoriler geliştirilmiştir [29].

2.2 Yerel Olmayan Teoriler

Yerel teorilerde bir nokta yakın çevresinde bulunan diğer noktalarla etkileşim halindedir. Yerel olmayan teorilerde ise, bir malzeme noktası sonlu yarıçaplı bir bölge içerisindeki tüm malzeme noktalarından etkilenir. Yarıçap sonsuz büyüdükçe, yerel olmayan teori moleküler dinamik modelinin sürekli versiyonuna dönüşür. Bu nedenle, yerel olmayan teoriler klasik yerel teoriler ile moleküler dinamik arasında bir bağlantı kurar. Yerel ve yerel olmayan süreklilik modelleri ile moleküler dinamik modeli arasındaki ilişki Şekil 2.1’de verilmiştir.



Şekil 2.1 : Yerel ve yerel olmayan süreklilik modelleri arasındaki ilişki.

Yerel olmayan teorilerde herhangi bir x noktası, δ mesafesindeki diğer malzeme noktaları ile etkileşime girer. İntegral tipi yerel olmayan teorilerde malzeme modelleri, bir malzeme noktasındaki gerilmeleri, o malzeme noktasına küresel etkileşim bölgesi içerisindeki diğer malzeme noktalarının gerinim ortalamasıyla ilişkilendirilerek oluşturulur. Bunun yanında gradyan tipi yerel olmayan modeller malzeme noktasının yakın çevresindeki alanı hesaba katan yüksek dereceli türevleri içerir [29].

Yerel olmayan teoriler kullanılarak sadece makro ölçekli etkiler değil aynı zamanda moleküler ve atomik ölçekli etkiler de ortaya konulabilir. Bazant ve Jirasek [30]'e göre, süreklilik mekaniğinde yerel olmayan bir yaklaşım benimsemenin gerekli olduğu birçok durum vardır. Çatlak büyüme tahmini bu durumlardan birisidir. Eringen ve Kim [31] yapılan çalışmada en yüksek gerilimi atomik bağları bir arada tutan kohezif gerilmeye eşitleyerek doğal bir kırılma kriteri önermiştir. Oluşturulan bu kriterin süreksizlik içeren veya içermeyen her türlü yapıda uygulanabilir olduğunu belirtilmiştir. Lokal olmayan süreklilik teorileri çatlak uçlarında sonlu gerilmelere yol açsa da yer değiştirme alanının türevleri geliştirilen formülasyonda korunur. Daha sonra Eringen vd. [32] yerel olmayan teorileri Griffith çatlağının modellemesinde kullanmıştır. Kırılma alanında yerel olmayan teorinin yerel teoriye göre avantajı, yerel olmayan modelin çatlak ucunda fiziksel olarak anlamlı bir gerilme alanının oluşmasıdır. Bu durum çatlak ucunda sonsuz gerilmeleri öngören yerel teoriye terstir. Ayrıca, Ari ve Eringen [33], yerel olmayan esnekliği kullanan bir Griffith çatlağının analiz sonuçlarının, Elliott [34] tarafından verilen kafes modeliyle uyumlu olduğunu göstermiştir. Ancak modellerin temel denklemleri, uzaysal türevler kullanılarak oluşturulduğu için, çatlaklı bölgede anlamını yitirir. Aslında bu durum çoğu yerel olmayan teorinin klasik teoriye benzer şekilde uzaysal türevlerin formülasyonlarının kullanıldığını ve çatlak gibi süreksizlik durumlarında başarısızlık gösterdiğini belirtir.

2000 yılında Silling [35] tarafından PD Teori olarak isimlendirilen yeni bir yerel olmayan teori tanıtılmış olup bu teori uzaysal türevleri içermez. PD teori, yer değiştirmelere göre doğrusal olmayan malzeme tepkisi sağlar ve diğer yerel olmayan teorilerden farklı olarak integral denklemleri kullanarak hasarı modelleyebilir. PD

teori ve PD teorisinin sonlu elemanlar teorisine uyarlanması ile ilgili bilgiler Bölüm 3.1’de ayrıntılı olarak verilmiştir.

2.3 Kompozit Malzemelerde Delaminasyon Modellemesi ile İlgili Literatürde Yer Alan Çalışmalar

Bu bölümde tez kapsamında delaminasyon modellemesinde kullanılan KBM ve PD teori ile ilgili literatürde yer alan çalışmalardan ve kullanılan yöntemlerden bahsedilmiştir. Kompozit malzemelerde delaminasyon başlangıcını ve büyümesini öngörmek amacıyla kırılma mekaniğine dayalı analizler yapılır. Kompozit malzemelerde meydana gelen delaminasyonlar lamina sertliğinin bozulmasından dolayı hasar riskini önemli ölçüde artırır. Bu nedenle yapılan işlemler sonucunda hasar gören kompozitlerde oluşan lineer çatlakların ve delaminasyonların doğru bir şekilde modellenmesi için deneysel testlerin ve benzetimlerin gerçekleştirilmesi büyük önem taşır ve hasar oluşumunun benzetiminde Sonlu Elemanlar Metodu (SEM), oldukça yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. SEM formülasyonları Klasik Sürekli Ortamlar Mekaniğine (KSOM’ye) dayanır. ABAQUS ve ANSYS, SEM ile sayısal hesaplamalar yapmak için literatürde en sık kullanılan ticari programlardır [36]. ABAQUS fonksiyonları çekme veya basma yüklerinin neden olduğu matris veya fiber hasarlarını tahmin etmek için yeterlidir. Ancak lineer çatlaklar veya delaminasyonlar olması durumunda araştırmacıların çatlamaı simule etmek için malzeme ayrılmasını sağlayan farklı ek yöntemler uygulaması gerekir. Bu metotlara delaminasyon modellemesinde sıklıkla kullanılan yöntemlerden biri olan KBM örnek olarak verilebilir [37].

1950’li yılların sonuna kadar gerçek çatlak davranışını belirleyen bir model yoktu. Bu tarihe kadar araştırmacılar Lineer Elastik Kırılma Mekaniği (LEKM) yöntemini kullanıyordu. Daha sonra Dugdale [20] çentiğin önünde oluşan deformasyon üzerine çalışmaya başladı. Dugdale’ın çalışmalarını takiben Barenblatt [21] Dugdale’ın işaret ettiği bölgede oluşan moleküler ölçekte birleşik kuvvetler üzerinde çalışmıştır. 1976 yılında Hillerborg vd. [22] Barenblatt’ın geliştirdiği modele benzer bir model önermiştir. Bununla birlikte, moleküler ölçek çözeltisi yerine gerilme mukavemeti kavramı getirilmiştir. Hillerborg’un modeli, mevcut çatlakların büyümesine ve daha da önemlisi, yeni çatlakların başlamasına izin vermiştir. Bu modeli kurgusal çatlak

modeli (Fictitious Crack Model) olarak adlandırılmıştır. Geliştirilen bu model kohezif arayüz modelinin oluşmasının başlangıcı olarak kabul edilir. KBM kavramı Xu ve Needleman [23] tarafından kırılma katılardaki hızlı çatlak büyümesinin simülasyonu için kullanılmış olup laminalar arası arayüz modellenir. Laminalar arası arayüzler belirli bir çekme ayrılma kuralına göre çalışır. Arayüzler arası belirli bir açma değeri olduğunda, arayüzdeki kuvvet sıfır olup ve delaminasyon hasarı meydana gelir. Kohezif arayüz elemanları sonlu elemanlar arasına yerleştirilen yüzey elemanları olup ve hasar sadece bu elemanların kullanıldığı arayüzde oluşur. Ancak kompozit malzemelerde oluşan delaminasyon hasarı tek bir arayüzde düzenli bir şekilde meydana gelmeyebilir. Özellikle tek yönlü elyaf takviyeli tabakalardan meydana gelen laminatlarda arayüz hasarı matris hasarı ile başlayıp bir arayüzden diğer arayüze geçebilir [38]. Mevcut yöntemlerle çatlak bu şekilde ilerlemesini modellemek oldukça güçtür. 1990'ların başında Martin [39] kavisli yapılarda delaminasyonu göstermiş ve sebeplerini analiz etmiştir. Yapılan deneylerinde kavisli alanda delaminasyonu görüntülemiş ancak tek bir yükleme çeşidi kullanmıştır. 2000'li yılların başında Wimmer [40] tekrar bu konuya eğilmiş, aynı problemi nümerik olarak modellemiştir. Testlerde optik bir ölçme sistemi ile delaminasyonun başlaması gözlemlenmiş ancak hasarın dinamik ilerleyişi gözlemlenememiştir. Ayrıca içerisinde çatlak olan yapıların incelemesi sadece analitik ve nümerik çalışmalarda olmuştur. Deneylerde çatlak ilerleyişi bittikten sonra görüntü alınmıştır. Yapılan çalışma çatlak ilerlemesi konusundaki çalışmaların geliştirilebilmesi açısından önemlidir. Gözlüklü ve Çöker [41],[42],[43] bu çalışmalara ek olarak hızlı kamera sistemiyle kırılma sürecini ilk defa gözlemlemiştir. Ayrıca yapılan çalışmada KBM ile kırılma sürecini modellenmiş ve deneylerle karşılaştırmalar yapılmıştır. Yapılan testler sonucunda, üç farklı kırılma modunun olduğu saptanmıştır. Birincisi birden fazla çatlakın dirsekten oluşması diğeri tek bir çatlakın kollarda ilerlemesi ve üçüncüsü ise dirsekten bağımsız ikinci bir çatlakın kollarda oluşmasıdır.

Son yıllarda hasar davranışının tanımlanmasında KBM'nin önemi anlaşılmış olup KBM yöntemiyle kompozit malzeme hasarının sayısal analizleri ile ilgili çok sayıda çalışma yapılmıştır. Borg vd. [44] tabakalı kompozitler için kabuk elemanlar kullanarak KBM ile ÇAK, UÇE ve KMB testlerini modellemişlerdir. Yapılan çalışmada arayüz elemanları için kullanılan temas tanımı kabuk elemanlardaki

dönme serbestlik derecelerini algoritmaya dahil edecek şekilde kalınlık sapmasını hesaba katarak oluşturulmuştur. Elde edilen numerik sonuçlar deneysel sonuçlarla oldukça uyumludur. Zhao vd. [45] delaminasyon ilerleme sürecini Mod I ve karışık mod ile yüklenen karbon fiber takviyeli kompozitlerde tahmin etmek için sayısal bir model geliştirmiştir. Çok yönlü laminatlarda delaminasyon büyümesinin simülasyonu için kullanılan bu model, deneme ve yanılma yöntemini kullanarak geliştirilmiştir. Yapılan çalışmalar sonucunda elde edilen sayısal model çok yönlü kompozit numune için yapılan deney sonuçlarıyla doğrulanmıştır. Chen vd. [46] KBM kullanarak düzlem içi çekme ve düşük hızlı darbe yüklemeleri için ABAQUS alt programı oluşturmuştur. Oluşturulan program AS4/PEEK kompozitinin aşamalı bozulma analizi için kullanılmıştır. Lopes vd. [47] tarafından yapılan çalışmada karbon fiber takviyeli kompozitin laminaları arasındaki hasarı karakterize etmek ve düşük hızlı darbe testinde delaminasyon yüzey alanını tahmin etmek için KBM uygulanmıştır.

KBM farklı problem türleri için kullanılmasına rağmen uygulanmasında çeşitli zorluklar vardır. Bunlardan birincisi delaminasyonlar sırasında koordinatlarda rotasyonların meydana gelmesidir. Bu konuda Qiu vd. [48] büyük yer değiştirmeler ve rotasyonlar gibi lineer olmayan durumlarda KBM kullanarak formülasyon geliştirmiştir. KBM kullanılarak geliştirilen bu formülasyon küçük gerilme yaklaşımına dayanır. Ancak delaminasyon sırasında elemanların koordinatlarında rotasyonların meydana gelmesi büyük bir zorluk teşkil eder. Bu nedenle elde edilen formülasyonda eleman sertliği matrisi dönüşüm matrisinin değişiminin ihmal edilemediği başlangıç gerilme sertliği matrisini içerir. Bunu yapmak için arayüz elemanı düğümlerine yerel koordinat çerçevesi yerleştirmişlerdir. Bu sayede bir eleman komşuluğundaki diğer eleman ile döndükçe koordinat çerçevesi de döner. Sonuç olarak yapılan çalışmada ortak rotasyon formülasyonu burkulma simülasyonlarına başarıyla uygulanmıştır. KBM’de yaşanan bir diğer zorluk iki bitişik katmanın arayüze nüfuz etmesidir. Bu durumu önlemek için Turon vd. [49] çatlak kapatma etkilerini hesaba katmıştır. Yapılan çalışmada delaminasyonun başlatılmasını ve yayılmasını modellemek için yeni bir yapısal denklem geliştirilmiştir. Formülasyonda yükleme koşullarındaki değişiklikleri tutarlı bir şekilde hesaba katabilmek için bir delaminasyon başlatma kriteri belirlenir.

Geliştirilen model, bir sonlu eleman formülasyonunda uygulanarak elde edilen sayısal veriler hem kompozit test numunelerinde hem de yapısal bileşenlerde elde edilen deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar geliştirilen hasar modelinin, delaminasyon başlangıcını ve delaminasyon yayılmasının benzetiminin doğru bir şekilde yapıldığını gösterir. KBM’de karşılaşılan zorluklarından bir diğeri ise yakınsama problemdir. Bu konuda Turon vd. [50] yaptıkları çalışmada yakınsama probleminin kohezif bölgedeki ağ yoğunluğuna bağlı olup, ağ yoğunluğunun büyüklüğü hakkında kesin bir öneri veya gereklilik olmadığı için yapılan çalışmada kohezif bölgenin boyutlarına bağlı olarak doğru bir ağ yoğunluğu belirlenebileceği belirtilmiştir. Yapılan öneriye göre, kohezif bölgede ikiden fazla eleman olmadığı sürece çekiş profiline erişilemeyeceği anlaşılmıştır. Bu konuda Harper ve Hallet [51] yaptıkları çalışmada ağ büyüklüğünün ve kümülatif arayüzey kuvvetinin etkisini incelemişlerdir. Elde edilen sonuçlara göre arayüzey kuvveti yakınsama performansı lehine yapay olarak azaltılabilir. Böylelikle yapılan çalışmalar neticesinde uygulanan sınırlama ile arayüzey kuvvetindeki azalma miktarının bir sınırı olduğu belirlenmiştir. Ayrıca aşırı derecede düşük arayüzey kuvvetlerinin yapının aşırı yumuşamasına neden olan küresel tepkiyi etkileyeceğini göstermiştir. Bu nedenle, arayüz dayanımının düşürülmesinin dikkatli bir şekilde yapılması gerektiği vurgulanmıştır. Bunun yanı sıra, yapılan çalışmada ilk kez kohezif arayüz uzunluğu ayrıntılı olarak araştırılmış ve bir dizi malzeme ve geometrik parametreler analitik çözümle karşılaştırılmıştır. KBM’de sadece arayüz elemanı varken çatlağın her yöne yayılması mümkün olsa da çatlak yayılımı arayüz elemanlarının bulunduğu pozisyonla sınırlıdır. Bu problemi fark edebilmek için Tijssens vd. [52] SEM giriş modelini farklı ağ yoğunluklarıyla modellemişlerdir. Bu modellemelere göre arayüz elemanları süreklilik unsurları içerisinde yer aldığı için çatlağın yayılma boyunca herhangi bir yönü takip edebileceği ancak elde edilen sonuçların ağ yoğunluğuna oldukça duyarlı olduğu anlaşılmıştır. Yapılan çalışmalar tipik KBM’nin olası çatlak yayılım yönleri hakkında yeterli bilgiye sahip olunmadan büyük ölçekli problemlere uygulanamadığı görülmüştür. Bu nedenle bu çalışma üç boyutlu çatlak yayılım analizlerinden yüzeyde meydana gelebilecek bir eksikliğin ortaya çıkması nedeniyle oldukça önemlidir. KBM uygulamalarında dikkat edilmesi gereken bir başka özellik ise bu metodun sonlu elemanlar yazılım kodları içerisinde

uygulanma sürecidir. KBM, sonlu eleman kodlarının içerisinde açık ve kapalı yöntemlerle uygulanabilmesine rağmen açık yöntemlerle uygulama kapalı yöntemlere göre daha avantajlıdır. En önemli avantajlardan biri yakınsama oranının zamana bağlı sayısal integrasyonlarla gerçekleşmesidir. Ancak açık yöntem uygulanarak yapılan sonlu elemanlar benzetimi sonuçları ile deneysel ve analitik çözüm arasında salınımlar meydana gelir bu nedenle açık yöntemler kullanılarak yapılan çözümlerinde yakınsar sonuçlar elde etmek için çok küçük zaman adımı kullanılmalıdır [17],[54].

Son yıllarda yapılan çalışmalarda ise kompozit tabakalardaki hasarı modellemek için PD teori kullanılabilirliği anlaşılmıştır. PD teoride bir malzeme noktası belirli bir küresel komşuluk yarıçapı içerisindeki diğer malzeme noktaları ile etkileşim içerisinde olup hasar bünye denklemlerinin bir parçasıdır. PD teoride hasar davranışı incelenirken bağlar arası birim uzama değerleri dikkate alınır. Birim uzama değeri kritik değere ulaştığı zaman malzeme noktaları arasındaki etkileşimler yok olur ve hasar meydana gelir. PD hasar modellemesi ile ilgili Silling ve Askari [55] tarafından yapılan çalışmada bağ bazlı PD formülasyonlar kullanılarak mikro elastik kırılabilir malzemeler için analitik olarak hasar modeli geliştirilmiştir. Buna göre bağ kuvveti, bağ kuvvetinin keskin bir şekilde sıfıra düştüğü kritik bir gerilme değerine kadar bağ gerilmesinin doğrusal bir fonksiyonu olup kritik gerilme değerine ulaşıldığında bağ kuvveti sıfıra düşer. Geliştirilen formülasyonlar kullanılarak gevrek malzemelerde çatlak ilerlemesi modellenmiştir. Macek ve Silling bir sonlu elemanlar yazılımı ile çubuk veya yay elemanlar kullanılarak PD problemin çözülebileceğini göstermiştir [56].

PD teori kullanılarak farklı problem türleri üzerindeki çatlak oluşumu ve dallanması incelenmiştir. Öterkuş vd. [57] civata bağlantılı kompozit levhalarda yataklama ve kayma hasarlarını PD teori kullanarak modellemiştir. Ha ve Bobaru [58] gevrek malzemelerdeki dinamik çatlak dallanmasını peridinamik olarak modellemiştir. Yapılan modellemenin en doğru biçimde olabilmesi için yakınsama çalışmaları yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar deneysel verilerle karşılaştırılarak PD teorisinin dinamik çatlak ilerlemesi için uygun bir modelleme yöntemi olduğu belirtilmiştir. Ghajari vd. [59] bağ bazlı PD teori kullanarak anizotropik malzemelerin dinamik kırılma analizi için yeni bir malzeme modeli önermişlerdir. Bağ bazlı PD teori

kullanılarak geliştirilen bu malzeme modeli, anlık çatlak ilerlemesi ve çatlak dallanması gibi karmaşık kırılma olaylarının tahmin edilmesini sağlar.

Lin vd. [60] PD teori ile parçacık yaklaşımı yapan ÇAK numunesinin tabakalarının ayrılmasını modellemiştir. Yapılan çalışmada kullanılan yaklaşımın malzemelerin kırılma davranışının doğru bir şekilde elde edileceği belirtilmiştir. Hu vd. [61] tarafından yapılan çalışmada kritik birim uzama değerinin tespit edilebilmesi için kompozit tabakaların deformasyon derecesi ve deformasyon modu ilişkilendirilerek yeni bir metot ortaya atılmıştır. Bu metoda göre kırılma davranışını simüle etmek için geliştirilen modelde her bağın kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı yerel deformasyon durumunun bir fonksiyonu olup arayüzün kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı olarak belirlenir. Tabakalar arasındaki kırılma davranışı kritik değeri aştığı zaman bozulma meydana gelir. Bahsi geçen bu yaklaşım Mod I ve Mod II yükleme durumları için kompozit numunelere uygulanmış olup elde edilen PD sonuçların deneysel sonuçlar ile oldukça uyumlu olduğunu belirtilmiştir. Rädell vd. [62] PD teoriye dayalı simülasyonların, fiber takviyeli plastikler içindeki matris hasarı ile ilgili süreçleri anlamak için umut verici bir yaklaşım olduğunu belirtmiştir. Çekme yükü altında kompozit numunenin kırılma davranışı incelenirken farklı parametrelerin sonuçlara etkisini araştırmak için yakınsama çalışmaları yapılmıştır. Böylelikle hasar davranışının modellenmesi konusunda PD teorisinin ne kadar güçlü bir yaklaşım olduğu belirtilmiştir. Kompozit malzemelerdeki Mod I delaminasyonunun modellenmesi için Yolum vd. [63] SEA'da uygulanan PD hasar modeli için enerji korunacak şekilde hasar davranışının yumuşatıldığı bir yöntem önermiştir. Önerilen bu yöntemle elde edilen PD sonuçların KBM ve literatürde yer alan sonuçlarla uyumlu olduğu belirtilmiştir. Jiang vd. [64] enerji bazlı hasar kriterlerini kullanarak kompozit ÇAK testinde delaminasyon büyümesini incelemişlerdir. Yapılan çalışmada düzenlenmiş enerji bazlı hasar kriteri kritik bağ kırılması için gerekli yapılan iş ile şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı arasında ilişki kurularak türetilmiştir. Mevcut modellenmenin doğruluğunun incelenmesi amacıyla yakınsama analizleri yapılmış olup elde edilen sonuçlar deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Geliştirilen yöntem ile elde edilen sonuçların test sonuçları ile uyumlu olduğu belirtilmiştir. Mod I yüklemesinin yanı sıra karışık mod yüklemelerinin de PD olarak modellendiği bir çalışma Tong vd. [65] tarafından

yapılmıştır. Geliştirilen bağ bazlı PD modelde Mod I ve Mod II yüklemesi beton malzemeler için uygulanmıştır. Geliştirilen hasar modelinde bağ kuvveti, kritik gerilme değerine kadar bağ gerilmesi ile doğrusal olarak artar. Daha sonra bağların artık mukavemeti dikkate alınarak üstel yumuşama davranışı uygulanır. Yapılan çalışmada PD yöntemle elde edilen sonuçlar deneysel sonuçlarla karşılaştırılmış ve elde edilen sonuçların birbiri ile tutarlı olduğu görülmüştür. Böylece geliştirilen modelin hasar sürecinin tahminini önemli ölçüde geliştirdiği görülmüştür.

Tez kapsamında yapılan çalışmada KBM ile yapılan çözümlerde kullanılan bilineer model ve PD hasar davranışı arasında bir ilişki kurularak PD malzemenin hasar davranışı için yeni bir formülasyon geliştirilmiştir. Geliştirilen bu formülasyon farklı yükleme koşullarına maruz kalan kompozit numunelerde uygulanmıştır.



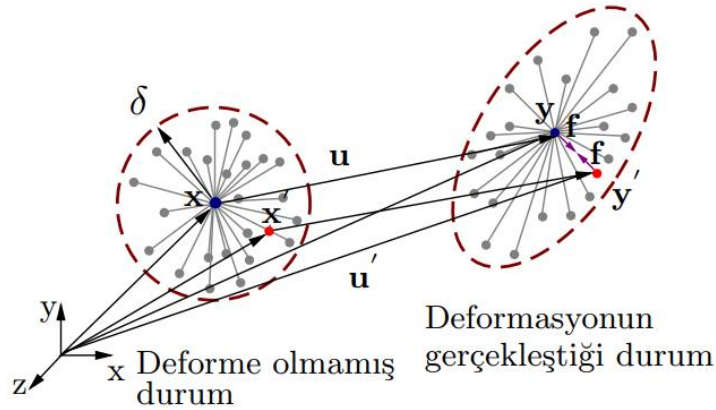
3. TEORİK ALT YAPI

Bu bölümde problem çözümü kapsamında kullanılan yöntemlerden bahsedilmiştir.

3.1 Peridinamik Teori

Peridinamik Teorinin (PD) orijinal formülasyonu ilk defa 2000 yılında Silling [29] tarafından tanıtılmıştır. PD, KSOM'nin yeniden düzenlenmesi ile oluşturulmuştur. PD teori formülasyonları integral denklemlerine dayanır ve PD denklemler kırılma yüzeyinde tanımlanmış olup hasar bünye denklemlerinin bir parçası olduğundan dolayı bu formülasyonlara ek olarak kırılmanın başlangıcına ve ilerlemesine yönelik ek kriter tanımlanmasına ihtiyaç yoktur [66], hasar bünye denklemlerinin bir parçasıdır.

PD teoride, herhangi bir malzeme noktası \mathbf{x} , küresel etkileşim bölgesi olarak adlandırılan H , δ mesafesi içindeki diğer malzeme noktaları ile etkileşim içerisinde olur ve Şekil 3.1'de gösterildiği gibi δ mesafesi içindeki malzeme noktalarını kapsar. Bu malzeme noktaları arasındaki etkileşim ise kuvvet yoğunluk vektörü, \mathbf{f} fonksiyonu ile ifade edilir.



Şekil 3.1 : \mathbf{x} ve \mathbf{x}' malzeme noktaları arasında oluşan PD bağı deformatsiyonu.

Geliştirilen ilk formülasyon literatürde yer alan çalışmaların birçoğunda bağı bazlı PD teorisi olarak bilinir. Yapılan sonraki çalışmalarda bu orijinal formülasyon Silling vd.

tarafından geliştirilerek hal bazlı PD teori ortaya konulmuştur [29]. Bu tez kapsamında yapılan çalışmalarda bağ bazlı PD teori kullanılmıştır.

Bağ bazlı PD teori uygulamalarında deforme olmuş durum için kuvvet yoğunluk vektörleri açışal momentum dengesini korumak için Şekil 3.1’de gösterildiği gibi göreceli pozisyon vektörüne paralel olmasının yanı sıra eşit büyüklükte de olabilir. KSOM hareket denklemleri mekansal türevler içerir ancak mekansal türevler süreksiz ortamlarda hesaplanamaz. Denklem (3.1)’de verilen PD teori hareket denkleminde, KSOM denklemindeki mekansal türevler yerine hacimsel integrallerle ifade edilir.

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) = \int_H \mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x})dH + \mathbf{b}(\mathbf{x},t) \quad (3.1)$$

Burada ρ , malzeme yoğunluğunu, \mathbf{u} , \mathbf{x} malzeme noktasının t anındaki yer değiştirme vektörünü, $\mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x})$, \mathbf{x} malzeme noktasının \mathbf{x}' malzeme noktasına uyguladığı çift kuvvet fonksiyonunu, \mathbf{b} ise iç kuvvet vektörünü ifade eder. PD hareket denkleminde yer alan kuvvet yoğunluk vektörü \mathbf{f} , referans pozisyon vektörüne $\xi = \mathbf{x}' - \mathbf{x}$ ve göreceli yer değiştirme vektörüne ($\boldsymbol{\eta} = \mathbf{u}(\mathbf{x}',t) - \mathbf{u}(\mathbf{x},t)$) bağlıdır. Referans pozisyon vektörü ve göreceli yer değiştirme vektörü dikkate alındığında göreceli pozisyon vektörü Denklem (3.2) kullanılarak elde edilir.

$$\boldsymbol{\eta} + \xi = \mathbf{y}' - \mathbf{y} \quad (3.2)$$

Şekil 3.1’de gösterilen PD bağ üzerindeki karşılıklı kuvvet yoğunluk vektörü \mathbf{f} , termal yüklemenin dahil edilmediği koşullarda referans pozisyon vektörü ξ , göreceli yer değiştirme vektörü $\boldsymbol{\eta}$, c bağ sabiti ve s birim uzamaya bağlı bir fonksiyon olup Denklem (3.3) ile hesaplanır.

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \xi) = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} w(\boldsymbol{\eta}, \xi) = \frac{\xi + \boldsymbol{\eta}}{|\xi + \boldsymbol{\eta}|} cs \quad (3.3)$$

PD bağlardaki birim uzama bağlar arasındaki etkileşim kuvveti fonksiyonu f 'e benzer şekilde referans pozisyon vektörü ve göreceli yer değiştirme vektörüne bağlı bir fonksiyon olup Denklem (3.4)'te verilen şekilde tanımlanır.

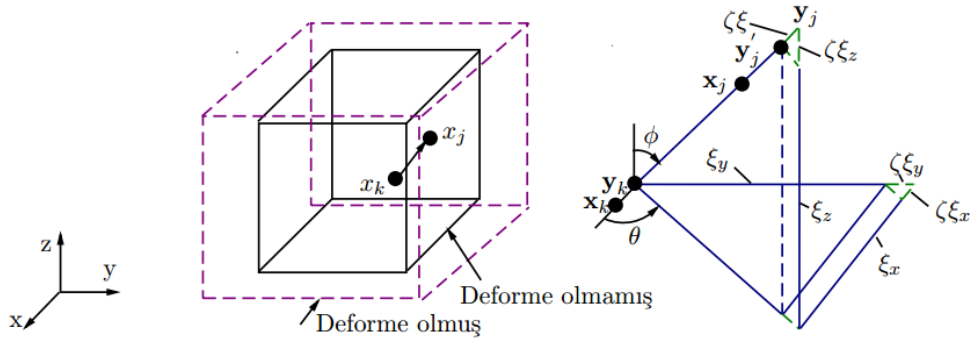
$$s = \frac{|y' - y| - |x' - x|}{|x' - x|} = \frac{|\xi + \eta| - |\xi|}{|\xi|} \quad (3.4)$$

3.1.1 İzotropik malzemeler için bağ bazlı peridinamik teori

Peridinamik teori izotropik ve kompozit malzemelerde uygulanabilir olup tez kapsamında yapılan çalışmalarda üç boyutlu modelleme yapılmıştır. Bu nedenle sadece üç boyutlu yapılar için kullanılan formülasyonlar verilmiştir.

3.1.1.1 İzotropik malzemeler için bağ bazlı peridinamik teori ile üç boyutlu bağ sabitinin bulunması

Üç boyutlu blokta Denklem (3.3)'te verilen kuvvet yoğunluk vektörünün hesaplanması için gerekli olan parametrelerden c bağ sabitinin hesaplanması için Şekil 3.2'de verilen üç boyutlu blok üzerine $s = \zeta$ olacak şekilde homojen yükleme uygulanmıştır.



Şekil 3.2 : Çekme kuvvetine maruz kalan üç boyutlu yapı.

Bu durumda her bir PD bağ için mikropotansiyel w ifadesi PD teoride Denklem (3.5) kullanılarak hesaplanır.

$$w = \frac{1}{2} cs^2 |\xi| = \frac{1}{2} c \zeta^2 \xi \quad (3.5)$$

Denklem (3.5), Denklem (3.3)'te yerine yazıldığında şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu, W mikro potansiyellerin toplamı olarak ifade edilir ve Denklem (3.6) kullanılarak hesaplanır.

$$W^{PD} = \frac{1}{2} \int w(\eta, \xi) dH \quad (3.6)$$

Üç boyutlu yapılarda şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu Denklem (3.7)'de verilen eşitlik kullanılarak elde edilir [29].

$$W^{PD} = \frac{1}{2} \int_0^{\delta} \left(\frac{1}{2} c \zeta^2 \xi \right) 4\pi \zeta^2 d\xi = \frac{\pi c \zeta^2 \delta^4}{4} \quad (3.7)$$

KSOM'de ise şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu hesaplanırken Denklem (3.8) kullanılır.

$$W^{CCM} = \frac{3E}{2(1-2\nu)} \zeta^2 \quad (3.8)$$

Üç boyutlu yapılar için PD bağ sabitini elde etmek için KSOM için Denklem (3.8)'de verilen şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu ve PD için Denklem (3.7)'de verilen şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu denklemleri birbirine eşitlenir. Denklem (3.7) ve Denklem (3.8) birbirine eşitlendiği zaman üç boyutlu yapılar için PD bağ sabiti Denklem (3.9) ile ifade edilir.

$$c = \frac{18K}{\pi \delta^4} \quad (3.9)$$

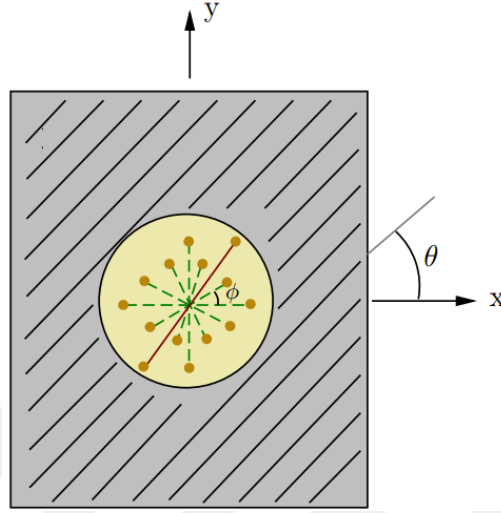
burada K Bulk sabitini ifade eder ve üç boyutlu yapılarda Denklem (3.10) kullanılarak hesaplanır.

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (3.10)$$

Bağ bazlı PD teoride poisson oranı düzlem gerilme durumunda $1/3$, düzlem gerinim durumunda ise $1/4$ alınır [29].

3.1.2 Kompozit malzemeler için bağ bazlı peridinamik teori

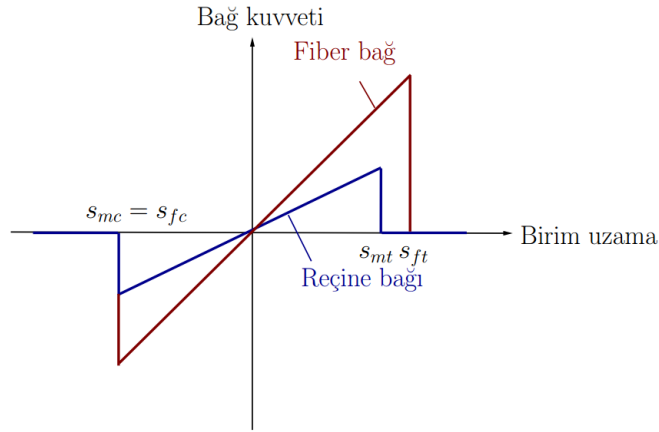
Fiber yapılarla güçlendirilmiş kompozit tabakanın peridinamik analizlerinde yöne bağımlılık söz konusudur. Kompozit malzemelerde fiber ve reçine için her laminanın iki farklı bağ sabiti parametresi gerekir. Bu bağ sabitleri Şekil 3.3 ile gösterilen θ fiber açısına sahip kompozit tabakanın peridinamik modellemesinde kullanılır.



Şekil 3.3 : θ fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın PD bağlarının gösterimi.

Şekil 3.3'te gösterilen ϕ açısı, x eksenini referans alarak küresel etkileşim bölgesi içerisinde kalan herhangi iki malzeme noktası arasındaki bağ açısını ifade eder. Kompozit malzemelerde fiber yerleşimi yönündeki c_f ve diğer yönlerdeki reçine yerleşimini dikkate alan c_m bağ sabitlerinin malzeme noktaları arasındaki etkileşimler hesaplanırken elde edilmesi gerekir. Analitik olarak PD bağ sabitleri izotropik malzemelerde olduğu gibi PD teori için şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunun klasik sürekli ortamlar teorisi için olan şekil değiştirme enerjisi yoğunluğuna eşitlenerek elde edilir.

Reçine ve fiber bağlar ile oluşturulmuş kompozit bir tabakada düzlemsel olarak iki malzeme noktası arasındaki etkileşim için bağlardaki birim uzama ile bağ kuvvetleri arasındaki ilişki Şekil 3.4'te görüldüğü gibi tanımlanır.



Şekil 3.4 : Fiber ve reçine bağları için bağ kuvveti-birim uzama ilişkisi.

Şekil 3.4'te gösterilen basma ve çekme yükleme koşulları için olan s_{fc} , s_{mc} , s_{ft} , s_{mt} hasar parametreleri deneysel ölçümlere dayanılarak hesaplanır.

Isıl etkilerin olmadığı kompozit bir tabakanın şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu Denklem (3.11) ile ifade edilir.

$$W^{CCM} = 1/2 \sigma^T \varepsilon \quad (3.11)$$

Denklem (3.11)'de σ gerilme tensörünü, ε gerinim tensörünü belirtir. σ , Denklem (3.12) ile ifade edilir.

$$\sigma = \bar{Q} \varepsilon \quad (3.12)$$

Denklem (3.12)'de \bar{Q} indirgenmiş global dirençlik matrisini ifade eder. \bar{Q} matrisinin elemanları Denklem (3.13)'te verilmiştir.

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

\bar{Q} , fiber yöndeki boylamasına elastik modül E_{11} , enine elastik modül E_{22} , düzlemsel kayma modülü G_{12} ve düzlemsel Poisson oranı ν_{12} olmak üzere dört farklı malzeme sabitine bağlı bir fonksiyon olup \bar{Q} matrisinin elemanları Denklem (3.14) - Denklem (3.19) arasında verilmiştir [1].

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4(\theta) + Q_{22} \sin^4(\theta) + 2(Q_{12} + Q_{66}) \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \quad (3.14)$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + Q_{12} (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)) \quad (3.15)$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin(\theta) \cos^3(\theta) - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3(\theta) \cos(\theta) \quad (3.16)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4(\theta) + Q_{22} \cos^4(\theta) + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \quad (3.17)$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3(\theta) \cos(\theta) - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin(\theta) \cos^3(\theta) \quad (3.18)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + Q_{66} (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)) \quad (3.19)$$

\bar{Q} indirgenmiş global direngenlik matrisinin elemanlarının değerlerinin hesaplanabilmesi için, gereken dört farklı malzeme sabitine bağlı olarak, Q ile gösterilen indirgenmiş yerel direngenlik matrisinin elemanları Denklem (3.20)'de verilen eşitlikler kullanılarak elde edilir.

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{66} = G_{12} \quad (3.20)$$

Peridinamik kompozit malzeme modellemesinde bağ sabitleri c_f ve c_m , Denklem (3.21)'de ifade edildiği gibi yöne bağlıdır.

$$c = \begin{cases} c_f + c_m, & \phi = \theta \\ c_m, & \phi \neq \theta \end{cases} \quad (3.21)$$

Denklem (3.21)'de ϕ açısı Şekil 3.3'te gösterilen bağ açısına karşılık gelir. Denklem (3.5)'te verilen mikro potansiyel ifadesi, yöne bağımlılıktan dolayı Denklem (3.22)'de verilen şekilde yeniden düzenlenir.

$$w = \frac{1}{2} c(\phi) s^{-2}(\phi) \xi(\phi) \quad (3.22)$$

Denklem (3.6) ile ifade edilen şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu kompozit malzemeler için yeniden düzenlenerek Denklem (3.23) ile ifade edilir.

$$W_{(k)}^{PD} = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \frac{c_f s_{qi}^2 \xi_{qi}}{2} V_q + \frac{1}{2} \int_H \frac{c_m s^2 \xi}{2} dH \quad (3.23)$$

Denklem (3.23)'te Q küresel komşuluk yarıçapı içerisinde kalan malzeme noktasının fiber bağ sayısını gösterir. V_q ise i malzeme noktası ile etkileşim içerisinde olan q malzeme noktasının hacmini ifade eder ve Denklem (3.24) ile hesaplanır.

$$V_q = \frac{\pi t \delta^2}{N} \quad (3.24)$$

Denklem (3.24)'te N , i malzeme noktasının küresel komşuluk yarıçapı içerisinde kalan malzeme noktası sayısını, δ küresel komşuluk yarıçapını, t kompozit tabakanın kalınlığını ifade eder.

KSOM'de Denklem (3.11)'de verilen şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu ifadesi Q matrisinin elemanları cinsinden yazılıp, Denklem (3.24)'te verilen PD teori şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu ifadesine eşitlendiğinde indirgenmiş global direngenlik matrisi \bar{Q} 'in elemanları Denklem (3.25) - Denklem (3.30) arasında verilmiştir.

$$\bar{Q}_{11} = (\beta \cos^4(\theta))c_f + \frac{\pi t \delta^3}{8} c_m \quad (3.25)$$

$$\bar{Q}_{12} = (\beta \sin^2(\theta) \cos^2(\theta))c_f + \frac{\pi t \delta^3}{24} c_m \quad (3.26)$$

$$\bar{Q}_{16} = (\beta \sin(\theta) \cos^3(\theta))c_f \quad (3.27)$$

$$\bar{Q}_{22} = (\beta \sin^4(\theta))c_f + \frac{\pi t \delta^3}{8} c_m \quad (3.28)$$

$$\bar{Q}_{26} = (\beta \sin^3(\theta) \cos(\theta))c_f \quad (3.29)$$

$$\bar{Q}_{66} = (\beta \sin^2(\theta) \cos^2(\theta))c_f + \frac{\pi t \delta^3}{24} c_m \quad (3.30)$$

Denklem (3.25)-Denklem (3.30) arasında verilen denklemlerdeki β ifadesi Denklem (3.31) ile tanımlanır [67].

$$\beta = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \xi_{qi} V_q \quad (3.31)$$

Denklem (3.27) ve Denklem (3.29)'da βc_f ifadesi yalnız bırakıldığında Denklem (3.32) elde edilir.

$$\beta c_f = \frac{\bar{Q}_{16}}{\sin(\theta) \cos^3(\theta)} = \frac{\bar{Q}_{26}}{\sin^3(\theta) \cos(\theta)} \quad (3.32)$$

Denklem (3.26) ve Denklem (3.30)'da verilen ifadelerle göre $\bar{Q}_{12} = \bar{Q}_{66}$ 'dır. Bu ifade Denklem (3.16) ve Denklem (3.18) içerisinde yerine yazılırsa Denklem (3.33) elde edilir.

$$(Q_{11} - 3Q_{12}) - (Q_{22} - 3Q_{12}) \frac{\sin^2(\theta)}{\cos^2(\theta)} = (Q_{11} - 3Q_{12}) - (Q_{11} - 3Q_{12}) \frac{\cos^2(\theta)}{\sin^2(\theta)} \quad (3.33)$$

Denklem (3.33) incelendiğinde ve yeniden düzenlendiğinde $Q_{22} = 3Q_{12}$ ifadesi elde edilir. İndirgenmiş yerel direngenlik sabitleri için elde edilen eşitlikler Denklem (3.14) ve Denklem (3.17)'de yerine yazılır. Devamında ise Denklem (3.14) ve Denklem (3.17)'nin farkı ile Denklem (3.25) ve Denklem (3.28)'in farkı birbirine eşitlenirse fiber bağlar için olan bağ sabiti elde edilir.

$$c_f = \frac{Q_{11} - Q_{22}}{\beta} \quad (3.34)$$

İndirgenmiş yerel direngenlik sabitleri için elde edilen eşitlikler kullanılarak Denklem (3.14)'te yerine yazılmasıyla elde edilen ifadeden, Denklem (3.34)'ün Denklem (3.25)'te yerine yazılmasıyla elde edilen ifade çıkarılırsa, reçine bağlar için olan bağ sabiti c_m Denklem (3.35) kullanılarak hesaplanır.

$$c_m = \frac{24Q_{12}}{\pi t \delta^3} = \frac{8Q_{22}}{\pi t \delta^3} \quad (3.35)$$

3.1.3 Yüzey düzeltme faktörlerinin hesaplanması

PD teoride malzeme noktaları oluşturulurken serbest yüzeylerde yer alan malzeme noktalarının küresel komşuluğu, yapının iç kısımlarında yer alan malzeme noktalarına göre eksik kalır ve serbest yüzeylerde yer alan malzeme noktalarının direngenliği daha düşük olur. Serbest yüzeylerin varlığı probleme bağlı olduğundan bu sorunu analitik olarak çözmek pratik bir yaklaşım değildir. Malzeme parametrelerinin düzeltilmesi için dilatasyon ve gerinim enerjisi yoğunluğunun her bir malzeme noktasına sayısal olarak entegre edilerek yüzey düzeltme faktörlerinin hesaplanması gerekir.

Yüzey düzeltme faktörleri PD formülasyona göre yapıya çekme kuvveti, kesme kuvveti veya eğilme momenti uygulanarak küresel komşuluğu bulunan iki malzeme noktasının şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu hesaplanarak elde edilir. İlk olarak, tek yönlü gerilme yüklemesi yapıya x yönünde uygulanır ve ortaya çıkan yer değiştirme alanı \mathbf{x} malzeme noktasında şu şekilde ifade edilir:

$$\mathbf{u}^T(\mathbf{x}) = \left\{ \frac{\partial u_x^*}{\partial x} x \quad -v \frac{\partial u_x^*}{\partial x} y \quad -v \frac{\partial u_x^*}{\partial x} z \right\}^T \quad (3.36)$$

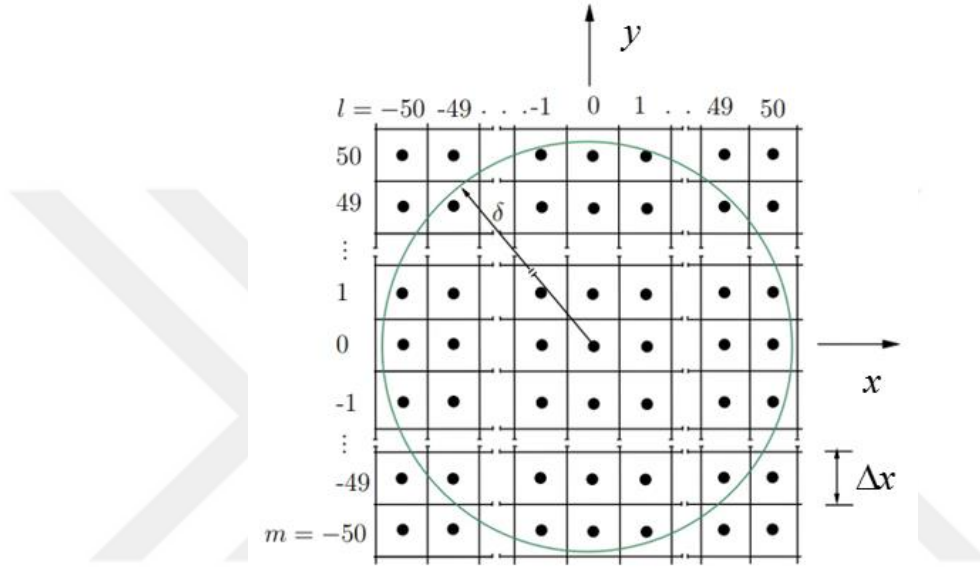
buradaki $\frac{\partial u_x^*}{\partial x}$, uygulanan sabit yer değiştirme gradyanı olup y ve z yönlerindeki kısılmalar sadece Poisson etkisinden kaynaklanır. Uygulanan yer değiştirme gradyanına bağlı olarak gerinim enerjisi yoğunluğu $W_x(\mathbf{x})$ Denklem (3.37) yardımıyla hesaplanır:

$$W_x(\mathbf{x}) = \int_H w(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}) dH \quad (3.37)$$

burada H , \mathbf{x} 'deki malzeme noktalarının küresel etkileşim bölgesini, w ise \mathbf{x} ve \mathbf{x}' malzeme noktaları arasındaki PD bağı gerinim enerjisi yoğunluğunu ifade eder. \mathbf{x} malzeme noktasının gerinim enerjisi yoğunluğu $W_y(\mathbf{x})$ ve $W_z(\mathbf{x})$ sırasıyla y ve z yönlerindeki oluşan tek eksenli gerilim dikkate alınarak hesaplanabilir. Bu değerlerle gerinim enerji yoğunluğu vektörü $W(\mathbf{x})$ Denklem (3.38)'de ifade edildiği şekilde oluşturulur.

$$W^T(\mathbf{x}) = \{W_x \ W_y \ W_z\} \quad (3.38)$$

Küresel etkileşim bölgesi tamamen tek bir malzemeye gömülmüş bir malzeme noktası için, gerinim enerji yoğunluğu yöne bağlı değildir. Bu nedenle tek eksenli gerinim kuvvetini tek bir yönde uygulamak yeterlidir. Böyle bir malzeme noktasının gerinim enerjisi yoğunluğu, küresel etkileşim bölgesi Şekil 3.5'te gösterildiği gibi kübik alt alanlarla ayrıştırılarak hesaplanabilir.



Şekil 3.5 : Dış yüzeyden çok uzakta bulunan \mathbf{x} noktasındaki malzeme noktasının küresel komşuluk yarıçapının ayrıştırılması.

Şekil 3.5'te gösterildiği gibi malzeme noktası alanın içinde bulunur. Örneğin, δ küresel komşuluk yarıçapı içerisindeki \mathbf{x} malzeme noktasının koordinatları $\mathbf{x}^T = \{0,0,0\}$ şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda her alt alanın kenar uzunluğu $\Delta_\infty = \infty/50$ şeklinde belirtilir ve yer değiştirme alanının her alt alan içinde sabit olduğu varsayılır. Bu nedenle, \mathbf{x}' daki malzeme noktasının yer değiştirme vektörü \mathbf{u}' Denklem (3.39)'da verildiği gibi yazılabilir:

$$\mathbf{u}' = \left\{ \frac{\partial u_x^*}{\partial x} x' \quad -v \frac{\partial u_x^*}{\partial x} y' \quad -v \frac{\partial u_x^*}{\partial x} z' \right\}^T \quad (3.39)$$

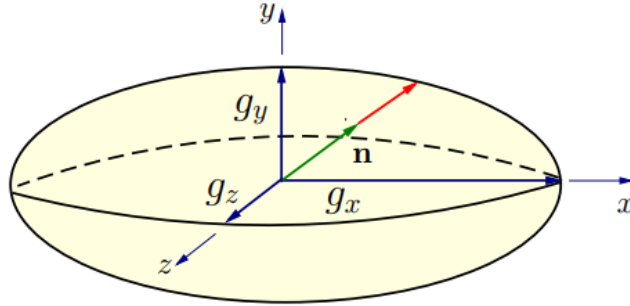
Böylece, bu alandaki \mathbf{x} noktasındaki malzeme noktasının gerinim enerjisi yoğunluğu Denklem (3.40) kullanılarak hesaplanabilir:

$$W_{\infty} = \sum_{l=-50}^{50} \sum_{m=-50}^{50} \sum_{n=-50}^{50} w(\mathbf{u}', \mathbf{x}', \mathbf{t}) \Delta_{\infty}^3 \quad (3.40)$$

burada \mathbf{x}' malzeme noktasının konumu $\mathbf{x}' = \{x', y', z'\}^T = \{l\Delta_{\infty}, m\Delta_{\infty}, n\Delta_{\infty}\}^T$ şeklindedir. Eğer \mathbf{x} ve \mathbf{x}' malzeme noktaları arasındaki mesafe küresel etkileşim bölgesinden büyükse yani $\sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2} > \delta$ ise bu etkileşimden, \mathbf{x} 'deki malzeme noktasının toplam gerilim enerjisi yoğunluğuna bir katkısı yoktur. Bu durumda yüzey düzeltme faktörleri, yüzeye uzak bir malzeme noktasının sahip olduğu şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunun yüzeye yakın küresel komşuluğunun tamamlanmamış malzeme noktasının sahip olduğu şekil değiştirme enerjisi yoğunluğuna oranı ile Denklem (3.41)'de verilen eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \{g_x, g_y, g_z\}^T = \{W_{\infty}/W_x, W_{\infty}/W_y, W_{\infty}/W_z\}^T \quad (3.41)$$

Denklem (3.41)'de verilen formülasyonda hesaplanan yüzey düzeltme faktörleri yalnızca aksenal yönde olanları belirtir. Ancak, yüzey düzeltme faktörünü, birim vektörün (\mathbf{n}) yönünde, yaklaşık olarak belirlemek için Şekil 3.6'da gösterilen elipsoidin asal değerleri kullanılabilir.



Şekil 3.6 : Yüzey düzeltme faktörleri için oluşturulan elipsoid.

Şekil 3.7.a.'da gösterilen genel yükleme koşulları altında $\mathbf{x}_{(i)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktaları arasında bulunan PD bağ için bir yüzey düzeltme faktörü göreceli pozisyon vektörü yönünde etki eder. Göreceli pozisyon vektörü bu iki malzeme noktası arasındaki deforme olmayan konfigürasyonda $\mathbf{n} = \xi/|\xi| = \{n_x, n_y, n_z\}^T$ şeklinde elde

edilebilir. Bu durumda $\mathbf{x}_{(i)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktalarındaki düzeltme faktörlerinin bir vektörü şu şekilde oluşturulur:

$$\mathbf{g}_{(i)}(\mathbf{x}_{(i)}) = \{g_{x(i)}, g_{y(i)}, g_{z(i)}\}^T = \{W_\infty/W_{x(i)}, W_\infty/W_{y(i)}, W_\infty/W_{z(i)}\}^T \quad (3.42)$$

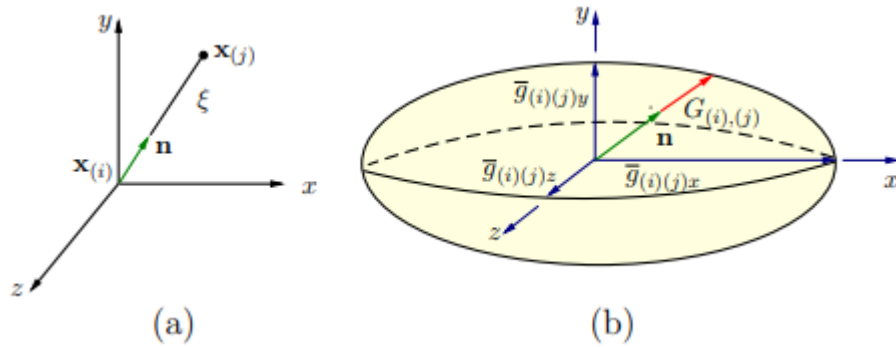
$$\mathbf{g}_{(j)}(\mathbf{x}_{(j)}) = \{g_{x(j)}, g_{y(j)}, g_{z(j)}\}^T = \{W_\infty/W_{x(j)}, W_\infty/W_{y(j)}, W_\infty/W_{z(j)}\}^T \quad (3.43)$$

Denklem (3.42) ve Denklem (3.43)'te verilen eşitlikler kullanılarak herhangi iki malzeme noktası arasında bulunan temsili PD bağın yüzey düzeltme faktörleri Denklem (3.44)'te ifade edildiği gibi $\mathbf{x}_{(i)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktalarının ortalaması alınarak belirlenir.

$$\bar{\mathbf{g}}_{(i)(j)} = \left\{ \bar{g}_{(i)(j)x}, \bar{g}_{(i)(j)y}, \bar{g}_{(i)(j)z} \right\}^T = (\mathbf{g}_{(i)} + \mathbf{g}_{(j)})/2 \quad (3.44)$$

Şekil 3.7'de gösterilen göreceli pozisyon vektörü dikkate alınarak $\mathbf{x}_{(i)}$, $\mathbf{x}_{(j)}$ ve \mathbf{n} ile yüzey düzeltme faktörleri Denklem (3.45)'te verilen şekilde yazılabilir.

$$G_{(\beta)(i)(j)} = \left(\left[n_x / \bar{g}_{(\beta)(i)(j)x} \right]^2 + \left[n_y / \bar{g}_{(\beta)(i)(j)y} \right]^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.45)$$



Şekil 3.7 : (a) $\mathbf{x}_{(i)}$, $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktaları arasındaki PD bağ (b) Yüzey düzeltme faktörleri için oluşturulan elipsoid.

Yüzey düzeltme faktörleri dikkate alındıktan sonra, hareket denklemlerinin ayıklaştırılmış hali şu şekilde yazılır [67]:

$$\rho(x_{(i)})\ddot{\mathbf{u}}(x_{(i)}, t) = \sum_{j=1}^M G_{(i)(j)} \mathbf{f}(\mathbf{u}(\mathbf{x}_{(j)}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}_{(i)}, t), \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(i)}) V_{(j)} + \mathbf{b}(\mathbf{x}_{(i)}, t) \quad (3.46)$$

Sayısal verilere dayanarak yüzey düzeltme faktörleri için hesaplanan yer değiştirme gradyanlarının büyüklüğünün elde edilen sonuçlar üzerinde önemli bir etkisi yoktur. Bu nedenle, yapılan çalışmalarda yer değiştirme gradyanının değeri $\partial u_x^*/\partial x = 0,001$ olarak kabul edilir [67].

3.1.4 Hasar davranışının tahmini

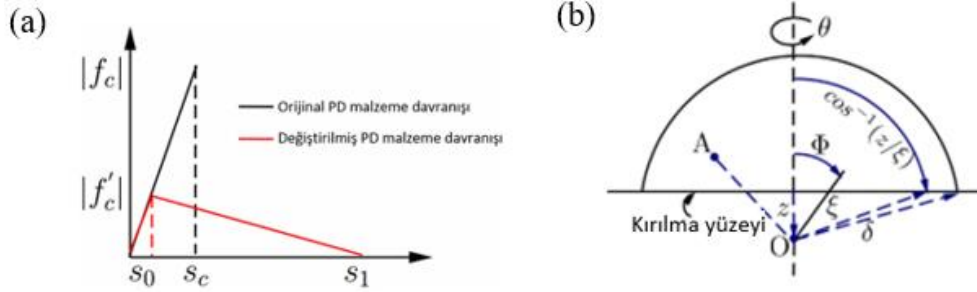
PD teoride hasar, malzeme noktaları arasındaki etkileşimlerin ortadan kaldırılması ile oluşur. İki malzeme noktası arasındaki gerilme değeri, kritik uzama değerini aştığı anda hasar başlangıcının meydana geldiği varsayılır ve bu durumda hasar malzeme noktaları arasındaki kuvvet yoğunluk vektörlerine yansıtılır. Böylelikle hasar aşamalı olarak büyümeye başlar. PD teoride kritik birim uzama değeri, s_c geçildiğinde hasar meydana geldiği kabul edilir. Kritik birim uzama değerinde temsili PD bağın kopması için kuvvet yoğunluk vektörü Denklem (3.47)'de verilen μ parametresi ile çarpılır.

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \mu(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) \frac{\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}}{|\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}|} c s \quad (3.47)$$

İki malzeme noktası arasında yer alan temsili PD bağın birim uzama değeri, kritik birim uzama değerine, s_c ulaştığı zaman bağ üzerinde yer alan kuvvet sıfıra düşer ve yapıda hasar oluşur. Bu ifade Denklem (3.48)'de verilmiştir.

$$\mu(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & s(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) < s_c \\ 0 & s(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) > s_c \end{cases} \quad (3.48)$$

PD malzemelerin kırılma davranışının modellenmesi kritik birim uzama değerinin doğru bir şekilde tanımlanması ile mümkündür.



Şekil 3.8 : (a) Orijinal ve değiştirilmiş PD modelde bağ gerilmesi ve bağ kuvveti arasındaki ilişki (b) Malzeme noktaları arasındaki bağları koparmak için gerekli iş.

Şekil 3.8(a)'ya göre orijinal PD malzeme davranışında kritik birim uzama değeri s_c değerine ulaştığı anda bağ üzerindeki kuvvet sıfıra düşer. Bağ bazlı PD teoride kritik birim uzama değerinin hesaplanması için şekil değiştirme enerjisi salınım oranı, G_C 'nin hesaplanması gerekir. Bunun için öncelikle Şekil 3.8(b)'de gösterilen bir bağı kırmak için gereken iş olarak ifade edilen mikro potansiyelin, w hesaplanması gerekir. w orijinal PD model için Denklem (3.49) kullanılarak hesaplanır.

$$w = \int_0^{s_c} f ds = \frac{cs_0^2 \xi}{2} \quad (3.49)$$

G_C 'nin hesaplanması için elde edilen w ifadesi Denklem (3.50) yerine yazılarak belirlenen integral sınırlarına göre çözülmelidir [55].

$$G_C = \int_0^{\delta} \int_0^{2\pi} \int_z^{\delta \cos^{-1}(z/\xi)} \int_0^{\delta} w \xi^2 \sin \phi d\phi d\xi d\theta dz \quad (3.50)$$

Denklem (3.49)'da verilen w ifadesi Denklem (3.50)'de yerine yazılarak belirtilen sınırlar dahilinde çözüldüğünde G_c , Denklem (3.51) ile verilen şekilde ifade edilir.

$$G_c = \frac{\pi c s_c^2 \delta^5}{10} \quad (3.51)$$

burada s_c ifadesinin hesaplanması için Denklem (3.51) ile verilen eşitlik düzenlenerek aşağıdaki şekilde yazılır.

$$s_c = \sqrt{\frac{10G_c}{\pi c \delta^5}} = \sqrt{\frac{5G_c}{9K\delta}} \quad (3.52)$$

3.1.5 Hasar davranışının tahmini için geliştirilen bağ bazlı peridinamik model

Tez kapsamında yapılan çalışmada Mod I, Mod II ve karışık mod yükleme koşulları altında tek yönlü kompozit numuneler için bilineer hasar davranışına dayalı olarak bağ bazlı PD model geliştirilmiştir. PD hasar davranışının modellenmesi için, Şekil 3.8'de kırmızı çizgilerle gösterildiği gibi orijinal PD kırılma davranışı bilineer forma dönüştürülmüştür. Bunun için w ifadesi $0-s_0$ ve s_0-s_1 arasında yeniden hesaplanmıştır. Buna göre elde edilen mikropotansiyel ifadeleri sırasıyla Denklem (3.53) ve Denklem (3.54)'te verilmiştir.

$$w_0 = \int_0^{s_0} f ds = \frac{c s_0^2 \xi}{2} \quad (3.53)$$

$$w_1 = \int_{s_0}^{s_1} f ds = \frac{c s_0 \xi}{2} (s_1 - s_0) \quad (3.54)$$

Denklem (3.53) ve Denklem (3.54)'te elde edilen ifadeler toplanarak toplam mikropotansiyel Denklem (3.55) ile belirtilmiştir.

$$w = \frac{c s_0 s_1 \xi}{2} \quad (3.55)$$

Denklem (3.55) ile elde edilen w ifadesi Denklem (3.50)'de yerine yazılarak G_c elde edilir. Buna göre elde edilen ifade Denklem (3.56)'da verilmiştir.

$$G_c = \frac{cs_0s_1\pi\delta^5}{10} \quad (3.56)$$

Elde edilen bu ifadenin hesaplanabilmesi için s_0 ve s_1 değerlerinin elde edilmesi gereklidir. Bunun için çalışma kapsamında bilineer çekme ayrılma kanununda yer alan Bölüm 3.2'de ayrıntılı olarak verilen KBM denklemleri kullanılarak delaminasyonun başladığı yer değiştirme Δ^0 ve kritik yer değiştirme, Δ^f değerleri elde edilmiştir. Elde edilen değerler yardımıyla Δ^f/Δ^0 oranı, değiştirilmiş PD malzeme modelinde s_1/s_0 oranına eşit olarak alınmıştır. Böylece PD hasar davranışı Denklem (3.57)'de verilen şekilde elde edilmiştir.

$$s_0 = \sqrt{\frac{10G_c\Delta^0}{\pi c\delta^5\Delta^f}} \quad (3.57)$$

3.1.6 ABAQUS'te peridinamik teorinin uygulanması

Malzeme noktaları arasındaki kuvvet etkileşiminin bağ bazlı PD teori kullanılarak modellenebilmesi için tez kapsamında yapılan çalışmalarda ABAQUS 2017 [68] sonlu elemanlar (SE) yazılımı kullanılmıştır. PD malzeme noktaları arasındaki kuvvet etkileşiminin incelenmesi için Macek ve Silling [56] kiriş ve yay elemanların bir sonlu elemanlar programına entegre edilerek PD modellerin çözülebileceğini belirtmiştir. Yapılan çalışmada ABAQUS SE yazılımı içerisinde yer alan T3D2 kiriş elemanlar kullanılarak PD model oluşturulmuş olup PD modelin Sonlu Elemanlar Yöntemine (SEY) uyarlanması eş değer direngenlik matrisine sahip kiriş elemanların oluşturulması şeklinde yapılır. PD modelleme oluşturulurken her bir kiriş eleman için hesaplanan kuvvet Denklem (3.3) kullanılarak hesaplanan PD kuvvete eşit olmalıdır. PD hareket denklemi en genel şekilde Denklem (3.58)'de verildiği şekilde yazılır.

$$\rho\ddot{\mathbf{u}}_i^n = \sum_p f(\mathbf{u}_p^n - \mathbf{u}_i^n, \mathbf{x}_p - \mathbf{x}_i)V_p + \mathbf{b}_i^n \quad (3.58)$$

Denklem (3.58)'de V_p malzeme noktasının hacmini, \mathbf{b}_i^n birim hacim başına düşen yükü ifade eder. Denklem (3.58)'de verilen ifadenin SEY'e uygun hale getirilebilmesi için Denklem (3.58) V_i ile çarpılır. Böylelikle kütle matrisi kuvvet vektörü cinsinden ifade edilebilir hale gelir.

$$V_i \rho \ddot{\mathbf{u}}_i^n = \sum_p f(\mathbf{u}_p^n - \mathbf{u}_i^n, \mathbf{x}_p - \mathbf{x}_i) V_p V_i + \mathbf{b}_i^n V_i \quad (3.59)$$

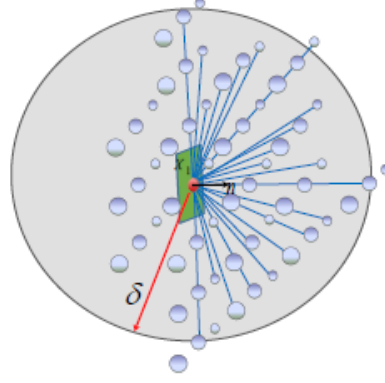
Denklem (3.59) yardımıyla PD bağlar arasındaki kuvvet ile kiriş elemanlar arasındaki kuvvet denklemleri birbirine eşitlendiği zaman kiriş elemanlar için elastik modül ve kesit alanı Denklem (3.60) kullanılarak elde edilir.

$$E_t = c (V_p V_i)^{2/3}, \quad A_t = (V_p V_i)^{1/3} \quad (3.60)$$

Denklem (3.60)'da belirtilen c ifadesi PD bağ sabitini ifade eder. Üç boyutlu problemler için malzeme noktaları arasındaki uzaklık tüm yönlerde aynı ise Denklem (3.60)'da verilen eşitlik aşağıdaki formda yazılır.

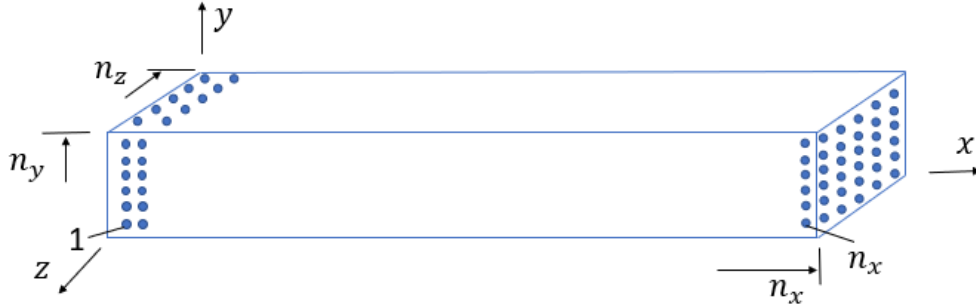
$$E_t = c (\Delta x)^4, \quad A_t = (\Delta x)^2 \quad (3.61)$$

PD modelin oluşturulması için tanımlanan kiriş elemanların kendi küresel komşuluk yarıçapı içerisinde kalan malzeme noktalarının tanımlanması için MATLAB yazılımı kullanılarak bir kod geliştirilmiştir. Çözülen problemler için üç boyutlu modeller oluşturulmuş olup $\delta = 3,015\Delta x$ için sekiz farklı birim uzunlukta kiriş eleman bulunur. Şekil 3.9'da bir malzeme noktasının küresel komşuluk yarıçapı içerisinde yer alan $1, 2, 3, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, 2\sqrt{2}$ birim uzunluğundaki kiriş elemanlar verilmiştir.



Şekil 3.9 : Üç boyutlu problemlerde bir malzeme noktasının küresel komşuluk yarıçapı içerisinde oluşturduğu bağlar [29].

Geliştirilen MATLAB kodunda malzeme noktaları oluşturulurken üç farklı eksen için malzeme noktası sayısı girdi olarak belirlenir. Üç boyutlu problemler için oluşturulan malzeme noktaları Şekil 3.10'da verilmiştir. Buna göre malzeme noktaları oluşturulurken önce x eksen yönündeki numaralandırma tamamlanır, devamında ise $y = 2, 3, \dots, n_y$ şeklinde y eksen yönünde malzeme noktaları oluşturulur. z eksen yönünde malzeme noktaları tamamlandığında $z = 2, 3, \dots, n_z$ şeklinde numaralandırmaya devam edilir.



Şekil 3.10 : Üç boyutlu problem için oluşturulan malzeme noktaları.

MATLAB kodu üzerinde malzeme noktalarının koordinatları oluşturulurken yapının x , y ve z yönlerindeki uzunlukları girilerek tüm malzeme noktaları tanımlanır. Malzeme noktalarının numaraları belirlendikten sonra her bir malzeme noktası kendi küresel komşuluk yarıçapını dikkate alan $1, 2, 3, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, 2\sqrt{2}$ uzunluğunda giriş elemanlar oluşturulur. Peridinamik malzeme noktaları ve giriş elemanlar oluşturulduktan sonra elde edilen input dosyası ABAQUS SE yazılımına aktarılır. Arayüz çatlağının oluşması için bağlar arasında yer alan etkileşimler SE yazılımı

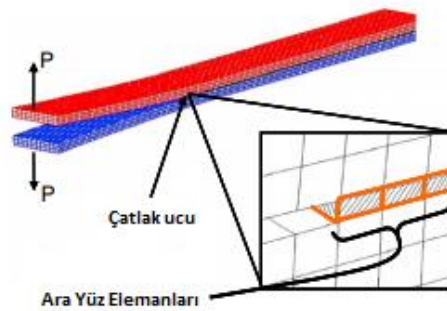
içerisinde ortadan kaldırılır. Çalışmanın devamında malzeme özelliklerinin atanması, eleman özelliklerinin belirlenmesi, sınır koşulları ve yüklemelerin uygulanması, çözüm yöntemi ve zaman adımının belirlenmesi SE yazılımı içerisinde yapılır.

3.2 Kohezif Bölge Metodu (KBM)

KBM laminatlar arasındaki yapışkan kuvvetleri sonlu elemanlar modellemesi kullanarak simule etmek için arayüz elemanları yardımıyla oluşturulur. KBM’de kullanılan arayüz elemanları fiziksel bir malzeme temsil etmez. Bu nedenle sonlu elemanlar programlarında arayüz elemanları modellenirken arayüzeylerin tüm parçayı etkilemeden sıfır veya sıfıra yakın kalınlıkta modellenmesi gerekir.

KBM’de yapı kademeli olarak yüklendikçe arayüz bölgeleri yumuşamaya başlar ve çatlamaya neden olur. Bu metod delaminasyonun benzetimi için kullanılır. Arayüz elemanları veya yapışkan bölge elemanları genellikle geleneksel gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi yerine çekme ve yer değiştirme arasında ilişki kurularak formüle edilir.

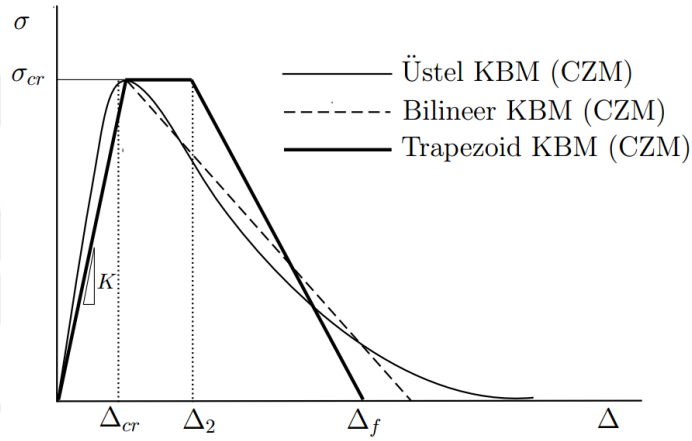
Arayüz bölgesi adından da anlaşılacağı gibi alt ve üst laminatlar arasındaki bölgede yer alır. Göreceli yer değiştirme bu iki yüzey arasındaki yer değiştirme ile açıklanır [53]. Şekil 3.11’de Harper ve Hallet [51] tarafından üç boyutlu ÇAK numunesi için oluşturulan arayüz elemanları gösterilmiştir.



Şekil 3.11 : ÇAK numunesi için oluşturulmuş SE modeli ve arayüz elemanları [51] .

Literatürde KBM ile yapılan çalışmalarda kohezif bölge yasası kullanılmamıştır. Kohezif bölge yasası aynı zamanda çekme ayrılma kanunu olarak da bilinir. Kohezif bölge yasasında iki nokta arasındaki göreceli yer değiştirme ve buna bağlı olarak oluşan yükü belirleyen temel davranış tanımlanır.

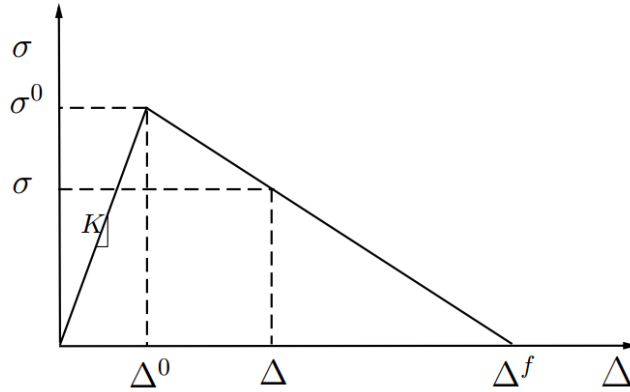
Literatürde yer alan çalışmalarda KBM'nin üç farklı şekilde uygulanabildiği Alfano vd. [69] tarafından yapılan çalışmada belirtilmiştir. Numunenin mekanik cevabı tahmin etmede yardımcı parametrelerin duyarlılığı ve kohezif bölgenin şeklinin simülasyon sonuçlarına etkileri bahsedilen çalışmada incelenmiştir. Bu çalışmalar sırasında çekme-ayırılma yasası üstel, bilineer ve trapezoid modele göre uygulanmıştır. Kohezif modellerin şematik gösterimi Şekil 3.12'de verilmiştir. Bu çalışmada bilineer modellemenin kompozit malzemelerde çatlak davranışının test sonuçlarına yakın sonuçlar verdiği ve bilineer modellemenin uygulamasının kolay olduğu belirtilmiştir. Bu nedenle bu tez kapsamında yapılan çalışmada da bilineer modelleme kullanılmıştır.



Şekil 3.12 : Kohezif çekme-ayırılma modellerin şematik gösterimi.

Bilineer çekme ayrılma yasası Şekil 3.13'te gösterildiği gibi üç temel bölümde incelenir. Bozulmamış bölge olarak tanımlanan birinci kısım başlangıç sıfır noktasından hasarın oluşmaya başlayacağı noktaya kadar olan bölgeyi gösterir. Bozulmamış bölge delaminasyonun başladığı (σ^0, Δ^0) noktasına kadar ilerler. (σ^0, Δ^0) noktası bozulmamış malzemelerin kimyasal bağların kırılmaya başladığı yani kohezyon fenomeninin başladığı noktadır. Bozulmamış bölgenin eğimi ceza sertliği (Penalty stiffness) parametresini verir. Yapılan çalışmalarda yakınsama problemi nedeniyle K değerinin mümkün olduğunca yüksek seçilmesi gerektiği belirtilmiştir [50]. Ancak K parametresinin çok yüksek olması durumunda LEKM modelinde keskin bir çatlak ucunda çekiş profilinde bulunan tekilliğe göre yüksek

gerilimlere neden olur. Bu nedenle bu parametrenin doğru seçimi KBM için oldukça önemlidir.



Şekil 3.13 : Bilineer çekme ayrılma yasasının şematik gösterimi.

Delaminasyon başladıktan sonra fiber köprülleme, mikro kırılma gibi nedenlerden dolayı yapışma etkisinin azalmasından dolayı arayüz bölgesi yumuşar. Yumuşama bölgesi delaminasyonun başladığı Δ^0 yer değiştirme değeri ile Δ^f kritik yer değiştirme değeri arasında kalan bölgedir. Benzeggagh ve Kenane kriteri [70] , delaminasyonun başlaması ve yayılmasına karşılık gelen yer değiştirme sıçramalarını tanımlamak için kullanılır. KBM ile ilgili analitik çözümler Turon vd. [71]'nin çalışmasının ikinci bölümünde "KBM'ye genel bakış" başlığı altında verilmiş olup Denklem (3.62)'de verilen eşitlikler kullanılarak Δ^0 ve Δ^f değerleri hesaplanır.

$$\Delta^0 = \left\{ (\Delta_I^0)^2 + \left[(\Delta_{II}^0)^2 - (\Delta_I^0)^2 \right] B^\eta \right\}^{1/2} \quad (3.62)$$

$$\Delta^f = \frac{1}{\Delta^0} \left[\Delta_I^0 \Delta_I^f + (\Delta_{II}^0 \Delta_{II}^f - \Delta_I^0 \Delta_I^f) B^\eta \right]$$

burada η , B-K sabiti, B karışık mod oranını ifade eder. Δ_I^0 ve Δ_{II}^0 Mod I ve Mod II çatlak başlangıcına karşılık gelen yer değiştirme değerleri olup Denklem (3.63) ile ifade edilir.

$$\Delta_I^0 = \frac{\sigma_I^0}{K}, \quad \Delta_{II}^0 = \frac{\sigma_{II}^0}{K} \quad (3.63)$$

burada σ_I^0 ve σ_{II}^0 Mod I ve Mod II gerilme değerlerini ifade eder. Denklem (3.62)'de Δ_I^f and Δ_{II}^f sırasıyla Mod I ve Mod II kritik yer değiştirmeleridir ve Denklem (3.64)'te verilen eşitlikler kullanılarak hesaplanır.

$$\Delta_3^f = \frac{2G_{Ic}}{\sigma_3^0}; \quad \Delta_{sh}^f = \frac{2G_{IIc}}{\sigma_{sh}^0} \quad (3.64)$$

Bilineer çekme ayrılma kanununda delaminasyonun başladığı andaki gerilme değeri σ^0 Denklem (3.65)'te verilen eşitlik kullanılarak hesaplanır [71].

$$(\sigma^0)^2 = (\sigma_3^0)^2 + [(\sigma_{sh}^0)^2 - (\sigma_3^0)^2]B^n \quad (3.65)$$

Çekme ayrılma kanununun bozulma bölümü ise arayüz elemanlarının etkisinin tamamen sona erdiği bölüm olup Δ^f 'den sonraki bölümü belirtir. Bu noktadan sonra yapışkan elemanların davranışı çekişsiz (traction free) olacaktır. Tez kapsamında yapılan çalışmada KBM oluşturulurken ABAQUS SE yazılımı kullanılmıştır.

3.2.1 ABAQUS'te kohezif bölge metodunun uygulanması

Kohezif arayüz elemanları ABAQUS SE yazılımı içerisinde tanımlanmış elemanlardır. Yazılımda farklı kohezif eleman tipi mevcut olmasına rağmen bu çalışmada üç boyutlu arayüz elemanlarının modellenmesinde sekiz düğümlü, üç boyutlu COH3D8 kohezif elemanlar, iki boyutlu arayüz elemanlarının modellenmesinde ise dört düğümlü, iki boyutlu COH2D4 kohezif elemanlar kullanılmıştır.

Malzeme özellikleri kohezif arayüz elemanına atanırken yoğunluk, elastik davranış ve çekme ayrılma yasası için hasar tipi tanımlanmalıdır. Elastik davranış tipi çekme olarak seçilir ve çekme ayrılma yasası için hasar tipi seçilirken ikinci dereceden nominal gerilim kriteri seçilir. Hasar yayılımı için lineer yumuşatma ile enerji seçeneği seçilir ve B-K parametresi girilir. ABAQUS, B-K kriterini uygulamak için iki yöntem sunar. Bu seçenekler aşağıdaki komut satırları kullanılarak belirlenir [72].

- DAMAGE EVLOLUTION, TYPE=ENERGY,
MIXED MODE BEHAVIOR=BK, POWER= η

Alternatif olarak, B-K ölçütü Tabular formda verilen G_C ile belirtilebilir. Bu seçenek aşağıda verilen komut satırları kullanılarak yapılabilir.

- DAMAGE EVOLUTION, TYPE=ENERGY,
MIXED MODE BEHAVIOR=Tabular

Tez kapsamında yapılan KBM ile yapılan çalışmalarda arayüz bölgesindeki hasarın modellenmesi için birinci yöntem kullanılmıştır.

3.2.2 Açık ve kapalı çözüm

Sonlu elemanlar ve PD teori ile oluşturulan problemlerin çözümü kapalı ve açık yöntemler kullanılarak yapılır. Statik ve hasar içermeyen modellemelerin çözümünde ağırlıklı olarak kapalı yöntem kullanılırken yüksek gerilme ve deformasyon içeren, yüksek hızlara maruz kalan veya düşük zamanda gerçekleşen dinamik analizler için genellikle açık yöntem kullanılır.

Kapalı yöntemler modelin t ve $t + \Delta x$ anındaki bilgilerini kullanılarak $t + \Delta x$ anındaki halini çözer. Kapalı çözüm yöntemi genellikle Newton Rapson çözüm yöntemini kullanarak iterasyonlar yaparak sonuca yaklaştırmaya çalışır. Sürekli iterasyon yapıldığı için çözüm süreci daha zaman alıcıdır. Çözümlemede matematiksel bir zaman kısıtı bulunmayıp daha fazla bilgisayar depolama alanı gerektirir. Bilgisayar destekli mühendislik programlarında kapalı yöntemler kullanılarak problem çözülürken Denklem (3.66)'da verilen eşitlikler kullanılarak dirençlilik matrisinin tersi alınarak çözüm yapılır.

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} &= \{F\} \\ [K]\{u\} &= \{F\} - ([M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\}) \\ [K]^{-1}[K]\{u\} &= [K]^{-1}(\{F\} - ([M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\})) \\ \{u\} &= [K]^{-1}(\{f\} - ([M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\})) \end{aligned} \quad (3.66)$$

Denklem (3.66)'da $[M]$ kütle matrisini, \ddot{u} yer değiştirmenin ikinci dereceden türevini, $[C]$ sönümlenme matrisini, \dot{u} yer değiştirmenin birinci dereceden türevini, $[K]$ dirençlilik matrisini, u yer değiştirmeyi ve F kuvveti ifade eder. Açık

yöntemlerde çözüm bir önceki zaman adımının girdisi ile elde edilir. Genellikle Euler ileri integrasyon tekniği kullanılarak Denklem (3.67), (3.68) ve (3.69), kullanılarak çözüm yapılır [73].

$$u^{(i+1)} = u^{(i)} + \Delta t^{(i+1)} \dot{u}^{(i+\frac{1}{2})} \quad (3.67)$$

$$\dot{u}^{(i+\frac{1}{2})} = \dot{u}^{(i-\frac{1}{2})} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \ddot{u}^{(i)} \quad (3.68)$$

$$\ddot{u}^{(i)} = M^{-1} \cdot (F^{(i)} - I^{(j)}) \quad (3.69)$$

Denklem (3.69)'da I iç kuvvet vektörü, M ise kütle matrisi olup köşegen bir matris olduğu için tersini alma işlemi direngenlik matrisinin tersini almaya göre oldukça kolaydır. Kapalı çözümde olduğu gibi yakınsama kontrolü olmadığı için küçük zaman adımları uygulanmalıdır. Açık yöntemlerle çözülen problemlerde zaman parametresi yardımıyla kütle, momentum ve enerji korunumu denklemleri çözülür. Modelin herhangi bir bölgesindeki herhangi bir zamandaki yoğunluğu, ρ_0 modelin o zamandaki hacmi, V_0 'a ve başlangıç kütlesi, m 'e bağlı olup Denklem (3.70)'te verilen eşitlikle kütle korunumu ifade edilir [74].

$$\frac{\rho_0 V_0}{V} = \frac{m}{V} \quad (3.70)$$

Açık çözüm yönteminde momentum korunumu ivme-gerilme tensörüne bağlı olarak oluşturulur. Denklem (3.71)'de verilen eşitliklerle momentum korunumu ifade edilir [74].

$$\begin{aligned}
\rho\ddot{x} &= b_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \\
\rho\ddot{y} &= b_y + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \\
\rho\ddot{z} &= b_z + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}
\end{aligned} \tag{3.71}$$

Denklem (3.71)'de $b_i (i = x, y, z)$ iç kuvvetleri, $\sigma_{ij} (i, j = x, y, z)$ gerilme tensörünü ifade eder. Açık yöntemlerle yapılan çözümlerlerde kütle ve momentumun korunumu zorunludur ancak enerjinin korunumu zorunlu değildir. Fakat çok iyi modellenmiş sistemlerde enerjinin korunumu prensibi de sağlanır. Enerjinin korunumu prensibi ise Denklem (3.72) ile belirtilen eşitlik yardımı ile sağlanır.

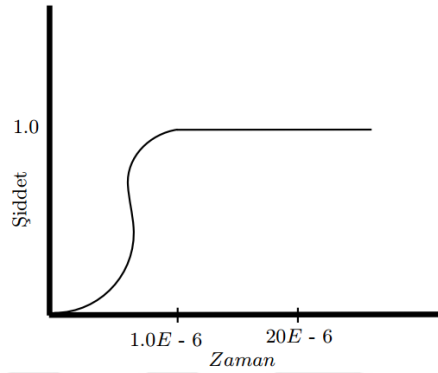
$$\dot{e} = \frac{1}{\rho} (\sigma_{xx} \dot{\epsilon}_{xx} + \sigma_{yy} \dot{\epsilon}_{yy} + \sigma_{zz} \dot{\epsilon}_{zz} + 2\sigma_{xy} \dot{\epsilon}_{xy} + 2\sigma_{yz} \dot{\epsilon}_{yz} + 2\sigma_{zx} \dot{\epsilon}_{zx}) \tag{3.72}$$

Denklem (3.72)'de \dot{e} enerji oranını (energy rate) $\dot{\epsilon}_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$ gerinim oranını (shear rate) ifade eder [74]. Açık yöntemlerle yapılan analizlerde zaman adımının uygun bir şekilde tanımlanması çok önemli olup zaman adımı parametresi bir gerilim dalgasının arayüz elemanının kalınlığından geçmesi için gereken süre olarak tanımlanır [75]. Analiz süresi genellikle arayüz elemanları tarafından belirlenir çünkü arayüz elemanlarının kararlı zaman artışları bu modeldeki diğer elemanlara kıyasla daha düşüktür. Bununla birlikte, zaman artışı arayüz malzemesinin sertliği ve yoğunluğu değiştirilerek kontrol edilebilir. Zaman artışını arttırmak için yoğunluk yapay olarak arttırılabilir veya sertlik yapay bir şekilde azaltılabilir [68].

Yapılan çalışmada çözümün statik olabilmesi için atalet kuvvetlerinin etkisi oldukça az olmalıdır. Bennati vd. [76] bunun için toplam kinetik enerjinin gerinim enerjisinin %5'den az olması gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca açık çözüm yöntemi uygulanırken sonlu elemanlar yazılımlarının birçoğunda sınır koşulları modele ani bir şekilde uygulanır. Bu ani yüklemeye dolayı modelde gerilme dalgaları oluşacağından dolayı hatalı sonuçlar elde edilir. Bu problemin üstesinden gelebilmek için sonlu elemanlar modelinde uygulanan sınır koşullarının sıfırdan başlayıp kademeli olarak

arttırılması veya uygulanan kuvvet belirli bir değerden sıfıra düşürülecekse kuvvetin kademeli olarak düşürülmesi gerekir.

Pürüzsüz adım (smooth step) fonksiyonu kullanılarak açık çözüm yöntemi ile statik çözüm yöntemi uygulanır [77]. Pürüzsüz adım fonksiyonu beşinci dereceden bir fonksiyon olup fonksiyonun zamana bağlı değişimi Şekil 3.14'te gösterilmiştir. Belirtilen fonksiyonun birinci ve ikinci türevleri başlangıç ve bitiş anında sıfır olduğundan dolayı atalet kuvvetlerinin etkisi çok azdır. Bu nedenle bu fonksiyon kullanılarak çözümü yapılan problemlerde statik çözüm elde edilir.



Şekil 3.14 : ABAQUS'te tanımlanan pürüzsüz adım genlik fonksiyonu.

Tez kapsamında yapılan çalışmada Mod I, Mod II ve karışık mod yüklemesi için yapılan analizlerde çözüm pürüzsüz adım fonksiyonu ile dinamik açık yöntem kullanılarak elde edilmiştir.

3.3 Çift Ankastre Kiriş (ÇAK), Uç Çentik Eğilmesi (UÇE) ve Karışık Modlu Bükme (KMB) Testlerinin Analitik Çözümü

LEKM'de çatlak ilerlemesinin ilk başlangıcının tahmini için şekil değiştirme enerji boşalma hızı, G 'nin bilinmesi gerekir. Kompozit malzemelerde çatlak ilerlemesi homojen davranış sergilemez. Kararsız çatlak ilerlemesi ilk defa Griffth tarafından enerji yaklaşımı kullanılarak Denklem (3.73) ile ifade edilmiştir [78].

$$\frac{1}{B} \left(\frac{dU_e}{da} - \frac{dU_s}{da} \right) \geq G_c \quad (3.73)$$

Denklem (3.73)'te B numune genişliğini, a çatlak uzunluğunu, U_e dış kuvvetler tarafından yapılan işi, U_s depolanan gerilme enerjisini, G_c kritik gerilme şiddet faktörünü ifade eder. Bu durumda G , G_c değerini aştığı zaman çatlak ilerlemesinin başlayacağı belirtilmiştir.

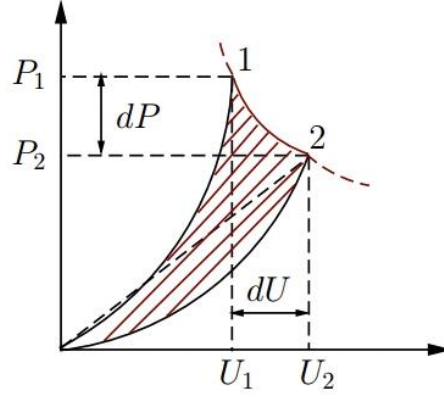
ÇAK, UÇE ve KMB testlerinde yapısal yapışkan arayüzlerin kırılma direncinin belirlenmesi için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemlerde temel amaç kompozit malzemelerde farklı yükleme durumları için lamainatlar arasındaki arayüzün G_c değerinin hesaplanarak çatlak ilerlemesinin başlangıcının öngörülmesidir. Alvarez [78] tarafından yapılan çalışmanın ikinci bölümünde "Kırılma Enerjisinin Belirlenmesi" kısmında G_c değerinin hesaplanabilmesi için üç farklı yöntem önerilmiştir.

- **Alan Metodu (Area Method)**

LEKM'ye dayanan bu yöntemde Irwin [79] tarafından önerilen enerji dengesi doğrudan uygulanır. Küçük bir çatlak büyümesi için kritik gerilme enerjisi Denklem (3.74)'e göre hesaplanır.

$$G_c = \frac{1}{B} \left(\frac{dU_e}{da} - \frac{dU_s}{da} \right) = \frac{1}{B} \frac{dU}{da} \quad (3.74)$$

burada U_e dış kuvvetler tarafından yapılan işi, U_s depolanan gerilme enerjisini ifade eder. Denklem (3.74) her türlü elastik davranış (doğrusal veya doğrusal olmayan) için geçerli olup alan metodunda deplasman kontrollü yükleme durumu incelenmiştir. Bu duruma ilişkin yükleme durumu Şekil 3.15'te verilmiştir.



Şekil 3.15 : Alan metoduna göre çatlak ilerlemesi.

Şekil 3.15'te enerji değişimi yükleme ve boşaltma eğrisi ile çevrili alana göre Davidson vd. [80] tarafından Denklem (3.75) ile hesaplanır.

$$dU = \frac{P_1 U_2 - P_2 U_1}{2} \quad (3.75)$$

Bu durumda G_c 'nin hesaplanması için Denklem (3.75), Denklem (3.74)'te yerine yazılarak Denklem (3.76)'da verilen ifade elde edilir.

$$G_c = \frac{1}{2B} \left(\frac{P_1 U_2 - P_2 U_1}{da} \right) \quad (3.76)$$

Alan metodunda türev alınırken ortalama bir değer alınmasından dolayı nümerik hata payı vardır. Ayrıca, problem çözümünde doğrusal davranış varsayılmamışsa gerçek çözüm süreci her bir numunenin küçük çatlak uzunluğu artışları için çok sayıda yükleme boşaltma döngüsü gerekli olacağı için çözüm oldukça zaman alıcı olacaktır.

- **Kompliyans Metodu (Compliance Method)**

Farklı yükleme koşulları için G_c 'nin belirlenmesi için kullanılan yöntemlerden biri olan kompliyans metodu ilk olarak Berry [81] tarafından lineer elastik malzemelerde kendiliğinden yayılan çatlaklar için önerilmiştir. Bu yöntem, kompliyans, C değeri çatlak uzunluğunun bir fonksiyonu olarak tanımlanarak Denklem (3.77) ile hesaplanır.

$$C(a) = U / P \rightarrow dU = PdC + CdP \quad (3.77)$$

Şekil 3.15'te verilen durum dikkate alınarak Denklem (3.76) aşağıda verilen şekilde yeniden yazılabilir.

$$\left. \begin{array}{l} P_2 = P_1 + dP \\ U_2 = U_1 + dU \end{array} \right\} \rightarrow G_c = \frac{1}{2B} \left(\frac{P_1 U_2 - P_2 U_1}{da} \right) = \frac{1}{2B} \left(\frac{P_1 dU - U_1 dP}{da} \right) a \quad (3.78)$$

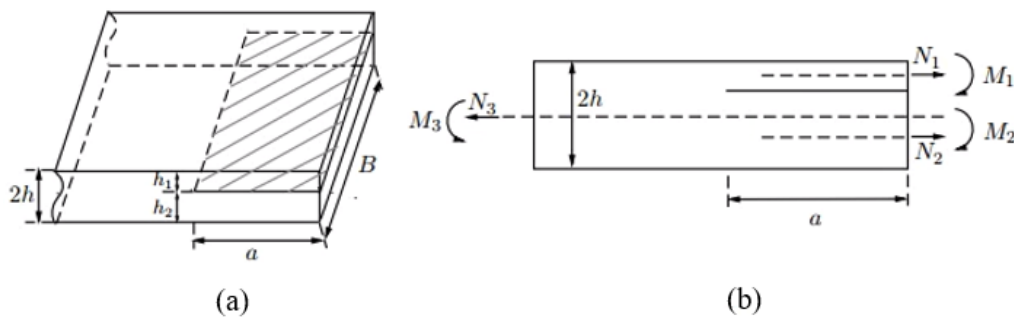
Denklem (3.77) ve Denklem (3.78)'de verilen eşitlikler birlikte kullanılarak Denklem (3.79) elde edilir.

$$G_c = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} \quad (3.79)$$

Denklem (3.79)'da verilen eşitlik literatürde Irwin-Kies eşitliği olarak da isimlendirilir [78]. Pek çok yazar tarafından oldukça hassas olarak kabul edilen kompiyans metodu laminatın elastik modülü hakkında bilgi gerektirmez [80],[82]. Ancak kompiyans metodu ile yapılan çalışmalarda karşılaşılan en büyük problem sürekli çatlak ilerlemesinden dolayı büyük hasar bölgelerinin gelişmesi ve belirsiz uzunlukların oluşabilmesidir.

- **Kiriş Analizi Metodu (Beam Analysis Method)**

Kiriş analizi metodu olarak Williams [83] tarafından fiber takviyeli kompozitler için geliştirilmiştir. Bu yöntem, Şekil 3.16'da gösterilen asimetrik çatlamış laminatın analizi için klasik kiriş teorisini kullanır.



Şekil 3.16 : (a) Williams tarafından kabul edilen asimetrik laminatın şematik gösterimi (b) Düzlem içi yükleme.

Şekil 3.16'da a çatlak uzunluğunu, h kalınlığı, B genişliği, N_1 ve N_2 eksenel yükleri, M_1 ve M_2 eğilme momentlerini ifade eder. Kiriş analizi metodunda kritik

şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı yerel kuvvetlere ve momentlere bağlı olup M_1 ve M_2 momentleri Şekil 3.16 (b) için pozitif kabul edilir. Çatlak ilerlemesi boyunca sabit yükleme yapılan ve sadece eğilme momentlerinin uygulandığı kirişin G_C değerinin hesaplanması için Denklem (3.74)'te yer alan $\frac{dU_e}{da}$ ve $\frac{dU_s}{da}$ ifadeleri sırasıyla Denklem (3.80) ve Denklem (3.81) ile ifade edilir [83].

$$\frac{dU_e}{da} = \frac{1}{8EI} \left[\frac{M_1^2}{\xi^3} + \frac{M_2^2}{(1-\xi)^3} - (M_1 + M_2)^2 \right] \quad (3.80)$$

$$\frac{dU_s}{da} = \frac{1}{16EI} \left[\frac{M_1^2}{\xi^3} + \frac{M_2^2}{(1-\xi)^3} - (M_1 + M_2)^2 \right] \quad (3.81)$$

Denklem (3.80) ve Denklem (3.81), Denklem (3.74)'te yerine yazıldığında G_C , Denklem (3.82) kullanılarak hesaplanır.

$$G_C = \frac{1}{16BE_{11}I} \left[\frac{M_1^2}{\xi^3} + \frac{M_2^2}{(1-\xi)^3} - (M_1 + M_2)^2 \right] \quad (3.82)$$

Denklem (3.82)'de $I (I = Bh^3/12)$ yarı laminatın eylemsizlik momenti ve ξ kalınlık oranıdır. Şekil 3.16(b)'de N_1 ve N_2 aksenal yükleri dikkate alındığı zaman G_C , Denklem (3.83) ile ifade edilir [83].

$$G_C = \frac{1}{4BE_{11}A} \left[\frac{N_1^2}{\xi} + \frac{N_2^2}{(1-\xi)} - (N_1 + N_2)^2 \right] \quad (3.83)$$

burada A yarı laminatın kesit alanını ($A = Bh$) ifade eder. Denklem (3.83)'te verilen ifade kesme kuvveti eğilme momentinin gradyanı $N_i = dM_i/da$ şeklinde tanımlandığında G_C , Denklem (3.84) kullanılarak hesaplanır.

$$G_C = \frac{3(1+\nu)}{5BE_{11}A} \left[\frac{1}{\xi} \left(\frac{dM_1}{da} \right)^2 + \frac{1}{(1-\xi)} \left(\frac{dM_2}{da} \right)^2 - \left(\frac{dM_1}{da} + \frac{dM_2}{da} \right)^2 \right] \quad (3.84)$$

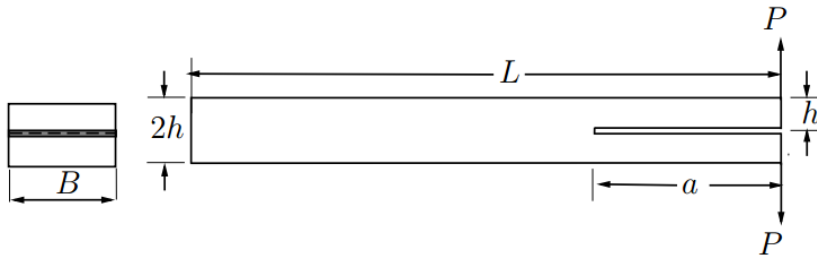
burada ν poisson oranını ifade eder ve farklı yüklemelere maruz kalan bir kirişin G_C değeri süperpozisyon yöntemi kullanılarak hesaplanır. Kiriş analizi metodu numunenin geri kalanında ne olursa olsun, yapışkan arayüzün laminatlarına uygulanan yüklerden şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı hesaplanır olup bu yöntemin doğruluğunu arttırmak ve geçerliliğini yükseltmek için düzeltme faktörleri türetilmiştir [75],[84],[85],[86].

3.3.1 Çift ankastre kiriş (ÇAK) numunesinin analitik çözümü

ÇAK testi ile açma yüklemesi sonucu oluşan delaminasyon büyümesi esnasında açığa çıkan şekil değiştirme enerjisi boşalma hızının kritik değeri, yani laminatlar arasındaki arayüzün Mod I şekil değiştirme enerjisi kritik boşalma hızı, G_{IC} elde edilir. G_{IC} hesaplanırken farklı analitik yöntemlerden faydalanılmış olup bu bölümde G_{IC} 'nin hesaplanmasında kullanılan metotlardan bahsedilmiştir. Bahsedilen metotlar için Alvarez [78] 'in yaptığı çalışmanın beşinci bölümünde yer alan " G_{IC} değerinin belirlenmesi" kısmında ÇAK testinin analitik çözümünde kullanılabilir yöntemler için verilen formülasyonlar kullanılmıştır.

3.3.1.1 ÇAK numunesinin basit kiriş teorisi (Simple Beam Theory) ile analitik çözümü

ÇAK probleminin analitik çözümünde kullanılan yöntemlerden birisi basit kiriş teorisi (BKT)'dir. Şekil 3.17'de gösterilen sabit genişlikteki ÇAK numunesi için $\xi = 1/2$ ve $M_2 = -M_1 = Pa$ olur. Bu durumda verilen ifadeler Denklem (3.84)'te yerine yazıldığında G_{IC} değeri elde edilir.



Şekil 3.17 : ÇAK test konfigürasyonu.

$$G_{IC} = \frac{12P^2 a^2}{B^2 E_{11} h^3} \left[1 + \left(\frac{1+\nu}{5} \right) \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right] \approx \frac{4P^2}{B^2 E_{11}} \left[\frac{3a^2}{h^3} + \frac{1}{h} \right] \quad (3.85)$$

BKT kullanılarak kompliyans değerinin hesaplanması için Denklem (3.85)'te verilen ifadenin çatlak uzunluğuna göre integrasyonu alınmalıdır. BKT yöntemine göre ÇAK numunesinin kompliyans değeri, $C_{\text{ÇAK}}^{\text{BKT}}$ Denklem (3.86) kullanılarak hesaplanır.

$$C_{\text{ÇAK}}^{\text{BKT}} = \int \frac{2B}{P^2} G_{IC} da + C_{DCB}^0 = \frac{8 \left(a^3 + 3 \left(\frac{1+\nu}{5} \right) ah^2 \right)}{BE_{11}h^3} \approx \frac{8(a^3 + ah^2)}{BE_{11}h^3} \quad (3.86)$$

Burada elde edilen $C_{\text{ÇAK}}^{\text{BKT}}$ Denklem (3.77)(3.77)'de yerine yazılarak ÇAK numunesi için kuvvet yer değiştirme eğrisi elde edilir.

3.3.1.2 ÇAK numunesinin modifiye edilmiş kiriş teorisi (Modified Beam Theory) ile analitik çözümü

Bir önceki bölümde bahsedilen BKT, kayma gerilmeleri nedeniyle laminatlar arasında deformasyonu içermesine rağmen, çatlak ucundaki sapmaları göz ardı eder. Bu nedenle Hashemi vd. [87] tarafından çalışmada ölçülen çatlak uzunluğunu Δ_I kadar genişletmek için ÇAK numunelerinde modifiye edilmiş kiriş teorisi (MKT) yöntemi kullanılmıştır. MKT'ye göre kompliyans, $C_{\text{ÇAK}}^{\text{MKT}}$ Denklem (3.87) kullanılarak hesaplanır.

$$C_{\text{ÇAK}}^{\text{MKT}} = \frac{8(a + \Delta_I)^3}{BE_{11}h^3} \quad (3.87)$$

burada Δ_I deneysel sabit olup yapılan testlerde ölçülen çatlak uzunluğu a 'ya karşı $(C_{\text{ÇAK}}^{\text{MKT}})^{\frac{1}{3}}$ grafiğinin negatif kesişimini ifade eder [9] ve Δ_I Denklem (3.88) kullanılarak hesaplanır [78].

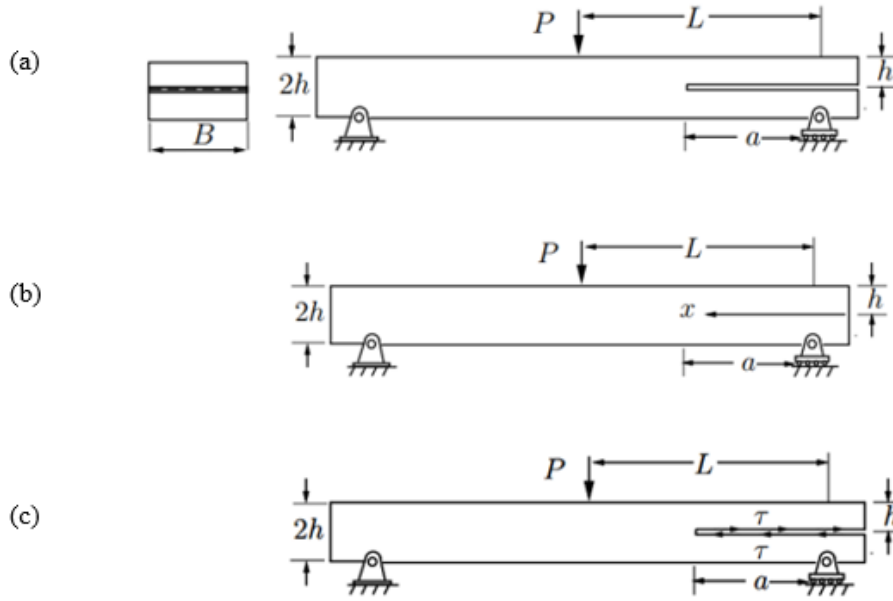
$$\Delta_I = \left(\frac{E_{11}}{11G_{12}} \right)^{\frac{1}{2}} \left[3 - 2 \left(\frac{1.18\sqrt{E_{11}E_{22}}}{G_{12} + 1.18\sqrt{E_{11}E_{22}}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} h \quad (3.88)$$

Denklem (3.88), Denklem (3.87)'de yerine konularak $C_{\text{ÇAK}}^{MKT}$ ifadesi elde edilir. BKT ile benzer şekilde, $C_{\text{ÇAK}}^{MKT}$ Denklem (3.77)'de yerine yazılarak ÇAK numunesi için kuvvet yer değiştirme eğrisi elde edilir. Denklem (3.87)'de elde edilen kompliyans ifadesinin a 'ya göre diferansiyeli alınıp Denklem (3.79)'da yerine konulduğunda MKT'ye göre G_{IC} Denklem (3.89) kullanılarak elde edilir.

$$G_{IC} = \frac{12P^2(a + \Delta_I)^2}{B^2 E_{11} h^3} \quad (3.89)$$

3.3.2 Uç çentik eğilmesi (UÇE) numunesinin analitik çözümü

Uç Çentik Eğilmesi (UÇE) testinin üç nokta eğme testi versiyonu karakteristik olarak dört nokta eğme testine benzemekte olup Mod II şekil değiştirme enerjisi kritik boşalma hızı, G_{IC} 'nin elde edilmesi için yapılıdır. Bu bölümde Alvarez [78] 'in yaptığı çalışmanın beşinci bölümünde “ G_{IC} değerinin belirlenmesi” kısmında UÇE testinin analitik çözümünde G_{IC} 'nin hesaplanmasında kullanılabilecek formülasyonlar verilmiş olup UÇE test konfigürasyonu Şekil 3.18'de verilmiştir.



Şekil 3.18 : UÇE numunesinin kiriş modeli: (a) UÇE numunesi (b) üç noktalı bükülme altında çatlaksız kiriş (c) çatlak yüzey kayma traksiyonu altında anti simetrik kiriş.

3.3.2.1 UÇE numunesinin basit kiriş teorisi (Simple Beam Theory) ile analitik çözümü

UÇE testinin analitik çözümünde kullanılan yöntemlerden birisi basit kiriş teorisi (BKT)'dir. Şekil 3.18 (a)'da gösterilen yükleme konfigürasyonu dikkate alındığında süperpozisyon prensibi kullanılarak ve Şekil 3.18 (b) ve Şekil 3.18 (c)'de verilen iki alt probleme ayrılarak, UÇE testi için BKT'ye göre kompliyans, $C_{BKT}^{UÇE}$ Denklem (3.90) kullanılarak hesaplanır [88].

$$C_{UÇE}^{BKT} = C_b + C_{çatlak} = \frac{3a^3 + 2L^3}{8BE_{11}h^3} \quad (3.90)$$

Denklem (3.90)'da C_b , Şekil 3.18 (b)'de gösterilen çatlaksız kirişin kompliyansını, $C_{çatlak}$, ise Şekil 3.18 (c)'de verilen çatlak içeren kirişin kompliyans değeridir. Denklem (3.90) kullanılarak elde edilen $C_{UÇE}^{BKT}$ Denklem (3.77)'de yerine yazılarak UÇE numunesi için kuvvet yer değiştirme eğrisi elde edilir. G_{IIc} , Denklem (3.90) ile elde edilen kompliyans değeri Denklem (3.79)'da yerine yazıldığında aşağıdaki şekilde ifade edilir [78].

$$G_{IIc} = \frac{9P^2 a^2}{16B^2 E_{11} h^3} \quad (3.91)$$

3.3.2.2 UÇE test numunesinin modifiye edilmiş kiriş teori (Modified Beam Theory) ile analitik çözümü

UÇE testinin analitik çözümünde kullanılan bir diğer yöntem ise modifiye edilmiş kiriş teori (MKT)'dir. BKT, rotasyonların etkisini dikkate alınmaz. Bu nedenle Hashemi vd. [84] çatlak ucundaki kesme ve rotasyonun etkilerini düzeltmek için çatlak uzunluğunu $a + \Delta_{II}$ kadar değiştirmişlerdir. Burada Δ_{II} Denklem (3.92) yardımıyla hesaplanır.

$$\Delta_{II} = 0.42\Delta_I \quad (3.92)$$

Denklem (3.92) kullanılarak düzeltme faktörü MKT'ye göre düzenlenirse Denklem (3.93) elde edilir.

$$C_{UÇE}^{MKT} = \frac{3(a + \Delta_{II})^3 + 2L^3}{8BE_{11}h^3} + \frac{3L}{10G_{13}Bh} \quad (3.93)$$

Denklem (3.93) kullanılarak elde edilen $C_{UÇE}^{MKT}$, Denklem (3.77)'de yerine yazılarak UÇE numunesi için kuvvet yer değiştirme eğrisi elde edilir. Denklem (3.93)'te verilen ifade Denklem (3.79)'da yerine konularak G_{IIc} için Denklem (3.94)'te verilen ifade elde edilir.

$$G_{IIc} = \frac{9P^2(a + \Delta_{II})^2}{16B^2 E_{11} h^3} F_v \quad (3.94)$$

burada F_v büyük deformasyonlar için düzeltme faktörünü ifade eder ve Denklem (3.95) kullanılarak hesaplanır.

$$F_v = 1 - \theta_1 \left(\frac{\delta}{L} \right)^2 - \theta_2 \left(\frac{\delta l_1}{L^2} \right) \quad (3.95)$$

UÇE testi için θ_1 ve θ_2 katsayıları hesaplanırken kullanılması gereken eşitlikler Denklem (3.96) ve Denklem (3.97)'de verilmiştir [78].

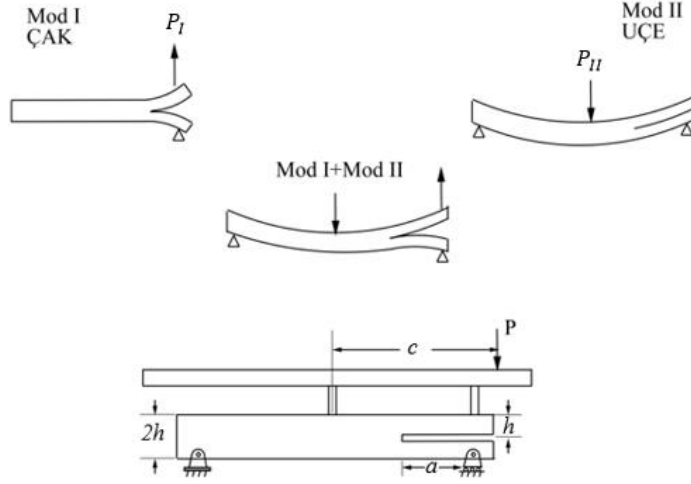
$$\theta_1 = \frac{3}{20} \left[\frac{15 \left(1 - \left(\frac{a}{L}\right)^3\right)^2 - 40 \left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{a}{L}\right)^3\right) + 48 \left(\frac{a}{L}\right)^4}{\left(2 + 3 \left(\frac{a}{L}\right)^3\right)^2} \right] \quad (3.96)$$

$$\theta_2 = 0 \quad (3.97)$$

3.3.3 Karışık modda bükme (KMB) testinin analitik çözümü

KMB testi ilk olarak NASA'da Reeder vd. [89] tarafından geliştirilmiştir. Bu test yöntemi, farklı Mod I ve Mod II yükleme oranlarında sürekli fiber takviyeli kompozit malzemelerin kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızının belirlenmesi için yapılır. KMB testinde karışık mod oranı test düzeneği üzerindeki c mesafesine bağlıdır. Şekil 3.19'da gösterilen test düzeneğindeki c mesafesi sıfır olduğunda P yükü numunenin ortasından uygulanır ve Mod II delaminasyonuna neden olur. c mesafesi arttıkça Mod I ve Mod II karışım oranı artar. Bu nedenle KMB testi ÇAK ve UÇE testlerinin kombinasyonu olarak değerlendirilir [90].

KMB testinde kolun bir ucundan P_I yükü, numunenin merkezinden ise P_{II} yükü uygulanarak karışık modlu yükleme durumu elde edilir. Burada yukarı doğru olan P_I kuvveti Mod I yüklemesi oluştururken, aşağı doğru olan P_{II} kuvveti laminat için Mod II yüklemesi oluşturur. UÇE testine benzer şekilde, KMB testinde numunenin bir ucu sabit mesnet ile diğer ucu ise hareketli mesnet ile tutturulur.



Şekil 3.19: Karışık modlu bükme test konfigürasyonu.

Şekil 3.19’da P uygulanan kuvveti, a çatlak uzunluğunu, h kalınlığı ve c test fikstürü kol uzunluğunu ifade eder. KMB testinin analitik çözümünde ASTM D6671 [18] temel alınmış olup test parametrelerinin hesaplanmasında standartta yer alan formülasyonlar kullanılmıştır. KMB testinde, c uzunluğu Denklem (3.98)’de verilen formülasyonla hesaplanır.

$$c = \frac{12\beta^2 + 3\alpha + 8\beta\sqrt{3\alpha}}{36\beta^2 - 3\alpha} L \quad (3.98)$$

Denklem (3.98)’de α kol uzunluğu ayarı için mod karışımı dönüştürme parametresini, β çatlak boyu düzeltme parametresini, L ise yarı numune uzunluğunu ifade eder. α ve β parametreleri Denklem (3.99) kullanılarak hesaplanır.

$$\alpha = \frac{1 - \frac{G_{II}}{G}}{\frac{G_{II}}{G}}, \quad \beta = \frac{\alpha + \chi h}{\alpha + 0.42\chi h} \quad (3.99)$$

Denklem (3.99)’da G_{II} Mod II durumu için şekil değiştirme enerjisi boşalma hızını, χ çatlak uzunluğu düzeltme parametresini belirtir. χ , Denklem (3.100) kullanılarak hesaplanır.

$$\chi = \sqrt{\frac{E_{11}}{11G_{13}} \left\{ 3 - 2 \left(\frac{\Gamma}{1+\Gamma} \right)^2 \right\}} \quad (3.100)$$

Denklem (3.100)'de Γ enine modül düzeltme parametresi olup Denklem (3.101) kullanılarak hesaplanır.

$$\Gamma = 1,18 \frac{\sqrt{E_{11}E_{22}}}{G_{13}} \quad (3.101)$$

KMB testinin analitik çözümü diğer test metotlarında olduğu gibi basit kiriş teorisi (BKT) ve modifiye edilmiş kiriş teorisi (MKT) kullanılarak hesaplanabilir. Bu yöntemler için analitik çözümler gerçekleştirilirken Bennati vd. [91] tarafından yapılan çalışmanın üçüncü bölümünde “Kiriş Teorisi Modelleri” kısmında belirtilen formülasyonlar dikkate alınmıştır.

3.3.3.1 KMB testinin basit kiriş teorisine (Simple Beam Theory) ile analitik çözümü

KMB testinin analitik çözümünde kullanılan yöntemlerden birisi BKT'dir. KMB testinde kompiyans, BKT dikkate alınarak Denklem (3.102) kullanılarak hesaplanır.

$$C_{KMB}^{BKT} = \frac{1}{2BE_{11}h^3} \left[\left(\frac{3c-L}{L} \right)^2 a^3 + \frac{1}{4} \left(\frac{c+L}{L} \right)^2 (3a^3 + 2L^3) \right] \quad (3.102)$$

Denklem (3.102) ile elde edilen C_{KMB}^{BKT} değeri Denklem (3.77)'de yerine yazılarak KMB numunesi için kuvvet yer değiştirme eğrisi elde edilir. KMB numunesi için BKT ile analitik çözüm yapıldığında G_I ve G_{II} parametrelerinin ayrı ayrı hesaplanması gerekir. Bunun için sırasıyla Denklem (3.103) ve Denklem (3.104)'te verilen formülasyonlar kullanılarak Mod I ve Mod II yüklemeleri için şekil değiştirme enerji boşalma hız değerleri elde edilir.

$$G_I^{BKT} = \frac{12P^2a^2}{B^2E_{11}h^3} \quad (3.103)$$

$$G_{II}^{BKT} = \frac{9P^2 a^2}{16B^2 E_{11} h^3} \quad (3.104)$$

Denklem (3.103) ve Denklem (3.104)'te P uygulanan kuvvettir. Belirtilen iki denklem yardımıyla ayrı ayrı hesaplanan şekil değiştirme enerji boşalma hız değerleri toplanarak şekil değiştirme enerji boşalma hızı ve karışık mod oranı Denklem (3.105)'te verilen eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$G = G_I + G_{II}, \quad \frac{G_{II}}{G} = \frac{G_{II}}{G_I + G_{II}} \quad (3.105)$$

3.3.3.2 KMB test numunesinin düzeltilmiş kiriş teorisi (Modified Beam Theory) ile analitik çözümü

KMB testi için BKT kullanılarak yapılan analitik çözümde çatlak ucundaki sapmaların ve rotasyonların etkileri dikkate alınmaz. Bu nedenle Kinloch vd. [75] artan delaminasyon uzunluklarını dikkate alarak geliştirilen modifiye edilmiş kiriş (MKT)'yi öne sürmüştür. Buna göre artan çatlak uzunlukları Mod I ve Mod II için sırasıyla Denklem (3.106) ve Denklem (3.107) kullanılarak hesaplanır.

$$a_I^{MKT} = a + \chi h \quad (3.106)$$

$$a_{II}^{MKT} = a + 0,42 \chi h \quad (3.107)$$

burada χ parametresi Denklem (3.100) kullanılarak hesaplanır. Bu durumda artan delaminasyon uzunlukları dikkate alındığında MKT'ye göre kompliyans, C_{KMB}^{MKT} Denklem (3.108)'de verilen eşitlik kullanılarak hesaplanır.

$$C_{KMB}^{MKT} = \frac{1}{2BE_{11}h^3} \left\{ \left(\frac{3c-L}{L} \right)^2 (a + \chi h)^3 + \frac{1}{4} \left(\frac{c+L}{L} \right)^2 \left[3(a + 0.42\chi h)^3 + 2L^3 \right] \right\} \quad (3.108)$$

C_{KMB}^{MKT} Denklem (3.77)'de yerine yazılarak KMB numunesi için kuvvet yer değiştirme eğrisi elde edilir. KMB testinde Mod I ve Mod II yüklemeleri için şekil değiştirme enerji boşalma hızı her iki yükleme durumu için ayrı ayrı hesaplanır. Mod I ve Mod

II yüklemeleri sonucunda şekil değiştirme enerji boşalma hızı değerlerinin hesaplanması için sırasıyla Denklem (3.109) ve Denklem (3.110) kullanılır.

$$G_I^{MKT} = \frac{12P^2}{B^2 E_{11} h^3} (a + \chi h)^2 \quad (3.109)$$

$$G_{II}^{MKT} = \frac{9P^2}{16B^2 E_{11} h^3} (a + 0.42\chi h)^2 \quad (3.110)$$

KMB testi sonucunda oluşan G değerinin hesaplanması ve karışık mod oranının belirlenmesi için BKT ile benzer şekilde Denklem (3.105) kullanılmalıdır.

KMB testinde delaminasyon büyümesi ile ilgili kritik bir yük koşulu uygulandığında toplam şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı G , kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızına G_c eşit olur [18].



4. PROBLEM TANIMI

Bu bölümde kompozit ÇAK, UÇE ve KMB test numunelerinin çözümleri analitik, PD ve SEA yöntemi kullanılarak ele alınmıştır. Tez kapsamında analitik ve numerik çözümü yapılan ÇAK, UÇE ve KMB problemleri için yapılan analizler literatürde yer alan çalışma sonuçları veya testler sonucunda elde edilen kuvvet yer değiştirme grafikleri ile karşılaştırılmıştır. Bu grafikler yardımıyla numuneye sınır koşulu olarak uygulanan yer değiştirme değerlerine karşılık gelen kuvvet değerleri elde edilir.

4.1 Çift Ankastre Kiriş (ÇAK) Problemi

ÇAK testi Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı, G_{IC} 'nin elde edilmesi için yapılır. ÇAK testleri, a arayüz çatlak uzunluğuna sahip numuneler ile icra edilir. Yapılan testlerde Şekil 3.17'de göstertildiği gibi numune bir ucundan sabitlenirken diğer ucundan alt ve üst laminatlardan çekme kuvveti uygulanır. ÇAK test konfigürasyonu Şekil 3.17'de verilmiştir.

4.1.1 ÇAK probleminin analitik çözümü

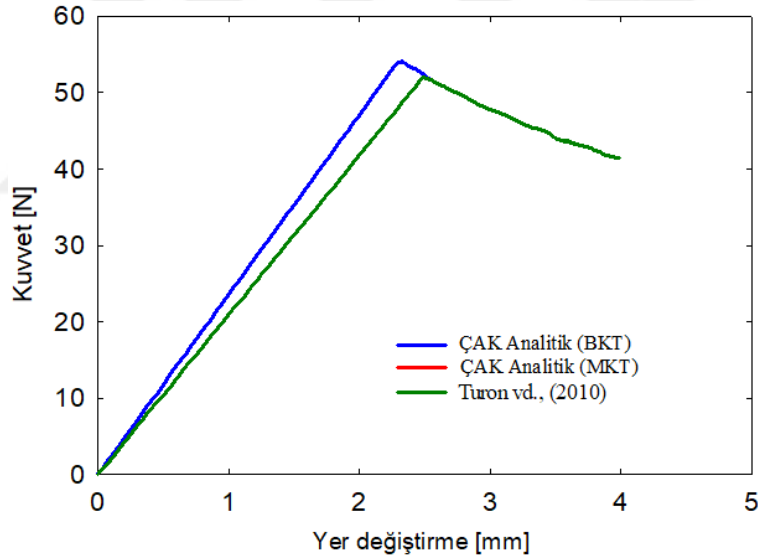
Elde edilen SEA ve PD modellerin sonuçlarını doğrulamak için Turon vd. [71] tarafından çözülen ÇAK probleminin analitik çözümü yapılmıştır. ÇAK testlerinde kullanılan numunenin elastik malzeme ve kohezif eleman özellikleri Çizelge 4.1'de verilmiştir. Şekil 3.17'de verilen test konfigürasyonuna göre test numunesinin uzunluğu $L = 150$ mm genişliği $B = 20$ mm ve yüksekliği $h = 1,55$ mm olan iki adet laminatdan oluştuğu ve ilk çatlak boyu olarak ise $a = 20$ mm olduğu belirtilmiştir [71].

Çizelge 4.1 : Karbon fiber takviyeli epoksi kompozitin malzeme özellikleri Turon vd.[71].

E_{11}	$E_{22} = E_{33}$	$G_{12} = G_{13}$	G_{23}	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}
120 GPa	10,5 GPa	5,25 GPa	3,48 GPa	0,3	0,5
λ_0	σ_s^{\max}	G_{IC}	G_{IIC}	K	η
30 MPa	60 MPa	0,26 N/mm	1,002 N/mm	10^6 N/mm	2,0

Çizelge 4.1’de σ_n^{\max} Mod I yüklemesi için arayüz mukavemetini, σ_s^{\max} kayma arayüz mukavemetini, G_{IC} Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızını, G_{IIC} Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızını, K ceza sertliğini, η B-K parametresini ifade eder.

Bölüm 3.3.1’de bahsedilen analitik çözüm metotları kullanılarak BKT ve MKT ile elde edilen analitik sonuçlar Şekil 4.1 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.1 : ÇAK probleminin analitik çözümü için farklı analitik çözüm yöntemlerinin uygulanması sonucunda elde edilen sonuçların karşılaştırılması.

Farklı metotlara göre yapılan analitik sonuçlar ve Turon vd. [71] tarafından yapılan çalışmalar karşılaştırıldığında en yakın sonuç MKT yöntemiyle elde edilen sonuçlardır. Bu nedenle ÇAK numunesinin farklı yöntemlerle yapılan numerik çalışmanın analitik çözümlerle karşılaştırması yapılırken MKT yöntemi ile elde edilen sonuçlar kullanılacaktır.

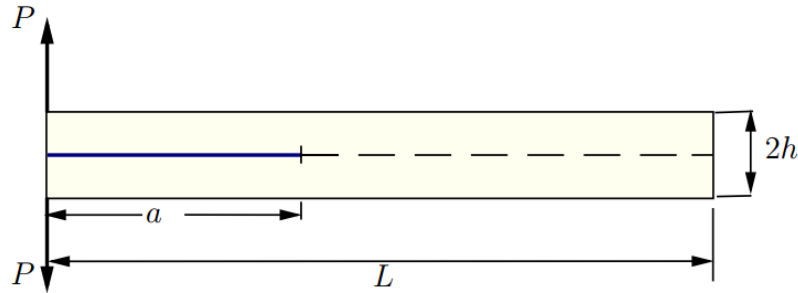
4.1.2 ÇAK probleminin kohezif bölge metodu ile çözümü

Bu bölümde ÇAK probleminin iki ve üç boyutlu kohezif arayüz elemanları kullanılarak KBM ile çözümü yapılmıştır.

4.1.2.1 ÇAK probleminin üç boyutlu kohezif arayüz elemanları ile çözümü

ÇAK numunesi sonlu elemanlar modellemesi yapılırken çekme-ayrılma yasası dikkate alınmıştır. Çekme-ayrılma yasaları doğrusal elastik, sert plastik, sabit gerilme, doğrusal yumuşatma (linear softening) üçgenel veya bilineer formlarda uygulanabilir. Bu çalışmada kolaylık sağlaması açısından bilineer form tercih edilmiştir. Bilineer formun SE yazılımında uygulanması için üç bağımsız parametre gerekir. Bunlar; ceza sertliği, arayüz mukavemeti ve kararlı durum şekil değiştirme enerjisi boşalma hızıdır.

Bu bölümde ÇAK numunesinin farklı ağ büyüklüklerinde Mod I yüklemesi altındaki etkisini incelemek üzere SEA modeli oluşturulmuştur. Test numunesi, 0 derece, tek yönlü (unidirectional), 24 katmanlı eşit kalınlıkta alt ve üst kompozit laminattan oluşur. Numunenin uzunluğu $L = 101,6$ mm, genişliği $B = 7,62$ mm ve kalınlığı $h = 1,524$ mm'dir. İlk çatlak boyu $a = 29,21$ mm'dir. Çözümlemesi yapılan problemin gösterimi Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2 : ÇAK problemi.

ÇAK numune geometrisi oluşturulduktan sonra kohezif bölge elemanları ve kompozit bölge elemanları için iki farklı malzeme kartı tanımlanmıştır. Bir ortotropik malzemedeki lineer katılık matrisi, “mühendislik sabitleri” ile tanımlanabilir. Bu sabitler: üç elastik modül (E_{11}, E_{22}, E_{33}), Poisson oranları ($\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$), kesme

modülü (G_{12}, G_{13}, G_{23})'tür. Bu modüller kompliyans matrisine göre Denklem (4.1) yardımıyla hesaplanır [1].

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_{11} & -\nu_{21}/E_{22} & -\nu_{31}/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_{11} & 1/E_{22} & -\nu_{32}/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_{11} & -\nu_{23}/E_{22} & 1/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

Bu çalışmada her bir numunenin SE modeli Çizelge 4.2'de verilen AS4 / 3501-6'nın malzeme özellikleri [72] kullanılarak oluşturulmuştur. Tüm numuneler tek yönlü olup fiberler çatlak ilerleme yönü ile hizalıdır.

Çizelge 4.2 : AS4 / 3501-6'nın mekanik ve arayüz malzeme özellikleri [72].

E_{11}	$E_{22} = E_{33}$	$G_{12} = G_{13}$	G_{23}	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}
148 GPa	10,5 GPa	5,61 GPa	3,17 GPa	0,27	0,3
σ_n^{\max}	σ_s^{\max}	G_{IC}	G_{IIC}	K	η
53,78 MPa	86,88 MPa	0,08 N/mm	0,55 N/mm	10^6 N/mm	2,0

Bu çalışmada farklı ağ uzunlukları için üç farklı iyileştirme seviyesi kullanılmıştır ve elde edilen analiz sonuçları Song vd. [72]'nin çalışma sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Song vd. [72] ise yapılan çalışmada kendi yaptıkları SEA sonuçlarını Reeder vd. [92]'nin yaptığı analitik sonuçlar ile karşılaştırmışlardır. Bu bölümde tez kapsamında yapılan çalışmada elde edilen ABAQUS SEA sonuçları hem Song vd. [72]'nin numerik sonuçları ile hem de Reeder vd. [92]'nin analitik sonuçları ile kıyaslanmıştır. Song vd. [72], ÇAK-1, ÇAK-2 ve ÇAK-3 isimlendirmesiyle üç model için analiz yapmışlardır. Bu üç modelin hepsinde kohezif bölge uzunluğu 10 mm uzunluğunda alınmıştır. Çatlak bölgesindeki eleman boyutları ÇAK-1, ÇAK-2 ve ÇAK-3 için sırasıyla 1 mm, 0,5 mm ve 0,32 mm olarak alınmıştır. Kohezif arayüz elemanları için 8 düğümlü, üç boyutlu COH3D8 eleman tipi, alt ve üst kompozit laminatlar için ise 4 düğümlü kabuk eleman tipi olan S4 kullanılmıştır. Sınır koşulu olarak ise numune sağ kısmında alt ve üst laminatların ucunda yer alan düğüm noktalarına y eksenine

yönünde 1,5 mm yer değiştirme sınır koşulu uygulanırken, sağ ucunda yer alan düğüm noktalarının tüm yönlerdeki hareketleri sınırlandırılmıştır. Şekil 4.3'te ÇAK problemi için oluşturulan kabuk elemanlar gösterilmiştir.



Şekil 4.3 : ÇAK problemi için oluşturulan kabuk elemanlar.

Oluşturulan sonlu elemanlar modelleri Song vd. [72]'nin yaptığı çalışma temel alınarak farklı ağ yoğunluklarına göre farklı nominal gerilme değerleri için koşturulmuştur. Çizelge 4.3'te kohezif bölge içerisindeki eleman sayısı ve düzenlenmiş nominal gerilme değerleri ÇAK-1, ÇAK-2 ve ÇAK-3 için verilmiştir.

Çizelge 4.3 : Farklı ağ yoğunluğuna göre ayarlanmış nominal gerilmeler [72].

Kohezif bölgedeki eleman sayısı	ÇAK-1 Ağ uzunluğu = 1 mm	ÇAK-2 Ağ uzunluğu = 0,5 mm	ÇAK-3 Ağ uzunluğu = 0,32 mm
$N_e = 1$	29,6 MPa	41,9 MPa	53,8 MPa
$N_e = 3$	17,1 MPa	24,2 MPa	30,2 MPa
$N_e = 5$	13,2 MPa	18,7 MPa	23,4 MPa

Çözümün statik olabilmesi için Şekil 3.14'te verilen pürüzsüz adım genlik fonksiyonu kullanılarak dinamik açık yöntemle SEA sonuçları elde edilmiştir. ABAQUS/Explicit yöntem kullanılarak çözülen problemlerde stabilite malzemenin dalga hızı ve en küçük elemanın uzunluğu ile ilgili olup zaman adımı Denklem (4.2) kullanılarak hesaplanır.

$$\Delta t = \frac{L_{\min}}{c_d} \quad (4.2)$$

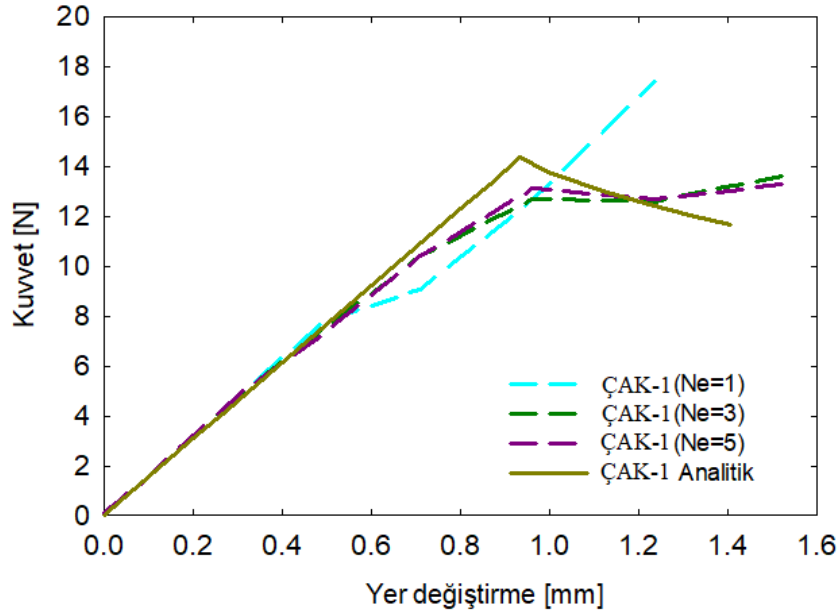
Denklem (4.2)'de c_d dalga hızını, L_{\min} ise en küçük elemanın uzunluğu olup c_d Denklem (4.3) kullanılarak hesaplanır.

$$c_d = \sqrt{\frac{\lambda_0 + 2\mu_0}{\rho}} \quad (4.3)$$

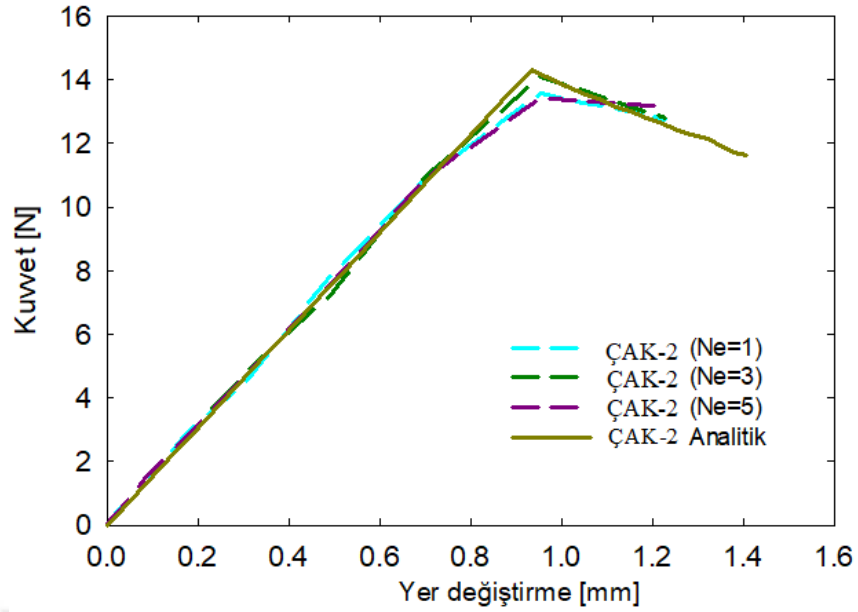
burada λ_0 ve μ_0 lame sabitlerini ifade eder ve Denklem (4.4)'te verilen eşitliğe göre hesaplanır.

$$\lambda_0 = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu_0 = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.4)$$

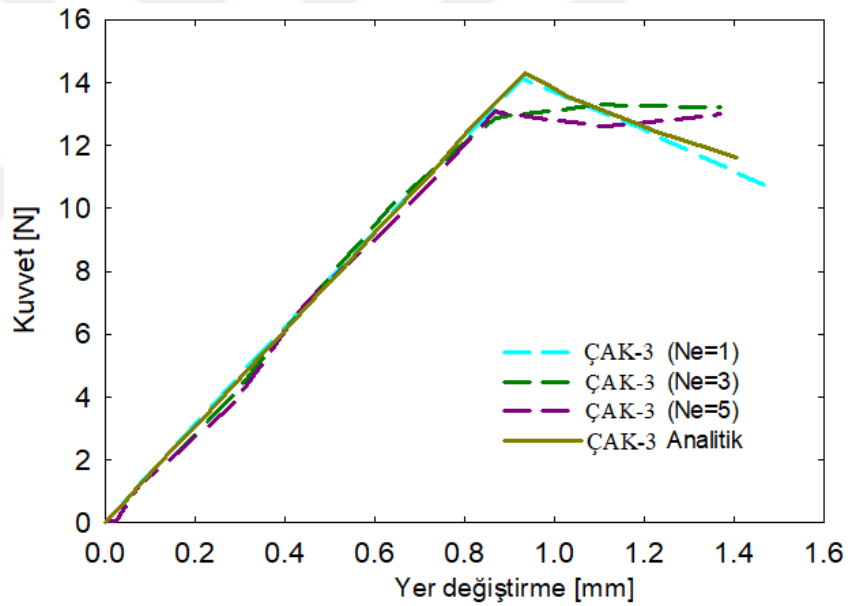
Elde edilen sonuçlar üç farklı test numunesi için Şekil 4.4, Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'da gösterilmiştir. Grafikler elde edilirken sınır koşulu numunenin iki ucundan uygulandığı için yer değiştirme değerleri iki ile çarpılarak elde edilmiştir.



Şekil 4.4 : Sonlu elemanlar yöntemiyle ÇAK-1 için ABAQUS sonuçlarının Reeder vd. [92]'nin yaptığı analitik sonuçlarla karşılaştırılması.



Şekil 4.5 : Sonlu elemanlar yöntemiyle ÇAK-2 için ABAQUS sonuçlarının Reeder vd. [92]'nin yaptığı analitik sonuçlarla karşılaştırılması.



Şekil 4.6 : Sonlu elemanlar yöntemiyle ÇAK-3 için ABAQUS sonuçlarının Reeder vd. [92]'nin yaptığı analitik sonuçlarla karşılaştırılması.

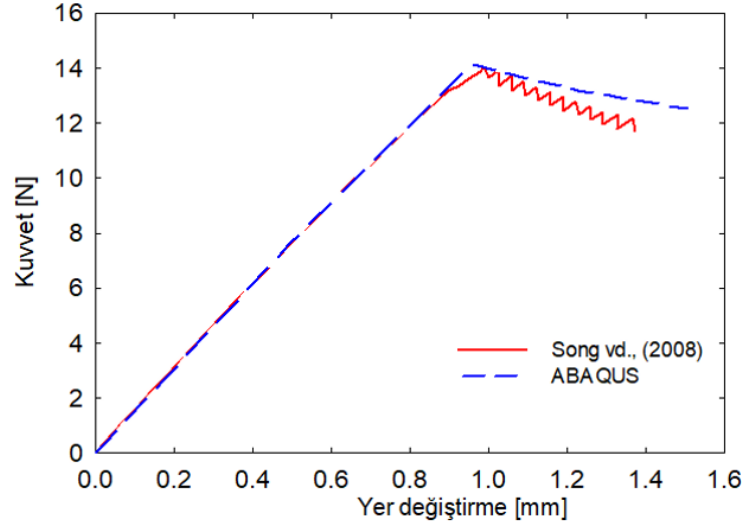
Şekil 4.4'te ÇAK-1 için elde edilen sonuçlara göre ağların delaminasyon tahmini için oldukça kaba olduğu ve dayanım değerleri ne kadar azaltılsa da yakınsar sonuçlar elde edilmediği görülmüştür. Şekil 4.5'te ise ÇAK-2 için elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında Ne=3 için elde edilen sonuçların analitik çözümle uyumlu olduğu gözlenir. Şekil 4.6'da ise Ne=1 için elde edilen sonuçların analitik sonuçlarla

neredeyse aynı olmakla birlikte, diğerk değerler için elde edilen sonuçlar arasında farklılıklar söz konusudur.

4.1.2.2 ÇAK probleminin iki boyutlu arayüz elemanları ile modellenmesi

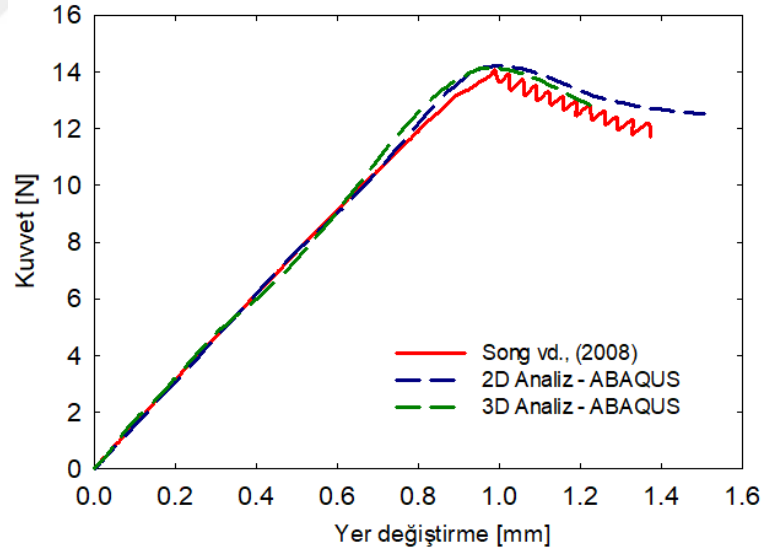
Bu bölümde kabuk elemanlar için oluşturulan modelde yakınsar sonuç elde edilen ÇAK-2 Ne=3 girdilerine göre iki boyutlu kohezif arayüz elemanları kullanılarak SE modeli oluşturulmuştur. Bu bölümde anlatılan çalışmalarda alt ve üst laminat için 4 düğümlü CPE4R elemanları, kohezif bölge için ise 4 düğümlü, iki boyutlu COH2D4 kohezif arayüz elemanları kullanılmıştır.

Sınır koşulu olarak yer değiştirme ve sabitleme sınır koşulları uygulanmıştır. Kirişin bir ucunda alt ve üst laminata y eksenini yönünde yer değiştirme sınır koşulu tanımlanırken kirişin diğerk ucunun ise x ve y yönlerindeki hareketi kısıtlanmıştır. Kiriş bu şekilde yüklendiğinde bir süre sonra yapışkan bölgeler açılmaya başlamış ve bu durum sertliğin azalmasına neden olmuştur. Yapışkan bölge tamamen açıldığında ise simülasyon sona ermiştir. Elde edilen iki boyutlu analiz sonuçları ile Song vd. [72]'nin yaptığı analitik sonuçların karşılaştırılması Şekil 4.7'de gösterilmiştir. Şekil 4.7'de verilen sonuçların elde edilmesi için elde edilen kuvvetler birim genişliğe etki eden kuvvet sonucunu gösterdiği için toplam kuvvet hesaplanırken, kuvvet için elde edilen ABAQUS değerleri genişlik ile çarpılarak toplam kuvvet değerleri bulunmuştur. Yer değiştirmeler hesaplanırken ise yer değiştirme alt ve üst laminatlar üzerinde yer alan düğüm noktalarından uygulandığı için bu değerler iki ile çarpılmış olup ÇAK problemi dinamik açık yöntemle pürüzsüz adım genlik fonksiyonu uygulanarak çözülmüştür.



Şekil 4.7 : 2D ÇAK problemi için ABAQUS sonucu ile Song vd. [72] yaptığı çalışmanın karşılaştırılması.

Yapılan analizler sonucunda, Şekil 4.8'de iki boyutlu ve üç boyutlu arayüz elemanları kullanılarak oluşturulan modellemelerin karşılaştırılması gösterilmiştir. Buna göre ÇAK modellemesinde iki ve üç boyutlu kohezif elemanlarla oluşturulan modellerin sonuçları birbiri ile oldukça yakındır.



Şekil 4.8 : 2D ÇAK ve 3D ÇAK problemi için ABAQUS sonuçları ile Song vd. [72] yaptığı çalışmanın karşılaştırılması.

Üç boyutlu arayüz elemanları ve kabuk elemanlar kullanılarak oluşturulan modellemenin sonucu HP Z620 Workstation bilgisayarda yaklaşık sekiz saatte alınırken, iki boyutlu arayüz elemanları ile oluşturulan modelden sonuçlar yaklaşık

bir saatte elde edilmiştir. Bu nedenle hesaplama verimliliği nedeniyle tez kapsamında yapılan sonlu elemanlar analizlerinin tamamında iki boyutlu modeller oluşturulmuş ve sonuçlar ona göre değerlendirilmiştir.

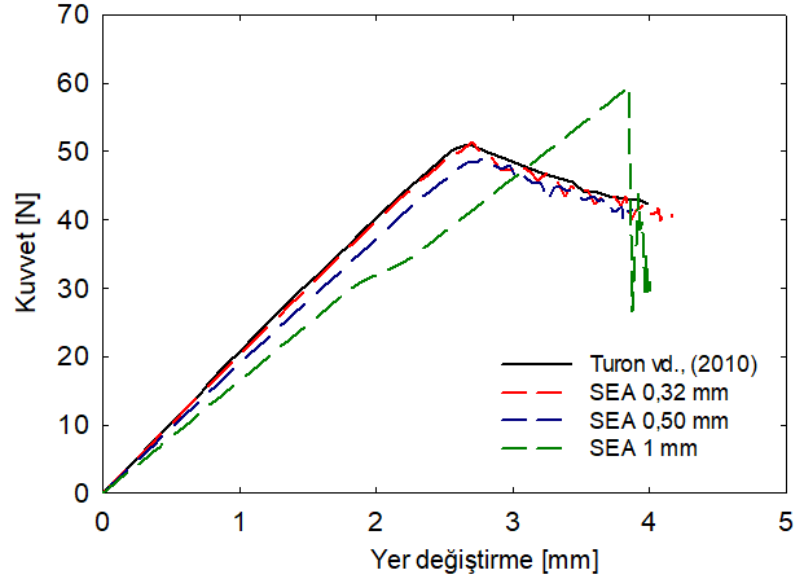
Tez kapsamında ÇAK için yapılan ABAQUS sonlu elemanlar modeli, farklı bir doğrulama çalışması olarak Turon vd. [71] yaptığı çalışma sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Problemin çözümü için oluşturulan SE modellerinde kompozit malzeme için 4 düğümlü (CPE4R) elemanları ve kohezif malzeme için 4 düğümlü (COH2D4) kohezif elemanlar kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda Turon vd. [71] tarafından yapılan çalışma sonuçlarına en yakın sonuçları elde etmek için ağ duyarlılık analizi yapılmıştır. Bu kapsamda 1 mm, 0,50 mm ve 0,32 mm ağ uzunluğuna sahip üç farklı model oluşturulmuştur. Farklı ağ uzunluğuna göre oluşturulan modellerdeki eleman sayıları Çizelge 4.4'te verilmiştir.

Çizelge 4.4 : ÇAK problemi SEA modeli için farklı ağ uzunluklarına göre oluşturulan eleman sayıları.

Ağ uzunluğu (mm)	CPE4R eleman sayısı	COH2D4 eleman sayısı
1 mm	600	115
0,50 mm	1799	230
0,32 mm	4680	358

Oluşturulan modellerde bir önceki çalışmada olduğu gibi yer değiştirme ve sabitleme sınır koşulu uygulanarak yapılmıştır. Problemin çözümünde açık yöntem kullanılmış olup pürüzsüz adım genlik fonksiyonu uygulanmıştır. Yapılan analizlerin sonucu ile Turon vd. [71]'nin yaptığı çalışma sonuçlarının karşılaştırması Şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 4.9 : ÇAK problemi için farklı ağ uzunlukları ile oluşturulan SEM ile Turon vd. [71] tarafından elde edilen sonuçların karşılaştırılması.

Yapılan çalışma sonucunda en yakın sonuç 0,32 mm ağ uzunluğuna sahip modelden elde edilmiştir. Ağ boyutu arttıkça elde edilen SEA sonuçları ve Turon vd. [71] tarafından elde edilen sonuçlarla arasındaki uyumsuzluğun arttığı görülür.

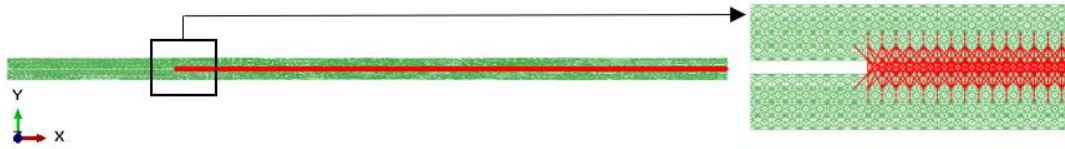
4.1.3 ÇAK probleminin peridinamik teori ile çözümü

Bu bölümde yapılan çalışmada daha önce SEM ile çözülen Turon vd. [71] tarafından çözülen ÇAK problemi PD teori kullanılarak çözülmüştür. Yapılan çalışmada ÇAK numune geometrisi MATLAB programında yazılan kod yardımı ile oluşturulmuştur. PD denklem için geliştirilen çözüm algoritması aşağıdaki adımları içerir:

- i. Malzeme mekanik özelliklerine ve geometri ölçülerine göre x, y ve z koordinatlarındaki malzeme noktası sayısı belirlenir.
- ii. Koordinatlara göre köşelerdeki malzeme noktaları oluşturulur.
- iii. Köşelerde oluşturulan malzeme noktaları kullanılarak iç kısımlardaki malzeme noktaları oluşturulur.
- iv. Her bir malzeme noktasının belirlenen küresel komşuluk yarıçapı içindeki diğer malzeme noktaları ile etkileşimi belirlenerek giriş veya yay elemanlar oluşturulur.
- v. Her bir malzeme noktası için yüzey düzeltme faktörleri hesaplanır.
- vi. Çatlak yüzeylerden geçen PD etkileşimler ortadan kaldırılır.

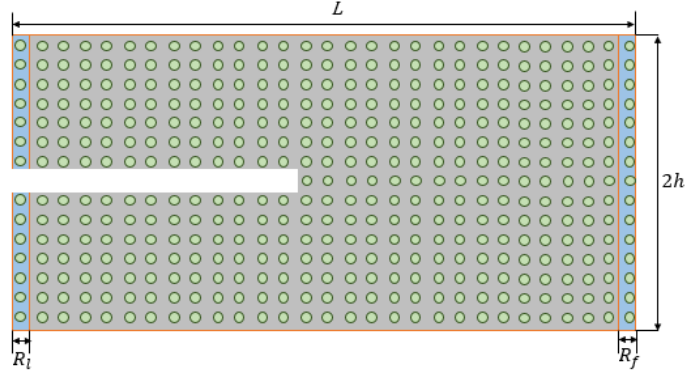
- vii. Başlangıç ve sınır koşulları uygulanır.
- viii. Zaman entegrasyonu için sabit bir zaman adımı boyutu belirlenir.
- ix. Kritik birim uzama değerini geçene kadar PD etkileşim devam ettirilir.

Oluşturulan geometride SEM modelinde olduğu gibi Şekil 4.2’de verilen numune için $L = 150$ mm ve kalınlığı $h = 1,55$ mm dikkate alınmıştır. Genişlik, çözüm süresini azaltmak için w boyunca üç malzeme noktası olacak şekilde PD model oluşturulmuştur. Yapılan analizler sonucunda birim uzunluk başına etki eden kuvvet değeri elde edildiği için genişlik etkisi sonuçlar değerlendirilirken dikkate alınmıştır. Modellemenin iki boyutlu olarak yapılmamasının nedeni ise iki boyutlu PD formülasyonların rotasyon etkisini dikkate almamasıdır. MATLAB kodu yardımıyla oluşturulan PD model Şekil 4.10’da gösterilmiştir. Oluşturulan modelde, PD bağlar Macek ve Silling [56] tarafından belirtildiği gibi T3D2 kiriş (truss) elemanlar kullanılmıştır.



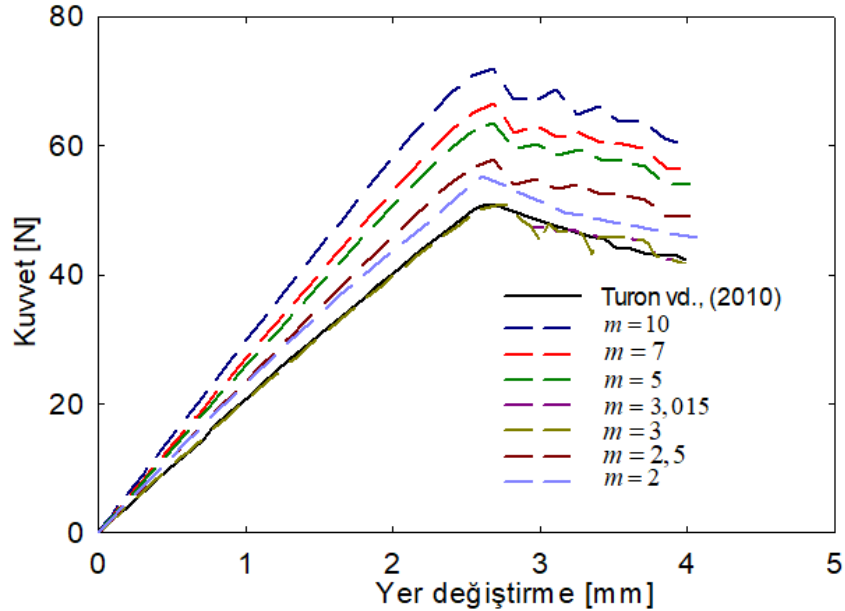
Şekil 4.10 : ÇAK numunesi için oluşturulan PD kiriş elemanlar.

Şekil 4.10’da kırmızı ile gösterilen bölge arayüz elemanlarını temsil eder ve hasar bu bölgede tanımlanır, yeşil ile gösterilen elemanlar ise üst ve alt laminatı temsil etmek için oluşturulmuştur. PD model oluşturulduktan sonra ÇAK problemi için sınır koşulu olarak Şekil 4.11’de R_f ile belirtilen malzeme noktalarının hareketleri tüm yönlerden kısıtlanmış olup R_l ile belirtilen bölgede ise üst laminatta yer alan malzeme noktaları için y yönünde alt laminattaki malzeme noktaları için ise $-y$ yönünde yer değiştirme uygulanmıştır.



Şekil 4.11 : ÇAK PD modelinde sınır koşullarının uygulandığı malzeme noktaları.

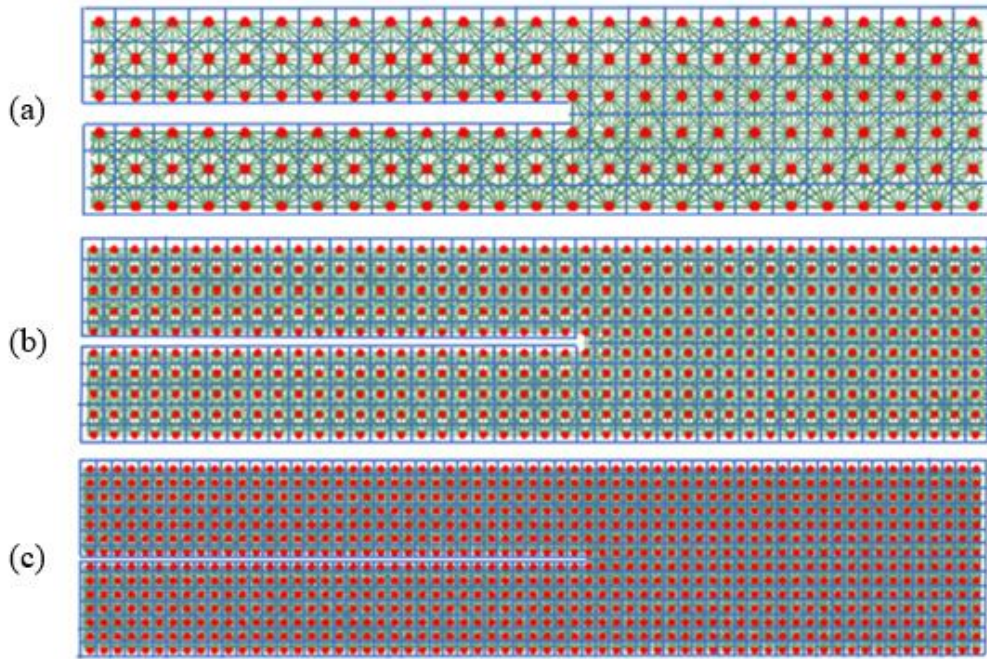
PD teorisinde malzeme noktalarının etkileşimi küresel komşuluk yarıçapı, δ içerisinde olur. PD modellemede bu yarıçap değeri $\delta = m\Delta x$ formülasyonu ile hesaplanır. Burada m küresel komşuluk yarıçapı sabitini ifade eder. Bu nedenle öncelikle küresel komşuluk yarıçapının ÇAK probleminin çözümünde kuvvet yer değiştirme sonucu üzerine etkisi araştırılmıştır. Yapılan m yakınsama çalışmasında $m = 2, 2,5, 3, 3,015, 5, 7$ ve 10 olmak üzere yedi farklı küresel komşuluk yarıçapı değeri kullanılmış olup ağ boyutu $\Delta x = h/5$ olarak sabitlenmiştir. Bu çalışma sonucunda elde edilen sonuçların Turon vd. [71]'nin elde ettiği sonuçlarla karşılaştırılması Şekil 4.12'de verilmiştir.



Şekil 4.12 : ÇAK problemi için m yakınsama çalışmasında elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.

Elde edilen sonuçlara göre ÇAK problemi için en yakın sonuçlar Hu vd. [61]'nin çalışmasında da belirtildiği gibi m değeri 3 ve 3,015 için elde edilmiş olup δ uzunluğu arttıkça elde edilen sonuçlar ve Turon vd. [71] tarafından elde edilen sonuçlar arasındaki tutarsızlık artmıştır. Bunun nedeni m değeri arttıkça Silling ve Askari [55] tarafından belirtildiği gibi aşırı dalga dağılımı (excessive wave dispersion) nedeniyle Turon vd. [71] ile PD çözümünün sayısal sonuçları arasındaki tutarsızlık artmıştır. Ayrıca küresel komşuluk yarıçapı azaldıkça yapının katılığı Turon vd. [71]'nin çözümüne göre yüksektir. Bu durumun nedeni Radel vd. [62]'nin çalışmasında doğru malzeme davranışının tasvir edilmesi için tek bir noktanın küresel komşuluk yarıçapında yeterli sayıda malzeme noktasının etkileşime girmemesi olarak belirtilmektedir. Bu nedenle çalışmanın devamında yapılacak olan analizlerde m değeri 3,015 olarak sabitlenmiştir.

Yapılan analizler kapsamında bir diğer yakınsama çalışması olarak ağ boyutu Δx 'in PD sonuçlar üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Bunun için yapılan δ yakınsama çalışmasında Şekil 4.13'te gösterildiği gibi ağ yoğunlukları $\Delta x = h/3, h/5$ ve $h/7$ olan PD modeller oluşturulmuştur.



Şekil 4.13 : Farklı Δx uzunlukları için oluşturulan PD modeller

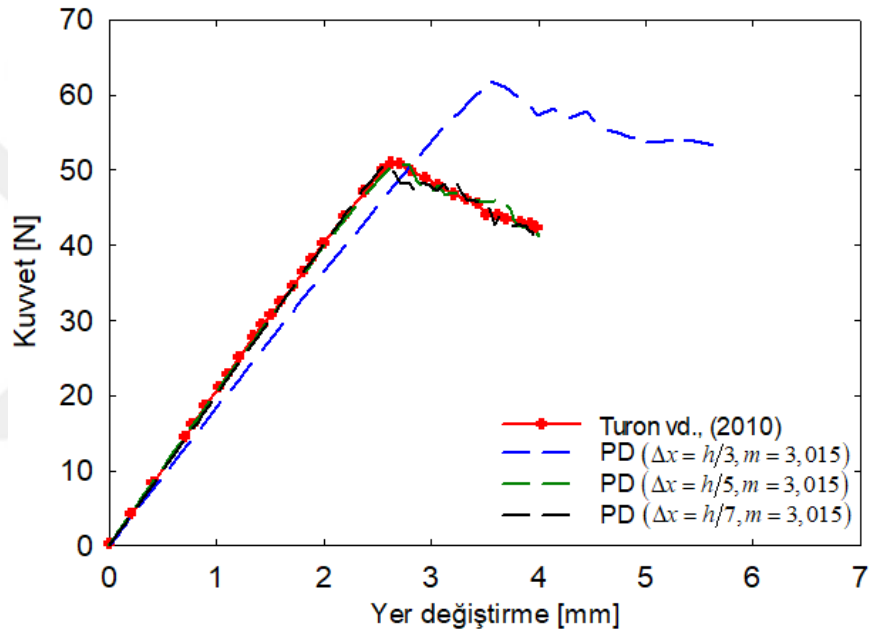
(a) $\Delta x = h/3$ (b) $\Delta x = h/5$ (c) $\Delta x = h/7$.

Farklı Δx uzunluklarında oluşturulan analiz modellerinde oluşturulan düğüm noktası ve T3D2 kiriş eleman sayısı Çizelge 4.5’te verilmiştir.

Çizelge 4.5 : Farklı Δx uzunluklarında oluşturulan analiz modelleri için oluşturulan malzeme noktası ve eleman sayıları.

Ağ uzunluğu (Δx)	Düğüm Noktası Sayısı	T3D2 eleman sayısı
$h/3$	5274	158136
$h/5$	14580	481870
$h/7$	28602	982968

Yapılan çalışmada elde edilen sonuçların Turon vd. [71] tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması Şekil 4.14’te verilmiştir.

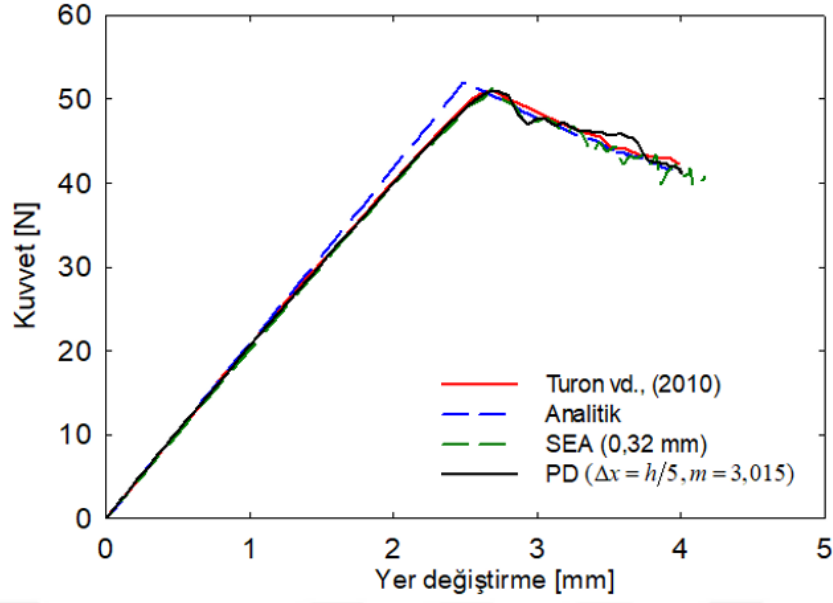


Şekil 4.14 : ÇAK problemi için δ yakınsama çalışması sonucunda elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.

Şekil 4.14’te elde edilen sonuçlarda Δx uzunluğu azaldıkça elde edilen sonuçların Turon vd. [71]’nin elde ettiği sonuçlara oldukça yaklaştığı ve Δx uzunluğu arttıkça sonuçlarda büyük sapmalar meydana geldiği görülür. Ancak küçük eleman boyutları kullanıldıkça çözüm süresi artmaktadır. Örneğin Z620 Workstation bilgisayarda $\Delta x = h/5$ için yapılan analiz yaklaşık iki buçuk saat sürerken, aynı bilgisayarda $\Delta x = h/7$ için yapılan analiz yaklaşık sekiz saat sürmüştür. Bu nedenle yapılan çalışmada elde edilen sonuçlar arasında çok büyük farklılıklar olmamasından dolayı $\Delta x = h/5$ için oluşturulan model kullanılarak çalışmalara devam edilmiştir.

Yapılan PD modellemeler küresel komşuluk yarıçapı $\delta = 3,015\Delta x$ formülüne göre oluşturulmuştur. Peridinamik teoride Bölüm 3.1'de detaylı olarak açıklanan Denklem (3.9)'da verilen formülasyon yardımıyla PD bağ sabiti hesaplanır. Malzeme noktaları arasında bulunan kiriş elemanların elastik modülü ve kesit alanı Denklem (3.61)'de verilen eşitlikler kullanılarak bulunur. Arayüz bölgesinde hasar oluşumunu simule etmek için arayüz bölgesi için kritik birim uzama değeri, s_c hesaplanmıştır. Peridinamik teoride eğer yapı s_c değerini geçerse hasar oluştuğu varsayılır. Yapılan çalışmada hasar davranışını modellemek için orijinal Peridinamik hasar davranışı Bölüm 3.1.5'de belirtildiği gibi bilinear forma dönüştürülmüştür.

Bunun için Bölüm 3.1.5'te verilen Denklem (3.55) kullanılarak hesaplanan mikropotansiyel, kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı denkleminde yerine yazılarak elde edilen Denklem (3.56) hasar davranışının modellenmesinde kullanılmıştır. Denklem (3.56)'da s_0 ve s_1 değerlerini elde etmek için Turon vd. [71] tarafından oluşturulan KBM'de elde edilen Δ^f/Δ^0 oranı, değiştirilmiş PD malzeme modelinde s_1/s_0 oranına eşit alınmıştır. Böylece bağ bazlı PD model ile KBM arasında kırılma davranışı ile ilgili bir ilişki kurulmuştur. Elde edilen sonuçların analitik sonuçlar, SEA sonuçları ve Turon vd. [71] tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması Şekil 4.15'te verilmiştir. Elde edilen sonuçlar elastik bölge için neredeyse aynı olup hasar başlangıcından sonra sonuçlar arasında ufak dalgalanmalar olsa da genel kırılma davranışı benzerdir.



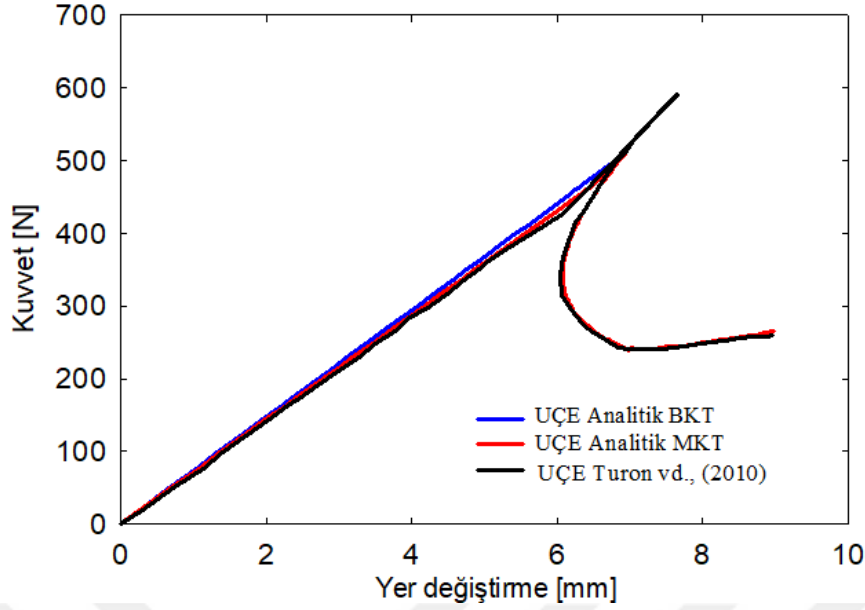
Şekil 4.15 : ÇAK problemi için PD, CZM ve analitik çözümlerden elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.

4.2 Uç Çentik Eğilmesi (UÇE) Problemi

UÇE testi Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızının elde edilmesi için yapılır. Bu testler, a arayüz çatlak uzunluğuna sahip basit bir üç nokta eğme numunesi ile gerçekleştirilir. UÇE testinde, numune, bir ucunda sabit mesnet ve diğer ucunda bir hareketli mesnetle tutturulur. Test konfigürasyonu Şekil 3.18’de verilmiş olup yük, numunenin ortasından uygulanır.

4.2.1 UÇE probleminin analitik çözümü

Elde edilen SEA ve PD modellerin sonuçlarını doğrulamak için Turon vd. [71] tarafından çözülen UÇE probleminin analitik çözümü yapılmıştır. Kullanılan numune geometrisi ve malzeme özellikleri ÇAK test numune özellikleri ile aynıdır. UÇE problemi Bölüm 3.3.2’de bahsedilen analitik çözüm metotları kullanılarak çözülmüştür. Plastik bölge için analitik çözüm yapılırken çatlakın ilerlemesi dikkate alınarak kuvvet-yer değiştirme grafiği eğrisi elde edilmiştir. UÇE numunesinin analitik çözümünde elde edilen sonuçlar Şekil 4.16 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.16 : UÇE probleminin analitik çözümü için farklı analitik çözüm yöntemlerinin uygulanması sonucunda elde edilen sonuçların karşılaştırılması.

Moura vd. [11] yaptıkları çalışmalar sonucunda UÇE testinin analitik çözümünde DKT uygulamasından elde edilen sonuçların BKT uygulamasından sonra elde edilen sonuçlara göre daha yakın olduğunu belirtmişlerdir. Şekil 4.16'da analitik yöntemlerle elde edilen sonuçlar Turon vd. [71] tarafından yapılan analitik çözümlerde elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu görülmüştür. Tez kapsamında yapılan karşılaştırmalar için UÇE probleminde MKT metodu ile elde edilen sonuçlar kullanılmıştır.

4.2.2 UÇE probleminin kohezif bölge metodu ile çözülmesi

UÇE numunesinin sonlu elemanlar modeli iki boyutlu olarak oluşturulmuş olup çekme-ayrılma yasasına göre modellenmiştir. Yapılan çalışmada kolaylık sağlaması açısından bilineer form tercih edilmiştir. Numunenin geometrik ve malzeme özellikleri ÇAK numunesi ile aynıdır.

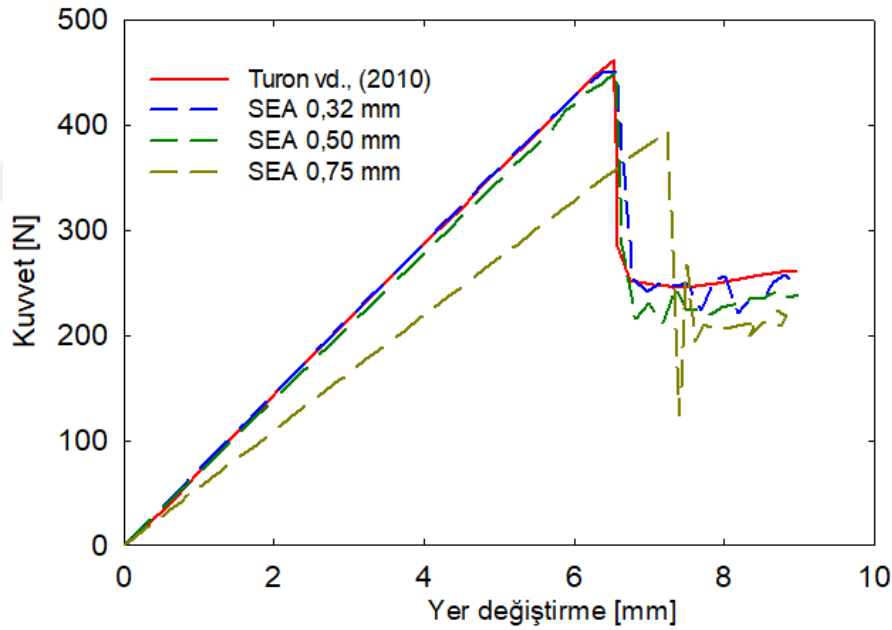
Numunenin ağ yapısı oluşturulurken kompozit kısım için 4 düğümlü (CPE4R) elemanlar, kohezif bölge için ise 4 düğümlü (COH2D4) kohezif elemanlar kullanılmıştır. UÇE problemi için ağ duyarlılık analizi yapılmıştır. Bu kapsamda 0,75

mm, 0,50 mm ve 0,32 mm ağ uzunluğuna sahip üç farklı model oluşturulmuş olup bu modellerde kullanılan toplam eleman sayıları Çizelge 4.6’da verilmiştir.

Çizelge 4.6 : UÇE problemi SEA için farklı ağ uzunluklarına göre oluşturulan eleman sayıları.

Ağ uzunluğu (mm)	CPE4R eleman sayısı	COH2D4 eleman sayısı
0,75 mm	800	153
0,50 mm	1799	230
0,32 mm	4680	358

Analiz modeli oluşturulurken sınır koşulu olarak numune bir ucu sabit mesnet, diğer ucu ise hareketli bir mesnet ile kısıtlanmıştır. Numunenin üst orta noktasından ise $-y$ yönünde yer değiştirme sınır koşulu uygulanmıştır. Problemin çözümünde açık yöntem kullanılmıştır. UÇE numunesinin KBM ile çözümünden elde edilen sonuçlar Turon vd. [71] tarafından elde edilen sonuçlar Şekil 4.17’de verilmiştir.



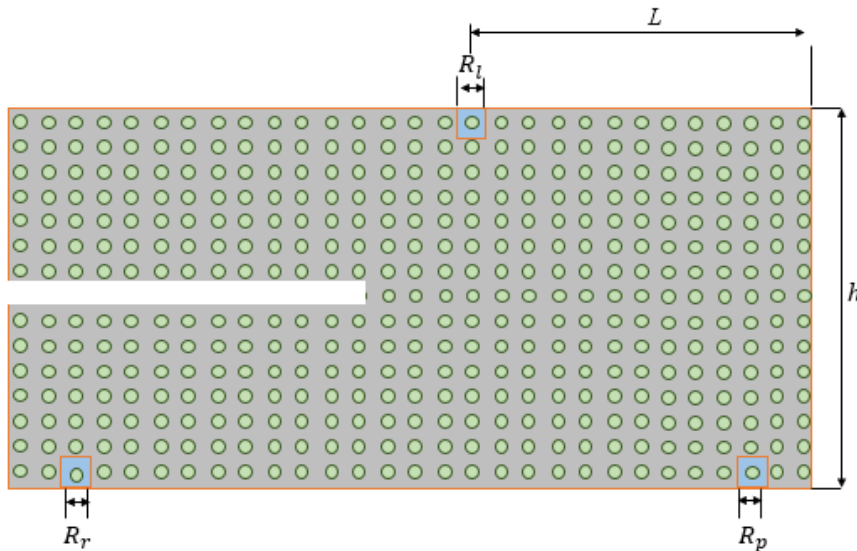
Şekil 4.17 : UÇE problemi için farklı ağ uzunlukları ile oluşturulan SEM ile Turon vd. [71] tarafından elde edilen sonuçların karşılaştırılması.

UÇE problemi için yapılan ağ duyarlılık analiz sonuçları incelendiğinde en yakın sonucun 0,32 mm ağ uzunluğuna sahip modelden elde edildiği ve ağ boyutu arttıkça elde edilen sonuçlar ve Turon vd. [71] tarafından elde edilen sonuçlar arasındaki uyumsuzluğun arttığı gözlenir.

4.2.3 UÇE probleminin peridinamik teori ile çözülmesi

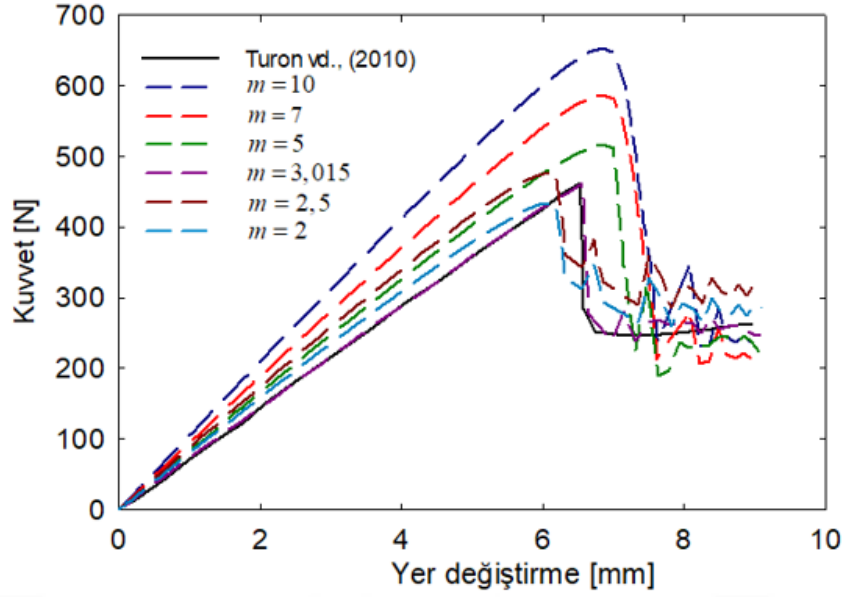
Bağ bazlı peridinamik teori kullanılarak hasar davranışındaki kritik birim uzama oranları ile kohezif bölge modelindeki yer değiştirme oranları arasında ilişki kurularak yeni bir formülasyon geliştirilmiştir. Mod II yüklemesi altındaki test numunesinin kuvvet yer değiştirme grafikleri incelenmiştir.

Bölüm 4.2.2’de verilen UÇE numune geometrik özellikleri dikkate alınarak numunenin PD modellemesi yapılmıştır. Yapılan çalışmada UÇE problemi için sınır koşulu olarak Şekil 4.18’de R_p ile gösterilen malzeme noktalarının hareketleri sabit mesnet şeklinde R_r ile gösterilen malzeme noktalarının hareketleri ise hareketli mesnet şeklinde uygulanmıştır. R_l ile belirtilen malzeme noktalarına ise $-y$ yönünde yer değiştirme sınır koşulu uygulanmıştır.



Şekil 4.18 : UÇE problemi PD modelinde sınır koşullarının uygulandığı malzeme noktaları.

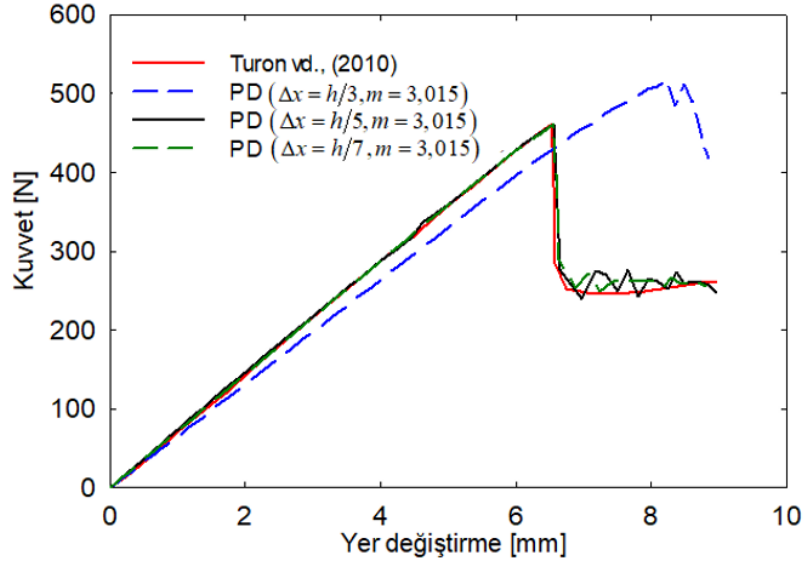
PD modeller oluşturulurken ÇAK numunesinde olduğu gibi m ve δ yakınsama çalışmaları yapılmıştır. Yapılan m yakınsama çalışmasında $m = 2, 2,5, 3,015, 5, 7$ ve 10 olarak altı farklı küresel komşuluk yarıçapı değeri kullanılmış olup ağ boyutu $\Delta x = h/5$ olarak sabitlenmiştir. m yakınsama çalışmasında elde edilen kuvvet yer değiştirme eğrileri Şekil 4.19’da gösterilmiştir.



Şekil 4.19 : UÇE problemi için m yakınsama çalışmasında elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırması.

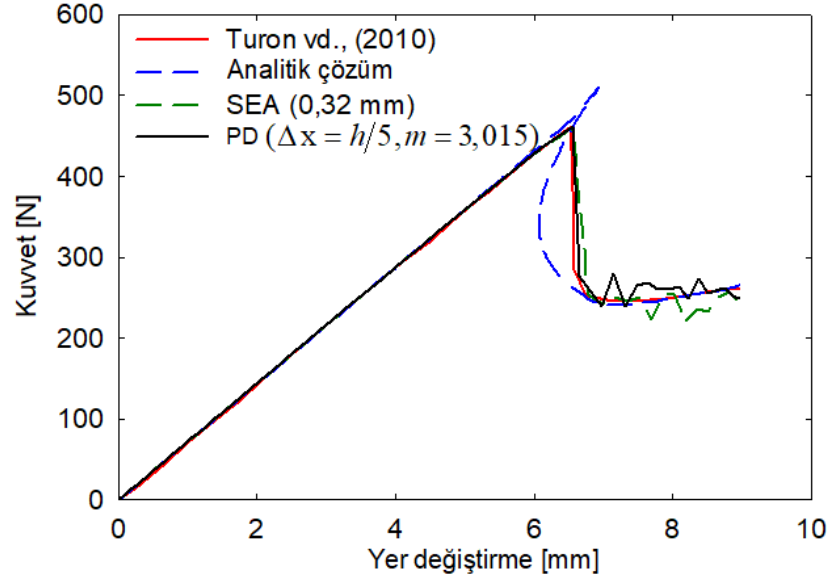
Şekil 4.19’da elde edilen sonuçlara göre $m = 3,015$ ile elde edilen sonuçların Turon vd. [71] tarafından yapılan numerik çalışma sonuçları ile hemen hemen aynı sonuçları verdiği görülmüştür. m yakınsama çalışması sonucunda ÇAK numunesi ile benzer davranış elde edilmiş olup çalışmanın devamında yapılacak olan analizlerde m değeri 3,015 olarak sabitlenmiştir.

Çalışmanın devamında yapılan δ yakınsama çalışmasında ise farklı Δx değerleri ile oluşturulan modellerin PD sonuçları üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Bunun için Şekil 4.20’de gösterildiği gibi ağ yoğunlukları $\Delta x = h/3$, $h/5$ ve $h/7$ olan PD modeller oluşturulmuştur. Oluşturulan PD modeller sonucunda elde edilen kuvvet-yer değiştirme grafikleri Şekil 4.20 ile verilmiştir. Buna göre, $\Delta x = h/5$, $h/7$ için elde edilen sonuçlar Turon vd. [71] tarafından yapılan numerik çalışma sonuçları ile çok yakındır. Ancak $\Delta x = h/5$ ile yapılan analizler daha kısa sürede elde edildiği için devam edecek olan çalışmalarda $\Delta x = h/5$ olarak alınmıştır. PD modelleme Bölüm 4.1.3’de detaylı olarak anlatılan ÇAK problemi ile aynı şekilde oluşturulmuştur.



Şekil 4.20 : UÇE problemi için δ yakınsama çalışmasında elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerin karşılaştırılması.

Oluşturulan PD model bağ bazlı PD teori kullanılarak ve KBM formülasyonu ile kırılma davranışı arasında bir ilişki kurularak oluşturulmuştur. Elde edilen yakınsama değerleri dikkate alınarak UÇE probleminin PD sonuçları, SEA sonuçları, analitik sonuçlar ve Turon vd. [71] tarafından elde edilen numerik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 4.21'de gösterilmiştir. Buna göre, PD yöntem ile elde edilen sonuçlar elastik bölgede Turon vd. [71]'nin sonuçları, SEA ve analitik çözümlerin sayısal sonuçlarıyla oldukça benzerdir. PD ve SEA sonuçlarında hasar başlangıcından sonra küçük sapmalar olsa da Şekil 4.21'de görüldüğü gibi elde edilen sonuçlar Turon vd. [71]'nin sayısal çözüm sonuçlarıyla çok yakındır.



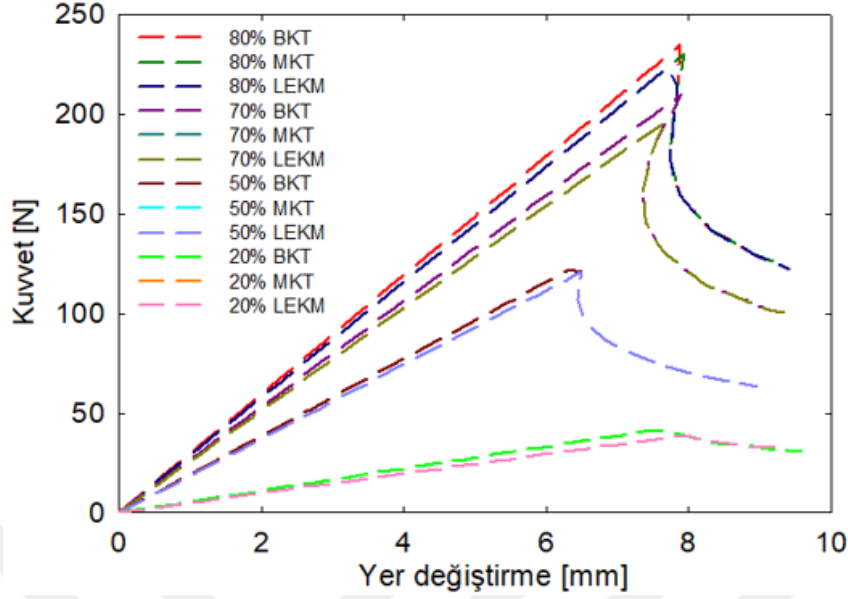
Şekil 4.21 : UÇE problemi için PD, CZM ve analitik çözümlerden elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.

4.3 Karışık Modlu Bükme (KMB) Problemi

KMB testi, farklı Mod I ve Mod II yükleme oranlarında sürekli fiber takviyeli kompozit malzemelerin interlaminar şekil değiştirme enerjisi boşalma hızını belirlemek için kullanılır. KMB problemi, Şekil 3.19’da gösterildiği gibi ÇAK ve UÇE testlerinin kombinasyonudur.

4.3.1 KMB probleminin analitik çözümü

Elde edilen SEA ve PD modellerin sonuçlarını doğrulamak için Turon vd. [71] tarafından çözülen farklı karışık mod oranlarında KMB probleminin analitik çözümü yapılmıştır. Kullanılan numune geometrisi ve malzeme özellikleri ÇAK test numune özellikleri ile aynıdır. KMB problemi Bölüm 3.3.3’de bahsedilen analitik çözüm metotları kullanılarak çözülmüştür. Plastik bölge için analitik çözüm yapılırken çatlağın ilerlemesi dikkate alınarak kuvvet-yer değiştirme grafiği eğrisi elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar Şekil 4.22’de verilmiştir.



Şekil 4.22 : KMB probleminin analitik çözümü için farklı yöntemlerin uygulanması ile elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.

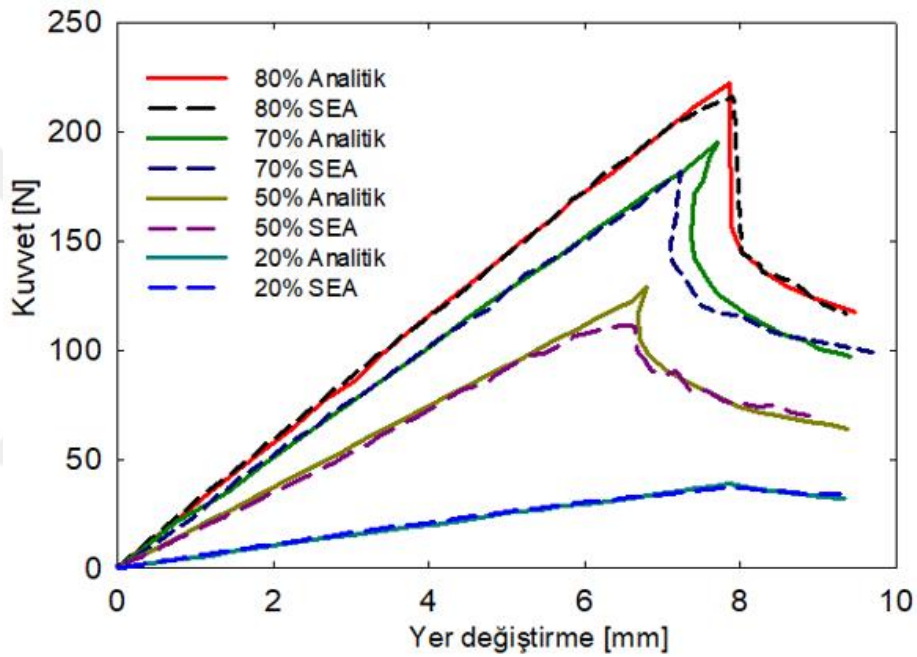
Şekil 4.22’de elde edilen sonuçlar incelendiğinde BKT ile elde edilen sonuçlarda ufak sapmalar görülsede MKT ve LEKM sonuçları neredeyse aynıdır. Bu nedenle çalışmanın devamında KMB probleminin analitik çözümü için yapılan karşılaştırmalarda MKT yöntemi ile elde edilen sonuçlar kullanılmıştır.

4.3.2 KMB probleminin kohezif bölge metodu ile çözümü

İki boyutlu KMB testi numunesi çekme-ayrılma yasasına göre modellenmiş olup çekme-ayrılma yasası bilineer formda uygulanmıştır. Kullanılan numune boyutları ve malzeme özellikleri ÇAK ve UÇE testlerinde kullanılan numune özellikleriyle aynıdır. KMB probleminin konfigürasyonu Şekil 3.19’da verilmiştir.

Analiz modeli oluşturulurken sınır koşulu olarak numune bir ucu sabit mesnet, diğer ucundan ise hareketli bir mesnet ile kısıtlanmıştır. Numunenin ağ yapısı oluşturulurken kompozit kısım için 4 düğümlü (CPE4R) elemanlar, kohezif bölge için ise 4 düğümlü (COH2D4) kohezif elemanlar kullanılmıştır. KMB problemi için oluşturulan modelin ağ boyutu ÇAK ve UÇE problemleri için yapılan ağ duyarlılık analizleri sonucunda en yakın sonuçların elde edildiği 0,32 mm olarak belirlenmiştir.

KMB testi için yapılan analizlerde 20 %, 50 %, 70 % ve 80 % karışık mod oranları dikkate alınmıştır. Belirtilen karışık mod oranları Şekil 3.19’da gösterilen *c* test uygulama aparatının kol uzunluğunun konumuna göre belirlenmiş olup yükleme *c* mesafesine göre yapılmıştır. 20 % mod oranı için Şekil 3.19’da gösterilen kol mesafesi, 149,05 mm olarak, 50 %, 70 % ve 80 %'lik karışık mod oranları için ise kol uzunlukları sırasıyla 63,18 mm, 46,71 mm ve 41,06 mm olarak ayarlanmıştır. *c* mesafesinin nasıl elde edildiği Bölüm 3.3.3’de ayrıntılı olarak verilmiştir. KMB numunesinin SEA ile çözümünden elde edilen sonuçların analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılması Şekil 4.23’te verilmiştir.



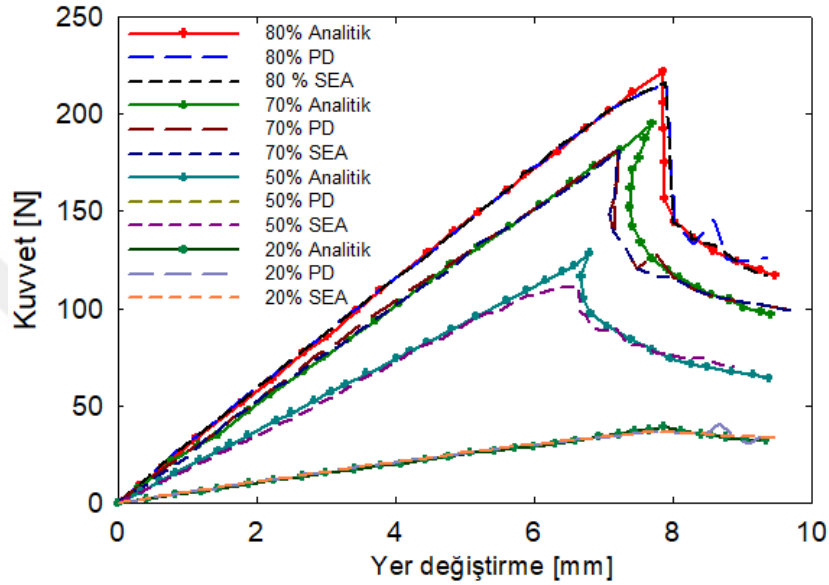
Şekil 4.23 : KMB problemi için SEA sonuçları ile analitik sonuçların karşılaştırılması.

Şekil 4.23’te elde edilen sonuçlar incelendiğinde SEA ile elde edilen sonuçlar analitik çözüm sonuçları ile oldukça yakındır.

4.3.3 KMB probleminin peridinamik teori ile çözümü

KMB testinde ÇAK ve UÇE testi için aynı numune kullanılmıştır. Yapılan analizlerde 20 %, 50 %, 70 % ve 80 % karışık mod oranları dikkate alınmıştır. Belirtilen karışık mod oranları Şekil 3.19’da gösterilen *P* yükünün konumuna göre belirlenmiştir. *c* mesafeleri ise SEA ile aynı mesafede uygulanmıştır. Sınır koşulu

olarak numune bir ucundan sabit mesnet diğer ucundan ise hareketli mesnet ile kısıtlanmıştır. KMB numunesinin PD modellemesi için ÇAK ve UÇE modelleri için elde edilen yakınsama çalışmaları sonucuna göre $m = 3,015$ ve $\Delta x = h/5$ ile oluşturulmuştur. Oluşturulan PD model sonucunda kuvvet yer değiştirme eğrileri Şekil 4.24'te gösterilmiş olup elde edilen sonuçlar, SEA sonuçları ve analitik çözüm ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.24 : KMB problemi için PD, CZM ve analitik çözümlerden elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.

Şekil 4.24'te elde edilen sonuçlar incelendiğinde farklı mod oranları için elde edilen PD sonuçlar diğer yöntemlerle elde edilen sonuçlarla uyumludur.

4.4 Çok katmanlı çift ankastre kiriş probleminin peridinamik modellemesi

Bu bölümde çok katmanlı kompozit yapıların PD modellemesi için Gong vd. [93] tarafından testlerle doğrulanmış ÇAK probleminin çözümü yapılmıştır. Bu problemin amacı çok katmanlı numunelerde her bir laminaya hasar tanımlanarak katmanlar arasındaki hasar davranışının incelenmesidir. Yapılan çalışmada kullanılan test numunesinin dizilimi aşağıda verilmiştir.

$$\left[\theta / -\theta / 0 / -\theta_4 / -\alpha / -\theta / -\alpha / 90 / -\alpha / \alpha / 90 / \alpha / \theta / \alpha / \theta_4 / 0 / \theta / -\theta / / \right]$$

burada $\theta = 60^\circ$ ve $\theta = 75^\circ$ olmak üzere iki farklı çalışma yapılmış olup numune diziliminde $\alpha = 90 - \theta$ 'yı ifade eder. Yapılan çalışmada kullanılan numunenin geometrik özellikleri Şekil 3.17'de verilen ÇAK test konfigürasyonuna göre Çizelge 4.7'de ve malzeme özellikleri ise Çizelge 4.8'de verilmiştir.

Çizelge 4.7 : Çok katmanlı ÇAK probleminin geometrik özellikleri [93].

L	B	h	a
150 mm	20 mm	3,5 mm	35 mm

Çizelge 4.8 : IM7/8552 karbon epoksi malzeme özellikleri [93].

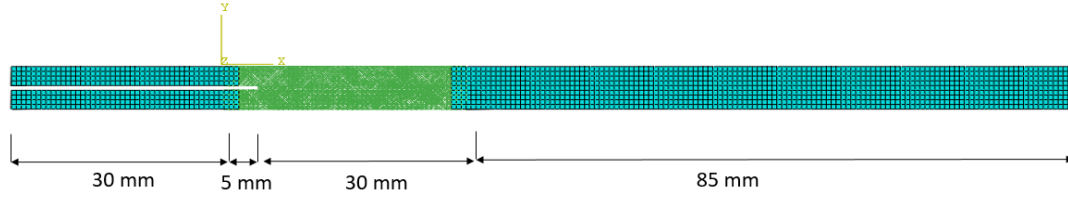
E_{11}	$E_{22} = E_{33}$	$G_{12} = G_{13}$	G_{23}	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}	G_{IC}	G_{IIC}
161 GPa	11,38 GPa	5,17 GPa	3,98 GPa	0,32	0,436	0,2 N/mm	1,0 N/mm

Gong vd. [93] tarafından yapılan ÇAK testinin hasar görüntüsünün doğru bir şekilde elde edilmesi için tüm katmanların bire bir modellenmesi gerekir. Ancak tüm katmanlar ayrı ayrı kiriş elemanlar kullanılarak PD model oluşturulduğunda eleman sayısı çok fazla artacağı için model tamamen kiriş elemanlardan oluşturulmak yerine T3D2 kiriş elemanlar ve C3D8R katı elemanlar kullanılarak bir hibrit model oluşturulmuştur. Ayrıca kiriş elemanlarla oluşturulan bölge modellenirken Δx değerinin elde edilen sonuçlara etkisini görebilmek için dört farklı analiz modeli tasarlanmıştır. Oluşturulan modellerin tümünde C3D8R katı eleman sayısı sabit tutulup bir eleman boyunca altı lamina yer alacak şekilde modellenmiştir. Oluşturulan modellerle ilgili bilgiler Çizelge 4.9'da verilmiştir.

Çizelge 4.9 : Çok katmanlı delaminasyon problemi için oluşturulan modellerde yer alan eleman sayıları.

Ağ uzunluğu (Δx)	T3D2 kiriş eleman sayısı	C3D8R katı eleman sayısı	PD modelde (Δx) uzunluğunda yer alan lamina sayısı
$h/5$	233104	13212	6
$h/9$	1590482	13212	3
$h/13$	4853552	13212	2
$h/25$	17923278	13212	1

Çizelge 4.9’da eleman sayıları verilen modeller oluşturulurken üst ve alt laminatların 30 mm’lik kısmı C3D8R katı elemanlar ile numunenin devamının 35 mm’lik kısım T3D2 kiriş elemanlar ile ve geriye kalan 85 mm’lik bölge tekrardan C3D8R katı elemanlar ile oluşturulmuştur. Oluşturulan model Şekil 4.25’da verilmiştir.



Şekil 4.25 : Çok katmanlı ÇAK problemi için oluşturulan model

Çok katmanlı ÇAK problemi için model oluşturulurken iki malzeme noktası arasında yer alan altı katmanın malzeme özelliklerinin hesaplanması için çok katmanlı laminat homojenize edilerek eşdeğer mühendislik malzeme sabitlerinin elde edilebilmesi için uzama kısıalma rijitlik matrisi $[A]$ ve uzama kısıalma esneklik matrisi $[A^*]$ Denklem (4.5) ve Denklem (4.6) kullanılarak hesaplanmıştır. $[A]$ ve $[A^*]$ matrislerinin hesaplanması için $[\bar{Q}_{ij}]$ dönüştürülmüş indirgenmiş sertlik matrisinin elemanları Denklem (3.14)-Denklem (3.19) arasında verilen eşitlikler kullanılarak elde edilmiştir [1].

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})_k] (h_k - h_{k-1}), \quad i = 1, 2, 6; j = 1, 2, 6, \quad (4.5)$$

$$[A^*] = [A]^{-1} \quad (4.6)$$

burada h_k , k katmanın kalınlığı ve \bar{Q}_{ij} indirgenmiş ve dönüştürülmüş sertlik matrisinin elemanlarını temsil eder. Böylelikle yüklemeye yönündeki elastik modül E_x , yüklemeye yönüne dik olan elastik modül E_y , düzlem içi kayma modülü G_{xy} ve Poisson oranı ν_{xy} Denklem (4.7)’de verilen eşitlikler kullanılarak hesaplanmıştır [1].

$$E_x = \frac{1}{hA_{11}^*}, \quad E_y = \frac{1}{hA_{22}^*}, \quad G_{xy} = \frac{1}{hA_{66}^*}, \quad \nu_{xy} = -\frac{A_{12}^*}{A_{11}^*} \quad (4.7)$$

Denklem (4.7)'de verilen eşitlikler kullanılarak laminat için elde edilen malzeme özellikleri modelin C3D8R katı elemanlar için olan bölümünde ABAQUS SE yazılımında "Engineering Constants" seçeneği kullanılarak tanımlanmıştır. T3D2 elemanları ile oluşturulan bölgede ise malzeme özellikleri Denklem (4.7)'de her laminat için elde edilen E_x değeri Denklem (3.61)'de yerine yazılarak elde edilmiş olup Poisson oranı 0,33 olarak alınmıştır. $\Delta x = h/25$ olarak oluşturulan modelde ise her bir lamina ayrı ayrı modellendiği için laminanın mekanik özellikleri formülasyonları kullanılmıştır. Bunun için öncelikle esneklik matrisinin elemanları Denklem (4.8)'de verilen formülasyonlar kullanılarak hesaplanmıştır [1].

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_2}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (4.8)$$

Denklem (4.8) kullanılarak elde edilen esneklik matrisi elemanları kullanılarak dönüştürülmüş indirgenmiş esneklik matrisi Denklem (4.9) yardımıyla hesaplanmıştır [1].

$$\begin{aligned} \bar{S}_{11} &= S_{11}c^4 + (2S_{12} + S_{66})s^2c^2 + S_{22}s^4 \\ \bar{S}_{12} &= S_{12}(s^4 + c^4) + (S_{11} + S_{22} - S_{66})s^2c^2 \\ \bar{S}_{16} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66})sc^3 - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66})s^3c \\ \bar{S}_{22} &= S_{11}s^4 + (2S_{12} + S_{66})s^2c^2 + S_{22}c^4 \\ \bar{S}_{26} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66})s^3c - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66})sc^3 \\ \bar{S}_{66} &= 2(2S_{11} - 2S_{22} - 4S_{12} - S_{66})s^2c^2 + S_{66}(s^4 + c^4) \end{aligned} \quad (4.9)$$

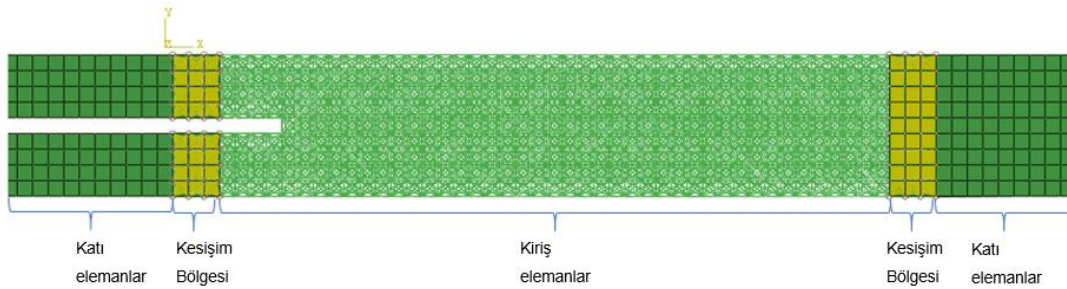
Denklem (4.9)'da verilen eşitliklerden elde edilen değerler Denklem (4.10)'da yerine yazılarak ortotropik malzemeler için mühendislik sabitleri elde edilmiştir [1].

$$E_x = \frac{1}{\bar{S}_{11}}, \quad E_y = \frac{1}{\bar{S}_{22}}, \quad G_{xy} = \frac{1}{\bar{S}_{66}}, \quad \nu_{xy} = -\frac{\bar{S}_{12}}{\bar{S}_{11}} \quad (4.10)$$

İlk olarak oluşturulan modelde PD kısım oluşturulurken iki malzeme noktası arası mesafe $\Delta x = h/5$ olacak şekilde oluşturulmuştur. Bir malzeme noktasının küresel

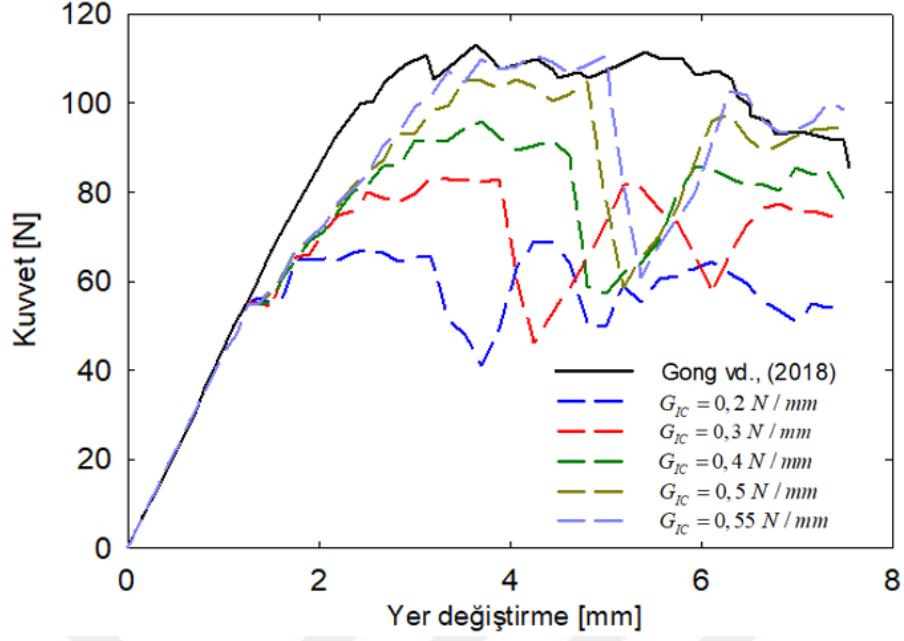
komşuluk yarıçapı $\delta = 3,015\Delta x$ formülasyonu kullanılarak hesaplanmıştır. C3D8R elemanları ile oluşturulan bölgede malzeme özellikleri ABAQUS SE yazılımında “Engineering constants” seçeneği kullanılarak oluşturulmuştur. Gong vd. [93] tarafından yapılan çalışmada tek yönlü kompozit numunenin mekanik özellikleri verilmiştir. Ancak yapılan analizlerde çok yönlü kompozitler için G_{IC} değeri farklı olacağından dolayı bu değer iteratif olarak elde edilmiştir. Yapılan analizlerde öncelikle her bir katmanın G_{IC} değeri 0,2 N/mm olarak alınmış daha sonra yapılan çalışma sonuçlarına uygun kuvvet yer değiştirme grafiği elde edilene kadar bu değer artırılarak devam edilmiştir. Bu konuda Naghipour vd. [94] çok yönlü kompozitlerde kuvvet–yer değiştirme davranışı büyük ölçüde laminatın istifleme sırasına bağlı olduğunu ve genellikle laminatların şekil değiştirme enerjisi boşalma hızının tek yönlü kompozitlere kıyasla önemli ölçüde arttığını belirtmiştir.

Hazırlanan modelde katı elemanlar kullanılarak oluşturulan parçalar ile kiriş elemanlar kullanılarak oluşturulan parçalar birbirlerine ABAQUS SE yazılımında “Kinematic coupling” seçeneği ile bağlanmıştır. Oluşturulan elemanlar ve kesişim bölgesi Şekil 4.26’da verilmiştir. Şekil 4.26’da görüldüğü gibi katı ve kiriş elemanların birleşim kısmında iki eleman türü $3\Delta x$ kadarlık bir bölgede üst üste çakıştırılmıştır. Kiriş elemanların katı elemanlarla kesiştiği bu bölgede, aşırı katı durumu önlemek için katı elemanların elastik modül değeri 1 MPa olarak tanımlanmıştır.



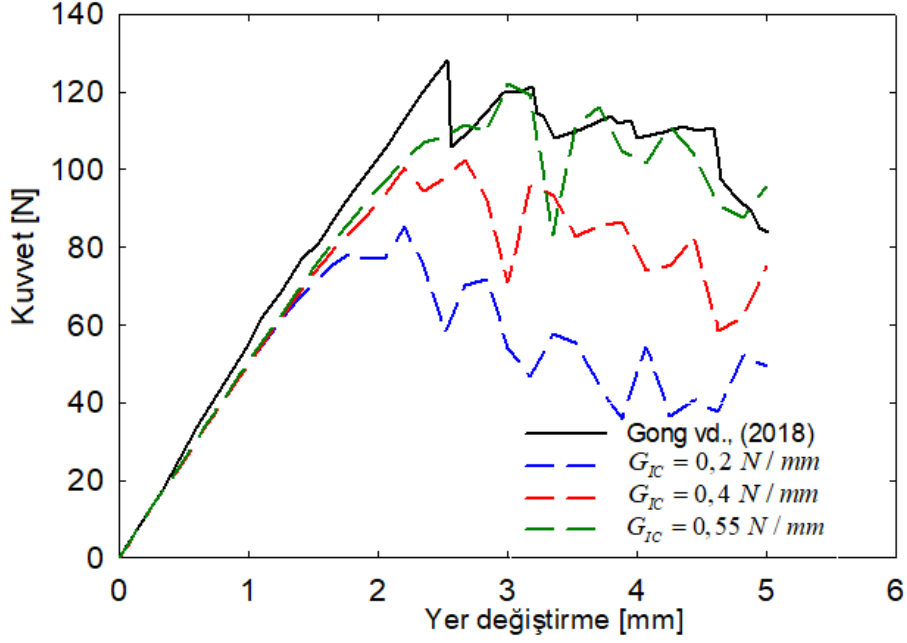
Şekil 4.26 : Katı ve kiriş elemanlar arasında tanımlanan bağlantı noktaları.

$\theta = 60^\circ$ olarak alındığında ve $\Delta x = h/5$ için oluşturulan modelde farklı G_{IC} değerleri için elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiği Şekil 4.27’de verilmiştir.



Şekil 4.27 : $\theta = 60^\circ$ ve $\Delta x = h/5$ için oluşturulan analiz modelinde farklı G_{IC} değerleri için elde edilen kuvvet yer değiştirme sonuçlarının karşılaştırılması.

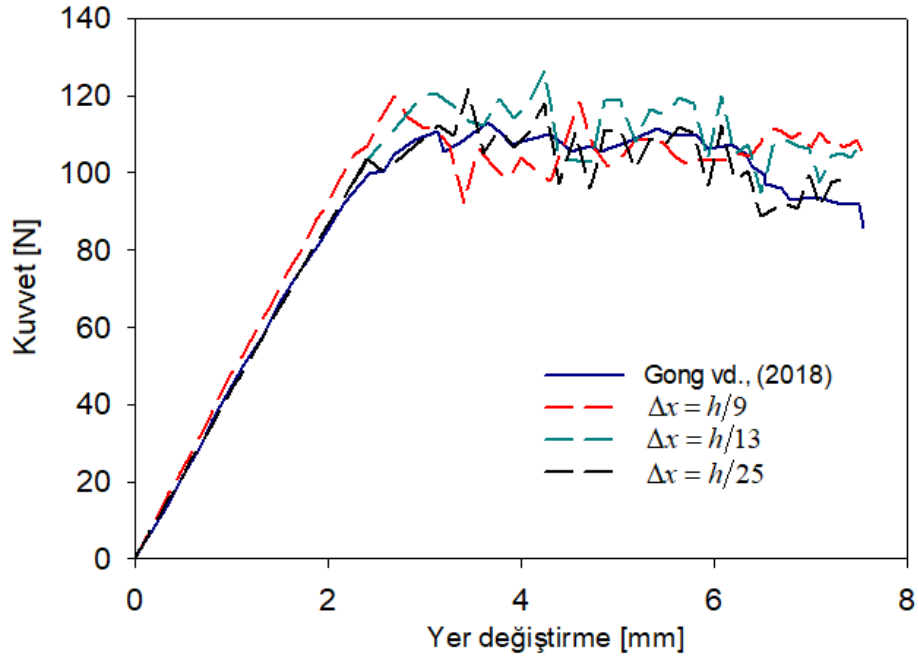
Şekil 4.27’de elde edilen sonuçlar incelendiğinde elastik bölgede salınımların meydana geldiği, hasar başlangıcından sonraki bölgede ise salınımların fazla olduğu ve G_{IC} değerleri arttıkça hasarın daha geç başladığı gözlenmiştir. Tüm analiz sonuçları karşılaştırıldığında ise $G_{IC} = 0,55$ N/mm olarak alındığında Gong vd. [93] tarafından elde edilen sonuçlara en yakın sonuçlar elde edilir. $\Delta x = h/5$ için $\theta = 75^\circ$ olarak alındığında farklı G_{IC} değerleri için elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiği Şekil 4.28’de verilmiştir.



Şekil 4.28 : $\theta = 75^\circ$ ve $\Delta x = h/5$ için oluşturulan analiz modelinde farklı G_{IC} değerleri için elde edilen kuvvet yer değiştirme sonuçlarının karşılaştırılması.

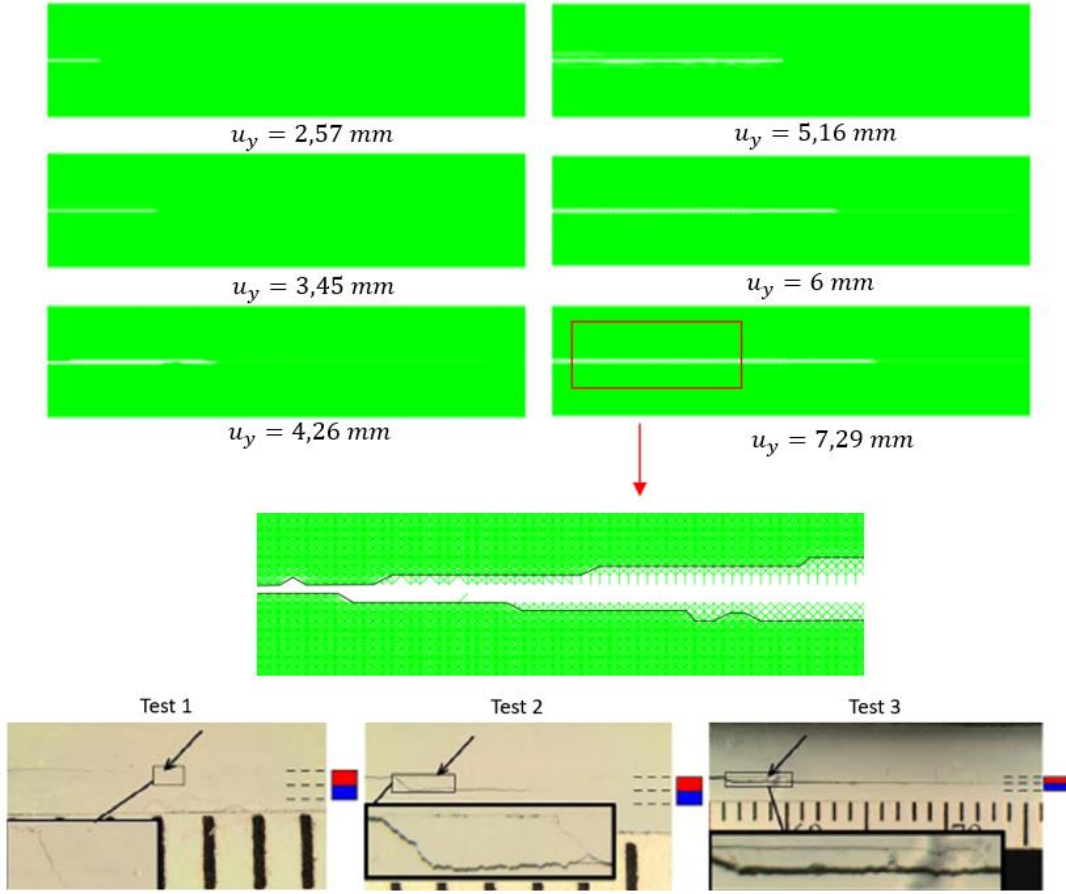
Şekil 4.28'de $\theta = 75^\circ$ için yapılan analizler sonucunda elde edilen kuvvet yer değiştirme grafikleri incelendiğinde elastik bölgede ve hasar oluşumundan sonraki bölgede dalgalanmalar oluşmuştur. Farklı G_{IC} değerleri ile yapılan analizlerde $\theta = 60^\circ$ 'de olduğu gibi $G_{IC} = 0,55 \text{ N/mm}$ olarak alındığında Gong vd. [93] tarafından elde edilen sonuçlara en yakın sonuçlar elde edilmiştir.

Farklı açı değerleri için yapılan analizler için elde edilen sonuçların iyileştirilebilmesi için ağ boyutu küçültülerek $\Delta x = h/9$, $\Delta x = h/13$ ve $\Delta x = h/25$ için analiz modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan bu modelde bir malzeme noktasının küresel komşuluk yarıçapı $\delta = 3,015\Delta x$ formülasyonu kullanılarak oluşturulmuştur. $\theta = 60^\circ$ için elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiği Şekil 4.29'da verilmiştir.



Şekil 4.29 : $\theta = 60^\circ$ 'de PD kısmında farklı Δx uzunlukları için oluşturulan modelde elde edilen kuvvet yer değiştirme grafiklerinin karşılaştırılması.

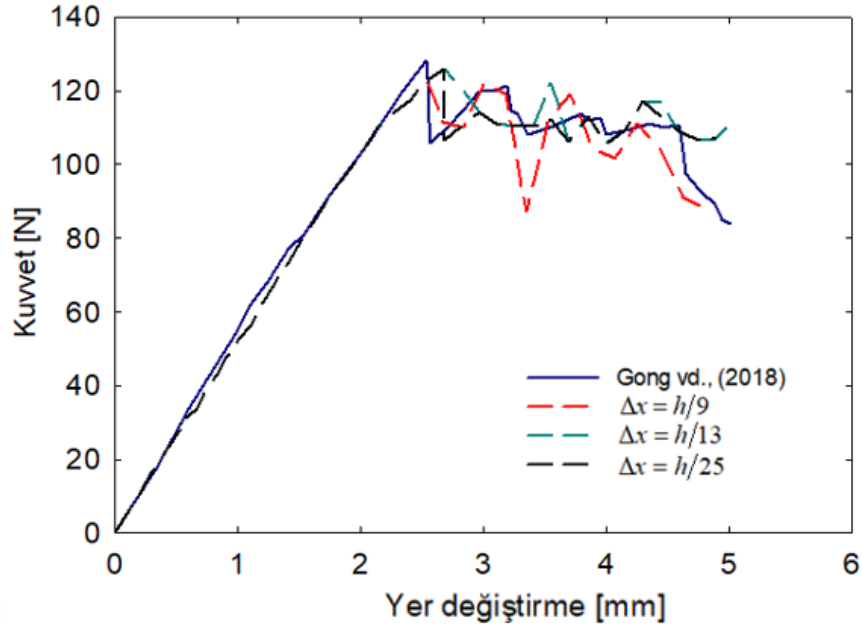
Şekil 4.29'da elde edilen sonuçlar incelendiğinde $\Delta x = h/9$ için elastik bölgede elde edilen sonuçların Gong vd. [93] tarafından elde edilen sonuçlara kısmen yakınsadığı ancak hasar oluşumunun devamında dalgalanmalar olduğu gözlenmiştir. $\Delta x = h/13$ için elde edilen sonuçlarda ise elastik bölgede ilk hasar başlangıç noktası birebir aynı olmasa da elastik bölgede yapının davranışı Gong vd. [93]'nin sonuçları ile benzer bir şekilde elde edilmiştir. Ancak hasar oluşuktan sonraki bölgede dalgalanmaların devam ettiği görülür. PD bölgede her bir katmanın ayrı ayrı modellendiği $\Delta x = h/25$ için elde edilen analiz sonuçları Gong vd. [93]'nin yaptığı çalışma sonuçları ile karşılaştırıldığında hasar bölgesinde bazı farklılıklar olmasına rağmen ilk hasar başlangıcı ve yapının genel hasar davranışı benzerdir. En yakın sonuçların elde edildiği $\Delta x = h/25$ için kırınımların olduğu yer değiştirme değerleri için çatlak ilerlemesi ve Gong vd. [93]'nin yaptığı test numunesi görüntüleri Şekil 4.30'da verilmiştir.



Şekil 4.30 : $\theta = 60^\circ$ için $\Delta x = h/25$ için belirlenen yer değiştirme değerlerine göre numune üzerindeki çatlak ilerlemesi ve test görüntülerinin karşılaştırılması.

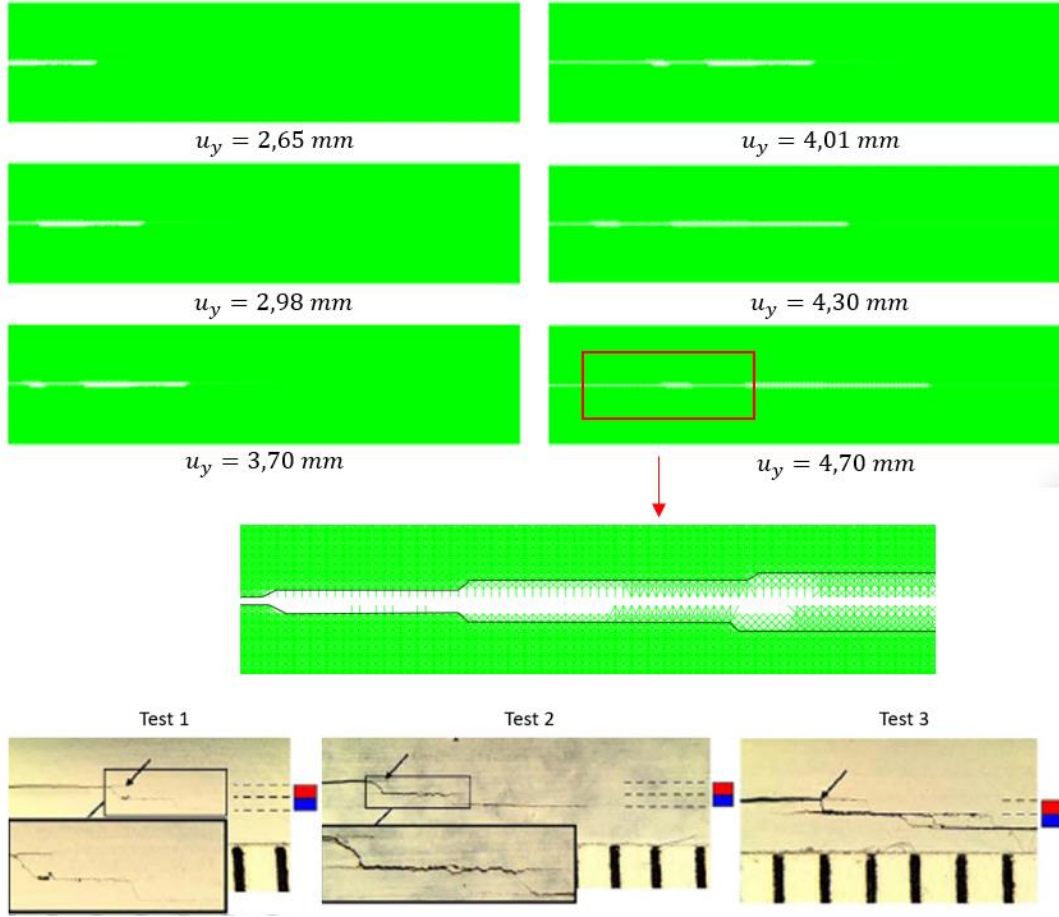
Şekil 4.30'da Gong vd. [93] tarafından yapılan test görüntülerinde kırmızı ve mavi blokların bir laminayı ifade ettiği belirtilmiştir. Bu nedenle çatlak ilerlemesinin karşılaştırılması için oluşturulan analiz modelinde her bir lamina ayrı ayrı modellenmiştir. Analizler sonucunda elde edilen çatlak ilerlemesi yaklaşılmış görüntüde siyah çizgilerle belirtilmiştir. Test görüntüleri incelendiğinde tüm test numunelerinde siyah kare içine alınan bölgede ilk lamina için çatlak ilerleme görüntüleri yaklaşılmıştır. Test görüntülerine göre çatlak analiz sonucunda da elde edildiği gibi üst ve alt yüzey arasında birbirine paralel olacak şekilde ilerlemiştir.

$\theta = 75^\circ$ için farklı Δx uzunlukları için analizler yapıldığında elde edilen kuvvet yer değiştirme grafikleri Şekil 4.31'de verilmiştir.



Şekil 4.31: $\theta = 75^\circ$ 'de PD kısmında farklı Δx uzunlukları için oluşturulan modelde elde edilen kuvvet yer değiştirme sonuçları'nın karşılaştırılması.

Şekil 4.31'de elde edilen sonuçlar incelendiğinde $\Delta x = h/9$, $\Delta x = h/13$ ve $\Delta x = h/25$ için elastik bölgede elde edilen sonuçların Gong vd. [93] tarafından elde edilen sonuçlara yakınsadığı ancak hasar oluşumunun devamında ise ağ boyutu azaldıkça elde edilen sonuçların Gong vd. [93]'nin sonuçları ile yakınsadığı gözlenmiştir. Her bir katmanın ayrı ayrı modellendiği $\Delta x = h/25$ için elde edilen analiz sonuçları Gong vd. [93]'nin yaptığı çalışma sonuçları ile karşılaştırıldığında yapının genel hasar davranışı benzerdir. En yakın sonuçların elde edildiği $\Delta x = h/25$ için kırınımların olduğu yer değiştirme değerleri için çatlak ilerlemesi ve Gong vd. [93]'nin yaptığı test numunesi görüntüleri Şekil 4.32'de verilmiştir.



Şekil 4.32 : $\theta = 75^\circ$ için $\Delta x = h/25$ için belirlenen yer değıştirme değerlerine göre numune üzerindeki çatlak ilerlemesi ve test görüntülerinin karşılaştırılması.

Şekil 4.32’de Gong vd. [93] tarafından verilen test görüntülerinde $\theta = 60^\circ$ ile benzer şekilde kırmızı ve mavi blokların bir laminayı ifade ettiği belirtildiği için karşılaştırmalar her bir laminanın ayrı ayrı modellendiği analiz sonucunda oluşan çatlak ilerlemesi sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Analizler sonucunda elde edilen çatlak ilerlemesi yakınlılaştırılmış görüntü üzerinde siyah çizgilerle belirtilmiştir. Şekil 4.32’de verilen test görüntüleri incelendiğinde siyah kare içine alınan bölgede ilk iki lamina için çatlak ilerleme görüntüleri yakınlılaştırılmıştır. Test görüntülerine göre çatlak analiz sonucunda olduğu gibi laminalar arasında birbirine paralel bir şekilde ilerlemiştir.

Ayrıca yapılan analizler sonucunda malzeme noktaları arasındaki uzaklık azaldıkça analizlerin çözümlerinin arttığı gözlenmiştir. Analiz çözümlerinin süreleri karşılaştırıldığı zaman HP Z620 Workstation bilgisayarda $\Delta x = h/5$ için oluşturulan

modelin analizi yaklaşık 40 dakikada tamamlanırken, $\Delta x = h/9$ için oluşturulan modelin analizi 10,5 saatte, $\Delta x = h/13$ için oluşturulan modelin analizi 15 saatte ve $\Delta x = h/25$ için oluşturulan modelin analizi ise yaklaşık 23 saatte tamamlanmaktadır.

Yapılan bu analizler neticesinde çok katmanlı kompozit malzemelerde oluşan hasar oluşumunun her bir katman ayrı ayrı modellenerek PD teori ile incelenebileceği anlaşılmıştır.





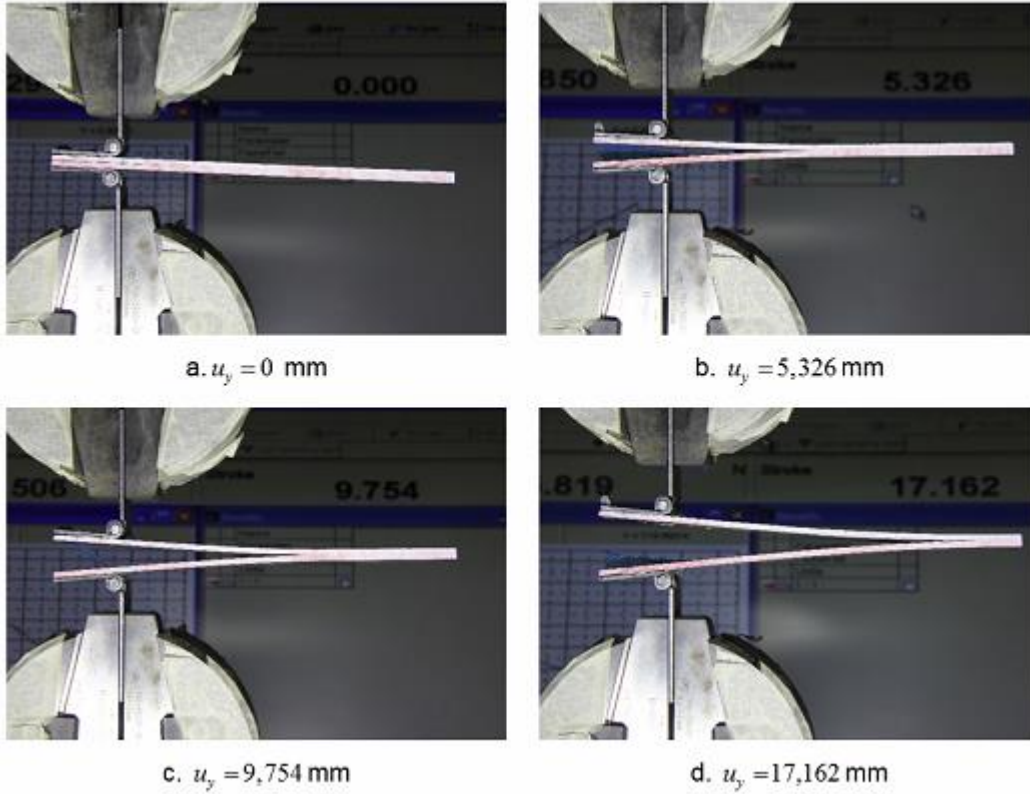
5. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Bu bölümde ODTÜ Rüzgem bünyesinde yer alan Yapı ve Malzeme Labaratuvarında icra edilen ÇAK ve UÇE testleri verilmiştir. ÇAK ve UÇE testleri 24 katmanlı tek yönlü test numuneleri yapılmış olup test sonuçları ile PD modelin doğrulaması gerçekleştirilmiştir.

5.1 Çift Ankastre Kiriş (ÇAK) Testleri

ÇAK testlerinin yapımı esnasında “ASTM D5528 standardı [9] takip edilmiştir. Bu test metodu tek yönlü karbon veya cam elyaf tabakalar ile kırılğan ve tek fazlı polimer matrisler içeren kompozitlerin kullanımıyla sınırlandırılmıştır. ASTM D5528 standardı ile açma yüklemesi sonucu oluşan delaminasyon büyümesi esnasında açığa çıkan şekil değiştirme enerjisinin eşik değeri, yani katmanlar arasındaki arayüzün Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı hesaplanır.

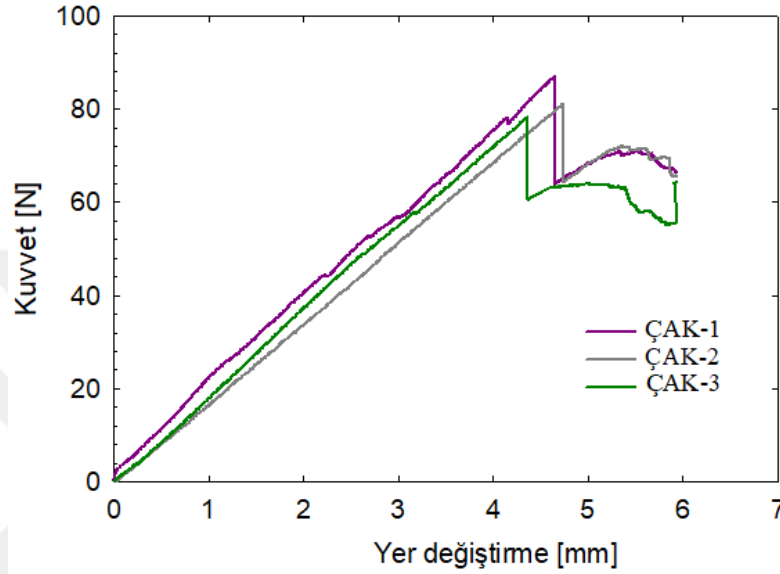
ÇAK testleri, Shimadzu elektromekanik aksenal çekme-basma test cihazında yapılmıştır. Numunelere adhezif yardımıyla yapıştırılan menteşelerin bir ucu hidrolik kavrayıcılara tutturulmuştur. Deneyler, ASTM D5528 ÇAK test standardında önerilen sabit 1 mm/dk kafa hızında yapılmış olup ve deney sırasında ölçülen kuvvet-yer değiştirme verileri 20 kHz örnekleme frekansı ile toplanmıştır. Deney sırasında yüksek çözünürlüklü kamerayla numunenin fotoğrafları çekilmiş ve çatlak ilerlemesi gözlenmiştir. Deney sırasında çekilen deney düzeneğine ve farklı yer değiştirme değerlerinde çatlak ilerlemesine ait resimler Şekil 5.1’de verilmiştir.



Şekil 5.1 : ÇAK testlerinin öncesinde ve sonrasında çekilen deney düzeneği.

ASTM D5528 test standardında, ilk çatlak oluşum anında toplanan veri ile Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı hesaplanır. Bu değer doğruluğu, filmin üretim sırasında uygun şekilde eklenmesine bağlıdır. 3 – 5 mm uzunluğundaki bir çatlak büyümesi gözlemlendikten sonra 25 mm/dk hızında bir yük boşaltma işlemi yapılır. Bir sonraki yüklemde toplanan veriler ile Mod I durumu için şekil değiştirme enerjisi hızının ilerleme değeri hesaplanır. Mod I durumu için şekil değiştirme enerjisi hızının ilerleme değerinin, delaminasyon ilerleyişi sırasındaki muhtemel elyaf köprülemesi nedeniyle başlangıç değerinden yüksek olması beklenir. Bunun, çatlak yüzeyinin altında ve üstünde yer alan katmanların aynı açıyla dizilmesinden kaynaklandığı söylenebilir. Ancak gerçek uygulamalarda delaminasyonun farklı açılı tabakalar arasında oluşmaya ve ilerlemeye meyilli olduğu düşünüldüğünde, elyaf köprülemesi etkisinin görülmediği Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi hız değerinin esas alınması önerilir. Ayrıca standartta Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızının hesaplanması için üç farklı yöntem belirtilmiştir. Bunlar kompliyans kalibrasyon yöntemi, modifiye

edilmiş kompiyans kalibrasyon yöntemi ve modifiye edilmiş kiriş yöntemleridir. Elde edilen sonuçlar değerlendirilirken genellikle en düşük değeri veren kuvvet-yer değiştirme eğrisinin doğrusallıktan saptığı andaki verilerin kullanıldığı hesaplama tekniğinin kullanılması önerilmiştir. $[0_{12} // 0_{12}]$ diziliminde aynı malzeme özelliklerine sahip üç adet numune üzerinde ÇAK deneyleri yapılmıştır. Bu deneylerden elde edilen kuvvet-yer değiştirme eğrileri Şekil 5.2'de verilmiştir.



Şekil 5.2 : $[0_{12} // 0_{12}]$ dizilimine sahip ÇAK numuneleri ile yapılan deneyde elde edilen kuvvet-yer değiştirme grafikleri.

Bu eğrilerden elde edilen Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı, G_{IC} değerleri üç farklı yöntem kullanılarak hesaplanmıştır. Elde edilen değerler Çizelge 5.1'de verilmiştir.

Çizelge 5.1 : Yapılan testler sırasında üç farklı numune için farklı yöntemler kullanılarak hesaplanan G_{IC} değerleri.

	Modifiye Edilmiş Kiriş Yöntemi	Kompiyans Kalibrasyon Yöntemi	Modifiye Edilmiş Kompiyans Kalibrasyon Yöntemi
ÇAK-1	0,2528	0,2646	0,2548
ÇAK-2	0,3729	0,3734	0,3751
ÇAK-3	0,3353	0,3371	0,3373

Bu değerlerin ortalaması alınarak 0/0 arayüzü için Mod I kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı değeri, G_{IC} 0,3226 N/mm olarak elde edilmiştir.

5.1.1 ÇAK test numunesinin peridinamik modellemesi

Tez kapsamında yapılan bu çalışmada literatürde yer alan doğrulama çalışmalarına ek olarak Bölüm 5.1’de ayrıntılı olarak açıklanan ÇAK testinin PD modeli oluşturulmuş ve elde edilen PD sonuçları test sonuçları ve analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Bağ bazlı PD model için kullanılan numune $[0_{12}/0_{12}]$ dizilimli olup test numunesinin geometrik özellikleri Şekil 3.17’de verilen ÇAK numunesi test konfigürasyonuna göre Çizelge 5.2’de verilmiştir.

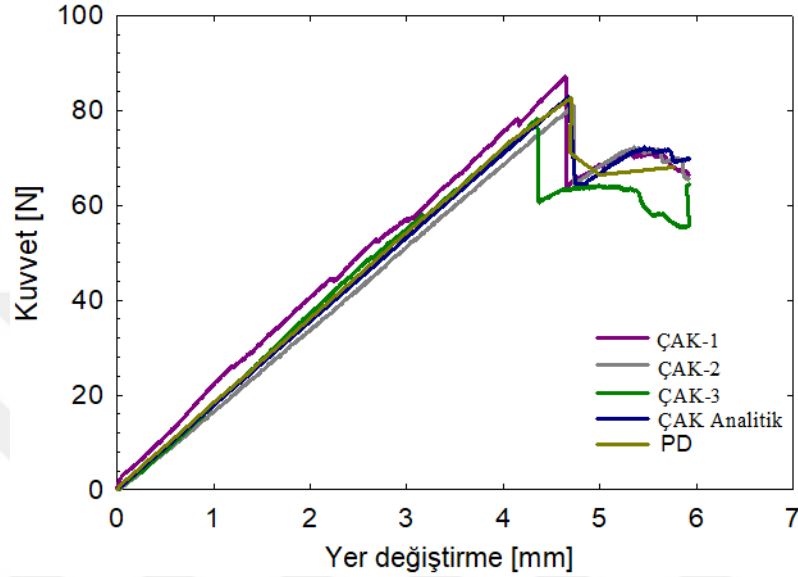
Çizelge 5.2 : ÇAK test numunesinin geometrik özellikleri.

L	B	h	a
170 mm	25 mm	2,5 mm	75 mm

Yapılan testlerde kullanılan numune tek yönlü dizilime sahip olduğundan, PD modellemenin yapılabilmesi için E_{11} değerinin bilinmesinin yeterli olduğu varsayımı yapılmıştır. E_{11} ’in hesaplanması için ÇAK numunesinin analitik çözümünde kullanılan yöntemlerden olan BKT yöntemi dikkate alınmıştır. Bu yöntem yardımıyla öncelikle yapılan testlerin ortalaması alınarak kuvvet-yer değiştirme eğrisi elde edilmiştir. Elde edilen kuvvet-yer değiştirme grafiğinin eğiminden kompiyans, C değeri hesaplanmıştır. Ardından elde edilen C değeri Denklem (3.86)’da yerine yazılarak E_{11} değeri 173 GPa olarak elde edilmiştir. PD model oluşturulurken kullanılan yöntem Bölüm 4.1.3’te verilen şekilde olup m değeri 3,015, Δx değeri ise 0,5 mm olarak alınmıştır. Sınır koşulu olarak numunenin çatlak olmayan ucundan x ve y yönlerindeki hareketleri kısıtlanmıştır. Numunenin çatlak olan ucunda ise alt laminat üzerinde yer alan malzeme noktalarından $-y$ yönünde 5 mm, üst laminat üzerinde yer alan malzeme noktalarından ise y yönünde 5 mm yer değiştirme tanımlanmıştır. Şekil 4.11’de sınır koşullarının uygulandığı malzeme noktaları detaylı olarak verilmiştir.

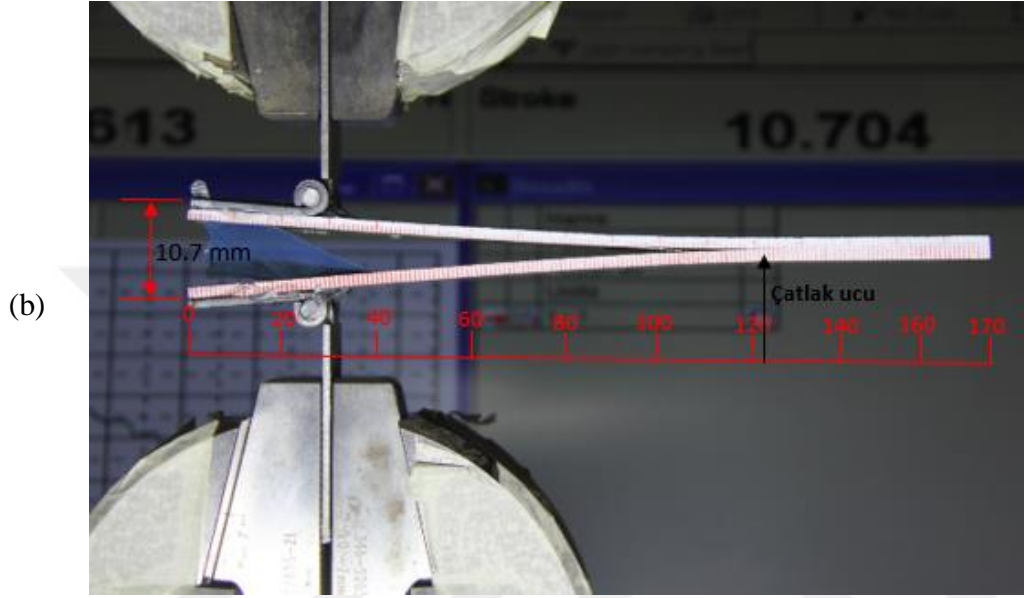
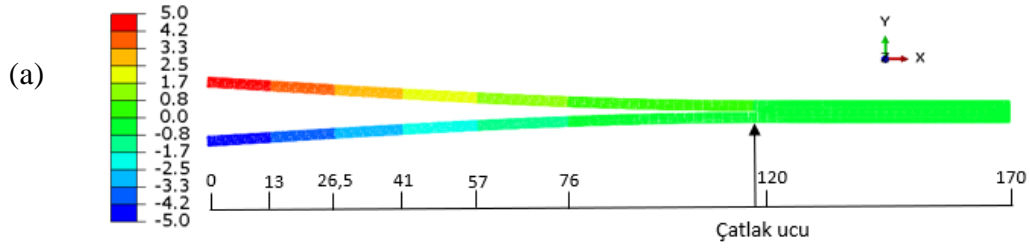
Analiz modelinde arayüz bölgesinde hasar kriteri tanımlanırken kritik uzama değerinin hesaplanması için üç ayrı ÇAK numunesi için yapılan test sonuçlarından

elde edilen Mod I kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı değeri, $G_{IC} = 0,3226$ N/mm Denklem (3.57)'de yerine yazılarak s_0 değeri hesaplanmıştır. Yapılan analizlerde elde edilen sonuçların üç farklı test numunesi ile elde edilen sonuçlar ve LEKM formülasyonları yardımıyla yapılan analitik çözümlerle karşılaştırılması Şekil 5.3'te verilmiştir.



Şekil 5.3 : ÇAK test numunesi için oluşturulan PD model ile elde edilen sonuçların test ve analitik çözümlerle karşılaştırılması.

Şekil 5.3'te PD model ile elde edilen sonuçların ÇAK test numuneleri ile yapılan test sonuçları ile benzerdir. Şekil 5.4'te ÇAK numunesi için yapılan analiz ve testler sonucunda elde edilen çatlak ucu PD model ve test numunesi için oklarla verilmiştir. Elde edilen sonuçlarda deformasyon profili birbirine benzer şekildedir. Şekil 5.4 (a)'da PD analiz sonucunda ilk çatlak boyunun 75 mm'den 116 mm'ye ilerlediği analiz sonuçlarına göre belirlenmiş olup alt ve üst lamina arasındaki yer değiştirme Şekil 5.4 (a)'da üst ve alt laminadanın yer değiştirme değerleri incelendiğinde 10 mm'dir. Şekil 5.4 (b)'de yapılan testler sırasında alt ve üst lamina arasında 10,7 mm yer değiştirme oluştuğunda çekilen numune görüntüsü verilmiş olup test sonuçları incelendiğinde çatlakın yaklaşık 122 mm'ye kadar ilerlediği belirlenmiştir.



Şekil 5.4 : (a) ÇAK numunesi için PD modelde elde edilen $-y$ yönündeki yer değiştirme konturu ve çatlak ilerlemesi (b) ÇAK testinde 10,7 mm yer değiştirme sırasında ÇAK numunesi çatlak ilerlemesi.

Şekil 5.4'e göre yapılan analizler sonucunda çatlak ilerlemesi elde edilen test sonuçları ile uyumlu olup çatlak ilerlemesi için elde edilen analiz ve test sonuçları arasındaki farklılığın yüzde birden az olduğu hesaplanmıştır.

5.2 Uç Çentik Eğilmesi (UÇE) Testi

Uç çentik eğilmesi testlerinin yapımı esnasında "ASTM D7905 standardı [14] takip edilmiştir. Bu test metodu tek yönlü karbon veya cam elyaf tabakalar ile kırılğan ve tek fazlı polimer matrisler içeren kompozitlerin kullanımıyla sınırlandırılmıştır. ASTM D7905 standardı ile kesme yüklemesi sonucu oluşan delaminasyon büyümesi esnasında açığa çıkan gerinim enerjisinin eşik değeri, yani katmanlar arasındaki arayüzün Mod II durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı hesaplanır.

Kesme yükünün numuneye iletimi üç nokta eğme fikstürü ile sağlanır. UÇE testleri Şekil 5.5'te görülen 250 kN yük kapasiteli hidrolik-servo kontrollü MTS eksenel yükleme makinasında gerçekleştirilmiştir. Deneyler, ASTM D7905 standardında önerilen sabit 0,5 mm/dk kafa hızında yapılmış ve deney sırasında ölçülen yük ve deplasman verileri 20 kHz örnekleme frekansı ile toplanmıştır.

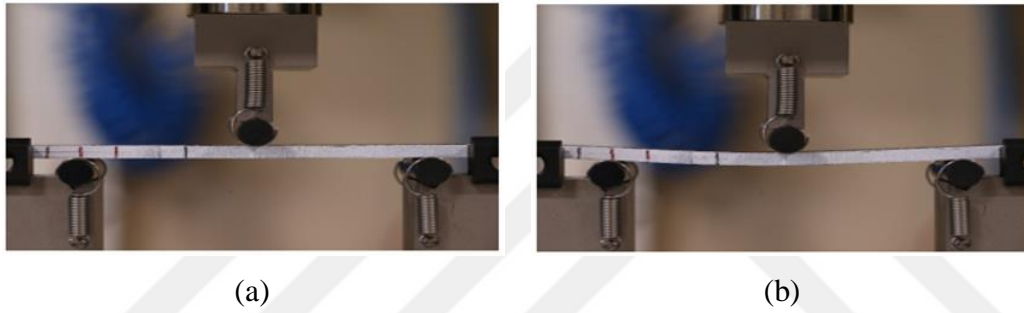


Şekil 5.5 : 250 kN yük kapasiteli hidrolik servo kontrollü MTS eksenel yükleme makinesi.

ASTM D7905 test standardına göre bir adet numune ile ön çatlaksız ve ön çatlaklı şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı ardışık testlerle hesaplanabilir. Ön çatlaksız kırılma testi öncesinde numune, çatlak ucu ve çatlak altındaki destek bilyası arasındaki mesafe sırasıyla 20 mm ve 40 mm olacak şekilde yerleştirilerek öngörülen eşik yük değerinin yarısına ulaşıncaya dek yüklenir ve sonrasında yük boşaltma işlemi yapılır. Standartta yük boşaltma hızı 0,5 mm/dk olarak önerilmiştir. Bu iki yüklemeden toplanan verilerle ön çatlaksız kompiyans kalibrasyonu yapılır. Ardından numune çatlak ucu ile çatlak altında kalan destek bilyası arasındaki mesafe 30 mm olacak şekilde konumlandırılır ve delaminasyon ilerleyişi olana kadar

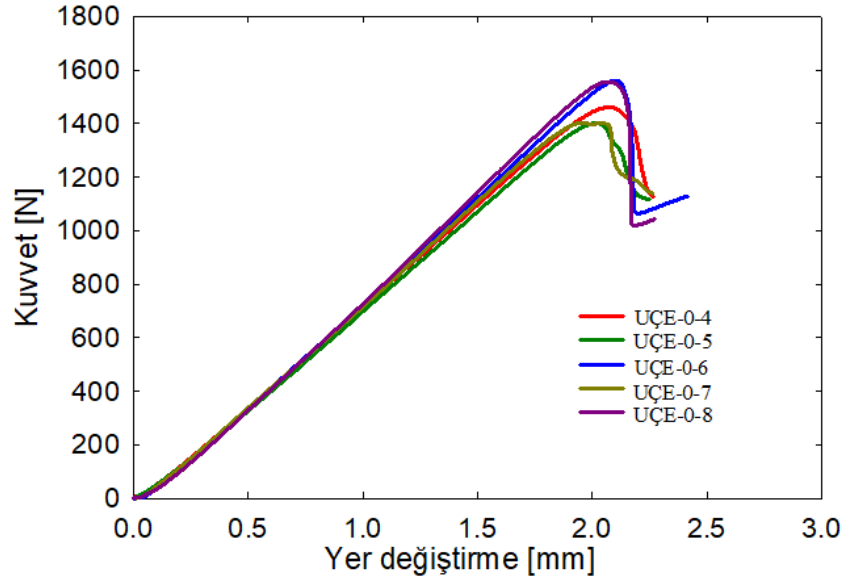
yüklemeye yapılır. Bu işleme ön çatlaksız kırılma testi denir. Daha sonra yeni çatlak ucu belirlenir ve yapılan tüm işlemler ön çatlaklı kompliyans kalibrasyonu ve ön çatlaklı kırılma testi için tekrarlanır. Testlerin sonunda öngörülen eşik değerinin uygunluğu kontrol edilir. Eğer öngörülen eşik yük değeri uygun bulunursa deneylerden toplanan veriler ile Mod II durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı değerleri hesaplanır, aksi takdirde gelecek testlerde kullanılacak olan öngörülen eşik yük değeri yeniden belirlenir.

Yapılan UÇE testleri beş farklı numune için tekrarlanmış olup deney sırasında yüksek çözünürlüklü kamerayla numunenin fotoğrafları çekilmiş ve çatlak ilerlemesi gözlenmiştir. Deney öncesinde ve deney sırasında çekilen, deney düzeneğine ait resimler Şekil 5.6’da verilmiştir.



Şekil 5.6 : UÇE testlerinin (a) öncesinde ve (b) sonrasında çekilen deney düzeneği.

$[0_{12} // 0_{12}]$ dizilimine sahip UÇE numunelerinin deneyleri yapılmıştır. Bu deneyler sonucunda elde edilen kuvvet-yer değiştirme grafikleri Şekil 5.7’de gösterilmiştir.



Şekil 5.7 : $[0_{12} // 0_{12}]$ dizilimine sahip UÇE numunelerin kuvvet-yer değiştirme grafikleri.

Şekil 5.7'ye göre farklı test numuneleri için elde edilen Mod I durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı değerleri Çizelge 5.3'te gösterilmiştir.

Çizelge 5.3 : $[0_{12} // 0_{12}]$ dizilime sahip UÇE deneylerinden elde edilen Mod II durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı G_{IIc} [N/mm].

Numune	UÇE-0-4	UÇE-0-5	UÇE-0-6	UÇE-0-7	UÇE-0-8
G_{IIc} [N/mm]	1,2410	1,2165	1,3084	1,1062	1,2222

Bu değerlerin ortalaması alınarak 0/0 arayüzü için malzemenin Mod II durumu için kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma hızı, G_{IIc} 1,2189 N/mm olarak hesaplanmıştır. UÇE test numunesinin PD modellemesi yapılırken kritik uzama değeri s_0 hesaplanırken testlerden elde edilen G_{IIc} Denklem (3.57)'de yerine yazılarak hasar davranışını modellenmesinde kullanılmıştır.

5.2.1 UÇE testinin peridinamik modellemesi

Tez kapsamında yapılan bu çalışmada literatürde yer alan doğrulama çalışmalarına ek olarak Bölüm 5.2'de ayrıntılı olarak açıklanan UÇE testinin PD modeli

oluşturulmuş ve elde edilen PD sonuçlar test sonuçları ve analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

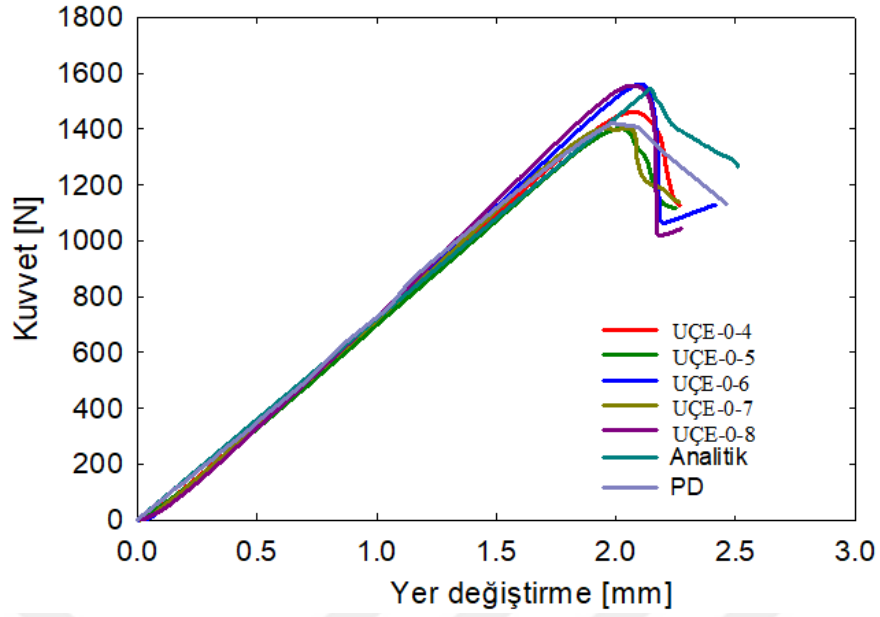
Bağ bazlı PD model için kullanılan numune $[0_{12} // 0_{12}]$ dizilimli olup test numunesinin geometrik özellikleri, Şekil 3.18’de verilen UÇE test konfigürasyonuna göre Çizelge 5.4’te verilmiştir.

Çizelge 5.4 :UÇE test numunesinin geometrik özellikleri.

L	B	h	a
210 mm	25 mm	2,5 mm	80 mm

Yapılan PD modellemede ÇAK numunesi için hesaplanan E_{11} değeri kullanılarak PD modelleme yapılmıştır. PD model oluşturulurken kullanılan yöntem Bölüm 4.2.3’te verilen şekilde olup m değeri 3,015, Δx değeri ise 0,5 mm olarak alınmıştır. Analiz modeli oluşturulurken sınır koşulu olarak numunenin bir ucunun hareketi tüm yönlerde kısıtlanmış, diğer ucunun ise y yönündeki hareketi kısıtlanmıştır. Numunenin üst orta noktasından ise $-y$ yönünde 2,5 mm yer değiştirme sınır koşulu uygulanmıştır. Şekil 4.18’de PD model için oluşturulan sınır koşullarının uygulandığı malzeme noktaları detaylı olarak verilmiştir.

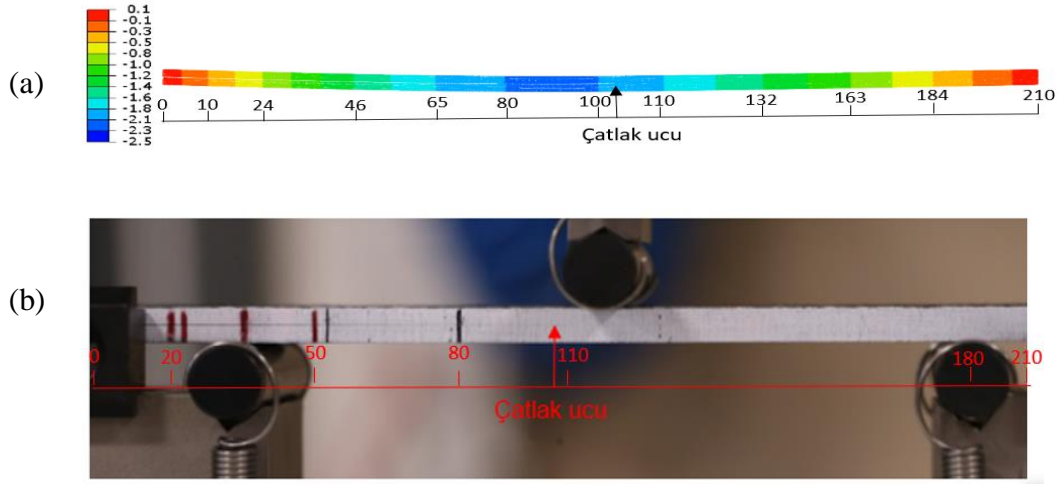
Analiz modelinde hasar kriteri tanımlanırken kritik uzama değerinin hesaplanması için beş ayrı UÇE numuneleri için yapılan test sonuçlarından elde edilen $G_{IIC} = 1,2189$ N/mm değeri Denklem (3.57)’de yerine yazılarak S_0 hesaplanmıştır. Yapılan analizlerde elde edilen sonuçların beş farklı test numunesi ile elde edilen sonuçlarla ve analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılması Şekil 5.8’da verilmiştir.



Şekil 5.8 : UÇE test numunesi için oluşturulan PD model ile elde edilen sonuçların test ve analitik çözümle karşılaştırılması.

Şekil 5.8’da elastik bölgede elde edilen sonuçların beş farklı test numunesi ve analitik çözüm sonuçlarıyla uyumlu olduğu anlaşılmıştır. Hasar başlangıcından sonraki bölümde ise elde edilen sonuçlar arasında ufak sapmalar olsa da genel olarak numunenin kırılma davranışı benzerdir.

Şekil 5.9’da UÇE numunesi için yapılan analiz ve testler sonucunda elde edilen çatlak ucu, PD model ve test numunesi için oklarla verilmiştir. Buna göre yapılan analizler sonucunda sınır koşulu olarak 2,5 mm yer değiştirme uygulandığında çatlak boyunun ilk uzunluğunun 80 mm’den 102 mm’ye ilerlediği gözlenmiştir. Testler sonucunda çatlak ilerlemesi dijital mikroskopta incelenmiş olup yapılan ölçümlerde çatlak ucu farklı numuneler için 102-105 mm arasında bulunmuştur. Dijital mikroskopta görüntü alınamaması sebebiyle testler sonucunda oluşan numunenin kamerayla çekilen fotoğrafı Şekil 5.9 (b)’de verilmiştir.



Şekil 5.9 : (a) UÇE numunesi $-y$ yönündeki yer değiştirme konturu ve çatlak ilerlemesi (b) UÇE testinde 10,7 mm yer değiştirme sırasında UÇE numunesi çatlak ilerlemesi.

Şekil 5.9'da elde edilen sonuçlar incelendiğinde PD analizlerin, çatlak ilerlemesi testleri ile uyumlu sonuçlar verdiği görülmüştür. Farklı numunelerin çatlak ilerlemesi için elde edilen analiz ve test sonuçları arasındaki farkın yüzde birden az olduğu hesaplanmıştır.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Tez kapsamında kapsamında kompozit yapılarda Mod I, Mod II ve karma mod yüklemeleri altında meydana gelen çeşitli hasar tipleri Peridinamik yöntem kullanılarak incelenmiştir. Yapılan çalışmalarda yapıda meydana gelen delaminasyon hasarının tahmin edilmesi için Peridinamik bir formülasyon geliştirilmiştir. Bu kapsamda öncelikle ÇAK, UÇE ve farklı karışık mod oranlarındaki KMB numunelerinin testlerinin analitik çözümleri elde edilmiştir. Devamında bilineer KBM kullanılarak oluşturulan sonlu elemanlar modelleri analitik çözüm ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve elde edilen sonuçların birbiri ile oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Çalışmanın devamında ise bilineer hasar davranışına dayalı olarak bağ bazlı PD model geliştirilmiştir. Bu kapsamda PD modelin temsili olarak oluşturulması malzeme noktalarının konumlarının belirlenmesi ve elemanların oluşturulması için MATLAB yazılımı kullanılarak bir algoritma geliştirilmiştir. Malzeme noktalarının ve kiriş elemanların oluşturulduğu girdi dosyası ABAQUS SE yazılımına aktarılmış yüklemeler ve sınır koşulları uygulanmış ve arayüzler arasına hasar davranışı tanımlanmıştır. Geliştirilen hasar davranışının modellenmesi için orijinal PD kırılma davranışı bilineer forma dönüştürülmüştür. En uygun PD modeli oluşturabilmek için m ve δ yakınsama çalışmaları yapılmıştır. Elde edilen PD sonuçlar, SEA ve analitik çözümlerle karşılaştırılmıştır. Ayrıca tez çalışması kapsamında gerçekleştirilen ÇAK ve UÇE deney verileri kullanılarak ÇAK ve UÇE problemlerinin PD modelleri oluşturulmuş ve elde edilen PD sonuçlar, deney sonuçları ve LEKM'ye göre yapılan analitik çözümlerle karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar ayrıntılı olarak incelendiğinde PD modelle elde edilen sonuçların elastik bölgede elde edilen sonuçlarla neredeyse aynıdır. Hasar başlangıcından sonraki kısımda ise elde edilen sonuçlar arasında ufak dalgalanmalar olsa da genel hasar davranışı benzerdir. Ayrıca çatlak ilerlemesi için ÇAK ve UÇE problemleri için analiz ve test sonuçları karşılaştırıldığında ise analiz ve test sonuçları arasındaki farklılığın yüzde birden az olduğu görülmüştür.

Çalışmanın devamında tek yönü kompozit numuneler kullanılarak yapılan modellemelerden yola çıkılarak çok katmanlı kompozit malzemelerde katmanlar arasındaki hasar davranışının modellenmesi için farklı dizimli ÇAK problemi farklı Δx uzunlukları dikkate alınarak çözülmüştür. Elde edilen sonuçları literatürde yer alan sonuçlarla karşılaştırılmış olup PD model ile her bir lamina ayrı ayrı modellendiğinde ve hasar davranışı bir lamina için tanımlandığı zaman test numunesindeki çatlak ilerlemesine benzer davranış elde edilmiştir. Elde edilen bu sonuçlar PD modelleme için geliştirilen yöntemin çatlak ilerlemesi ve çok katmanlı kompozitlerde laminalar arası hasar davranışının modellenmesi için uygulanabilir olduğunu göstermektedir.

Yapılan çalışmaların geliştirilmesi kapsamında ise KBM’de kullanılan farklı kohezif arayüz modelleri ile PD hasar davranışı arasında ilişki kurularak farklı formülasyonlar geliştirilebilir ve elde edilen sonuçların birbiriri ile ilişkisi incelenebilir. Ayrıca PD teori ile hasar davranışı modellenirken arayüz tamamen modellenerek hasarın numune genişliği yönündeki ilerleyişi de tahmin edilebilir hale getirilebilir. Böylelikle arayüz bölgesi için hasar daha gerçekçi bir biçimde elde edilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Kaw, A. K.**, *Mechanics of composite materials*, CRC press, (2005).
- [2] **Qua, H. C.**, (2015). Introduction to failure analysis, *Applied Engineering Failure Analysis*.
- [3] **Wisnom, M. R.**, (2012). The role of delamination in failure of fibre-reinforced composites, *Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*
- [4] **Camanho, P., Davila, C. G.**, (2002). Mixed-Mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials, *Nasa*, vol. TM-2002-21, no. June, pp. 1–37.
- [5] **Camanho, P. P., Dávila, C. G., Ambur, D. R.**, (2001). Numerical simulation of delamination growth in composite materials, *Natl. Aeronaut. Sp. Adm.*, no. NASA/TP-2001-211041, pp. 1–24.
- [6] **Parks, D. M.**, (1974). A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity factors, *Int. J. Fract.*, vol. 10, no. 4, pp. 487–502.
- [7] **Rice, J. R.**, (1964). A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, vol. 35, no. 2, pp. 379–388.
- [8] **Scheel, J., Ricoeur, A., Krupka, M.**, (2019). Calculation of stress intensity factors with an analytical enrichment of the modified crack closure integral, *Procedia Struct. Integr.*, vol. 18, pp. 268–273.
- [9] **ASTM D5528-01**, (2014). Standard test method for mode I interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber-reinforced polymer matrix composites, *Am. Stand. Test. Methods*, vol. 03, no. Reapproved 2007, pp. 1–12.
- [10] **Robinson, P., Song, D. Q.**, (1992). A modified DCB specimen for mode I testing of multidirectional laminates, *J. Compos. Mater.*, vol. 26, no. 11, pp. 1554–1577.
- [11] **de Moura, M. F. S. F., de Moraes, A. B.**, (2008). Equivalent crack based analyses of ENF and ELS tests, *Eng. Fract. Mech.*, vol. 75, no. 9, pp. 2584–2596.
- [12] **Dávila, C. G., Camanho, P. P., Turon, A.**, (2007). Cohesive elements for shells.
- [13] **Leffler, K., Alfredsson, K. S., Stigh, U.**, (2007). Shear behaviour of adhesive

layers, *Int. J. Solids Struct.*, vol. 44, no. 2, pp. 530–545.

- [14] **ASTM D7905**, (2014). Standard test method for determination of the mode II interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber-reinforced polymer matrix composites, *ASTM*.
- [15] **Yang, Q., Cox, B.**, (2005). Cohesive models for damage evolution in laminated composites, *International Journal of Fracture*, vol. 133, no. 2. pp. 107–137.
- [16] **Krueger, R., Cvitkovich, M. K., O'Brien, T. K., Minguet, P. J.**, (2000). Testing and analysis of composite skin/stringer debonding under multi-axial loading, *J. Compos. Mater.*, vol. 34, no. 15, pp. 1263–1300.
- [17] **Lee, S. M.**, (1993). Edge crack torsion method for mode III delamination fracture testing, *J. Compos. Technol. Res.*, vol. 15, no. 3, pp. 193–201.
- [18] **ASTM 6671**, (2007). Standard test method for mixed mode I-mode II interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber reinforced polymer matrix composites, *ASTM Stand.*, vol. i, pp. 1–14.
- [19] **Griffiths, A. A.**, (1995). The phenomena of rupture and flow in solids, *Masinovedenie*, no. 1, pp. 9–14.
- [20] **Dugdale, D. S.**, (1960). Yielding of steel sheets containing slits, *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 8, no. 2, pp. 100–104.
- [21] **Barenblatt, G. I.**, (1962). The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, *Adv. Appl. Mech.*, vol. 7, no. C, pp. 55–129.
- [22] **Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P. E.**, (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cem. Concr. Res.*, vol. 6, no. 6, pp. 773–781.
- [23] **Xu, X.P., Needleman, A.**, (1994). Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 42, no. 9. pp. 1397–1434.
- [24] **Belytschko T., Black, T.**, (1999). Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *Int. J. Numer. Methods Eng.*
- [25] **Moës, N., Dolbow, J., Belytschko, T.**, (1999). A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. Numer. Methods Eng.*
- [26] **Schlangen, E., van Mier, J. G. M.**, (1992). Simple lattice model for numerical simulation of fracture of concrete materials and structures, *Mater. Struct.*, vol. 25, no. 9, pp. 534–542.
- [27] **Kadau, K., Germann, T. C., Lomdahl, P. S.**, (2006). Molecular dynamics comes of age: 320 billion atom simulation on BlueGene/L, *Int. J. Mod. Phys. C*, vol. 17, no. 12, pp. 1755–1761.
- [28] **Ostoja-Starzewski, M.**, (2002). Lattice models in micromechanics, *Applied Mechanics Reviews*, vol. 55, no. 1. pp. 35–59.
- [29] **Madenci, E., Oterkus, E.**, *Peridynamic Theory and Its Applications*.

Springer, (2014).

- [30] **Bažant, Z. P. , Jirásek, M.,** (2003). Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: survey of progress, in *Perspectives in Civil Engineering: Commemorating the 150th Anniversary of the American Society of Civil Engineers*, pp. 21–51.
- [31] **Eringen, A. C., Kim, B. S.,** (1974). Stress concentration at the tip of crack, *Mech. Res. Commun.*, vol. 1, no. 4, pp. 233–237.
- [32] **Eringen, A. C., Speziale, C. G., Kim, B. S.,** (1977). Crack-tip problem in non-local elasticity, *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 25, no. 5, pp. 339–355.
- [33] **Eringen, A. C., Ari, N.,** (1983). Nonlocal stress field at Griffith crack, *Cryst Latt Defect Amorph Mater* 10:33–38.
- [34] **Elliott, H. A.,** (1947). An analysis of the conditions for rupture due to griffith cracks, *Proc. Phys. Soc.*, vol. 59, no. 2, pp. 208–223.
- [35] **Silling, S. A.,** (2000). Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces, *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 48, no. 1, pp. 175–209.
- [36] **Jakubczak, P., Bieniaś, J. J., Dadej, K., Zawiejski, W.,** (2014). The issue of residual strength tests of thin fibre metal laminates , *Compos. Theory Pract.*, no. 3, pp. 134–138.
- [37] **Dadej, K., Surowska, B. M.,** (2016). Analysis of cohesive zone model parameters on response of glass-epoxy composite in mode II interlaminar fracture toughness test, *Compos. Theory Pract.*, vol. 3, no. 3, pp. 180–188.
- [38] **De Carvalho, N. V., Chen, B. Y., Pinho, S. T., Ratcliffe, J. G., Baiz, P. M., Tay, T. E.,** (2015). Modeling delamination migration in cross-ply tape laminates, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 71, pp. 192–203.
- [39] **Martin, R. H., Jackson, W. C.,** (1993). Damage prediction in cross-ply curved composite laminates, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, no. 1156, pp. 105–126.
- [40] **Wimmer, G., Kitzmüller, W., Pinter, G., Wettemann, T., Pettermann, H. E.,** (2009). Computational and experimental investigation of delamination in L-shaped laminated composite components, *Eng. Fract. Mech.*, vol. 76, no. 18, pp. 2810–2820.
- [41] **Gozluklu, B., Uyar, I., Coker, D.,** (2015). Intersonic delamination in curved thick composite laminates under quasi-static loading, *Mech. Mater.*, vol. 80, no. PB, pp. 163–182.
- [42] **Gözlüklü B., Coker, D.,** (2012). Modeling of the dynamic delamination of L-shaped unidirectional laminated composites, *Compos. Struct.*, vol. 94, no. 4, pp. 1430–1442.
- [43] **Yavas, D., Uyar, I., Gozluklu, B., Coker, D.,** (2012). Experimental and computational investigation of debonding at the interface of two L-shaped polycarbonate plates, in *ASME International Mechanical Engineering*

- [44] **Borg, R., Nilsson, L., Simonsson, K.**, (2004). Simulating DCB, ENF and MMB experiments using shell elements and a cohesive zone model, *Compos. Sci. Technol.*
- [45] **Zhao, L., Gong, Y., Zhang, J., Chen, Y., Fei, B.**, (2014). Simulation of delamination growth in multidirectional laminates under mode I and mixed mode I/II loadings using cohesive elements, *Compos. Struct.*, vol. 116, no. 1, pp. 509–522.
- [46] **Chen, J. F., Morozov, E. V., Shankar, K.**, (2014). Simulating progressive failure of composite laminates including in-ply and delamination damage effects, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 61, pp. 185–200.
- [47] **Lopes, C. S., Sádaba, S., González, C., Llorca, J., Camanho, P. P.**, (2016). Physically-sound simulation of low-velocity impact on fiber reinforced laminates, in *International Journal of Impact Engineering*, vol. 92, pp. 3–17.
- [48] **Qiu, Y., Crisfield, M.A., Alfano, G.**, (2001). An interface element formulation for the simulation of delamination with buckling, *Eng. Fract. Mech.*, vol. 68, no. 16, pp. 1755–1776.
- [49] **Turon, A., Camanho, P.P., Costa, J., Dávila, C. G.**, (2006). A damage model for the simulation of delamination in advanced composites under variable-mode loading, *Mech. Mater.*, vol. 38, no. 11, pp. 1072–1089.
- [50] **Turon, A., Dávila, C. G., Camanho, P. P., Costa, J.**, (2007). An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models, *Eng. Fract. Mech.*
- [51] **Harper P. W., Hallett, S. R.**, (2008). Cohesive zone length in numerical simulations of composite delamination, *Eng. Fract. Mech.*
- [52] **Tijssens, M. G. A., Sluys, B. L. J., Van der Giessen, E.**, (2000). Numerical simulation of quasi-brittle fracture using damaging cohesive surfaces, *Eur. J. Mech. A/Solids*, vol. 19, no. 5, pp. 761–779.
- [53] **Pinho, S. T., Iannucci, L., Robinson, P.**, (2006). Formulation and implementation of decohesion elements in an explicit finite element code, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 37, no. 5, pp. 778–789.
- [54] **Warrior, N. A., Pickett, A. K., Lourenço, N. S. F.**, (2003). Mixed-Mode delamination - experimental and numerical studies, *Strain*, vol. 39, no. 4, pp. 153–159.
- [55] **Silling, S. A., Askari, E.**, (2005). A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics, *Comput. Struct.*, vol. 83, no. 17–18, pp. 1526–1535.
- [56] **Macek R. W., Silling, S. A.**, (2007). Peridynamics via finite element analysis, *Finite Elem. Anal. Des.*, vol. 43, no. 15, pp. 1169–1178.
- [57] **Oterkus, E., Barut, A., Madenci, E.**, (2010). Damage growth prediction from loaded composite fastener holes by using peridynamic theory, in *Collection of*

- [58] **Ha, Y.D., Bobaru, F.,** (2010). Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics, *Int. J. Fract.*, vol. 162, no. 1–2, pp. 229–244.
- [59] **Ghajari, M., Iannucci, L., Curtis, P.,** (2014). A peridynamic material model for the analysis of dynamic crack propagation in orthotropic media, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*
- [60] **Lin, E., Chen, H., Liu, Y.,** (2015). Finite element implementation of a non-local particle method for elasticity and fracture analysis, *Finite Elem. Anal. Des.*
- [61] **Hu, Y. L., De Carvalho, N. V., Madenci, E.,** (2015). Peridynamic modeling of delamination growth in composite laminates, vol. 132, pp. 610–620.
- [62] **Rädel, M., Bednarek, A.-J., Schmidt, J., Willberg, C.,** (2017). Peridynamics : Convergence & influence of probabilistic material distribution on crack initiation, *6th ECCOMAS Them. Conf. Mech. Response Compos.*, p. 26.
- [63] **Yolum, U., Gök, E., Coker, D., Guler, M. A.,** (2018). Peridynamic modelling of delamination in DCB specimen, in *Procedia Structural Integrity*, vol. 13, pp. 2126–2131.
- [64] **Jiang, X. W., Guo, S., Li, H., Wang, H.,** (2019). Peridynamic modeling of mode-I delamination growth in double cantilever composite beam test: A two-dimensional modeling using revised energy-based failure criteria, *Appl. Sci.*, vol. 9, no. 4.
- [65] **Tong, Y., Shen, W., Shao, J., Chen, J.,** (2020). A new bond model in peridynamics theory for progressive failure in cohesive brittle materials, *Eng. Fract. Mech.*
- [66] **Madenci, E., Colavito, K., Phan, N.,** (2016). Peridynamics for unguided crack growth prediction under mixed-mode loading, *Eng. Fract. Mech.*, vol. 167, pp. 34–44.
- [67] **Oterkus, E.,** (2008). Peridynamic theory for modeling three-dimensional damage growth in metallic and composite structures.
- [68] **ABAQUS user manual, version 2017,” Simulia.** (2017).
- [69] **Alfano, M., Furgiuele, F., Leonardi, A., Maletta, C., Paulino, G. H.,** (2009). Mode I fracture of adhesive joints using tailored cohesive zone models, in *International Journal of Fracture*.
- [70] **Benzeggagh, M. L., Kenane, M.,** (1995). Measurement of mixed mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed mode bending apparatus,” *Ann. Endocrinol. (Paris)*., pp. 439–449, 1995.
- [71] **Turon, A., Camanho, P. P., Costa, J., Renart, J.,** (2010). Accurate

simulation of delamination growth under mixed-mode loading using cohesive elements: Definition of interlaminar strengths and elastic stiffness,” *Compos. Struct.*

- [72] **Song, K., Davila, C., Rose, C.,** (2008). Guidelines and parameter selection for the simulation of progressive delamination, *2008 ABAQUS User’s Conf.*, pp. 1–15.
- [73] **Harewood F. J., McHugh, P. E.,** (2007). Comparison of the implicit and explicit finite element methods using crystal plasticity, *Comput. Mater. Sci.*, vol. 39, no. 2, pp. 481–494.
- [74] **LSTC, LS-DYNA Theory Manual,** July, (2016).
- [75] **Kinloch, A. J., Wang, Y., Williams, J. G., Yayla, P.,** (1993). The mixed-mode delamination of fibre composite materials, *Compos. Sci. Technol.*, vol. 47, no. 3, pp. 225–237.
- [76] **Bennati, S., Fiscaro, P., Taglialegne, L., Valvo, P. S.,** (2017). Experimental validation of the enhanced beam-theory model of the mixed-mode bending test, in *AIMETA 2017 - Proceedings of the 23rd Conference of the Italian Association of Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 3, pp. 2119–2127.
- [77] **Taştan, A.,** Çekme ve eğilme yükleri altındaki izotropik ve kompozit yapılarda hasarı tahmin eden bağ bazlı peridinamik teoriyi kullanan bir yöntem geliştirilmesi, *M.Sc. thesis*, TOBB ETÜ, Ankara, (2016).
- [78] **Feito, D. A.,** Fracture mechanics of carbon fibre reinforced plastics to Ti-alloy adhesive joints, *PhD Thesis, Dep. Mech. Eng. Imp. Coll. London*, (2012).
- [79] **Irwin, G. R.,** (1956). Onset of fast crack propagation in high strength steel and aluminum alloys, *Nav. Res. Lab.*, vol. 4763, pp. 1–15.
- [80] **Davidson, B. D., Gharibian, S. J., Yu, L.,** (2000). Evaluation of energy release rate-based approaches for predicting delamination growth in laminated composites, *Int. J. Fract.*, vol. 105, no. 4, pp. 343–365.
- [81] **Berry, J. P.,** (1963). Determination of fracture surface energies by the cleavage technique, *J. Appl. Phys.*, vol. 34, no. 1, pp. 62–68.
- [82] **Davidson, B. D., Fariello, P. L., Hudson, R. C., Sundararaman, V.,** (1997). Accuracy assessment of the singular-field-based mode-mix decomposition procedure for the prediction of delamination, *Compos. Mater. Test. Des.*, vol. 13, pp. 109–128.
- [83] **Williams, J. G.,** (1988). On the calculation of energy release rates for cracked laminates, *Int. J. Fract.*, vol. 36, no. 2, pp. 101–119.
- [84] **Hashemi, S., Kinloch, A. J., Williams, J. G.,** (1990). The analysis of interlaminar fracture in uniaxial fibre-polymer composites, *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 427, no. 1872, pp. 173–199.
- [85] **Williams, J. G.,** (1989). The fracture mechanics of delamination tests, *J. Strain Anal. Eng. Des.*, vol. 24, no. 4, pp. 207–214.
- [86] **Williams, J. G.,** (1990). A note on finite displacement correction factors for

- the end notch flexure (ENF) test, *Compos. Sci. Technol.*, vol. 39, no. 3, pp. 279–282.
- [87] **Hashemi, S., Kinloch, A. J., Williams, J. G.**, (1989). Corrections needed in double-cantilever beam tests for assessing the interlaminar failure of fibre-composites, *J. Mater. Sci. Lett.*, vol. 8, no. 2, pp. 125–129.
- [88] **Wang, J., Qiao, P.**, (2004). Novel beam analysis of end notched flexure specimen for mode-II fracture, *Eng. Fract. Mech.*
- [89] **Reeder, J. R., Crews, J. H.**, (1990). Mixed-mode bending method for delamination testing, *AIAA J.*
- [90] **Reeder, J. R.**, (2003). Refinements to the mixed-mode bending test for delamination toughness, *ASTM J. Compos. Technol. Res.*, vol. 25, no. 4, pp. 191–195.
- [91] **Bennati, S., Fisicaro, P., Valvo, P. S.**, “An enhanced beam-theory model of the mixed-mode bending (MMB) test - Part II: Applications and results,” *Meccanica*, 2013.
- [92] **Reeder, J. R., Demarco, K., Whitley, K. S.**, (2004). The use of doubler reinforcement in delamination toughness testing, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 35, no. 11, pp. 1337–1344.
- [93] **Gong, Y., Zhang, B., Hallett, S. R.**, (2018). Delamination migration in multidirectional composite laminates under mode I quasi-static and fatigue loading, *Compos. Struct.*
- [94] **Naghipour, P., Bartsch, M., Chernova, L., Hausmann, J., Voggenreiter, H.**, (2010). Effect of fiber angle orientation and stacking sequence on mixed mode fracture toughness of carbon fiber reinforced plastics: Numerical and experimental investigations, *Mater. Sci. Eng. A*.



ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Eda GÖK
Uyruğu : T.C.
Doğum Tarihi ve Yeri : 08.10.1994, Kayseri
E-posta : edagok94@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Yüksek Lisans** : 2020, TOBB ETÜ, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Tezli Yüksek Lisans Programı
- **Lisans** : 2017, Türk Hava Kurumu Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği
- **Yandal** : 2017, Türk Hava Kurumu Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği

MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

Yıl	Yer	Görev
2017-2018	TOBB ETÜ	Burslu Yüksek Lisans Öğrencisi
2018-Halen	Roketsan A.Ş.	Yapısal Analiz ve Test Mühendisi

YABANCI DİL:

İngilizce (Profesyonel Çalışma Düzeyi); Almanca (Başlangıç)

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR:

- Yolum, U., **Gök, E.**, Coker, D., & Guler, M. A. (2018). “Peridynamic Modelling of Delamination in DCB Specimen”, 22nd European Conference on Fracture, 26-31 Ağustos 2018, Belgrad, Sırbistan
- **Gök, E.**, Yolum U., & Guler, M. A. (2020). “Mode II and Mixed Mode Delamination Growth in Composite Materials Using Peridynamic Theory”, 1st Virtual European Conference on Fracture, 29 Haziran–1 Temmuz 2020, Online