

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İKİ EKSEN GİMBAL SİSTEMLERİ İÇİN GÜRBÜZ KONTROL
YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Oğuzhan TEZGELEN

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Coşku KASNAKOĞLU

TEMMUZ 2020

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, alıntı yapılan kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, referansların tam olarak belirtildiğini ve ayrıca bu tezin TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Oğuzhan TEZGELEN

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

İKİ EKSEN GİMBAL SİSTEMLERİ İÇİN GÜRBÜZ KONTROL YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Oğuzhan Tezgelen

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Coşku Kasnakoğlu

Tarih: Temmuz 2020

Bu tez kapsamında iki eksen gimbal sistemleri için gürbüz kontrol yöntemlerinin uygulanması ve karşılaştırılması incelenmiştir. Gerçek sistem ile teorik model arasındaki farklar belirsizlik olarak alınmıştır. Bu belirsizliklere göre gürbüz kararlılık ve gürbüz performansın sağlanması için gürbüz kontrol yöntemleriyle tasarım yapılmıştır. Gürbüzlük koşullarının sağlanması için genel 1 serbestlik dereceli \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme, \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet ve μ sentezi kontrolcüler tasarlanmıştır. Gürbüzlük koşullarının sağlanmasının yanında daha iyi referans takibi sağlamak için 2 serbestlik dereceli model tabanlı \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme, \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet ve μ sentezi kontrolcüler tasarlanmıştır. Tasarlanan kontrolcüler gerçek bir gimbal sistemi üzerinden test edilmiş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Gürbüz kontrol, \mathcal{H}_∞ optimizasyonu, \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme, \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet, μ sentezi, Model tabanlı 2 serbestlik dereceli \mathcal{H}_∞ kontrol.

ABSTRACT

Master of Science

COMPARISON OF ROBUST CONTROL METHODS FOR TWO AXIS GIMBAL SYSTEMS

Oğuzhan Tezgelen

TOBB University of Economics and Technology
Institute of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Coşku Kasnakoğlu

Date: July 2020

In this thesis, application and comparison of robust control methods for two axis gimbal systems are investigated. Uncertainty of the system obtained as the difference between real system and theoretical model. Robust control methods are designed to achieve robust stability and robust performance. Typical 1 degree-of-freedom \mathcal{H}_∞ loop shaping, \mathcal{H}_∞ mixed sensitivity ve μ synthesis controller designed to obtain robustness conditions. In addition to obtain robustness conditions, model based 2 degree-of-freedom \mathcal{H}_∞ loop shaping, \mathcal{H}_∞ mixed sensitivity ve μ synthesis controller designed for better reference tracking. Designed controllers tested on a real gimbal system and obtained results compared.

Keywords: Robust control, \mathcal{H}_∞ optimization, \mathcal{H}_∞ loop shaping, \mathcal{H}_∞ mixed sensitivity, μ synthesis, Model based 2 degree of freedom \mathcal{H}_∞ control.

TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren saygıdeğer hocam Prof. Dr. Coşku Kasnakoğlu'na teőekkürlerimi sunarım.

Araştırma bursu imkanlarından faydalandığım TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi'ne teőekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmanın geliőmesinde değerli bilgilerini, yorumlarını ve yardımlarını esirgemeyen Sn. Gökhan Özdoğan, Mehmet Baskın, Ömer Çakmak ve Dr. Burak Kürkçü'ye çok teşekkür ederim. Ayrıca çalıőmalarım kapsamında bana her zaman yol gösteren ve katkıda bulunan Sn. Murat Kalkan, Murat Müminoğlu ve Akın Günönü'ye teőekkürlerimi sunarım.

Her zaman yanımda olan çok değerli annem, babam ve abime desteklerinden dolayı çok teşekkür ederim. Emek ve destekleriyle, her zaman ve bütün çalıőmalarım boyunca yanımda olan sevgili eőime en içten teőekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİL LİSTESİ	ix
ÇİZELGE LİSTESİ	xii
KISALTMALAR	xiii
SEMBOL LİSTESİ	xiv
RESİM LİSTESİ	xv
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	2
1.2 Literatür Araştırması	3
2. GÜRBÜZ KONTROL TEORİSİ	4
2.1 Matematiksel Hazırlık	4
2.1.1 Norm kavramları	4
2.1.2 Özdeğerler özvektörler ve tekil değerler	6
2.1.3 Tekil değer ayrışımı	6
2.1.4 Küçük kazanç teoremi	7
2.1.5 Doğrusal kesirsel dönüşümler	8
2.2 Kapalı Döngü Sistem Performansı	9
2.3 \mathcal{H}_∞ Kontrol	12
2.3.1 \mathcal{H}_∞ normunun hesaplanması	12
2.3.2 \mathcal{H}_∞ kontrol problemi	12
2.3.3 Ağırlıklandırılmış \mathcal{H}_∞ performansı ve \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet problemi	13
2.3.4 \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme	17
2.4 Belirsizlik ve Belirsizliğin Modellenmesi	20
2.4.1 Yapılandırılmamış belirsizlikler	20
2.4.1.1 Toplamsal belirsizlikler	20
2.4.1.2 Çarpımsal belirsizlikler	21
2.4.2 Parametrik belirsizlik	21
2.4.3 Yapılandırılmış belirsizlik	22
2.4.4 Kararlılık ve performans	22
2.5 μ Analizi ve Sentezi	22

2.5.1 μ analizi	23
2.5.2 Gürbüz kararlılık ve gürbüz performans analizi	24
2.5.3 μ sentezi	25
2.5.3.1 <i>D-K</i> iterasyonu	26
3. GİMBAL SİSTEMİNİN MODELLENMESİ	29
3.1 Gimbal Sisteminin Modellenmesi	29
3.1.1 Hareket denklemlerinin türetilmesi	29
3.1.1.1 Sapma eksenli hareket denklemleri	32
3.1.1.2 Yunuslama eksenli hareket denklemleri	34
3.1.2 Tork ve motor kontrolü	35
3.1.3 Sürtünmenin modellenmesi	37
3.1.4 Sensör modellemesi	38
3.1.5 Teorik model	38
3.2 Teorik Model ile Gerçek Modelin Karşılaştırılması	39
4. KONTROLCÜ TASARIMI	42
4.1 Belirsizliğin Modellenmesi	42
4.2 1 Serbestlik Dereceli Kontrolcü Tasarımları	43
4.2.1 \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme	44
4.2.2 \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet	45
4.2.3 μ sentezi	46
4.2.4 Ağırlık fonksiyonu parametre seçimleri	47
4.2.5 Performans ve gürbüzlük analizi	50
4.3 Model Tabanlı 2 Serbestlik Dereceli Kontrolcü Tasarımları	53
4.3.1 \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme	54
4.3.2 \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet	56
4.3.3 μ sentezi	57
4.3.4 Ağırlık fonksiyonu parametre seçimleri	58
4.3.5 Performans ve gürbüzlük analizi	58
4.4 Kontrolcülerin Karşılaştırılması	61
4.4.1 Frekans tepki fonksiyon karşılaştırılması	62
4.4.2 Zaman tepkilerinin karşılaştırılması	63
5. DENEYSEL SONUÇLAR	67
5.1 Test Düzenegi	67
5.2 Frekans Tepki Fonksiyon Ölçümleri	68
5.3 Referans Takibi	74
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	77
KAYNAKLAR	78
ÖZGEÇMİŞ	85

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1: A matrisinin giriş ve çıkışları	5
Şekil 2.2: Genel geribesleme yapısı	8
Şekil 2.3: Altsal doğrusal kesirsel dönüşüm	8
Şekil 2.4: Üstsel doğrusal kesirsel dönüşüm	8
Şekil 2.5: 1 serbestlik dereceli genel kontrol yapısı	10
Şekil 2.6: Standart \mathcal{H}_∞ kontrol problemi	13
Şekil 2.7: Ağırlıklandırılmış \mathcal{H}_∞ kontrol yapısı, (a) genelleştirilmiş sistem, (b) genelleştirilmiş sistemin \mathcal{H}_∞ kontrol yapısı gösterimi	15
Şekil 2.8: Örnek W_S ve S fonksiyonları, (a) W_S ve S fonksiyonları, (b) $ W_S S $	16
Şekil 2.9: Eş asal belirsizlik	17
Şekil 2.10: \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme prosedürü	19
Şekil 2.11: \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme ile tasarlanan kontrolcünün kullanılması	19
Şekil 2.12: Toplamsal belirsizlik gösterimi	20
Şekil 2.13: Çarpımsal belirsizlik gösterimi	21
Şekil 2.14: Genel $M\Delta$ belirsizlik konfigürasyonu	23
Şekil 2.15: Gürbüz performans analiz gösterimi	25
Şekil 2.16: Genel $P\Delta K$ belirsizlik konfigürasyonu	26
Şekil 3.1: İki eksen bir gimbal sistemi	30
Şekil 3.2: Sapma eksenini tork ile açısal hız arasındaki transfer fonksiyonu . .	33
Şekil 3.3: Yunuslama eksenini tork ile açısal hız arasındaki transfer fonksiyonu	35
Şekil 3.4: 1 faz motor devresi	35
Şekil 3.5: Örnek motor akım kontrol yapısı	36
Şekil 3.6: Sadeleştirilmiş motor akım kontrol yapısı	36
Şekil 3.7: Motor ve gimbal dinamikleri	37
Şekil 3.8: Motor, sürtünme ve gimbal dinamikleri	37
Şekil 3.9: Motor, sürtünme, dönüölçer ve gimbal dinamikleri	38
Şekil 3.10: Teorik model, (a) teorik model açık blok diyagramı, (b) teorik model kapalı blok diyagramı	39
Şekil 3.11: Sapma eksenini frekans tepki fonksiyonu ölçüm sinyalleri, (a) akım komutu, (b) ölçülen hız	40
Şekil 3.12: Yunuslama eksenini frekans tepki fonksiyonu ölçüm sinyalleri, (a) akım komutu, (b) ölçülen hız	40
Şekil 3.13: Sapma eksenini teorik model ile frekans tepki ölçümü karşılaştı- rılması	41
Şekil 3.14: Yunuslama eksenini teorik model ile frekans tepki ölçümü karşı- laştırılması	41

Şekil 4.1: Çarpımsal belirsizlik gösterimi	42
Şekil 4.2: Sapma eksen belirsizliği ve W_T	43
Şekil 4.3: Yunuslama eksen belirsizliği ve W_T	44
Şekil 4.4: \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme kontrol yapısı	44
Şekil 4.5: S/KS \mathcal{H}_∞ kontrol yapısı	45
Şekil 4.6: İstenilen ve tasarlanan döngü şekilleri, (a) sapma eksen, (b) Yunuslama eksen	48
Şekil 4.7: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin nominal performans koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	51
Şekil 4.8: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin gürbüz kararlılık koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	52
Şekil 4.9: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin gürbüz performans koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	53
Şekil 4.10: 2 serbestlik dereceli model tabanlı \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme kontrol yapısı	54
Şekil 4.11: Sentezlenen kontrolcülerin uygulanması	56
Şekil 4.12: 2 serbestlik dereceli model tabanlı \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet kontrol yapısı	56
Şekil 4.13: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin nominal performans koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	59
Şekil 4.14: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin gürbüz kararlılık koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	60
Şekil 4.15: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin gürbüz performans koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	61
Şekil 4.16: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin frekans tepkileri, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	62
Şekil 4.17: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin frekans tepkileri, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	63
Şekil 4.18: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin nominal sisteme göre birim basamak tepkileri, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	64
Şekil 4.19: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin en kötü belirsizliğe göre birim basamak tepkileri, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	64
Şekil 4.20: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin nominal sisteme göre birim basamak tepkileri, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	65
Şekil 4.21: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin en kötü belirsizliğe göre birim basamak tepkileri, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen	65
Şekil 5.1: Kapalı döngü frekans tepki fonksiyon ölçümü için giriş ve çıkış sinyalleri	68

Şekil 5.2: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin hassasiyet ve tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonlarının karşılaştırılması, (a) sapma eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları (b) yunuslama eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, (c) sapma eksenini hassasiyet fonksiyonları, (d) yunuslama eksenini hassasiyet fonksiyonları	69
Şekil 5.3: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin hassasiyet ve tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonlarının karşılaştırılması, (a) sapma eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları (b) yunuslama eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, (c) sapma eksenini hassasiyet fonksiyonları, (d) yunuslama eksenini hassasiyet fonksiyonları	70
Şekil 5.4: \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme 1 ve 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin karşılaştırılması, (a) sapma eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları (b) yunuslama eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, (c) sapma eksenini hassasiyet fonksiyonları, (d) yunuslama eksenini hassasiyet fonksiyonları	71
Şekil 5.5: \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet 1 ve 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin karşılaştırılması, (a) sapma eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları (b) yunuslama eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, (c) sapma eksenini hassasiyet fonksiyonları, (d) yunuslama eksenini hassasiyet fonksiyonları	72
Şekil 5.6: μ sentezi 1 ve 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin karşılaştırılması, (a) sapma eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları (b) yunuslama eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, (c) sapma eksenini hassasiyet fonksiyonları, (d) yunuslama eksenini hassasiyet fonksiyonları	73
Şekil 5.7: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin sapma eksenini referans takibi	74
Şekil 5.8: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin yunuslama eksenini referans takibi	75
Şekil 5.9: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin sapma eksenini referans takibi	75
Şekil 5.10: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin yunuslama eksenini referans takibi	76

ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1: Gimbal sistem parametreleri	39
Çizelge 4.1: W_s fonksiyonu parametreleri	48
Çizelge 4.2: W_u fonksiyonu parametreleri	49
Çizelge 4.3: W_T fonksiyonu parametreleri	50
Çizelge 4.4: T_r fonksiyon parametreleri	58



KISALTMALAR

- DKD** : Doğrusal Kesirsel Dönüşüm
ADKD : Altsal Doğrusal Kesirsel Dönüşüm
ÜDKD : Üstsel Doğrusal Kesirsel Dönüşüm
TGTC : Tek Giriş Tek Çıkış
ÇGÇÇ : Çok Giriş Çok Çıkış



SEMBOL LİSTESİ

Bu çalışmada kullanılmış olan simgeler açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
\mathcal{R}	Gerçek sayılar alanı
\mathcal{C}	Kompleks sayılar alanı
\mathcal{F}	\mathcal{R} veya \mathcal{C} alanı
$\lambda(A)$	A 'nın özdeğerleri
$\rho(A)$	A 'nın spektral yarıçapı
$\sigma(A)$	A 'nın tekil değerleri
$\bar{\sigma}(A)$	A 'nın en büyük tekil değeri
$\underline{\sigma}(A)$	A 'nın en küçük tekil değeri
$\ A\ $	A 'nın normu
$\ A\ _{\infty}$	A 'nın \mathcal{H}_{∞} normu
$F_l(P, K)$	Altsal doğrusal kesirsel dönüşüm
$F_u(P, \Delta)$	Üstsel doğrusal kesirsel dönüşüm
μ	Yapılandırılmış tekil değer

RESİM LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Resim 5.1: Kullanılan gimbal test düzeneği	67



1. GİRİŞ

Gimbal sistemleri, çeşitli görüntüleme ve tespit sensörleri (kızılötesi, radar, lazer vb.) için ataletsel stabilizasyonu sağlamak amaçlı kullanılan sistemlerdir. Genellikle hedef takibi amaçlı platformlara takılan, çeşitli eyleyici ve sensörlerle hedef takibi, platform bozucu etkilerine dayanıklılık ve ataletsel stabilizasyon gibi çeşitli kontrol problemlerine çözüm için kullanılır [1].

Gimbal ataletsel stabilizasyon kontrolünde birkaç önemli amaç vardır. Örneğin sistem bozucu etkilere karşı yüksek dayanıklılığa sahip olmalıdır. Referans takibini yüksek frekanslarda da gerçekleştirmelidir. Bu tür amaçlar genellikle klasik kontrol yöntemleriyle, sistemin açık döngü transfer fonksiyonunun uygun bir biçimde şekillendirilmesi sonucu elde edilir.

Her fiziksel sistemde olduğu gibi gimbal sistemlerinde de sistem ne kadar iyi modellenirse modellenirse her zaman belirsizlikler bulunmaktadır. Klasik kontrol yöntemleriyle yapılan tasarımlarda bu belirsizlikler göz önüne alınmamaktadır. Hesaba katılmayan bu belirsizlikler, sistemin kararsızlığına ve performans sorunlarına sebep olabilmektedir. Belirsizliklerden dolayı sistemin bozucu etkilere dayanıklılığı bozulabilir, sistem referans takibini gerçekleştiremeyebilir ve hatta kararsız hale gelebilir.

Gürbüz kontrol teorisi, bir sistemde oluşabilecek belirsizliklere dayanıklı kontrolcü tasarımlarını içerir. Gürbüz kontrol alanında arasında birçok yöntem bulunmaktadır. Bunlara örnek olarak kayan kipli kontrol [2], LQG/LTR kontrol yöntemleri [3] ve \mathcal{H}_∞ kontrol yöntemleri [4, 5] verilebilir. Bu yöntemler ile sistem üzerindeki belirsizliklere karşı dayanıklı kontrolcü tasarımı amaçlanır.

Bu çalışmada gerçek sistemde oluşabilecek belirsizlikler modellenerek, bu belirsizliklere dayanıklı \mathcal{H}_∞ kontrol yöntemleri kullanılmıştır. Ayrıca belirsizlikler gerçek sistem üzerinden alınan veriler ile modellenerek daha gerçekçi belirsizlik modelleri oluşturulmuştur.

Klasik kontrol yöntemleri genellikle bir sistemin açık döngü transfer fonksiyonlarını şekillendirirken, \mathcal{H}_∞ optimizasyonu sayesinde sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonları da şekillendirilebilir. Bu sayede daha kolay ve optimal tasarımlar yapılabilir.

1.1 Tezin Amacı

Gimbal sistemleri için kontrolcü tasarımında genellikle teorik modeller kullanılır. Bu teorik modeller ne kadar iyi modellense de gerçek sistem ile teorik model arasında her zaman farklar bulunmaktadır. Bu teorik model ile gerçek model arasındaki farklara modellenemeyen bozucu etkiler, doğrusal olmayan etkiler, parametrik belirsizlikler ve modellenemeyen yüksek frekans dinamikleri örnek gösterilebilir. Klasik kontrol yöntemleriyle yapılan tasarımlarda bu tür belirsizlikle tasarım kriterleri arasına genellikle alınmaz.

Gürbüz kontrol yöntemleri ile sistem üzerindeki belirsizlikleri de tasarım kriterleri içine alarak kontrolcü tasarımı yapılır. Bu sayede sistemin belirsizliklere dayanıklı hale gelmesi amaçlanır. Belirsizliklere dayanıklılık konusunda gürbüz kararlılık, yani sistemin belirsizlikler karşısında kararlı kalması ve gürbüz performans, yani sistemin belirsizlikler karşısında istenilen performans kriterlerini yerine getirmesi amaçlanmıştır.

Bu çalışmada gerçek bir iki eksen gimbal sistemi için gürbüz kontrol yöntemleriyle kontrolcü tasarımı yapılması amaçlanmıştır. Tasarlanan kontrolcülerin belirsizliklere dayanıklılığının yanında, yüksek bozucu etki reddi ve iyi referans takibine sahip yüksek performansa dayalı tasarımlar olması amaçlanmıştır.

Gerçekçi olmayan belirsizliklere karşı yapılan tasarımlar olması gerekenden daha tutucu sonuçlar doğurabilir. Bu da elde edilmek istenen kontrol performansını düşürmektedir. Bu çalışmada belirsizliğin modellenmesi için gerçek sistem üzerinden alınan veriler kullanılarak daha doğru ve gerçekçi belirsizlik modelleri kullanılmıştır. Bu sayede daha yüksek performanslı kontrolcüler elde edilmiştir.

Bu çalışmada gerçek bir gimbal sistemi için, klasik kontrol yöntemlerine yakınlık açısından açık döngü transfer fonksiyonunu şekillendirmek ve dolaylı olarak gürbüz kararlılık ve gürbüz performansı sağlamak amaçlı \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme, kapalı döngü transfer fonksiyonlarını şekillendirmek ve dolaylı olarak gürbüz kararlılık ve gürbüz performansı sağlamak amaçlı \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet, kapalı döngü transfer fonksiyonlarını şekillendirmek ve direkt olarak gürbüz kararlılık ve gürbüz performansı elde etmek amaçlı μ sentezi kontrolcü tasarımları tasarımı yapılmıştır. Ayrıca referans takibini iyileştirmek amaçlı bu kontrolcülerin model tabanlı 2 serbestlik dereceli tasarımları da yapılmış ve bu tasarımlar 1 serbestlik dereceli kontrolcülerle karşılaştırılmıştır.

1.2 Literatür Araştırması

Bu bölümde gimbal sistemleri ve genel kontrol sistemleri için yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

Gimbal sistemleri üzerine birçok kontrol yöntemi incelenmiştir. Bu çalışmalardan gürbüz kontrol tabanlı \mathcal{H}_∞ ve μ sentezi kontrolcü çalışmalarında başarılı sonuçlara ulaşılmıştır [6–12].

Gürbüzlük koşullarının yanında bozucu etkilere karşı dayanıklılık da çok önemli bir etmendir. Bu yüzden bozucu etki gözleyici tabanlı gürbüz kontrol alanında, bozucu etkilerin giderilmesinde başarılı olduğunu gösteren çalışmalar yapılmıştır [13–17].

Başka bir gürbüz kontrol konusu olan kayan kipli kontrol yöntemleri, doğrusal olmayan bozucu etkilere ve belirsizliklere dayanıklı tasarımlar içermektedir. Gimbal sistemlerine uygulanan kayan kipli kontrol tasarımlarında bozucu ve doğrusal olmayan etkilerin giderildiği birçok çalışma yapılmıştır [18–22].

Kayan kipli kontrolde yaşanan çattırtı problemi sistemlerin stabilizasyon performansını düşürebilmektedir. Bu çattırtı problemine bir çözüm olarak vekil tabanlı kayan kipli kontrol yapısı ortaya konmuştur [23–25]. Bu kontrol yapısı üzerine yapılan çalışmalarda kayan kipli kontrolün aksine, vekil tabanlı kayan kipli kontrol tasarımıyla çattırtı önleme konusunda daha başarılı olduğu ortaya konmuştur [26–28].

Gimbal sistemleri gürbüz kontrol yöntemlerinin dışında da birçok çalışma yapılmıştır. Gimbal sistemleri için uyarlamalı kontrol yöntemleriyle de kendini düzelten kontrolcülerin tasarımı yapılmış ve bu yöntemlerin klasik kontrol yöntemlerine göre stabilizasyonu iyileştirmede daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir [29–32]. Akıllı kontrol yöntemlerinden bulanık kontrol yöntemleri ve veriye dayalı kontrol yöntemleriyle kendi kendini düzelten kontrolcüler tasarlanmış ve stabilizasyonu iyileştirici sonuçlar gözlemlenmiştir [33–37]. Ayrıca içsel model kontrol yöntemleriyle yapılan uygulamalarda bozucu etkileri giderme konusunda başarılı sonuçların alındığı birçok çalışma yapılmıştır [38–41].

2. GÜRBÜZ KONTROL TEORİSİ

Gürbüz kontrol gerçek sistemlerde oluşabilecek belirsizliklere dayanıklı kontrol yöntemlerini içeren geniş bir alandır[42, 43]. Bu bölümde gürbüz kontrol teorisi için gerekli matematiksel altyapı ve genel kontrol yapılarından bahsedilmiştir. \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet, \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme ve μ sentezi gibi kontrol sentezleme yöntemleri anlatılmıştır [44–50].

2.1 Matematiksel Hazırlık

Bu bölümde gürbüz kontrol teorisi için gerekli olan matematiksel konulardan kısaca bahsedilmiştir.

2.1.1 Norm kavramları

X doğrusal bir uzay olmak üzere, $\mathcal{F} = \mathcal{R}$ (reel sayılar uzayı) veya $\mathcal{F} = \mathcal{C}$ (kompleks sayılar uzayı) olacak şekilde, $X = \mathcal{F}^m$ olsun. Bu uzayın bir vektörü $x = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \in X$ olacak şekilde, x vektörünün p normu Denklem 2.1 ile gösterilmiştir.

$$\|x\|_p = \left(\sum_{i=1}^m |x_i|^p \right)^{1/p} \quad (2.1)$$

En çok kullanılan $p = 1, 2, \infty$ vektör normları Denklem 2.2, 2.3 ve 2.4 ile gösterilmiştir.

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^m |x_i| \quad (2.2)$$

$$\|x\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m |x_i|^2} \quad (2.3)$$

$$\|x\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} |x_i| \quad (2.4)$$

X sürekli zamanlı skaler değerli bir doğrusal uzay olsun. $x(t), t \in \mathcal{R}$ olsun. $x(t)$ sinyalinin p normu Denklem 2.5 ile gösterilmiştir.

$$\|x\|_p = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^p dt \right)^{1/p} \quad (2.5)$$

En çok kullanılan $p = 1, 2, \infty$ sinyal normları Denklem 2.6, 2.7 ve 2.8 ile gösterilmiştir.

$$\|x\|_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt \quad (2.6)$$

$$\|x\|_2 = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt} \quad (2.7)$$

$$\|x\|_{\infty} = \sup_{t \in \mathcal{R}} |x(t)| \quad (2.8)$$

$A = [a_{ij}] \in \mathcal{F}^{m \times n}$ olacak şekilde bir matris olsun. Şekil 2.1 ile gösterildiği üzere A matrisinin giriş vektörü w ve çıkış vektörü z vektörü olsun.



Şekil 2.1: A matrisinin giriş ve çıkışları

A matrisinin w vektörüne göre uyarılmış (induced) p normu Denklem 2.9 ile verilmiştir.

$$\|A\|_p = \sup_{w \neq 0} \frac{\|Aw\|_p}{\|w\|_p} \quad (2.9)$$

Uyarılmış norm, w ve z vektörleri arasında bütün giriş ve çıkış yönlerine göre olabilecek en yüksek kazancı vermektedir.

$G(s)$ doğrusal, zamanla değişmez ve kararlı bir transfer fonksiyonu olsun. $G(s)$ transfer fonksiyonunun 2 ve ∞ normu Denklem 2.10 ve 2.11 ile gösterilmiştir.

$$\|G(s)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega} \quad (2.10)$$

$$\|G(s)\|_{\infty} = \sup_{\omega} |G(j\omega)| \quad (2.11)$$

Eğer $G(s)$ Tek Giriş Tek Çıkış (TGTC) bir sistem ise $\|G(s)\|_{\infty}$ normu $G(s)$ sisteminin, Nyquist diyagramında kompleks orijine göre en uzak nokta, Bode diyagramında ise Bode diyagramının tepe noktasıdır. Eğer $G(s)$ Çok Giriş Çok Çıkış (ÇGÇÇ) bir sistem ise $\|G(s)\|_{\infty}$ normu sistemin en büyük tekil değerinin tepe noktasını belirtir.

2.1.2 Özdeğerler özvektörler ve tekil değerler

$A \in \mathcal{F}^{n \times n}$ bir kare matris olsun. A matrisinin özdeğerleri (eigenvalue) A matrisinin n 'inci dereceden karakteristik denkleminin çözümleridir. A matrisinin karakteristik denklemi Denklem 2.12 ile gösterilmiştir.

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.12)$$

Burada A matrisinin özdeğerleri λ ile gösterilmiştir. Özdeğerlerin sayısı ilgili matrisin boyutu kadardır. Bu durumda $\lambda = \lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$ şeklinde gösterilebilir. Denklem 2.13 ile gösterilen denklemi λ_i için sağlayan ve sıfır olmayan t_i değerlerine sağ özvektör denir. Aynı şekilde Denklem 2.14 sağlayan ve sıfır olmayan q_i değerlerine sol özvektör denir.

$$At_i = \lambda_i t_i \quad (2.13)$$

$$q_i^H A = \lambda_i q_i^H \quad (2.14)$$

Denklem 2.14 ile gösterilen $(.)^H$ operatörü, o matrisinin Hermitian transpozunu (kompleks konjuge transpoz) belirtir.

A matrisinin mutlak değeri en büyük olan özdeğerine A matrisinin spektral yarıçapı (spectral radius) denir. Spektral yarıçap $\rho(\cdot)$ sembolü ile gösterilir ve Denklem 2.15 ile gösterilmiştir.

$$\rho(A) = \max_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i(A)| \quad (2.15)$$

$B \in \mathcal{F}^{m \times n}$ bir matris olsun. $(m \times m)$ boyutlu $B^H B$ ya da $(n \times n)$ boyutlu BB^H kare matrisinin özdeğerlerinin kareköklerine B matrisinin tekil değerleri (singular values) denir. Tekil değerler $\sigma(\cdot)$ sembolüyle gösterilir ve Denklem 2.16 gösterilmiştir.

$$\sigma_i(B) = \sqrt{\lambda_i(B^H B)} = \sqrt{\lambda_i(BB^H)} \quad (2.16)$$

Tekil değerler bir matrisin boyutuyla ilgili iyi bir ölçümdür [46]. İlerideki bölümlerde görüleceği gibi, Tekil değerler ÇGÇÇ sistemler ve \mathcal{H}_∞ optimizasyonu için önemli bir konudur.

2.1.3 Tekil değer ayrışımı

Tekil değer ayrışımı (singular value decomposition) matrisleri ayrıştırmak için kullanılan faydalı bir araçtır. Herhangi boyutta bir matrisi tekil değerlerine ayrıştırmada kullanılır [46].

$A \in \mathcal{F}^{m \times n}$ bir matris olsun. A matrisinin tekil değeri ayrışımı Denklem 2.17 ile gösterilmiştir.

$$A = U\Sigma V^H \quad (2.17)$$

Burada $U \in \mathcal{F}^{m \times m}$ ve $V \in \mathcal{F}^{n \times n}$ olacak şekilde uniter matrislerdir. Σ ise

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

şeklinindedir. Denklem 2.18 ile ifade edilen Σ_1 ise A matrisinin bütün tekil değerlerini içeren bir matristir ve Denklem 2.19 ile gösterilmiştir.

$$\Sigma_1 = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_1, \dots, \sigma_k\} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_k \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Denklem 2.19 gösteriminde $k = \min(m, n)$ ve $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, k)$ değerleri A matrisinin tekil değerleridir. Bu tekil değerler

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_k \geq 0 \quad (2.20)$$

olacak şekilde büyükten küçüğe doğru sıralanmıştır. A matrisinin en büyük ve en küçük tekil değerleri Denklem 2.21 ve 2.22 ile gösterilmiştir [46].

$$\overline{\sigma}(A) = \sigma_{max} = \sigma_1 = \text{En büyük tekil değer} \quad (2.21)$$

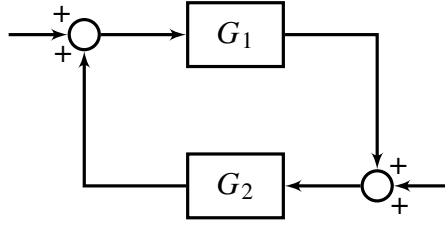
$$\underline{\sigma}(A) = \sigma_{min} = \sigma_k = \text{En küçük tekil değer} \quad (2.22)$$

2.1.4 Küçük kazanç teoremi

Küçük kazanç teoremi (small gain theorem) birçok kararlılık testinde kullanılan bir teoremdir. Aynı zamanda gürbüz kararlılık ve gürbüz performans koşullarının test edilmesi için de kullanılabilir [45]. Şekil 2.2 ile küçük kazanç teoremi için genel geribesleme yapısı gösterilmiştir. $G_1(s)$ ve $G_2(s)$ kararlı olsun ($G_1, G_2 \in \mathcal{H}_\infty$). Küçük kazanç teoremine göre kapalı döngü sistemin kararlı olabilmesi için ancak ve ancak aşağıdaki koşulların sağlanması gerekmektedir.

$$\|G_1 G_2\|_\infty < 1 \text{ ve } \|G_2 G_1\|_\infty < 1 \quad (2.23)$$

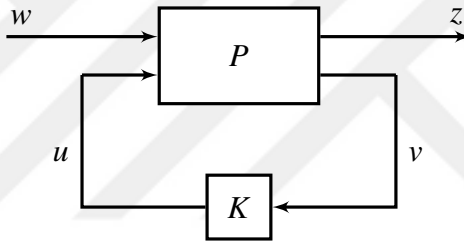
Bu test sonraki bölümlerde anlatılacak olan belirsizlere karşı gürbüz kararlılık ve gürbüz performans koşullarını test etmekte faydalı bir araçtır.



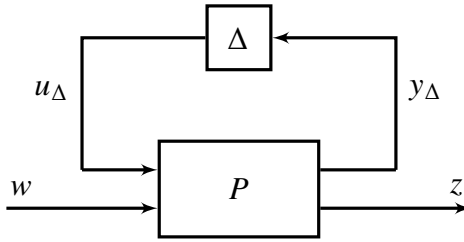
Şekil 2.2: Genel geribesleme yapısı

2.1.5 Doğrusal kesirsel dönüşümler

Doğrusal kesirsel dönüşüm (DKD), bir sistemin başka bir sistemle olan giriş-çıkış ilişkisini matematiksel olarak ifade etmek için kullanılan bir araçtır. Gürbüz kontrol teorisinde genellikle belirsizliklerin ve kontrolcülerin genelleştirilmiş sistem ile ilişkisini matematiksel olarak ifade etmekte kullanılır [47].



Şekil 2.3: Altsal doğrusal kesirsel dönüşüm



Şekil 2.4: Üstsel doğrusal kesirsel dönüşüm

Şekil 2.3 ile genel altsal doğrusal kesirsel dönüşüm (ADKD) yapısı gösterilmiştir. Burada P ve K uygun boyutlu matrisler olacak şekilde giriş-çıkış ilişkileri Denklem 2.24 ve 2.25 ile gösterilmiştir.

$$\begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$u = Kv \quad (2.25)$$

Denklem 2.24 ve 2.25 ile görüleceği gibi Şekil 2.3 ile gösterilen sistem yapısında w girişinden z çıkışına olan direkt bir transfer fonksiyonu yoktur. w girişinden z çıkışına olan T_{zw} transfer fonksiyonunu ifade etmek için P ve K matrislerinin birlikte kullanılması gerekmektedir. ADKD ile T_{zw} çevrim fonksiyonu kolay bir şekilde ifade edilebilir.

$$z = T_{zw}w = F_l(P, K)w = [P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}]w \quad (2.26)$$

Denklem 2.26 ile w girişinden z çıkışına olan T_{zw} çevrim fonksiyonunun, K matrisinin P matrisi içerisine ADKD ile alınarak ifade edilişi gösterilmiştir. Burada $F_l(P, K)$ operatörü ADKD'yi temsil etmektedir. Bu dönüşümle T_{zw} transfer fonksiyonu direkt olarak ifade edilebilmiştir.

Şekil 2.4 ile genel üstsel doğrusal kesirsel dönüşüm (ÜDKD) yapısı gösterilmiştir. Aynı ADKD'de olduğu gibi burada da amaç w girişinden z çıkışına olan T_{zw} transfer fonksiyonun P ve Δ matrisleriyle ifade etmektedir. P ve Δ matrislerine göre giriş-çıkış ilişkisi Denklem 2.27 ve 2.28 ile ifade edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} y_\Delta \\ z \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} u_\Delta \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\Delta \\ w \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$u_\Delta = \Delta y_\Delta \quad (2.28)$$

w girişinden z çıkışına olan T_{zw} transfer fonksiyonunu bulmak için ÜDKD kullanılabilir. Bu dönüşüm Denklem 2.29 ile gösterilmiştir.

$$z = T_{zw}w = F_u(P, \Delta)w = [P_{22} + P_{21}\Delta(I - P_{11}\Delta)^{-1}P_{12}]w \quad (2.29)$$

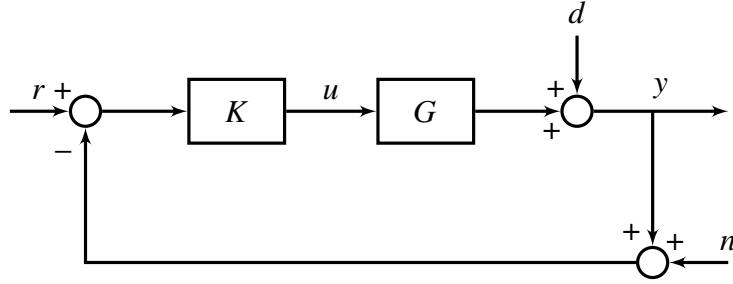
Denklem 2.29 ile gösterilen dönüşümde denklemde, $F_u(P, \Delta)$ ÜDKD operatörüdür. Bu dönüşüm ile Δ matrisi P matrisinin içine alınmıştır.

2.2 Kapalı Döngü Sistem Performansı

Bu bölümde bir sistemin genel kontrol yapısının kapalı döngü transfer fonksiyonlarına etkisi ve performans kriterleri anlatılmıştır. 1 serbestlik dereceli genel kontrol yapısı Şekil 2.5 ile gösterilmiştir.

Şekil 2.5 ile gösterilen yapıda K kontrolcüyü, G nominal sistemi, r referans sinyallerini, n ölçüm gürültü sinyallerini, d bozucu etki (disturbance) sinyallerini, e hata sinyallerini, u kontrol sinyallerini, y çıkış sinyallerini ifade etmektedir. y sinyalinin r , d ve n girişleriyle olan ilişkisi Denklem 2.30 ile ifade edilmiştir

$$\begin{aligned} y &= GK(r - y - n) + d = GKr - GK y - GK n + d \\ &= (I + GK)^{-1}GKr - (I + GK)^{-1}GK n + (I + GK)^{-1}d \end{aligned} \quad (2.30)$$



Şekil 2.5: 1 serbestlik dereceli genel kontrol yapısı

e sinyalinin giriş sinyallerine göre denklemleri Denklem 2.31 ile ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}
 e &= r - y \\
 &= r - (I + GK)^{-1}GKr + (I + GK)^{-1}GKn - (I + GK)^{-1}d \quad (2.31) \\
 &= (I + GK)^{-1}r + (I + GK)^{-1}GKn - (I + GK)^{-1}d
 \end{aligned}$$

u sinyalinin giriş sinyallerine göre denklemleri Denklem 2.32 ile ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}
 u &= Kr - Ky - Kn \\
 &= Kr - K(I + GK)^{-1}GKr + K(I + GK)^{-1}GKn \\
 &\quad - K(I + GK)^{-1}d - Kn \quad (2.32) \\
 &= K(I + GK)^{-1}r - K(I + GK)^{-1}n - K(I + GK)^{-1}d
 \end{aligned}$$

Şekil 2.5 ile gösterilen kontrol sistemindeki transfer fonksiyonları şu şekilde tanımlanabilir

Giriş	Çıkış	Sembol	İsim
u	y	$L = GK$: Açık döngü transfer fonksiyonu
d	y	$S = (I + L)^{-1}$: Hassasiyet fonksiyonu
r	y	$T = (I + L)^{-1}L$: Tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonu

Hassasiyet fonksiyonu S ile tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonu T arasındaki ilişki Denklem 2.33 ile verilmiştir.

$$S + T = I \quad (2.33)$$

Buna göre e, u ve y sinyalleri yeniden tanımlanması Denklem 2.34, 2.35 ve 2.36 ile gösterilmiştir.

$$e = Sr - Sd + Tn \quad (2.34)$$

$$u = K Sr - K S d - K S n \quad (2.35)$$

$$y = T r + S d - T n \quad (2.36)$$

Bu giriş ve çıkış sinyallerinin ilişkisi transfer fonksiyon matris formunda Denklem 2.37 ile gösterilmiştir.

$$\begin{bmatrix} e \\ u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & -S & T \\ KS & -KS & -KS \\ T & S & -T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \\ n \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Şekil 2.5 ile gösterilen sistemin içsel kararlı olabilmesi için bütün giriş çıkış fonksiyonlarının kararlı olması gerekir. Yani Denklem 2.37 ile gösterilen transfer fonksiyon matrisinin bütün elemanları kararlı olursa sistem içsel kararlıdır [47].

Klasik kontrol yöntemleri, açık döngü transfer fonksiyonu L 'yi şekillendirerek iyi bir kontrol performansı elde etmeye çalışır. Hassasiyet fonksiyonu S sistemin bozucu etkilerine göre nasıl bir tepki vereceğini belirtir. Tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonu ise sistemin verilen referans komutlarını ne kadar iyi takip edebileceğini belirtir.

Bozucu etkilere karşı dayanıklılık için hassasiyet fonksiyonu $S \approx 0$ olmalıdır. $S = (I + L)^{-1}$ olduğu için $S \approx 0$ olabilmesi için L 'nin büyük olması gerekir.

İyi bir referans komut takibi için tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonu $T \approx 1$. $T = (I + L)^{-1}L$ olduğu için $T \approx 1$ olabilmesi için L 'nin büyük olması gerekir.

Ölçüm gürültü sinyallerinin indirgenebilmesi için T küçük olmalıdır (Denklem 2.36). Bunun için L 'nin küçük olması gerekmektedir.

Açık döngü transfer fonksiyonu L , yukarıdaki bütün gereksinimleri aynı anda sağlayamaz. Bu yüzden yukarıdaki gereksinimler frekans bölgelerine ayrılabilir. Bozucu etki ve referans sinyalleri genellikle düşük frekanslarda etkilidirler. Öte yandan ölçüm gürültü sinyalleri genellikle yüksek frekans bölgelerinde etkindir. Bu sayede L frekansa bağlı şekillendirilebilir. Düşük frekans bölgelerinde $L(j\omega) \gg 1$, yüksek frekans bölgelerinde $L(j\omega) \ll 1$, kazanç geçiş frekansında (ω_c) $L(j\omega) = 1$ şeklinde ayarlanabilir.

Klasik kontrol yöntemleri ile yapılan bu tarz tasarımlarda istenilen kapalı döngü transfer fonksiyonlarının (S, T, KS vb.) elde edilebilmesi için, açık döngü transfer fonksiyonu L şekillendirilmektedir. Bu tasarım süreçler zaman alıcı olabilmektedir ve istenilen sonuca her zaman ulaşılammaktadır. İleri bölümlerde anlatılacak olan \mathcal{H}_∞ optimizasyonu sayesinde, kontrol probleminde gerekli düzenlemeler yapılarak kapalı döngü transfer fonksiyonları şekillendirilebilmektedir. Bu sayede istenilen kapalı döngü performansına ulaşabilmek için açık döngü transfer fonksiyonunu şekillendirmek yerine direkt olarak kapalı döngü transfer fonksiyonları şekillendirilebilmektedir. \mathcal{H}_∞ optimizasyonu ile kapalı döngü transfer fonksiyonu

şekillendirmenin yanı sıra gürbüz kararlılık ve gürbüz performans koşulları da \mathcal{H}_∞ kontrol probleminin içine dolaylı olarak katılıp gerekli kararlılık ve performans isterleri sağlanabilir.

2.3 \mathcal{H}_∞ Kontrol

Bu bölümde genel olarak \mathcal{H}_∞ kontrol analizi ve sentezi anlatılmaktadır. \mathcal{H}_∞ kavramında \mathcal{H} Hardy uzayını temsil etmektedir ve \mathcal{H}_∞ uzayı ∞ -normu sınırlı olan transfer fonksiyonlarını yani kararlı (stable) ve uygun (proper) transfer fonksiyonlarını ifade etmektedir [44, 47]. Transfer fonksiyonlarının norm kavramları Bölüm 2.1.1 ile anlatılmıştır.

2.3.1 \mathcal{H}_∞ normunun hesaplanması

$G(s) \in \mathcal{H}_\infty$ olacak şekilde

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (2.38)$$

olsun. $\|G(s)\|_\infty < \gamma$ olması için ancak ve ancak H Hamiltonian matrisinin imajiner ekseninde özdeğerinin olmaması gerekir [44]. H matrisi Denklem 2.39 ve 2.40 ile verilmiştir.

$$H = \begin{bmatrix} A + BR^{-1}D^T C & BR^{-1}B^T \\ -C^T(I + DR^{-1}D^T)C & -(A + BR^{-1}D^T C)^T \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

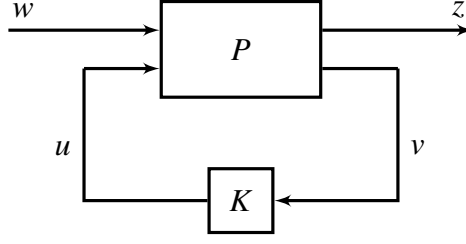
$$R = \gamma^2 I - D^T D \quad (2.40)$$

\mathcal{H}_∞ normu ulaşılan en küçük γ değeri olarak hesaplanır. \mathcal{H}_∞ normunun hesaplanmasında genellikle bölüştürme (bisection) algoritması kullanılır γ değeri yeteri kadar küçülene kadar algoritma tekrarlanır.

2.3.2 \mathcal{H}_∞ kontrol problemi

Standart \mathcal{H}_∞ kontrol problemi Şekil 2.6 ile gösterilmiştir [44].

Şekil 2.6 ile yapılan gösterimde, P genelleştirilmiş sistem, K ise \mathcal{H}_∞ optimizasyonu ile sentezlenecek kontrolcüdür. Genelleştirilmiş sistem P 'nin giriş ve çıkış sinyalleri, w sistemin giriş sinyalleri (referans, bozucu etki, gürültü), u kontrol sinyalleri, z hata sinyalleri, v ölçüm sinyalleridir. Genelleştirilmiş sistemin transfer



Şekil 2.6: Standart \mathcal{H}_∞ kontrol problemi

fonksiyon matris gösterimi Denklem 2.41 ile gösterilmiştir.

$$\begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

z çıkışından w girişine olan transfer fonksiyonu T_{zw} 'yi bulabilmek için Bölüm 2.1.5 ile gösterilen ADKD kullanılmalıdır. Bu dönüşüm ile K kontrolcüsü, T_{zw} transfer fonksiyonu içine alınmaktadır. Bu transfer fonksiyonu Denklem 2.42 ile gösterilmiştir.

$$z = T_{zw}w = F_l(P, K)w \quad (2.42)$$

Burada $F_l(P, K)$, P 'ye göre K 'nın ADKD'sidir. \mathcal{H}_∞ optimizasyonu, genelleştirilmiş sistem olan P 'nin çıkış sinyallerinin (z), giriş sinyallerine (w) göre \mathcal{H}_∞ normunu minimize edecek kararlaştırıcı K kontrolcüsünü hesaplamaya çalışır. \mathcal{H}_∞ optimizasyon problemi Denklem 2.43 ile gösterilmiştir.

$$\min_{\text{kararlaştırıcı } K} \|F_l(P, K)\|_\infty \quad (2.43)$$

2.3.3 Ağırlıklandırılmış \mathcal{H}_∞ performansı ve \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet problemi

\mathcal{H}_∞ optimizasyon problemi, verilen genelleştirilmiş sistemin çıkışlarının girişlerine göre olan transfer fonksiyonlarının \mathcal{H}_∞ normunu minimize edecek kapalı döngü sistemi kararlaştırıcı bir kontrolcü üretmeye çalışır. Çıkış sinyallerinden giriş sinyallerine olan transfer fonksiyonları genellikle kontrol sisteminin kapalı döngü transfer fonksiyonlarıdır. Örneğin S, KS, T gibi.

Örneğin hassasiyet fonksiyonu S , kapalı döngü sistemler için önemli bir yere sahiptir. Sistemin bozucu etkileri hangi frekansta ne kadar geçirdiğini gösterir. Genel olarak S fonksiyonu tanımlayan parametreler aşağıdaki gibidir.

- Hassasiyet fonksiyonunun bant genişliği, ω_S , $|S(j\omega)| = 0.707$ yapan ω değeri

- Hassasiyet fonksiyonunun maksimum değeri, M_S , $\|S(j\omega)\|_\infty = M_S$
- Hassasiyet fonksiyonunun minimum değeri, ε , $|S(j\omega)|_{\omega=0} = \varepsilon$

Bu parametreler ile genel bir hassasiyet fonksiyonu belirlenebilir. Belirlenen parametreler ile Denklem 2.44 ile gösterilen bir $W_S(s)$ transfer fonksiyonu olsun.

$$W_S(s) = \frac{s/M + \omega_S}{s + \omega_S \varepsilon} \quad (2.44)$$

Bu transfer fonksiyonu Şekil 2.7 ile gösterilen yapıda kontrol döngüsüne eklenmiştir. Burada amaç W_S transfer fonksiyonunu, istenilen S hassasiyet parametrelerine göre seçip, \mathcal{H}_∞ optimizasyonu ile istenilen parametreleri sağlayabilecek bir kontrolcü tasarlamaktır. Şekil 2.7a ile gösterilen yapıda herhangi bir değişiklik yapılmadan blok diyagram yapısı genel \mathcal{H}_∞ kontrol problemi yapısına Şekil 2.7b ile dönüştürülmüştür.

Şekil 2.7b ile gösterilen genelleştirilmiş kontrol yapısının giriş çıkış denklemleri Denklem 2.47 ile gösterilmiştir.

$$z = W_S r - W_S G u \quad (2.45)$$

$$e = r - G u \quad (2.46)$$

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} r \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ u \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$= \begin{bmatrix} W_S & -W_S G \\ I & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ u \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

\mathcal{H}_∞ optimizasyonu, r girişinde z çıkışına olan transfer fonksiyonlarını minimize etmeye çalışır. Denklem 2.42 ile gösterildiği gibi K matrisinin P matrisine göre ADKD'si Denklem 2.26 ile alınabilir.

$$F_l(P, K) = P_{11} + P_{12} K (I - P_{22} K)^{-1} P_{21} \quad (2.49)$$

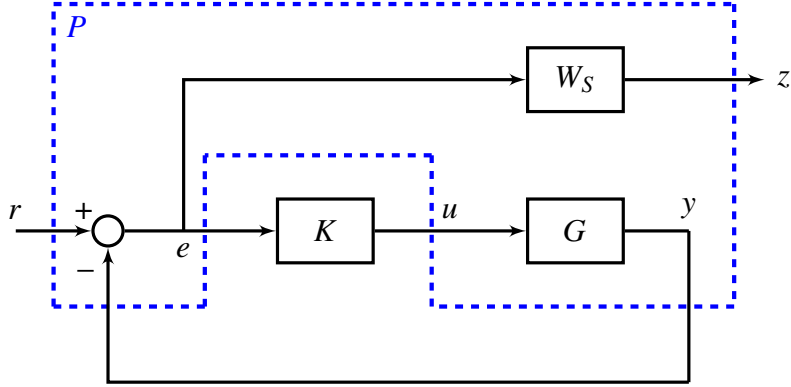
$$F_l(P, K) = W_S - W_S G K (I + G K)^{-1} I \quad (2.50)$$

$$F_l(P, K) = W_S (I - G K (I + G K)^{-1}) = W_S (I - T) \quad (2.51)$$

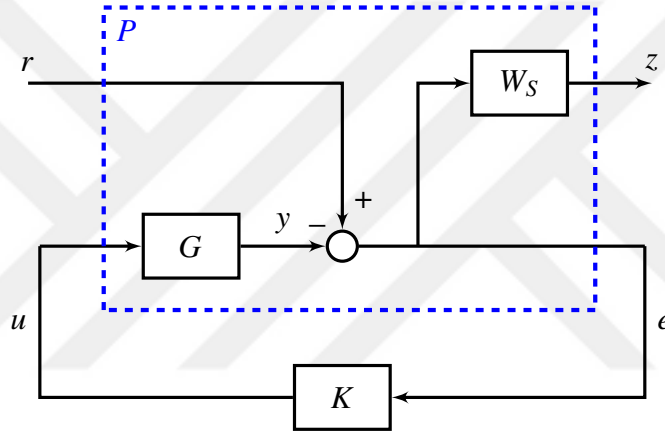
$$F_l(P, K) = W_S S \quad (2.52)$$

Denklem 2.52 elde edilen giriş ve çıkış arasındaki transfer fonksiyonu Bölüm 2.3.2 ile anlatılan ve Denklem 2.43 ile gösterilen \mathcal{H}_∞ optimizasyonu buraya uygulanırsa Denklem 2.53 elde edilir.

$$\min_{\text{kararlaştırıcı } K} \|F_l(P, K)\|_\infty = \min_{\text{kararlaştırıcı } K} \|W_S S\|_\infty \quad (2.53)$$



(a)



(b)

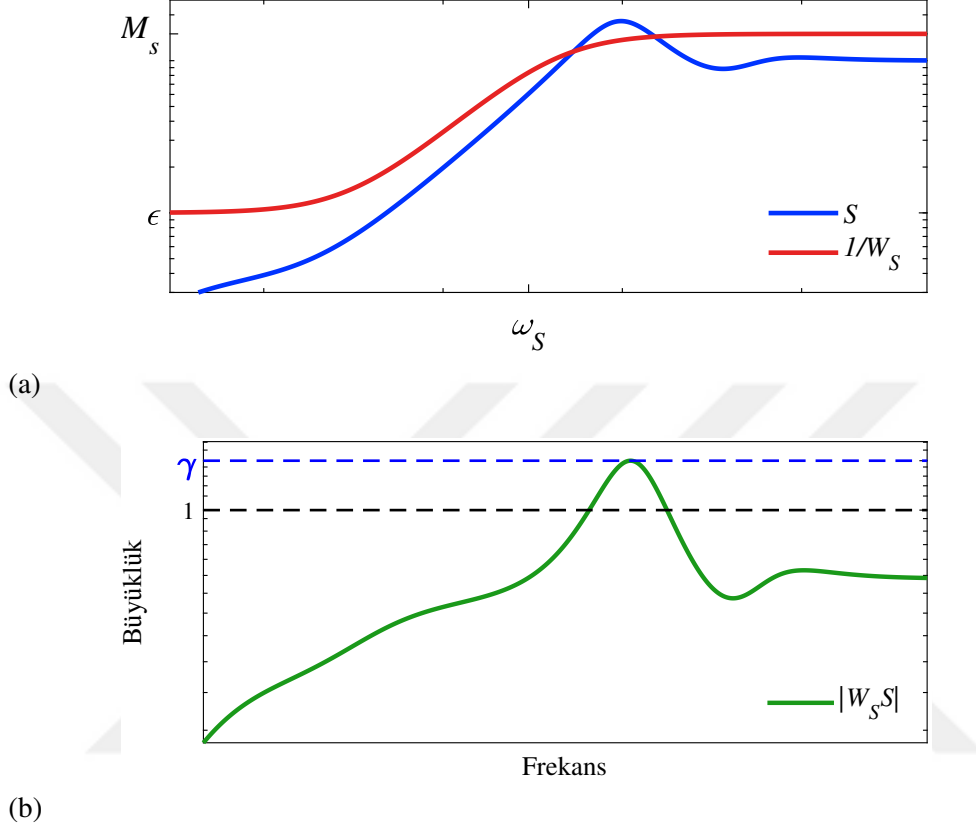
Şekil 2.7: Ağırlıklandırılmış \mathcal{H}_∞ kontrol yapısı, (a) genelleştirilmiş sistem, (b) genelleştirilmiş sistemin \mathcal{H}_∞ kontrol yapısı gösterimi

Denklem 2.53 ile elde edilen optimizasyon probleminde $\|W_S S\|_\infty$ ifadesi altında $W_S(S)$ transfer fonksiyonu ile hassasiyet fonksiyonu S 'i şekillendirmek için kullanılır. Bu durum Denklem 2.54 ile ifade edilmiştir

$$|S(j\omega)| < \frac{1}{|W_S(j\omega)|}, \forall \omega \iff |W_S S| < 1, \forall \omega \iff \|W_S S\|_\infty < 1 \quad (2.54)$$

Denklem 2.54 ile gösterilen ilişkide $\|W_S S\|_\infty < 1$ ifadesi altında her frekansta ($\forall \omega$) S fonksiyonunun $1/W_S$ fonksiyonundan küçük olacağı yani büyüklük olarak altında kalacağı anlamına gelmektedir. Denklem 2.53 ile gösterilen optimizasyon problemi için çözülen K kontrolcüsüne göre eğer $\|W_S S\|_\infty < 1$ olursa, S fonksiyonu her frekansta $1/W_S$ fonksiyonunun altında kalacaktır. Bu koşul da aslında bir döngü şekillendirmeyi temsil eder. Her frekansta bir sınırın altında kalacak bir

fonksiyonu temsil eder. Örnek bir W_S ve S grafiği Şekil 2.8 ile gösterilmiştir. Şekil



Şekil 2.8: Örnek W_S ve S fonksiyonları, (a) W_S ve S fonksiyonları, (b) $|W_S S|$

2.8a ile örnek bir W_S ve S fonksiyonu gösterilmiştir. Şekil 2.8b ile $|W_S S|$ grafiği gösterilmiştir. Şekil 2.8b ile görüleceği gibi $|W_S S| > 1$ olduğu yerlerde Şekil 2.8a ile gösterilen S fonksiyonu W_S fonksiyonunu aşmaktadır. $|W_S S| < 1$ olduğu yerlerde ise S fonksiyonu W_S fonksiyonunun altında kalmıştır. Burada $\|W_S S\|_\infty = \gamma$ olarak verilmiştir. Eğer $\gamma < 1$ olursa S fonksiyonu W_S fonksiyonunun altında kalır.

Denklem 2.53 ile gösterilen \mathcal{H}_∞ optimizasyonu sonucu $\|W_S S\|_\infty$ normu 1'den küçük olursa, S fonksiyonu W_S fonksiyonunun tamamen altında kalır. Bu sayede verilen W_S fonksiyonu sayesinde S fonksiyonu şekillendirilmiş olur. Ağırlıklandırılmış \mathcal{H}_∞ kontrol problemlerinin altındaki temel amaçlardan birisi budur[44].

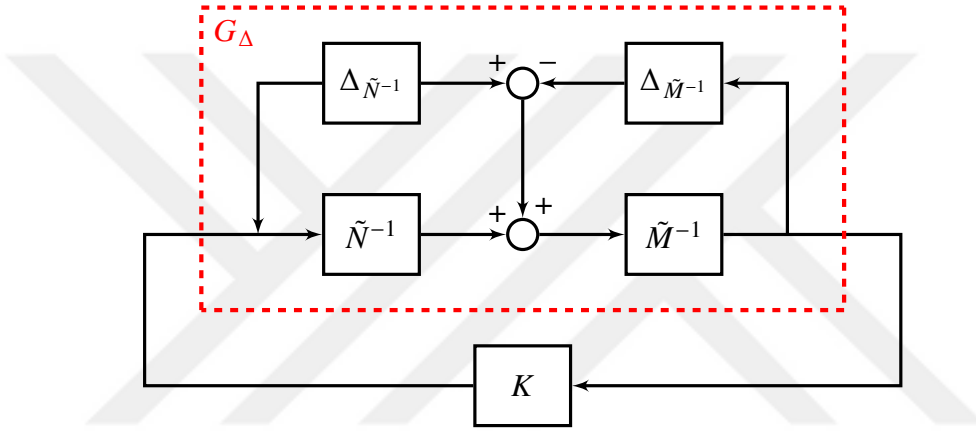
Şekil 2.7 ile gösterilen kontrol yapısında S fonksiyonu W_S fonksiyonuyla şekillendirilmiştir. Aynı prensip ile KS ve T fonksiyonları da uygun ağırlık fonksiyonlarıyla şekillendirilebilir. Bu tarz farklı kapalı döngü transfer fonksiyonlarını şekillendirmek amaçlı yapılan kontrol problemlerine \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet problemi denir.

2.3.4 \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme

Genel ağırlıklandırılmış \mathcal{H}_∞ kontrol problemleri verilen sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonlarını şekillendirmek için kullanılır. \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme ile ise sistemin açık döngü transfer fonksiyonu şekillendirilebilir[5].

G sisteminin normalize eş asal faktörleri Denklem 2.55 ile gösterilmiştir.

$$G = \tilde{M}^{-1}\tilde{N} \quad (2.55)$$



Şekil 2.9: Eş asal belirsizlik

Buna göre Şekil 2.9 ile gösterilen perturbe edilmiş G_Δ sistemi Denklem 2.56 ile gösterildiği gibi yazılabilir.

$$G_\Delta = (\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})^{-1}(\tilde{N} + \Delta_{\tilde{N}}) \quad (2.56)$$

Denklem 2.56 ile yapılan gösterimde $\Delta_{\tilde{M}}$ ve $\Delta_{\tilde{N}}$ kararlı ve bilinmeyen belirsizlik fonksiyonlarıdır. Burada amaç sadece G 'yi değil aynı zamanda perturbe edilmiş kümeyi gürbüz kararlı yapmaktır. Bu durum Denklem 2.57 ile gösterilmiştir.

$$\mathcal{G}_\epsilon = \{(\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})^{-1} + (\tilde{N} + \Delta_{\tilde{N}}) : \|\Delta_{\tilde{M}}\Delta_{\tilde{N}}\|_\infty < \epsilon\} \quad (2.57)$$

Burada ϵ kararlılık marjiniştir. Sistemin gürbüz kararlı olabilmesi için ancak ve ancak Denklem 2.58 sağlanmalıdır.

$$\left\| \begin{bmatrix} K(I - GK)^{-1}\tilde{M}^{-1} \\ (I - GK)^{-1}\tilde{M}^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \epsilon^{-1} \quad (2.58)$$

sistemin gürbüz kararlılığını en yüksek seviyede tutmak için Denklem 2.59 ile gösterilen denklem minimize edilmelidir.

$$\gamma = \left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I - GK)^{-1} \tilde{M}^{-1} \right\|_{\infty} \quad (2.59)$$

Kontrol problemi olarak $\gamma_o < \gamma$ olacak şekilde kontrolcü tasarım problemi Denklem 2.60 ve 2.61 ile gösterilmiştir.

$$\gamma_o = \inf_{\text{Kararlaştırıcı } K} \left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I - GK)^{-1} \tilde{M}^{-1} \right\|_{\infty} \quad (2.60)$$

$$\gamma_o = (1 - \|[\tilde{N} \quad \tilde{M}]\|_H^2)^{-1/2} \quad (2.61)$$

Z Denklem 2.62 ile gösterilen cebirsel Ricatti denkleminin tek pozitif tanımlı çözümü olacak şekilde

$$(A - BS^{-1}D^T C)Z + Z(A - BS^{-1}D^T C)^T - ZC^T R^{-1} CZ + BS^{-1}B^T = 0 \quad (2.62)$$

Burada

$$R = I + DD^T \quad (2.63)$$

$$S = I + D^T D \quad (2.64)$$

olarak tanımlanmıştır. X Denklem 2.65 ile gösterilen cebirsel Ricatti denkleminin tek pozitif tanımlı çözümü olacak şekilde

$$(A - BS^{-1}D^T C)^T X + X(A - BS^{-1}D^T C) - XBS^{-1}B^T X + C^T R^{-1} C = 0 \quad (2.65)$$

Denklem 2.66 ile gösterilen koşulu sağlayacak bir kontrolcü için

$$\left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I - GK)^{-1} \tilde{M}^{-1} \right\|_{\infty} \leq \gamma \quad (2.66)$$

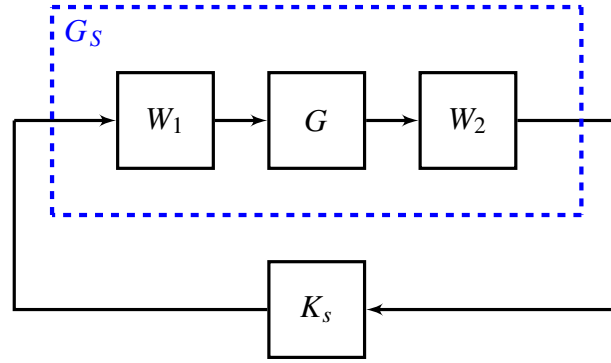
$\gamma > \gamma_o$ olacak şekilde bir kontrolcü Denklem 2.69 ile gösterilmiştir.

$$F = -S^{-1}(D^T C + B^T X) \quad (2.67)$$

$$L = (1 - \gamma^2)I + XZ \quad (2.68)$$

$$K = \left[\begin{array}{c|c} A + BF + \gamma^2(L^T)ZC^T(C + DF) & \gamma^2(L^T)^{-1}ZC^T \\ \hline B^T X & -D^T \end{array} \right] \quad (2.69)$$

Genel döngü şekillendirme tasarım prosedürü aşağıda anlatılmıştır [5, 44].



Şekil 2.10: \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme prosedürü

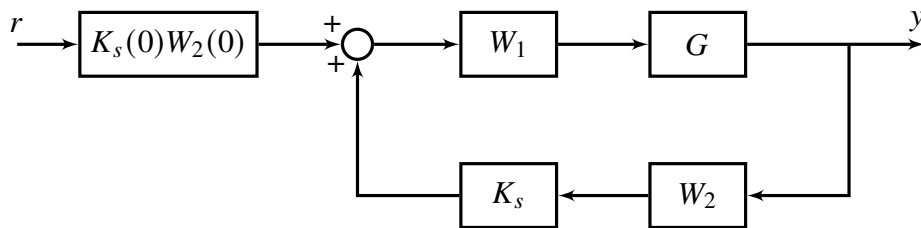
Şekil 2.10 ile gösterilen şekilde bir giriş düzenleyicisi fonksiyon W_1 ve çıkış düzenleyicisi fonksiyon W_2 kullanılarak teorik model olan G fonksiyonu istenilen döngü şekli elde edilecek şekilde düzenlenir. Bu döngü şeklinin genel olarak Bölüm 2.2 ile anlatıldığı gibi seçilmesi gerekir. Bu sayede düşük frekanslarda bozucu etkiler bastırılacak ve yüksek frekanslarda gürültüler indigenecektir.

G_s sisteminin sol eş asal faktörlerini gürbüz kararlılaştırıcı ϵ kararlılık marjlinli bir K_s kontrolcüsü sentezlenir. Yapılan çalışmalarda genellikle $\epsilon > 0.2$ olması $K_s W_2 G W_1$ transfer fonksiyonununun $W_2 G W_1$ transfer fonksiyonuna benzer olması anlamına gelir [5]. Bu sayede istenilen döngü şekline yakın bir döngü şekli elde edilir.

Son olarak kullanılacak kontrolcü Şekil 2.11 ile gösterilen şekilde

$$K = W_1 K_s W_2$$

olarak bulunur. Yapılan tasarımda referans takibinin sağlanması için referans komutunun $K_s(0)W_2(0)$ ile çarpılması gerekir. Tasarlanan kontrolcünün kullanımı Şekil 2.11 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.11: \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme ile tasarlanan kontrolcünün kullanılması

2.4 Belirsizlik ve Belirsizliğin Modellenmesi

Bu bölümde belirsizlik ve belirsizliğin sistem içine nasıl alınacağı anlatılmaktadır.

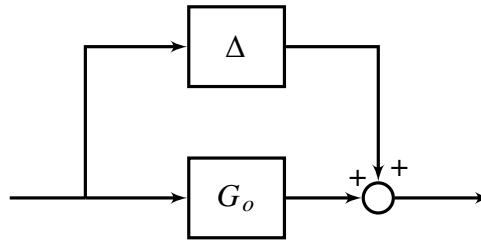
Fiziksel bir sistem ne kadar iyi modellenirse modellenirse, her zaman gerçek sistem ile model olarak kullanılan nominal sistem arasında farklar oluşmaktadır. Nominal sistem ile fiziksel sistem arasındaki farklara belirsizlik denir. Belirsizliğe birçok etmen sebep olabilir. Örneğin, sistemdeki parametrik belirsizlikler, ölçüm hataları, modellenemeyen yüksek frekans dinamikleri vb. Belirsizlikler birkaç farklı başlıkta incelenebilir [44, 47].

2.4.1 Yapılandırılmamış belirsizlikler

Bir sistemde oluşan belirsizlik birden fazla sebeple oluşabilir. Bu belirsizlikler tek bir belirsizlikle, yani yapılandırılmamış belirsizlikle ifade edilebilir. Bu tür belirsizlikler genellikle modellenmemiş veya ihmal edilmiş sistem dinamiklerini içerir [44, 47]. Bütün belirsizlerin ifade edildiği tek belirsizlik kompleks Δ bloğu ile gösterilmektedir. Doğrusal zamanla değişmez sistemlerde, Δ belirsizlik bloğu, bilinmeyen bir transfer fonksiyon matrisi ile ifade edilir. Bu tür yapılandırılmamış belirsizlikler sistem modeline birkaç farklı şekilde yerleştirilebilir. Bunlardan bazıları aşağıdaki gibi verilmiştir.

2.4.1.1 Toplamsal belirsizlikler

Toplamsal belirsizlikler, bir sistemde toplamsal olarak ne kadar belirsizlik olduğunu gösterir. Toplamsal belirsizlik gösterimi Şekil 2.12 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.12: Toplamsal belirsizlik gösterimi

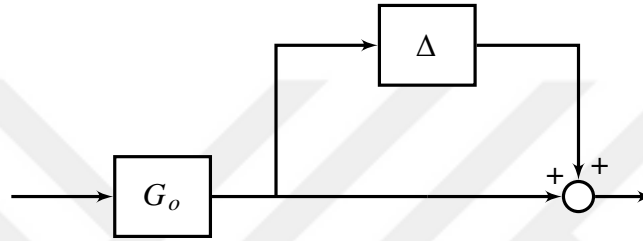
G_o nominal sistemi, G_p perturbe sistemi ifade edecek şekilde aralarındaki ilişki

Denklem 2.70 ile gösterilmiştir.

$$G_p(s) = G_o(s) + \Delta(s) \quad (2.70)$$

2.4.1.2 Çarpımsal belirsizlikler

Çarpımsal belirsizlikler, bir sistemde oransal olarak ne kadar belirsizlik olduğunu gösterir. Çarpımsal belirsizlik gösterimi Şekil 2.13 ile verilmiştir



Şekil 2.13: Çarpımsal belirsizlik gösterimi

G_o nominal sistemi, G_p perturbe sistemi ifade edecek şekilde aralarındaki ilişki Denklem 2.71 ile gösterilmiştir.

$$G_p(s) = [I + \Delta(s)]G_o(s) \quad (2.71)$$

2.4.2 Parametrik belirsizlik

Parametrik belirsizlikler, bir sistemi oluşturan parametrelerin sahip olduğu belirsizliklerdir. Yapılandırılmamış belirsizlikler genellikle sistem dinamiklerini içerirken, parametrik belirsizlikler sistem parametrelerinden kaynaklanabilecek belirsizlikleri ifade eder.

Örneğin transfer fonksiyonu Denklem 2.72 ile verilen bir sistem olsun.

$$G(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (2.72)$$

Bu sistemin parametreleri olan m , c ve k değişkenleri kesin olarak bilinemez. Örneğin m parametresinin nominal değeri 5 iken, bu değer 4.5 ile 5.5 arasında değişiyor olabilir. Böyle bir belirsizlik $m = m_0 + \delta_m$ şeklinde ifade edilebilir. Burada m_0 , m parametresinin nominal değeri, δ_m ise m parametresinin sahip olduğu belirsizliği ifade etmektedir. Aynı şekilde $c = c_0 + \delta_c$ ve $k = k_0 + \delta_k$ ile ifade edilebilir.

Parametrik belirsizliği ifade eden δ belirli bir aralıktaki reel belirsizliktir. Bu tür parametrik belirsizlikler, Denklem 2.73 ile gösterildiği gibi belirli bir yapı ile tek bir belirsizlik bloğu olan Δ içine alınabilir [47].

$$\Delta = \text{diag}[\delta_m, \delta_c, \delta_k] \quad (2.73)$$

2.4.3 Yapılandırılmış belirsizlik

Yapılandırılmış belirsizlik, hem yapılandırılmamış belirsizlikleri hem de parametrik belirsizlikleri kapsayan bir belirsizlik çeşididir. Yani parametrik belirsizliklerle beraber modellenemeyen dinamikleri de içerebilir. Genel yapılandırılmış belirsizlik Δ bloğu yapısı Denklem 2.74 ile verilmiştir

$$\Delta = \{\text{diag}[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_s I_{r_s}, \Delta_1, \dots, \Delta_f] : \delta_i \in C, \Delta_j \in C^{m_j \times m_j}\} \quad (2.74)$$

Burada δ parametrik skaler blokları, Δ ise yapılandırılmamış kompleks tam (full) blokları ifade eder.

2.4.4 Kararlılık ve performans

Bir sistemin kararlılık ve performansını ifade ederken nominal kararlılık, nominal performans, gürbüz kararlılık ve gürbüz performans tanımları kullanılır. Bu terimler aşağıdaki gibi açıklanmıştır [44].

Nominal Kararlılık : Sistemin herhangi bir belirsizlik olmadan kararlı olmasıdır.

Nominal Performans : Sistemin herhangi bir belirsizlik olmadan istenilen performans kriterlerini yerine getirebilmesidir.

Gürbüz Kararlılık : Sistemin tanımlı bütün belirsizliklere karşı kararlı olmasıdır.

Gürbüz Performans : Sistemin tanımlı bütün belirsizliklere karşı istenilen performans kriterlerini yerine getirebilmesidir.

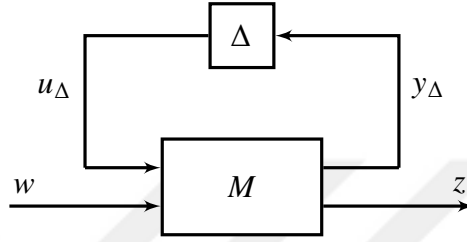
2.5 μ Analizi ve Sentezi

Bu bölümde belirsizlikleri daha iyi analiz etmek için kullanılan yararlı bir araç olan yapılandırılmış tekil değer, μ incelenecektir. Analiz kısmında μ analizi incelenmiştir. Kararlılık ve performans kısmında μ kullanılarak genel gürbüz kararlılık ve gürbüz performans koşullarının elde edilmesi anlatılmıştır. Sentez kısmında ise

gürbüz kararlılık ve gürbüz performansı sağlayacak μ kontrolcü sentezi anlatılmıştır.

2.5.1 μ analizi

Genel μ analiz blok diyagramı Şekil 2.14 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.14: Genel $M\Delta$ belirsizlik konfigürasyonu

Şekil 2.14 ile gösterilen Δ belirsizliğinin yapısı Denklem 2.75 ile gösterilmiştir.

$$\Delta = \{\text{diag}[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_s I_{r_s}, \Delta_1, \dots, \Delta_f] : \delta_i \in \mathbb{C}, \Delta_j \in \mathbb{C}^{m_j \times m_j}\} \quad (2.75)$$

M sisteminin Δ belirsizliğine karşı yapılandırılmış tekil değeri $\mu_\Delta(M)$ tanımı için $(I - M\Delta)$ sistemini tekil yapacak en küçük $\bar{\sigma}(\Delta)$ değeri $\mu_\Delta^{-1}(M)$ 'ye eşittir. Bu eşitlik matematiksel olarak Denklem 2.76 ile gösterilmiştir.

$$\mu_\Delta^{-1}(M) = \min_{\Delta \in \Delta} \{\bar{\sigma}(\Delta) : \det(I - M\Delta) = 0\} \quad (2.76)$$

Yapılandırılmış tekil değerinin alt ve üst sınırı Denklem 2.77 ile gösterilmiştir.

$$\rho(M) \leq \mu(M) \leq \bar{\sigma}(M) \quad (2.77)$$

μ değerinin hesaplanması kolay değildir. Bu yüzden μ hesaplanmasında bu sınırlar kullanılabilir. Fakat daha doğru μ hesabı için μ sınırlarına daha fazla yaklaşması gerekir çünkü $\rho(M)$ ile $\bar{\sigma}(M)$ arasındaki fark çok büyük olabilir. Bu da doğru sonuçlara ulaşılmamasına sebep olabilir [47].

Daha doğru μ sınırlarını elde etmek için, M sistemine yapılacak çeşitli dönüşümlerle $\mu(M)$ değeri değişmeden $\rho(M)$ ve $\bar{\sigma}(M)$ limitleri $\mu(M)$ değerine daha fazla yaklaştırılabilir. Bu dönüşümleri yapmak için tanımlanan ve boyutları Denklem 2.75 ile gösterilen belirsizliğe göre ayarlanmış U ve D matrisleri Denklem 2.78 ve 2.79 ile tanımlanmıştır.

$$\mathbf{U} = \{U \in \Delta : UU^H = I_n\} \quad (2.78)$$

$$\mathbf{D} = \{D = \text{diag}[D_1, \dots, D_s, d_1 I_{m_1}, \dots, d_f I_{m_f}] : D_i \in \mathcal{C}^{r_i \times r_i}, D_i = D_i^* > 0, d_j > 0\} \quad (2.79)$$

Buradan aşağıdaki eşitlikler elde edilebilir.

$$\overline{\sigma}(U\Delta) = \overline{\sigma}(\Delta U) = \overline{\sigma}(\Delta) \quad (2.80)$$

$$\overline{\sigma}(D\Delta D^{-1}) = \overline{\sigma}(\Delta) \quad (2.81)$$

Buradan aşağıdaki eşitsizlik elde edilebilir.

$$\rho(MU) \leq \mu(MU) = \mu(M) = \mu(DMD^{-1}) \leq \overline{\sigma}(DMD^{-1}) \quad (2.82)$$

Daha doğru μ sınırları için Denklem 2.83 ile gösterilen eşitsizlik kullanılabilir [47].

$$\max_{U \in \mathbf{U}} \rho(MU) \leq \mu(M) \leq \inf_{D \in \mathbf{D}} \overline{\sigma}(DMD^{-1}) \quad (2.83)$$

2.5.2 Gürbüz kararlılık ve gürbüz performans analizi

Bu bölümde yapılandırılmış tekil değer, μ kullanılarak belirsizliklere göre gürbüz kararlılık ve gürbüz performans testleri anlatılmıştır.

Şekil 2.14 ile gösterilen M sisteminin transfer fonksiyon matris yapısı Denklem 2.84 ile gösterilmiştir.

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

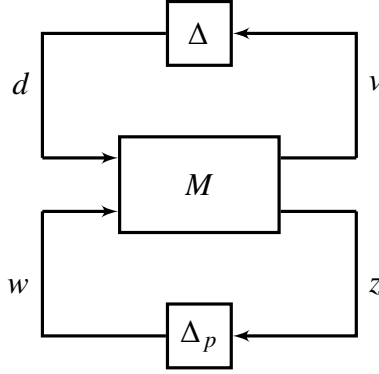
Buradan sistemin w girişinden z çıkışına olan transfer fonksiyonu T_{zw} ÜDKD kullanılarak Denklem 2.85 ile gösterilmiştir.

$$z = T_{zw} w = F_u(M, \Delta) w = [M_{22} + M_{21} \Delta (I - M_{11} \Delta)^{-1} M_{12}] w \quad (2.85)$$

Gürbüz kararlılığın sağlanması için Denklem 2.86 ile gösterilen eşitsizliğin sağlanması gereklidir.

$$\|F_u(M, \Delta)\|_\infty < 1 \quad (2.86)$$

Eğer Denklem 2.86 koşulu sağlanırsa sistem Δ belirsizliklerine göre gürbüz kararlı olacaktır. Gürbüz performans analizi için ise Şekil 2.15 ile gösterilen gösterim kullanılmaktadır.



Şekil 2.15: Gürbüz performans analiz gösterimi

Şekil 2.15 ile yapılan gösterimde, belirsizlikleri içeren Δ bloğunun yanına ayrıca sanal Δ_p bloğu eklenmiştir. Bu Δ_p bloğuna genel olarak performans belirsizlik bloğu denir ve bu belirsizlik yapılandırılmamıştır [47].

Gürbüz performans koşulu için iki belirsizlik bloğu da beraber değerlendirilmelidir. Bu durum Denklem 2.87 ile gösterilmiştir.

$$\tilde{\Delta} = \{\text{diag}\{\Delta, \Delta_p\}, \|\Delta_p\|_{\infty} \leq 1\} \quad (2.87)$$

Gürbüz performans koşulunun sağlanması için Denklem 2.88 sağlanmalıdır.

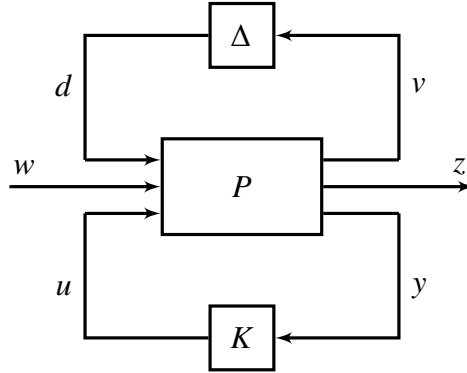
$$\|F_u(M, \tilde{\Delta})\|_{\infty} < 1 \quad (2.88)$$

Buradan nominal kararlılık, nominal performans, gürbüz kararlılık ve gürbüz performans koşulları genel olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

- **Nominal Kararlılık** $\iff M$ içsel kararlıdır
- **Nominal Performans** $\iff \bar{\sigma}(M_{22}) < 1$
- **Gürbüz Kararlılık** $\iff \mu_{\Delta}(M_{11}) < 1$
- **Gürbüz Performans** $\iff \mu_{\tilde{\Delta}}(M) < 1$

2.5.3 μ sentezi

Bu bölümde μ üst sınırı kullanılarak gürbüz kararlılık ve gürbüz performans kriterlerini sağlamak amaçlı kontrolcü tasarımı anlatılmıştır. Genelleştirilmiş sistemin belirsizlik ve kontrolcü ile gösterimi Şekil 2.16 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.16: Genel $P\Delta K$ belirsizlik konfigürasyonu

Şekil 2.16 ile gösterilen sistemde genelleştirilmiş sistem P , Denklem 2.89 ile gösterilmiştir.

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Şekil 2.16 ile gösterilen sistemin içine kontrolcü ADKD kullanılarak eklenebilir ve buradan Şekil 2.14 ile yapılan $M\Delta$ gösterimi bulunabilir. Bu ilişki Denklem 2.91 ile gösterilmiştir.

$$M(P, K) = F_l(P, K) \quad (2.90)$$

$$M(P, K) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{13} \\ P_{23} \end{bmatrix} K(I - P_{33}K)^{-1} \begin{bmatrix} P_{31} & P_{32} \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

Gümbüz kararlılık ve gümbüz performansa sahip bir tasarım için Denklem 2.92 sağlanmalıdır. Bu durumu sağlamak için gerekli optimal K kontrolcüsü Denklem 2.93 ile gösterilen şekilde bulunmalıdır [47].

$$\sup_{\omega \in \mathcal{R}} \mu[M(P, K)(j\omega)] < 1 \quad (2.92)$$

$$\inf_{K(s)} \sup_{\omega \in \mathcal{R}} \mu[M(P, K)(j\omega)] \quad (2.93)$$

2.5.3.1 D - K iterasyonu

D - K iterasyonu Denklem 2.93 ile gösterilen problemi çözmek için kullanılan bir μ sentezi yöntemidir [51]. D - K iterasyonu Denklem 2.94 ile gösterilen optimizasyon

problemini çözmeye çalışır.

$$\inf_{K(s)} \sup_{\omega \in \mathcal{R}} \inf_{D \in \mathbf{D}} \bar{\sigma}[DM(P, K)D^{-1}(j\omega)] \quad (2.94)$$

Burada Denklem 2.94 ile yapılan gösterim aslında Denklem 2.93 ile yapılan gösterimde μ yerine μ üst sınırı ile gösterimdir. Buradan gürbüz kararlılık ve gürbüz performansın sağlanması için tasarlanan kontrolcü Denklem 2.95 ile gösterilen eşitsizliği sağlamalıdır.

$$\sup_{\omega \in \mathcal{R}} \inf_{D \in \mathbf{D}} \bar{\sigma}[DM(P, K)D^{-1}(j\omega)] < 1 \quad (2.95)$$

Bilinen bir D matrisine göre çözülmesi gereken \mathcal{H}_∞ optimizasyon problemi Denklem 2.96 ile gösterilmiştir.

$$\inf_{K(s)} \|DM(P, K)D^{-1}\|_\infty \quad (2.96)$$

Burada \tilde{P}

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} D^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

olacak şekilde Denklem 2.96 ile gösterilen optimizasyon problemi Denklem 2.98 ile tekrar yazılabilir.

$$\inf_{K(s)} \|DF_l(P, K)D^{-1}\|_\infty = \inf_{K(s)} \|F_l(\tilde{P}, K)\|_\infty \quad (2.98)$$

Bu optimizasyon problemine göre üretilen bir K kontrolcüsüne göre

$$\inf_{D \in \mathbf{D}} \bar{\sigma}[DM(P, K)D^{-1}(j\omega)] \quad (2.99)$$

denklemi bir konveks optimizasyon problemidir. Bu optimizasyon probleminin sonucuna göre elde edilecek yeni D transfer fonksiyon matrisine göre Denklem 2.98 ile gösterilen K optimizasyon problemi tekrar çözülebilir. Bu şekilde optimizasyon problemleri tekrar tekrar çözümlenerek uygun D ve K değerleri elde edilir. Bu iterasyonlardan oluşan çözüme D - K iterasyonu denir. D - K iterasyonu için algoritma aşağıdaki adımlarla gösterilebilir [47, 51].

Adım 1: Bir ilk D değeri seçilir. Bu değer genellikle $D = I$ olarak verilir.

Adım 2: D 'ye göre K için aşağıdaki \mathcal{H}_∞ optimizasyon problemi çözülür

$$K = \arg \inf_K \|F_l(\tilde{P}, K)\|_\infty$$

Adım 3: Bulunan K 'ya göre aşağıdaki konveks optimizasyon problemi çözümlük D bulunur

$$D(j\omega) = \arg \inf_{D \in \mathbf{D}} \bar{\sigma}[DF_l(P, K)D^{-1}(j\omega)]$$

Adım 4: Gürbüz kararlılık ve gürbüz performansı sağlayan Denklem 2.95 sağlayan D ve K değeri bulunana kadar ya da optimizasyon sonucu belirli bir yakınsama değeri gelene kadar **Adım 2**'ye tekrar dönülür.



3. GİMBAL SİSTEMİNİN MODELLENMESİ

Bu bölümde bu çalışma kapsamında kullanılan iki eksen gimbal sisteminin modellenmesi anlatılmıştır. Sistemden kullanılan sensör dinamikleri ve hareket denklemleri incelenmiştir.

3.1 Gimbal Sisteminin Modellenmesi

Gimbal sistemlerinin modellenmesi ve hareket denklemlerinin türetilmesi ile ilgili literatürde birçok çalışma vardır [35, 52–56].

Bu çalışmada kullanılan gimbal sistemi, 2 eksene sahip, 1 adet dönüölçer sensöre, 2 adet açölçer sensöre, 2 adet motora ve optik görüntüleme sensörüne sahiptir.

3.1.1 Hareket denklemlerinin türetilmesi

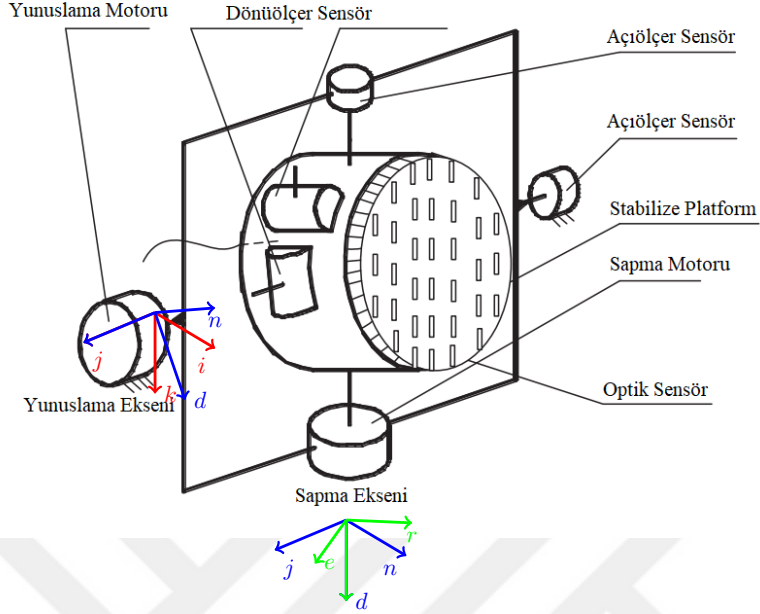
Bu bölümde, Şekil 3.1 ile gösterilen gimbal sistemi için hareket denklemlerinin türetilmesi anlatılmıştır[53]. Gimbal sistemi iç eksen sapma eksen, dış eksen yunuslama eksen olacak şekilde monte edilmiştir. İki eksen gimbal sistemi ve gimbal sisteminin takılı olduğu platform için 3 farklı eksen takımı tanımlanmıştır. Bunlar eksenler (x, y, z) sırasında olacak şekilde (i, j, k) eksenlerine sahip platform eksen takımı P , (n, j, d) eksenlerine sahip yunuslama eksen takımı Y ve (r, e, d) eksenlerine sahip sapma eksen takımı S olacak şekilde tanımlanmıştır.

Gimbal açıları

$$\begin{bmatrix} \text{Yuvarlanma} \\ \text{Yunuslama} \\ \text{Sapma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

olacak şekilde tanımlanmıştır. Gimbalin yuvarlanma ekseninde bir serbestliği olmadığı ve platforma sabit takıldığı için yuvarlanma açısı ϕ her zaman 0'dır.

$C_{X_2}^{X_1}$, X_2 eksen takımından X_1 eksen takımına dönüşümü sağlayan bir rotasyon matrisini temsil etsin. Platform ve gimbal eksen takımları arasındaki dönüşümü



Şekil 3.1: İki eksen bir gimbal sistemi [53]

sağlayan rotasyon matrisleri Denklem 3.2 ve 3.3 ile verilmiştir. [54, 57].

$$C_P^Y = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$C_Y^S = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

C_P^Y matrisi, P (platform) eksen takımını Y (yunuslama) eksen takımına taşıyan rotasyon matrisidir. Aynı şekilde C_Y^S matrisi, Y (yunuslama) eksen takımını S (sapma) eksen takımına taşıyan rotasyon matrisidir.

$\vec{\omega}_{a/b}^c$, a eksen takımının b eksen takımına göre açısal hızının c eksen takımında ölçümünü temsil etsin. Platform ve gimbal eksen takımlarının ataletsel (inertial) eksen takımına (N) göre açısal hızlar Denklem 3.4 ile ifade edilmiştir.

$$\vec{\omega}_{P/N}^P = \begin{bmatrix} \omega_{Pi} \\ \omega_{Pj} \\ \omega_{Pk} \end{bmatrix}, \vec{\omega}_{Y/N}^Y = \begin{bmatrix} \omega_{Yn} \\ \omega_{Yj} \\ \omega_{Yd} \end{bmatrix}, \vec{\omega}_{S/N}^S = \begin{bmatrix} \omega_{Sr} \\ \omega_{Se} \\ \omega_{Sd} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Denklem 3.4 ile gösterilen $\vec{\omega}_{P/N}^P$, $\vec{\omega}_{Y/N}^Y$ ve $\vec{\omega}_{S/N}^S$ sırasıyla platformun, gimbal

yunuslama ekseninin ve gimbal sapma ekseninin ataletsel eksen takımına göre açısız hızlarının kendi eksen takımlarında ölçümünü temsil etmektedir.

Yunuslama ve sapma eksenlerini atalet (inertia) matrisleri Denklem 3.5 ve 3.6 ile gösterilmiştir.

$$J_Y = \begin{bmatrix} Y_n & Y_{nj} & Y_{nd} \\ Y_{nj} & Y_j & Y_{dj} \\ Y_{nd} & Y_{dj} & Y_d \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$J_S = \begin{bmatrix} S_r & S_{re} & S_{rd} \\ S_{re} & S_e & S_{de} \\ S_{rd} & S_{de} & S_d \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Y_n, Y_j, Y_d değerleri gimbal yunuslama ekseninin (n, j, d) eksenlerindeki atalet değerleridir. Y_{nj}, Y_{nd}, Y_{dj} değerleri gimbal yunuslama ekseninin çapraz etkileşim atalet değerleridir. Aynı şekilde S_r, S_e, S_d değerleri gimbal sapma ekseninin (r, e, d) eksenlerindeki atalet değeridir. S_{re}, S_{rd}, S_{de} değerleri gimbal yunuslama ekseninin çapraz etkileşim atalet değerleridir [54].

Platform açısız hızlarının gimbal yunuslama eksenine açısız hızlarına etkisi Denklem 3.7, 3.8 ve 3.9 ile gösterilmiştir.

$$\vec{\omega}_{Y/N}^Y = C_P^Y \vec{\omega}_{P/N}^P + [0 \quad \dot{\theta} \quad 0]^T \quad (3.7)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{Yn} \\ \omega_{Yj} \\ \omega_{Yd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{P_i} \\ \omega_{P_j} \\ \omega_{P_k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{Yn} \\ \omega_{Yj} \\ \omega_{Yd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{P_i} \cos\theta - \omega_{P_k} \sin\theta \\ \omega_{P_j} + \dot{\theta} \\ \omega_{P_k} \sin\theta + \omega_{P_i} \cos\theta \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Aynı şekilde platform ve gimbal yunuslama eksen hızlarının, gimbal sapma eksenine olan etkisi Denklem 3.10, 3.11 ve 3.12 ile gösterilmiştir.

$$\vec{\omega}_{S/N}^S = C_Y^S \vec{\omega}_{Y/N}^Y + [0 \quad 0 \quad \dot{\psi}]^T \quad (3.10)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{S_r} \\ \omega_{S_e} \\ \omega_{S_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{Yn} \\ \omega_{Yj} \\ \omega_{Yd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{S_r} \\ \omega_{S_e} \\ \omega_{S_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{Yn} \cos\psi + \omega_{Yj} \sin\psi \\ -\omega_{Yn} \sin\psi + \omega_{Yj} \cos\psi \\ \omega_{Yd} + \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Newton'un 2. yasasına göre, J atalet momentine sahip katı bir cisme uygulanan net T torku, bu katı cisim üzerinde α kadar bir açısal ivme üretir [54]. Bu formül Denklem 3.13 ile gösterilmiştir.

$$T = J.\alpha \quad (3.13)$$

Mekanik tasarım ne kadar verimli de olsa sistem üzerinde her zaman bozucu tork etkileri olacaktır. Bu bozucu tork etkileri sistem performansında ve stabilizasyonda performans kaybına sebep olabilmektedir. Gimble uygulanan dış tork Denklem 3.14 ile gösterilmiştir.

$$\vec{T} = \frac{d}{dt}\vec{H} + \vec{\omega} \times \vec{H} \quad (3.14)$$

Burada J atalet matrisi, $\vec{\omega}$ açısal hız, \vec{H} açısal momentumdur.

3.1.1.1 Sapma eksenini hareket denklemleri

Sapma eksenini için açısal momentum aşağıdaki denklemler ile gösterilmiştir.

$$\vec{H}_S = J_S \vec{\omega}_{S/N}^S \quad (3.15)$$

$$\vec{H}_S = \begin{bmatrix} S_r & S_{re} & S_{rd} \\ S_{re} & S_e & S_{de} \\ S_{rd} & S_{de} & S_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{Sr} \\ \omega_{Se} \\ \omega_{Sd} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\vec{H}_S = \begin{bmatrix} S_r \omega_{Sr} + S_{re} \omega_{Se} + S_{rd} \omega_{Sd} \\ S_{re} \omega_{Sr} + S_e \omega_{Se} + S_{de} \omega_{Sd} \\ S_{rd} \omega_{Sr} + S_{de} \omega_{Se} + S_d \omega_{Sd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_r \\ H_e \\ H_d \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Sapma ekseninin moment denklemleri aşağıdaki denklemler ile ifade edilmiştir.

$$\vec{T} = \frac{d\vec{H}_S}{dt} \Big|_S + \vec{\omega}_S \times \vec{H}_S \quad (3.18)$$

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} \dot{H}_r + \omega_{Se} H_d - \omega_{Sd} H_e \\ \dot{H}_e + \omega_{Sd} H_r - \omega_{Sr} H_d \\ \dot{H}_d + \omega_{Sr} H_e - \omega_{Se} H_r \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Sapma eksenine uygulanan toplam dış tork Denklem 3.20 ile gösterilmiştir.

$$T_S = \dot{H}_d + \omega_{Sr} H_e - \omega_{Se} H_r \quad (3.20)$$

Sapma eksenindeki açısal hızların diferansiyel denklemleri Denklem 3.21 ile verilmiştir.

$$S_d \dot{\omega}_{S_d} = T_S + T_{B-S} \quad (3.21)$$

Denklem 3.21 ile gösterilen T_{B-S} , sapma eksenine etki eden bozucu torqların toplamını ifade etmektedir. Bu bozucu torqlar, atalet matrisinde bulunan diyagonal olmayan terimlerden kaynaklı çapraz etkileşimleri ve atalet matrisinde bulunan dönü eksenini dışındaki diyagonal elemanların eşit olmamasından kaynaklı kütle dengesizliğinden dolayı oluşurlar [54]. Mekanik tasarımın iyi yapılmasından dolayı bu bozucu torq etkileri ihmal edilebilir. Bu durum Denklem 3.22 ile gösterilmiştir.

$$J_S = \begin{bmatrix} S_r & S_{re} & S_{rd} \\ S_{re} & S_e & S_{de} \\ S_{rd} & S_{de} & S_d \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} S_r & 0 & 0 \\ 0 & S_e & 0 \\ 0 & 0 & S_d \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Denklem 3.22 sayesinde bozucu torqların etkisi ortadan kalkmaktadır yani $T_{B-S} = 0$ olur. Yeni açısal hız denklemi Denklem 3.23 ile yazılabilir. Bu sayede sisteme uygulanacak torq bozucu torq etkilerinden arındırılarak doğrusal bir forma ulaşmıştır. İfadelerin basitleştirilmesi adına $S_d = J_S$, $\dot{\omega}_{S_j} = \dot{\omega}$ olarak yeniden tanımlanarak Denklem 3.24 ile gösterilmiştir.

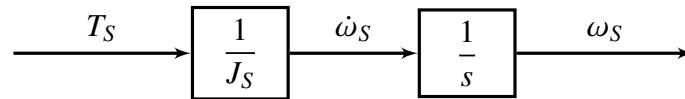
$$S_d \dot{\omega}_{S_d} = T_S \quad (3.23)$$

$$J_S \dot{\omega}_S = T_S \quad (3.24)$$

Denklem 3.24 ile ifade edilen hız denkleminin Laplace dönüşümü (ilk koşullar 0 alınarak) Denklem 3.25 ve 3.26 ile gösterilmiştir. Torq girişinden açısal hız çıkışına olan transfer fonksiyonunun blok diyagramı Şekil 3.2 ile gösterilmiştir.

$$J_S [s\omega_S(s)] = T_S(s) \quad (3.25)$$

$$\frac{\omega_S(s)}{T_S(s)} = \frac{1}{sJ_S} \quad (3.26)$$



Şekil 3.2: Sapma eksenini torq ile açısal hız arasındaki transfer fonksiyonu

3.1.1.2 Yunuslama eksenini hareket denklemleri

Bu bölümde Bölüm 3.1.1.1 ile gösterildiği şekilde, gimbal sapma eksenini için hareket denklemlerinin türetilmesi anlatılacaktır.

Gimbal yunuslama ekseninin momentum denklemlerini hesaplariken, yunuslama eksenini ataletinin yanında sapma ekseninin de ataleti hesaba katılmalıdır. Bu durum Denklem 3.27 ile gösterilmiştir.

$$\vec{H}_Y = J_Y \vec{\omega}_{Y/N}^Y + (C_T^S)^T J_S \vec{\omega}_{S/N}^S \quad (3.27)$$

Bu çalışmada kullanılan gimbal sisteminin yunuslama ve sapma dönü eksenleri çakışık olduğu ve iyi bir mekanik tasarıma sahip olduğu için yunuslama ekseninin ataleti toplam bir atalet olarak hesaba katılmıştır. Bu durum Denklem 3.28 ile gösterilmiştir.

$$\vec{H}_Y = J_Y \vec{\omega}_{Y/N}^Y \quad (3.28)$$

Buradan momentum denklemleri Denklem 3.29 ile anlatıldığı gibi türetilir.

$$\vec{T} = \left. \frac{d\vec{H}_Y}{dt} \right|_Y + \vec{\omega}_Y \times \vec{H}_Y \quad (3.29)$$

Aynı şekilde mekanik tasarım dolayısıyla atalet matrisi Denklem 3.30 ile gösterildiği gibi sadeleştirilebilir.

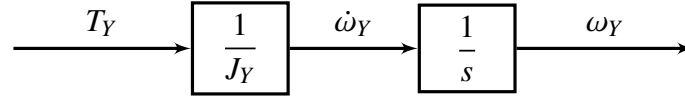
$$J_Y = \begin{bmatrix} Y_n & Y_{nj} & Y_{nd} \\ Y_{nj} & Y_j & Y_{dj} \\ Y_{nd} & Y_{dj} & Y_d \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} Y_n & 0 & 0 \\ 0 & Y_j & 0 \\ 0 & 0 & Y_n \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Buradan Bölüm 3.1.1.1 ile anlatıldığı üzere denklemler türetilirse, gimbal yunuslama eksenine uygulanan net tork ve hız denklemi Denklem 3.31 ile gösterildiği gibi bulunur.

$$Y_j \dot{\omega}_{Yj} = T_Y \quad (3.31)$$

$$J_Y \dot{\omega}_Y = T_Y \quad (3.32)$$

Buradan Denklem 3.31 ile gösterilen denklemin Laplace dönüşümü alınırsa Şekil 3.3 ile gösterilen transfer fonksiyon blok gösterimi elde edilir.



Şekil 3.3: Yunuslama eksenini tork ile açısal hız arasındaki transfer fonksiyonu

3.1.2 Tork ve motor kontrolü

Bölüm 3.1.1.1 ve 3.1.1.2 ile anlatılan gimbal modelleri tork ile kontrol edilmektedir. Sisteme gerekli torku verebilmek için sapma ve yunuslama eksenlerine bağlı motorlar kullanılmaktadır.

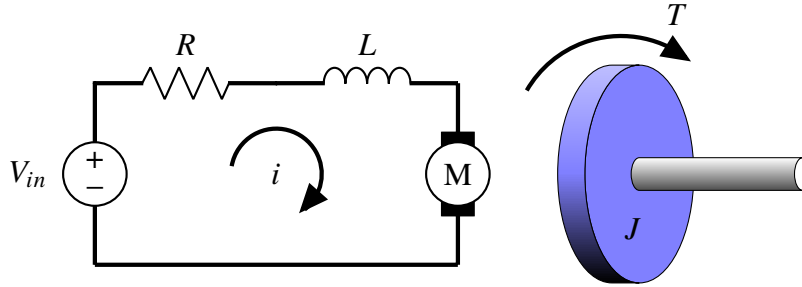
Gimbal sistemlerinde kullanılan motorlar sürtünme ve bozucu tork etkileri için önem taşırlar. Bu çalışmada her iki eksen için de 3 faz fırçasız motorlar kullanılmıştır. Fırçasız motorlarda yaşanan önemli sorunlardan biri tutma (cogging) torku etkisidir. Tutma torkunun incelenmesi ve giderilmesi için detaylı çalışmalar yapılmıştır [58]. Bu çalışmada kullanılan motorların tutma torku düşük olduğu için ihmal edilmiştir.

Motorlarda üretilen tork değerleri motorun üzerinden geçen akım ile doğru orantılıdır. Motor akımı ile üretilen tork arasındaki katsayıya motor tork katsayısı denir. Motor tork katsayısı K_T ile gösterilir ve Denklem 3.33 ile tork ve akım arasındaki ilişki gösterilmiştir.

$$T = K_T \cdot i \quad (3.33)$$

Burada T üretilen torku, i motor fazından geçen akımı, K_T motor tork katsayısını ifade etmektedir. Tork ile akım arasındaki bu ilişki sayesinde motor akımı kontrol edilerek tork kontrolü yapılabilir.

Şekil 3.4 ile, 1 Faz motor devresi ve buna bağlı bir atalet modeli görünmektedir.



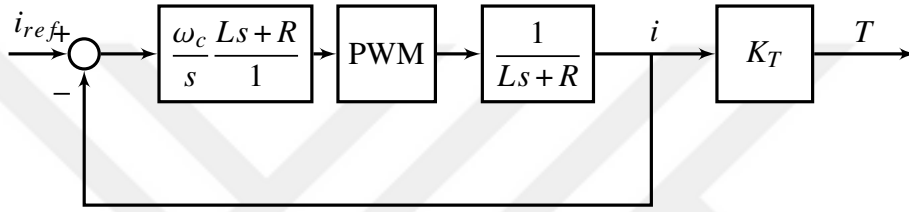
Şekil 3.4: 1 faz motor devresi

Motor Şekil 3.4 ile gösterilen motor devresinde R motor direncini, L motor in-

düktansını ifade etmektedir. Burada giriş voltajı V_{in} ile motor akımı i kontrol edilmektedir. Motor voltajından girişinden motor akımına olan transfer fonksiyonu Denklem 3.34 ile gösterilmiştir.

$$\frac{i(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{Ls + R} \quad (3.34)$$

Dijital motor sürücülerde, akım kontrolü PWM (pulse width modulation) teknikleriyle yapılır. Burada giriş voltajı sabit tutularak fakat belirli bir aralıkta gönderilerek motor akımı kontrol edilir. Motor akımını kontrol etmek için genellikle PI kontrolcüler tercih edilir. Örnek bir kontrol yapısı Şekil 3.5 ile gösterilmiştir.



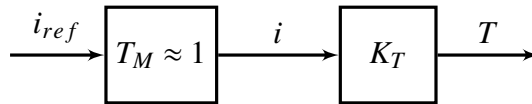
Şekil 3.5: Örnek motor akım kontrol yapısı

Şekil 3.5 ile gösterilen yapıda açık döngü transfer fonksiyonu L ve tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonu T_M Denklem 3.35 ve 3.36 ile gösterilmiştir.

$$L = \left[\frac{\omega_c}{s} \frac{Ls + R}{1} \right] \left[\frac{1}{Ls + R} \right] = \frac{\omega_c}{s} \quad (3.35)$$

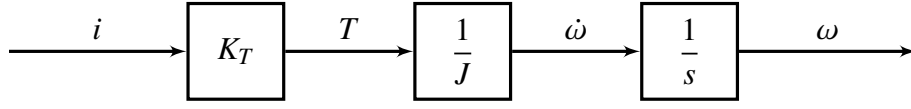
$$T_M = \frac{L}{1 + L} = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \quad (3.36)$$

Bu kontrol yapısı ile Denklem 3.36 ile gösterilen tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonu ω_c bant genişliğine sahip bir transfer fonksiyonudur. Bu kontrolcü yapısı ile bant genişliği kolayca ayarlanan bir kapalı döngü akım kontrolü sağlanır. Bu bant genişliği 1000 Hz ($\omega_c = 2\pi 1000$ rad/s) olarak seçilmiştir. Yüksek bant genişliğine sahip kontrol sisteminde kapalı döngü transfer fonksiyonu $T_M \approx 1$ olarak kabul edilebilir. Bu sayede motor modeli daha basit hale getirilmiş olur. Şekil 3.5 ile gösterilen motor kontrol yapısı Şekil 3.6 ile gösterilen yapıya indirgenmiş olur.



Şekil 3.6: Sadeleştirilmiş motor akım kontrol yapısı

Motor modelinin atalet modeline eklenmesiyle oluşan model Şekil 3.7 ile verilmiştir.



Şekil 3.7: Motor ve gimbal dinamikleri

3.1.3 Sürtünmenin modellenmesi

Bu bölümde gimbal sistemin etki eden sürtünmelerin modellenmesi anlatılmıştır. Motorlar tarafından üretilen torklar tamamen gimbal eksen ataletlerine etki etmeyebilir. Sürtünmeden kaynaklı bozucu torklar da modellemeye dahil edilmelidir.

Gimbal sistemlerinde sürtünme ile ilgili literatürde birçok çalışma yapılmıştır [55, 59, 59, 60].

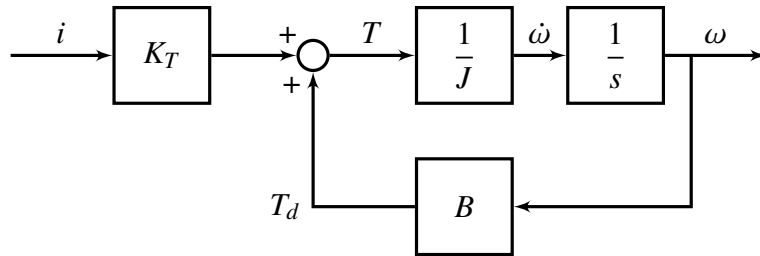
Bu çalışmada sürtünme modeli basit bir şekilde statik ve dinamik sürtünme olarak ele alınmıştır. Statik sürtünme gimbalin hareketi geçebilmesi için yenmesi gereken sürtünme büyüklüğüdür. Dinamik sürtünme ise katı gövdenin açısal hızına göre etki eden sürtünme büyüklüğüdür. Bu sürtünme denklemleri Denklem 3.37 ve 3.38 ile gösterilmiştir.

$$T_{surt} = \text{sign}(\omega) [T_d + T_s] \quad (3.37)$$

$$T_d = B|\omega| \quad (3.38)$$

Denklem 3.37 ve 3.38 ile yapılan gösterimde T_{surt} toplam sürtünme torkunu, T_d dinamik sürtünme torkunu, T_s statik sürtünme torkunu, ω açısal hızı, B dinamik sürtünme katsayısını belirtir. Burada T_s statik sürtünme torku modelin doğrusallığını bozmaktadır. T_s değeri küçük olduğu için ihmal edilmiştir ve bu sayede modelin doğrusallığı korunmuş olur.

Dinamik sürtünmenin gimbal modeline eklenmesiyle yeni model Şekil 3.8 ile gösterilmiştir.

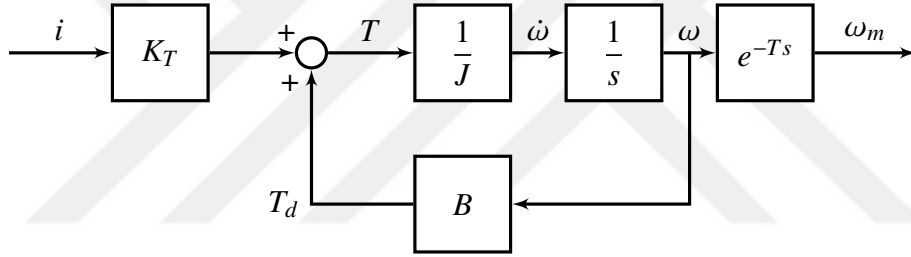


Şekil 3.8: Motor, sürtünme ve gimbal dinamikleri

3.1.4 Sensör modellemesi

Kullanılan gimbal sisteminde ataletsel stabilizasyonu sağlamak için dönüölçer sensör kullanılmıştır. Dönüölçer sensör gimbalin atalet eksen takımına göre açısal hızlarını ölçmek için kullanılmıştır. Bu bölümde gimbal modeline dönüölçer sensörünün dinamiklerinin eklenmesi anlatılacaktır.

Dönüölçer sensörü, belirli bir frekans aralığına göre düzgün ölçüm yapabilir. Daha yüksek frekanslarda yapılan ölçümler doğru değildir. Bu yüzden dönüölçer belirli bir bant genişliğine sahip düşük geçirgen bir filtre olarak modellenebilir. Aynı şekilde dönüölçerin getirdiği bir ölçüm gecikmesi de dönüölçer dinamiklerine dahil edilmelidir. Bu çalışmada kullanılan dönüölçerin bant genişliği yeteri kadar yüksek olduğu için düşük geçirgen filtre kullanılmasına gerek yoktur. Modele sadece sensör ölçüm gecikmesi eklenmesi yeterli olacaktır. Sensör dinamiklerinin modele eklenmiş hali Şekil 3.9 ile gösterilmiştir.

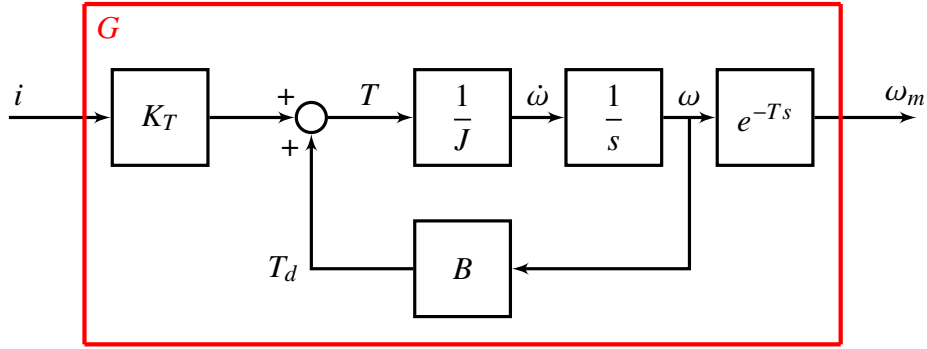


Şekil 3.9: Motor, sürtünme, dönüölçer ve gimbal dinamikleri

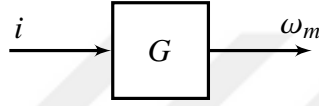
3.1.5 Teorik model

Bu bölümde Bölüm 3.1 ile modellenen gimbal sisteminin teorik modeli ve parametreleri verilmiştir. Teorik model G Şekil 3.10 ile gösterilmiştir.

Şekil 3.10a ile gimbal sisteminin açık modeli gösterilmiştir. Şekil 3.10b ile kapalı modeli gösterilmiştir. Bölüm 4 ile verilen kontrolcü tasarımlarında bu model kullanılacaktır.



(a)



(b)

Şekil 3.10: Teorik model, (a) teorik model açık blok diyagramı, (b) teorik model kapalı blok diyagramı

Kullanılan iki eksen gimbal sisteminin parametreleri Çizelge 3.1 ile gösterilmiştir.

Çizelge 3.1: Gimbal sistem parametreleri

	Sapma Eksen	Yunuslama Eksen	Birimler
K_T	0.15	0.15	Nm/A
J	0.0014	0.0031	kg.m ²
B	0.0016	0.0019	Nm/(rad/s)
T	0.002	0.002	saniye

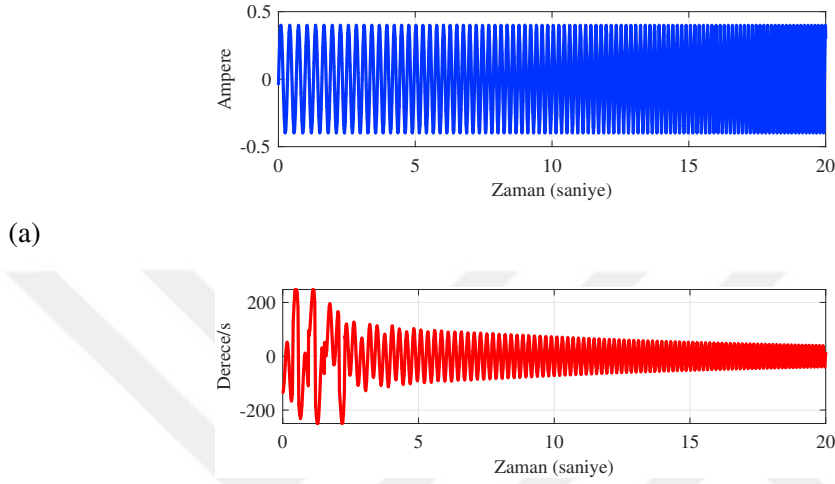
3.2 Teorik Model ile Gerçek Modelin Karşılaştırılması

Bu bölümde Bölüm 3.1 ile anlatılan gimbal sisteminin teorik modeli ile gerçek sistem üzerinden alınan modelin karşılaştırılması anlatılmıştır.

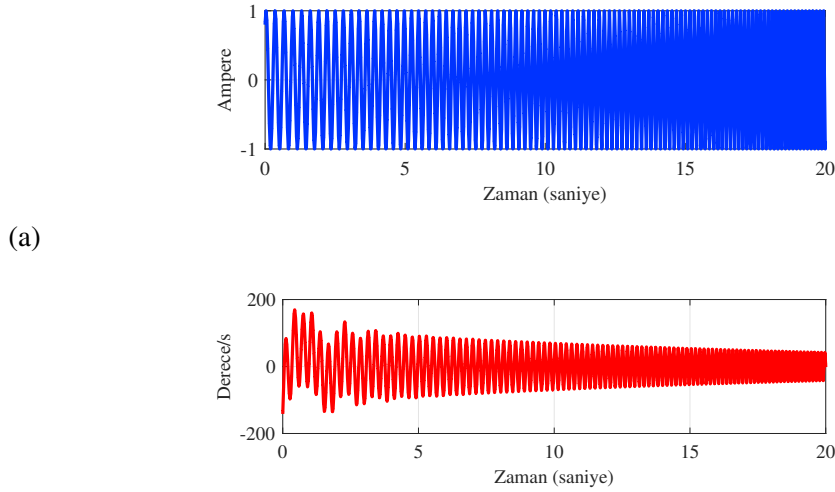
Gimbal sistemlerinin frekans tepki fonksiyonları ve bunların nasıl ölçüleceği ile ilgili literatürde birçok çalışma vardır ve bu çalışmada da bu yöntemler kullanılmıştır [61, 62].

Bu çalışmada Şekil 3.9 ile gösterilen sistemin frekans tepkisini ölçmek için sis-

temin girişi olan i akımına artan frekansta sinüs sinyalleri verilmiştir. Bu i giriş sinyaline karşı dönüölçerden ölçülen ω_m hızı ölçülmüştür. Bu giriş ve çıkış sinyalleri Şekil 3.11 ve 3.12 ile gösterilmiştir. Bu giriş ve çıkışlara göre sistemin transfer fonksiyonu kestirilmiştir[61].

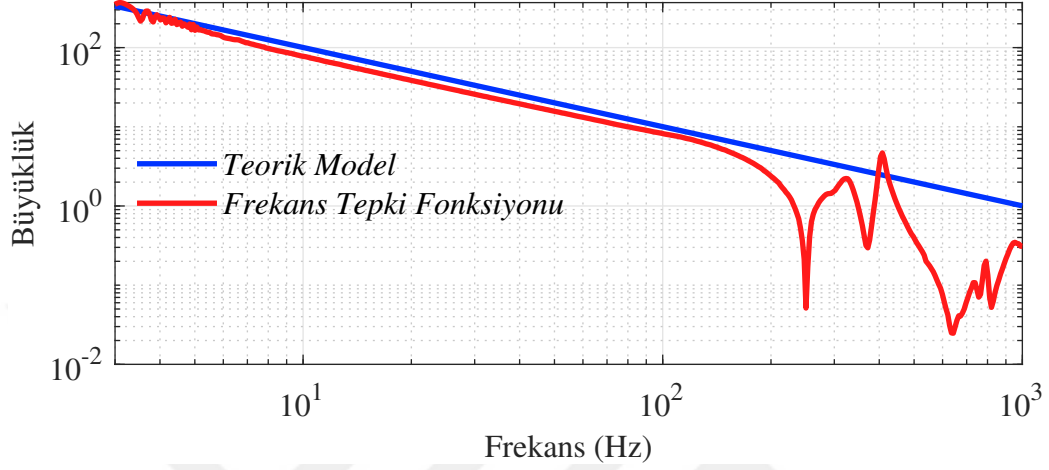


Şekil 3.11: Sapma eksenini frekans tepki fonksiyonu ölçüm sinyalleri, (a) akım komutu, (b) ölçülen hız

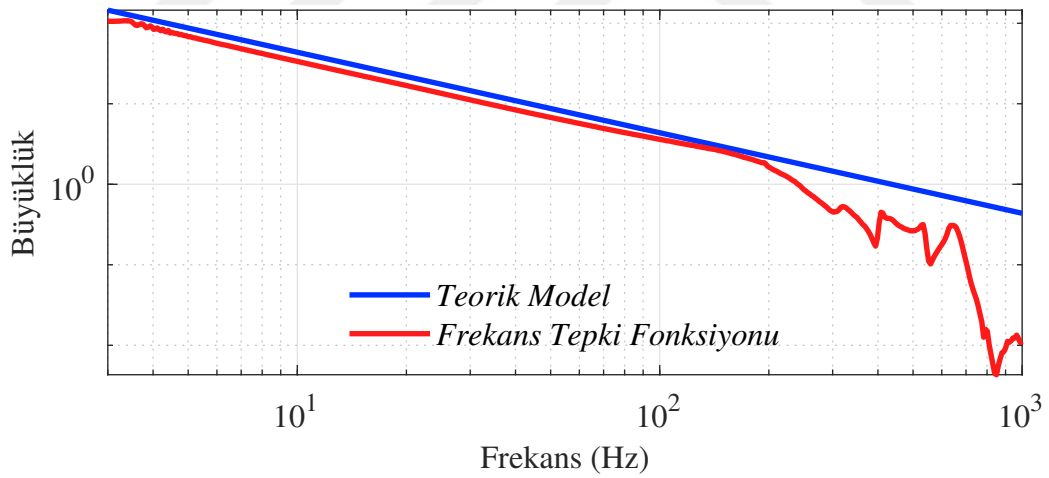


Şekil 3.12: Yunuslama eksenini frekans tepki fonksiyonu ölçüm sinyalleri, (a) akım komutu, (b) ölçülen hız

Bölüm 3.1 ile modellenen ve Şekil 3.9 ile gösterilen teorik gimbal modeli ile gerçek sistem üzerinden alınmış frekans tepki fonksiyonlarının karşılaştırılması Şekil 3.13 ve 3.14 ile gösterilmiştir.



Şekil 3.13: Sapma eksenini teorik model ile frekans tepki ölçümü karşılaştırılması



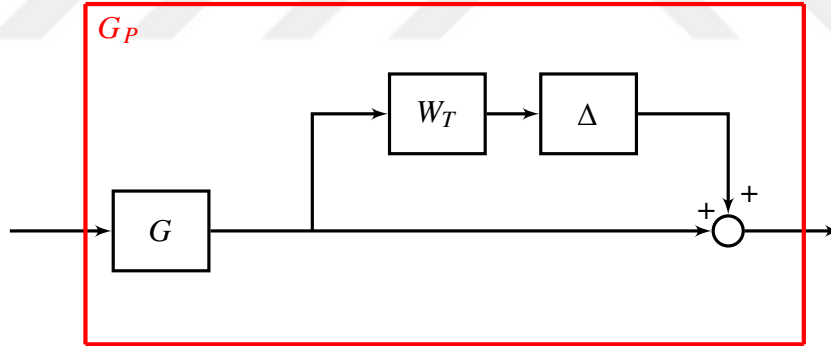
Şekil 3.14: Yunuslama eksenini teorik model ile frekans tepki ölçümü karşılaştırılması

4. KONTROLCÜ TASARIMI

Bu bölümde gerçek gimbal sistemi için gürbüz kontrolcü tasarım yöntemleri anlatılmıştır. Gürbüzlük koşullarını sağlamak için sistemdeki belirsizlikler modellenmiştir. Genel olarak kontrol yapısı \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme, \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet ve μ sentezi kontrolcü tasarımları anlatılmıştır. Bu kontrol yapıları 1 serbestlik dereceli ve 2 serbestlik dereceli olarak sentezlenip incelenmiştir. Gürbüz kontrol tasarım parametrelerinin nasıl seçildiği anlatılmıştır. Nominal performans, gürbüz kararlılık ve gürbüz performans kriterleri incelenmiştir.

4.1 Belirsizliğin Modellenmesi

Bu bölümde sistem üzerindeki belirsizliğin nasıl modellendiği anlatılmıştır. Belirsizliği modellemek için Bölüm 2.4.1.2 ile anlatılan çarpımsal belirsizlik modeli kullanılmıştır. Çarpımsal belirsizlik modellenirken teorik model ile belirsizlikleri içeren perturbe modelin her frekanstaki oransal farkları kullanılmaktadır. G teorik model, G_p perturbe model olmak üzere, belirsizliğin frekans göre değişimi W_T ile belirlenmiştir. Bu ilişki Şekil 4.1 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.1: Çarpımsal belirsizlik gösterimi

G ile G_p arasındaki ilişki aşağıdaki gibi gösterilmiştir.

$$G_p(s) = (I + W_T(s)\Delta(s))G(s) \quad (4.1)$$

Denklem 4.1 ile gösterilen denklemde $\|\Delta\|_\infty < 1$ olacak şekilde belirsizliği temsil eden bir fonksiyondur. W_T bu belirsizliğin frekansa göre değişimini ifade eden bir

transfer fonksiyonudur. W_T fonksiyonu Denklem 4.4 ile ifade edilmiştir.

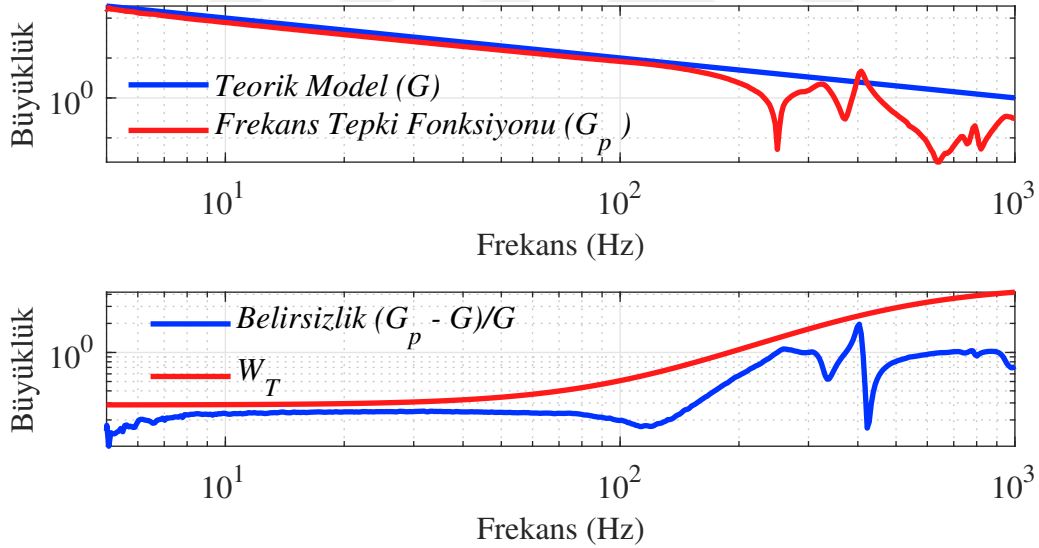
$$\frac{G_p}{G} = I + W_T \Delta \quad (4.2)$$

$$\frac{G_p}{G} - I = W_T \Delta \quad \text{ve } \|\Delta\|_\infty < 1 \quad (4.3)$$

$$\left| \frac{G_p - G}{G} \right| < |W_T| \quad (4.4)$$

Denklem 4.4 ile ifade edildiği üzere W_T fonksiyonu her frekans aralığında belirsizliği kapsamalıdır.

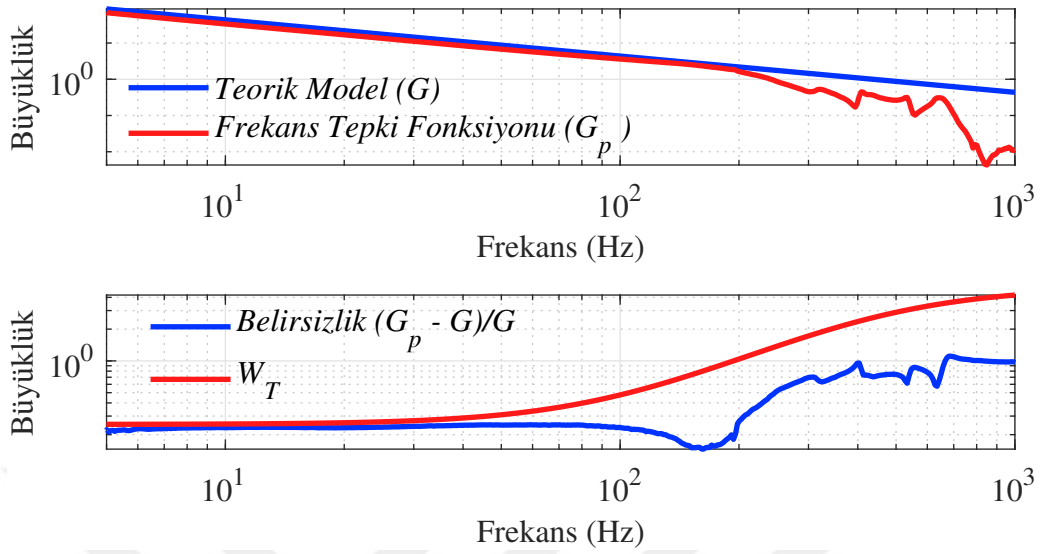
Bu çalışmadaki belirsizlik gerçek sistemden alınan frekans tepkisi ile teorik model arasındaki fark olarak yapılandırılmamış belirsizlik kullanılmıştır. Bunu modellemek için Bölüm 3.2 ile gösterilen gerçek sistemden alınan frekans tepkisi ile teorik model arasındaki fark incelenmiştir. Şekil 3.10 ile gösterilen perturbe edilmiş sistem G_p sistemin frekans tepkisi, G ise Bölüm 3.1 ile gösterilen teorik modeldir. Frekans tepkisi ve nominal sistem arasındaki fark ve W_T fonksiyonu Şekil 4.2 ve 4.3 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.2: Sapma eksen belirsizliği ve W_T

4.2 1 Serbestlik Dereceli Kontrolcü Tasarımları

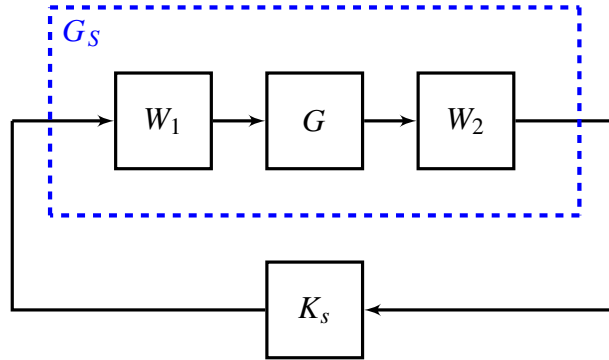
Bu bölümde 1 serbestlik dereceli \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme, \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet ve μ sentezi kontrolcü tasarımları ve parametre seçimleri anlatılmıştır.



Şekil 4.3: Yunuslama eksen belirsizliği ve W_T

4.2.1 \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme

\mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme kontrolcü tasarımı McFarlane ve Glover tarafından sunulan yöntem izlenmiştir [5]. Bu yöntemle klasik kontrol yöntemleriyle yapıldığı gibi açık döngü transfer fonksiyonu şekillendirilmektedir. Bu konu ile ilgili teorik bilgiler Bölüm 2.3.4 ile verilmiştir. \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme kontrol yapısı Şekil 4.4 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.4: \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme kontrol yapısı

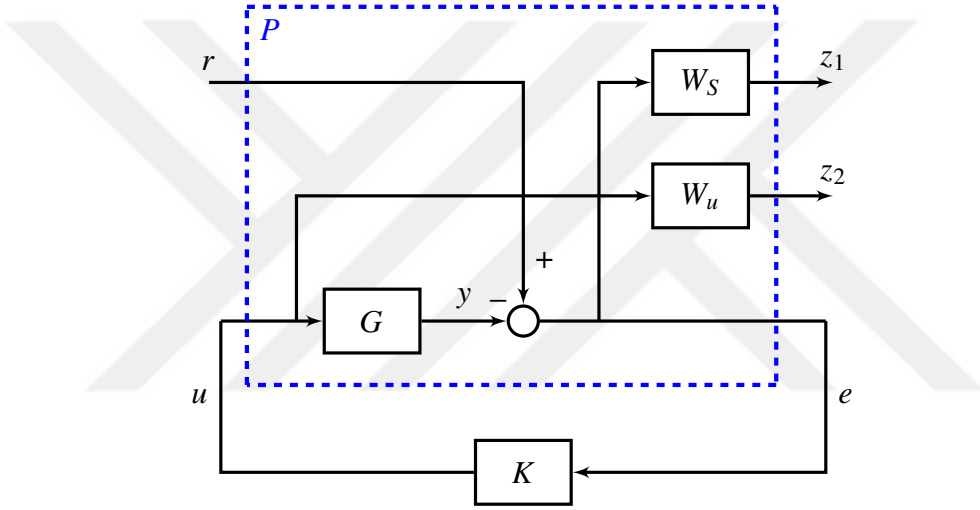
Şekil 4.4 ile gösterilen kontrol yapısında G teorik model ve K sentezlenecek kontrolcü olmak üzere, istenilen açık çevrim transfer fonksiyonu G_s giriş ve çıkış düzenleyici ağırlık fonksiyonları W_1 ve W_2 ile şekillendirilebilir. Bu ilişki Denklem

4.5 ile gösterilmiştir.

$$G_s = W_2 G W_1 \quad (4.5)$$

4.2.2 \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet

\mathcal{H}_∞ karma hassasiyet problemi Bölüm 2.3.3 ile anlatıldığı üzere kapalı döngü transfer fonksiyonlarını şekillendirmede kullanılır. Ağırlık fonksiyonları kullanılarak çeşitli yapılar için kontrolcü sentezlenebilir. Örneğin S/KS , S/T , $S/KS/T$ gibi. Bu çalışmada S/KS konfigürasyonu Şekil 4.5 ile gösterildiği gibi kullanılmıştır.



Şekil 4.5: S/KS \mathcal{H}_∞ kontrol yapısı

$z = [z_1 \ z_2]^T$ olacak şekilde sistem giriş çıkışları aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} r \\ e \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

z ve e çıkışları r ve u girişleri cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$z_1 = W_s(r - y) = W_s r - W_s G u \quad (4.7)$$

$$z_2 = W_u u \quad (4.8)$$

$$e = r - G u \quad (4.9)$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_s & -W_s G \\ 0 & W_u \\ I & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ u \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Genelleştirilmiş sistemin yapısı Denklem 4.11 ile gösterilmiştir.

$$P = \left[\begin{array}{c|c} P_{11} & P_{12} \\ \hline P_{21} & P_{22} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} W_s & -W_s G \\ \hline 0 & W_u \\ \hline I & -G \end{array} \right] \quad (4.11)$$

Denklem 2.26 ile hatırlanacağı üzere ADKD ile r girişinde z çıkışlarına olan transfer fonksiyonu T_{zw} aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$T_{zw} = F_l(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (4.12)$$

$$F_l(P, K) = \begin{bmatrix} W_s \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -W_s G \\ W_u \end{bmatrix} K(I + GK)^{-1}I \quad (4.13)$$

$S = (I + GK)^{-1}$, $T = GK(I + GK)^{-1}$ ve $S = I - T$ olarak düzenleme yapılırsa

$$F_l(P, K) = \begin{bmatrix} W_s \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -W_s GKS \\ W_u KS \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_s \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -W_s T \\ W_u KS \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$F_l(P, K) = \begin{bmatrix} W_s - W_s T \\ W_u KS \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_s(I - T) \\ W_u KS \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_s S \\ W_u KS \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Bu durumda $F_l(P, K)$ transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$F_l(P, K) = \begin{bmatrix} W_s S \\ W_u KS \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Bölüm 2.3.2 ile hatırlanacağı üzere \mathcal{H}_∞ optimizasyon problemi Denklem 4.17 ile gösterilmiştir.

$$\min_{\text{kararlaştırıcı } K} \|F_l(P, K)\|_\infty = \min_{\text{kararlaştırıcı } K} \left\| \begin{bmatrix} W_s S \\ W_u KS \end{bmatrix} \right\|_\infty \quad (4.17)$$

4.2.3 μ sentezi

μ sentezi kontrolcü tasarımında Bölüm 4.2.2 ile anlatıldığı üzere ve Şekil 4.5 ile gösterildiği üzere S/KS karma hassasiyet kontrol yapısı kullanılmıştır. μ sentezi kontrolcü tasarımında gürbüz kararlılık ve gürbüz performansı sağlamak amacıyla $D-K$ iterasyonu kullanılmıştır.

4.2.4 Ağırlık fonksiyonu parametre seçimleri

Bu bölümde 1 serbestlik dereceli kontrolcülerini ağırlık fonksiyonlarının parametre seçimleri anlatılmıştır.

\mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme tasarımında istenilen açık döngü transfer fonksiyonu $G_s = W_2 G W_1$ elde etmek için W_1 ön filtresi kullanılmıştır ve $W_2 = I$ olarak alınmıştır. İstenilen döngü şekli $G_s = W_2 G W_1$ olacak şekilde W_1 fonksiyonu klasik döngü şekillendirmede olduğu gibi bozucu etkileri bastırmak için düşük frekanslarda yüksek, gürültü etkisini indirmek için düşük seçilmiştir. W_1 fonksiyonu sapma eksenini için Denklem 4.18 ile ve yunuslama eksenini için Denklem 4.19 ile gösterilmiştir.

$$W_{1s}(s) = \frac{(0.05s^2 + 2.41s + 31.98)}{(s^2 + 0.36s + 0.03)} \frac{754}{(s + 754s)} \quad (4.18)$$

$$W_{1y}(s) = \frac{(0.11s^2 + 6.28s + 88.82)}{(s^2 + 0.59s + 0.09)} \frac{754}{(s + 754s)} \quad (4.19)$$

\mathcal{H}_∞ karma hassasiyet ve μ sentezi kontrolcü tasarımları için W_s , W_u ve W_t fonksiyonları kullanılmıştır ve parametre seçimleri aşağıdaki anlatılmıştır.

Şekil 4.5 ile gösterilen S/KS konfigürasyonunda W_s fonksiyonu sistemin hassasiyet fonksiyonu şekillendirmek için kullanılır ve genellikle performans filtresi olarak adlandırılır. W_s filtresinin genel yapısı Denklem 4.20 ile gösterilmiştir.

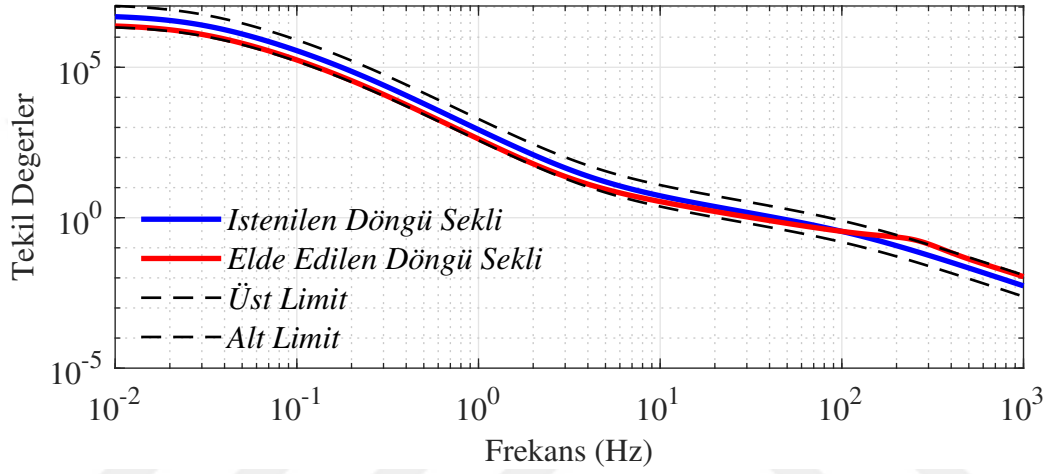
$$W_s = \left[\frac{s/\sqrt[4]{M_s} + \omega_s}{s + \omega_s \sqrt[4]{\epsilon}} \right]^n \quad (4.20)$$

Denklem 4.20 ile yapılan gösterimde parametreler istenilen hassasiyet fonksiyonunun, M_s maksimum büyüklüğünü, ω_s bant genişliğini, ϵ düşük frekanslarda bozucu etkileri geçirmesini ve n fonksiyonun derecesini ifade eder. Seçilen W_s fonksiyonu parametreleri Çizelge 4.1 ile gösterilmiştir. Seçilen W_s fonksiyonları sapma eksenini için Denklem 4.21 ile yunuslama eksenini için Denklem 4.22 ile gösterilmiştir.

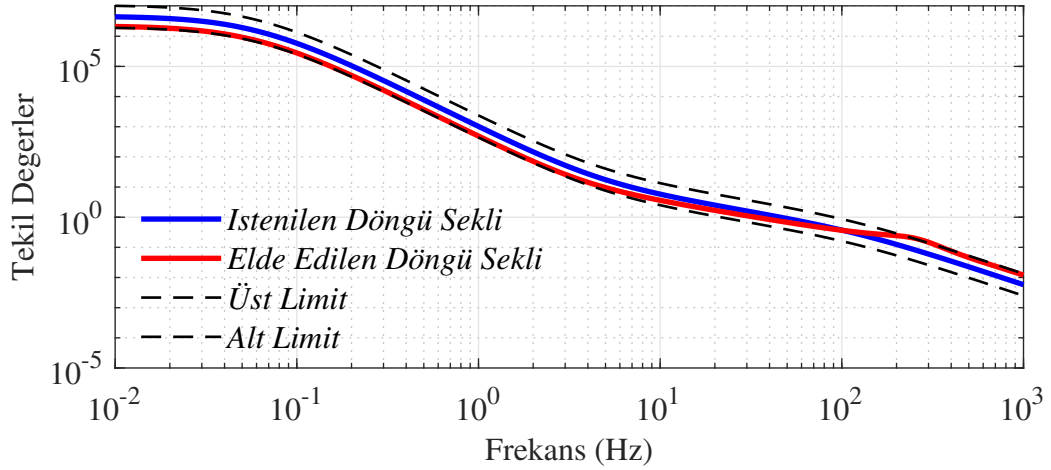
Verilen tasarım parametrelerine göre elde edilen açık döngü transfer fonksiyonları Şekil 4.6 ile gösterilmiştir.

Çizelge 4.1: W_s fonksiyonu parametreleri

	Sapma Eksenini	Yunuslama Eksenini
M_s	3	3
ω_s	$2\pi 11$	$2\pi 12$
ϵ	10^{-6}	10^{-6}
n	2	2



(a)



(b)

Şekil 4.6: İstenilen ve tasarlanan döngü şekilleri, (a) sapma eksenini, (b) Yunuslama eksenini

$$W_{ss} = \frac{0.33s^2 + 79.81s + 4777}{s^2 + 0.1382s + 0.004777} \quad (4.21)$$

$$W_{sy} = \frac{0.33s^2 + 87.06s + 5685}{s^2 + 0.1508s + 0.005685} \quad (4.22)$$

Denklem 4.23 ile yapılan gösterimde parametreler istenilen kontrol fonksiyonu W_u için M_u maksimum büyüklüğünü, ω_u bant genişliğini, ϵ yüksek frekanslarda kontrol büyüklüğünü ve n fonksiyonun derecesini ifade eder. Seçilen W_u fonksiyonu parametreleri Çizelge 4.2 ile gösterilmiştir. Seçilen W_u fonksiyonları sapma eksenini için Denklem 4.24 ile yunuslama eksenini için Denklem 4.25 ile gösterilmiştir.

$$W_u = \left[\frac{s + \omega_u / \sqrt[4]{M_u}}{s \sqrt[4]{\epsilon} + \omega_u} \right]^n \quad (4.23)$$

Çizelge 4.2: W_u fonksiyonu parametreleri

	Sapma Eksenini	Yunuslama Eksenini
M_u	0.2	0.5
ω_u	$2\pi 200$	$2\pi 200$
ϵ	0.005	0.005
n	1	1

$$W_{us} = \frac{s + 2513}{0.005s + 1257} \quad (4.24)$$

$$W_{uy} = \frac{s + 6283}{0.005s + 1257} \quad (4.25)$$

Denklem 4.26 ile yapılan gösterimde parametreler belirsizlik fonksiyonu W_T için M_t maksimum büyüklüğünü, ω_t bant genişliğini, ϵ yüksek frekanslarda belirsizliğin büyüklüğünü ve n fonksiyonun derecesini ifade eder. Seçilen W_T fonksiyonu parametreleri Çizelge 4.3 ile gösterilmiştir. Bu parametreler Bölüm 4.1 ile anlatıldığı üzere nominal model ile gerçek sistem üzerinden alınan frekans tepki fonksiyonu ölçümü arasındaki farka uygun olarak seçilmiştir. Seçilen W_T fonksiyonları sapma eksenini için Denklem 4.27 ile yunuslama eksenini için Denklem 4.28 ile gösterilmiştir.

$$W_t = \left[\frac{s + \omega_t / \sqrt[n]{M_t}}{s \sqrt[n]{\epsilon} + \omega_t} \right]^n \quad (4.26)$$

Çizelge 4.3: W_T fonksiyonu parametreleri

	Sapma Ekseni	Yunuslama Ekseni
M_t	3.5	4
ω_t	$2\pi 200$	$2\pi 200$
ϵ	0.2	0.2
n	2	2

$$W_{ts} = \frac{s^2 + 1343s + 4.512e^5}{0.2s^2 + 1124s + 1.579e^6} \quad (4.27)$$

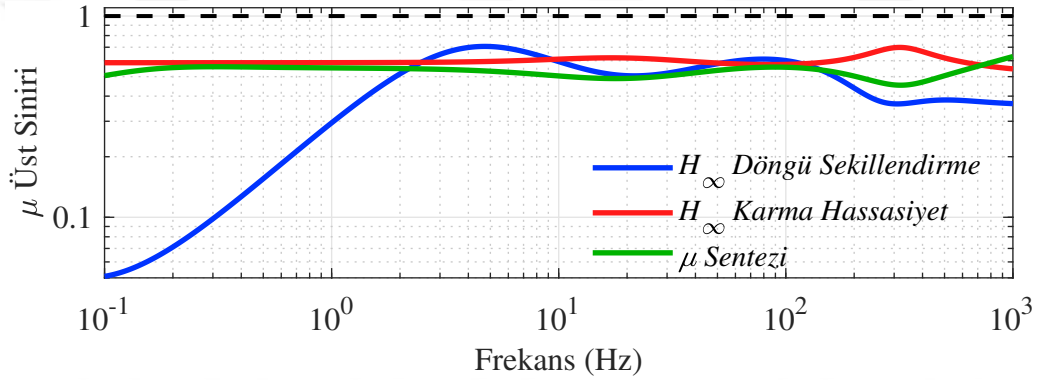
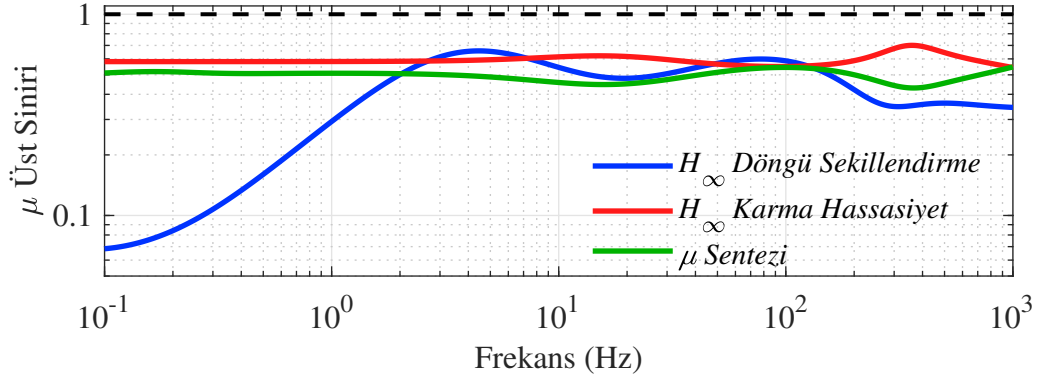
$$W_{ty} = \frac{s^2 + 1257s + 3.948e^5}{0.2s^2 + 1124s + 1.579e^6} \quad (4.28)$$

4.2.5 Performans ve gürbüzlük analizi

Bu bölümde genelleştirilmiş sistem P 'nin \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme, \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet ve μ sentezi ile tasarlanan K kontrolcülerine göre performans ve gürbüzlük analizleri yapılmıştır. Gürbüzlük koşulları Bölüm 4.1 gösterilen belirsizliğe göre analiz edilmiştir.

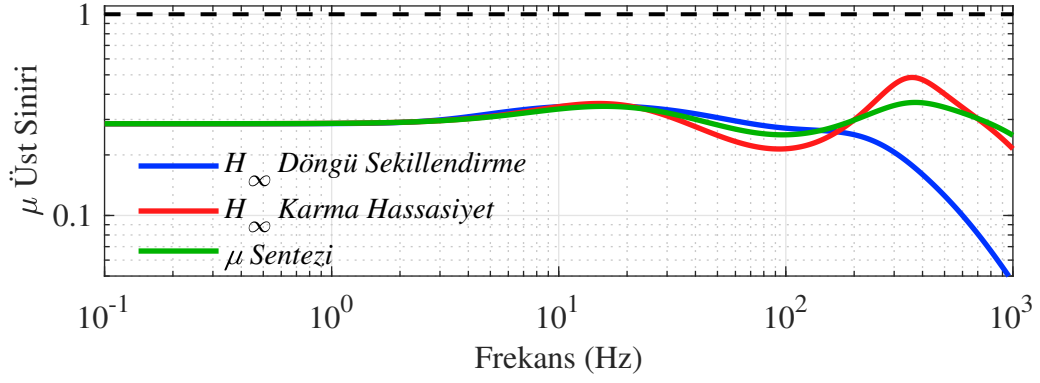
Şekil 4.7 ile kapalı döngü sistemlerin nominal performansları karşılaştırılmıştır.

Şekil 4.7a ve 4.7b incelendiğinde, her iki eksen için de nominal performans koşullarının sağlandığı gözlemlenmiştir. Yani sistemde herhangi bir belirsizlik olmadığı sürece istenilen performanslar elde edilmiştir.

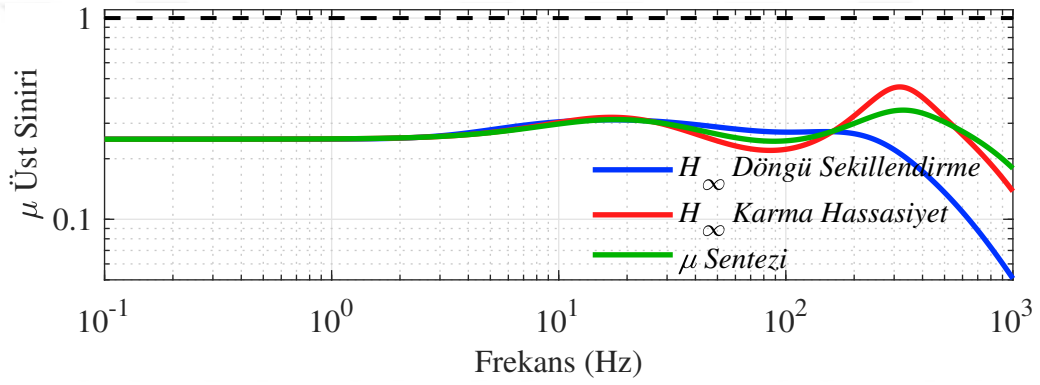


Şekil 4.7: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin nominal performans koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen

Şekil 4.8 ile kapalı döngü sistemlerin gürbüz kararlılık koşulları karşılaştırılmıştır.



(a)

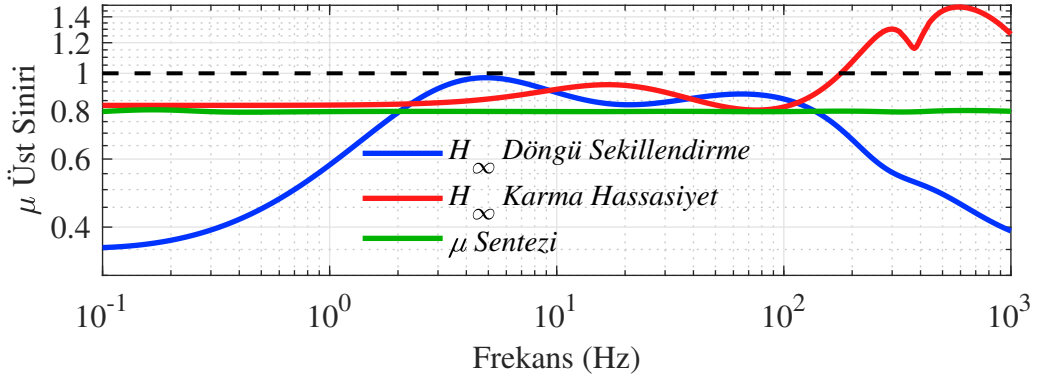


(b)

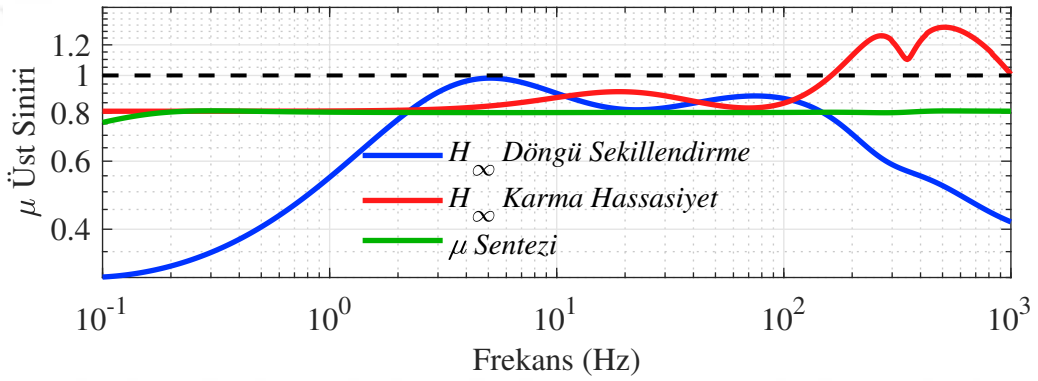
Şekil 4.8: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin gürbüz kararlılık koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen

Şekil 4.8a ve 4.8b incelendiğinde, her iki eksen için de gürbüz kararlılık koşullarının sağlandığı gözlemlenmiştir. Yani sistemde en kötü belirsizlik durumu oluşsa bile sistem yine kararlı kalacaktır.

Şekil 4.9 ile kapalı döngü sistemlerin gürbüz performans koşulları karşılaştırılmıştır.



(a)



(b)

Şekil 4.9: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin gürbüz performans koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen

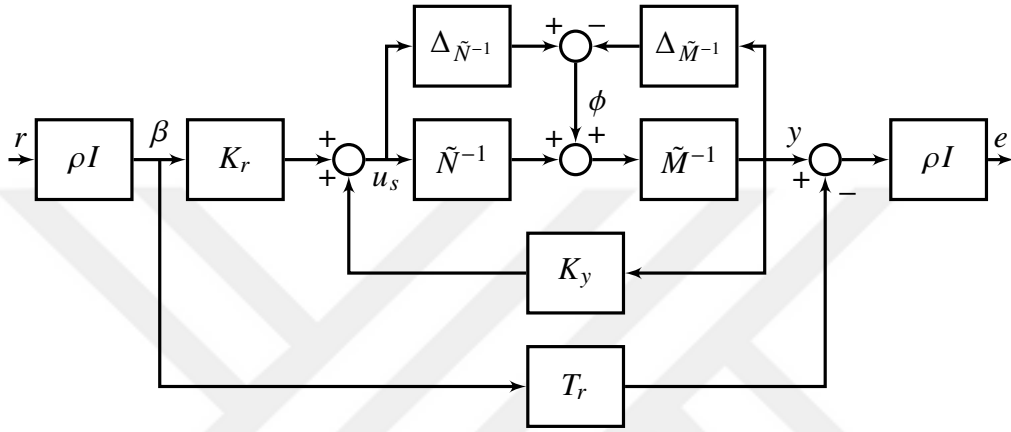
Şekil 4.9a ve 4.9b incelendiğinde, her iki eksen için de gürbüz performans koşullarının \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme ve μ sentezi kontrolcüler tarafından sağlandığı fakat \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet kontrolcü ile sağlanamadığı gözlemlenmiştir. \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet kontrolcü yapısıyla sağlanamayan gürbüz performans kriterinin μ senteziyle sağlanması da beklenen bir durumdur çünkü μ sentezinde gürbüz performansın sağlanması da kontrol tasarım kriterleri arasındadır.

4.3 Model Tabanlı 2 Serbestlik Dereceli Kontrolcü Tasarımları

Bu bölümde 2 serbestlik dereceli model tabanlı \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme, \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet ve μ sentezi kontrolcü tasarımları ve parametre seçimleri anlatılmıştır.

4.3.1 \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme

Bu çalışmada kullanılan 2 serbestlik dereceli \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme yöntemi Limebeer tarafından yapılan çalışma referans alınarak tasarlanmıştır [63]. Benzer çalışmalar [64–67] ile de yapılmıştır. Kullanılan 2 serbestlik dereceli kontrol yapısı Şekil 4.10 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.10: 2 serbestlik dereceli model tabanlı \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme kontrol yapısı

Şekil 4.10 ile gösterilen 2 serbestlik dereceli \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme probleminde amaç elde edilmek istenilen $G_s = GW_1$ sisteminin normalize eş asal faktörleriyle $[r \ \phi]^T$ girişlerinden $[u_s \ y \ e]^T$ çıkışlarına olan \mathcal{H}_∞ normunu minimize edecek kararlaştırıcı $K = [K_r \ K_y]$ kontrolcüsünü tasarlamaktır.

Kontrol sinyali u_s Denklem 4.29 ile gösterilmiştir

$$u_s = [K_r \ K_y] \begin{bmatrix} \beta \\ y \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Burada K_r giriş filtresi, K_y kontrolcü, β orantılanmış giriş sinyali ve y ölçülen çıkış sinyalidir. T_r ise sistemin istenilen kapalı döngü transfer fonksiyonunu ifade etmektedir ve sistemin zaman tepkisi parametrelerine göre tasarlanmaktadır. Giriş filtresi K_r 'in amacı Denklem 4.30 ile gösterilen denklemi sağlamaktır.

$$\|(I - G_s K_y)^{-1} G_s K_r - T_r\|_\infty \leq \gamma \rho^{-2} \quad (4.30)$$

Burada kullanılan skaler ρ parametresi sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonu ile istenilen transfer fonksiyonu T_r ile model eşleşmesini artırmak için kullanılır.

Fakat ρ parametresi fazla artırmak gürbüzlükten kayba sebep olabilir. Bu çalışmada $\rho = 1$ olarak seçilmiştir.

$[r \ \phi]^T$ girişlerinden $[u_s \ y \ e]^T$ çıkışlarına olan transfer fonksiyon matrisi Denklem 4.31 ile gösterilmiştir.

$$\begin{bmatrix} u_s \\ y \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho(I - K_y G_s)^{-1} K_r & K_y(I - G_s K_y)^{-1} \tilde{M}^{-1} \\ \rho(I - G_s K_y)^{-1} G_s K_r & (I - G_s K_y)^{-1} \tilde{M}^{-1} \\ \rho^2[(I - G_s K_y)^{-1} G_s K_r - T_r] & \rho(I - G_s K_y)^{-1} \tilde{M}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \phi \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Kontrolcü giriş çıkışları da bu transfer fonksiyonuna eklenirse genel \mathcal{H}_∞ kontrol yapısı Denklem 4.32 ve 4.33 ile gösterilebilir.

$$\begin{bmatrix} u_s \\ y \\ e \\ \beta \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \phi \\ u_s \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$\begin{bmatrix} u_s \\ y \\ e \\ \beta \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I \\ 0 & \tilde{M}^{-1} & G_s \\ -\rho^2 T_r & \rho \tilde{M}^{-1} & \rho G_s \\ \rho I & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{M}^{-1} & G_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \phi \\ u_s \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

G_s ve T_r fonksiyonlarının durum uzay gösterimi Denklem 4.34 ile gösterilmiştir.

$$G_s = \begin{bmatrix} A_s & B_s \\ C_s & D_s \end{bmatrix}, \quad T_r = \begin{bmatrix} A_t & B_t \\ C_t & D_t \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Buradan G_s ve T_r fonksiyonları genelleştirilmiş sisteme matris formlarıyla eklenirse P 'nin yeni hali Denklem 4.35 ile gösterildiği gibi olur.

$$P = \begin{bmatrix} A_s & 0 & 0 & (B_s D_s^T + Z_s C_s^T) R_s^{-1/2} & B_s \\ 0 & A_t & B_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ C_s & 0 & 0 & R_s^{1/2} & D_s \\ \rho C_s & \rho^2 C_t & \rho^2 D_t & \rho R_s^{1/2} & \rho D_s \\ 0 & 0 & \rho I & 0 & 0 \\ C_s & 0 & 0 & R_s^{1/2} & D_s \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Denklem 4.35 ile gösterilen genelleştirilmiş sistem P , γ iterasyonu ile çözümlenerek kontrolcü elde edilir.

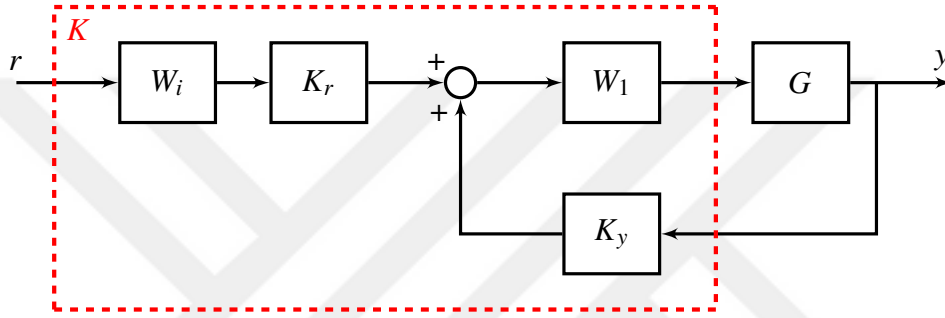
Sabit hal hatasını gidermek için K_r kontrolcüsü Denklem 4.36 ile gösterilen W_i filtresi ile çarpılması gerekir.

$$W_i = [(I - G_s(0)K_y(0))^{-1}G_s(0)K_r(0)]^{-1}T_r(0) \quad (4.36)$$

Sentezlenen K_r ve K_y kontrolcülerinin sisteme uygulanması için

$$K = W_1 [W_i K_r \quad K_y] \quad (4.37)$$

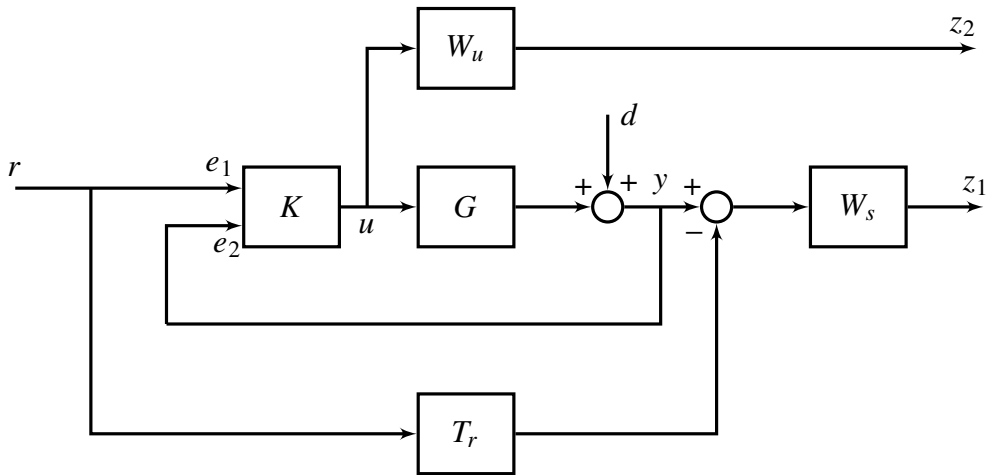
şeklinde düzenlenmesi gerekir. Bu düzenleme Şekil 4.11 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.11: Sentezlenen kontrolcülerin uygulanması

4.3.2 \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet

Bu çalışmada kullanılan 2 serbestlik dereceli kontrol yapısı Şekil 4.12 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.12: 2 serbestlik dereceli model tabanlı \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet kontrol yapısı

Şekil 4.12 ile gösterilen 2 serbestlik dereceli kontrol tasarım yapısında tasarlanacak olan K kontrolcüsü $K = [K_r \ K_y]$ olarak verilmiştir. Sistemin giriş çıkışları için transfer fonksiyon matrisi Denklem 4.38 ile gösterilmiştir.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} -W_s T_r & W_s & W_s G \\ 0 & 0 & W_u \\ \hline I & 0 & 0 \\ 0 & I & G \end{array} \right] \begin{bmatrix} r \\ d \\ u \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Burada sistem Denklem 2.26 ile gösterilen ADKS'si alınırsa Denklem 4.39 elde edilir.

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} W_s(S_o G K_r - T_r) & W_s S_o \\ W_u S_i K_r & W_u K_y S_o \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Burada S_o ve S_i fonksiyonları Denklem 4.40 ile gösterilmiştir.

$$S_i = (I - K_y G)^{-1}, \quad S_o = (I - G K_y)^{-1} \quad (4.40)$$

Standart \mathcal{H}_∞ kontrol sentezi ile $\|T_{zw}\|_\infty$ fonksiyonunu minimize edecek kararlaştrıcı K kontrolcüsünü tasarlamaktır.

Bu optimizasyon problemine göre minimize edilecek $\|T_{zw}\|_\infty$ fonksiyonunun elemanları aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

- $W_s(S_o G K_r - M)$: Gerçek ve istenen kapalı döngü sisteminin ağırlıklandırılmış farkı
- $W_s S_o$: Ağırlıklandırılmış çıkış hassasiyet fonksiyonu
- $W_u S_i K_r$: Ağırlıklandırılmış referansa göre kontrol sinyali
- $W_u K_y S_o$: Ağırlıklandırılmış bozucu etkilere karşı kontrol sinyali

Burada amaç bu transfer fonksiyonlarını minimize etmektir.

4.3.3 μ sentezi

2 serbestlik dereceli μ sentezi kontrol yapısı Bölüm 4.3.2 ile anlatılan Şekil 4.12 ile gösterilen kontrol probleminin çözümünde D - K iterasyonu kullanılmıştır.

4.3.4 Ağırlık fonksiyonu parametre seçimleri

2 serbestlik dereceli kontrolcülerin 1 serbestlik dereceli kontrolcülerle düzgün bir şekilde karşılaştırılabilmesi için ağırlık fonksiyon parametreleri Bölüm 4.2.4 ile gösterildiği üzere seçilmiştir.

2 serbestlik dereceli kontrolcülerde, 1 serbestlik dereceli kontrol tasarımına ek olarak istenilen kapalı döngü performansını belirten T_r modeli de kullanılmıştır. Bu çalışmada kullanılan genel T_r yapısı Denklem 4.41 ile gösterilmiştir. Kullanılan parametreler Çizelge 4.4 ile gösterilmiştir.

$$T_r = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \quad (4.41)$$

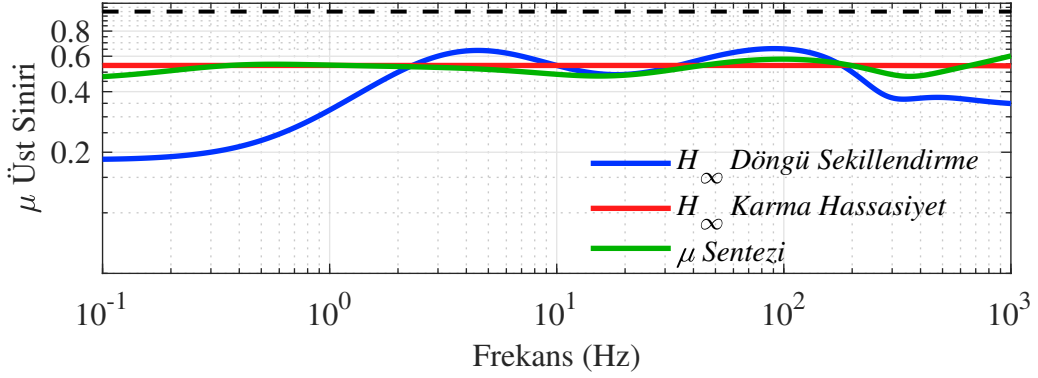
Çizelge 4.4: T_r fonksiyon parametreleri

	Sapma Ekseni	Yunuslama Ekseni
ω_c	$2\pi 120$	$2\pi 120$

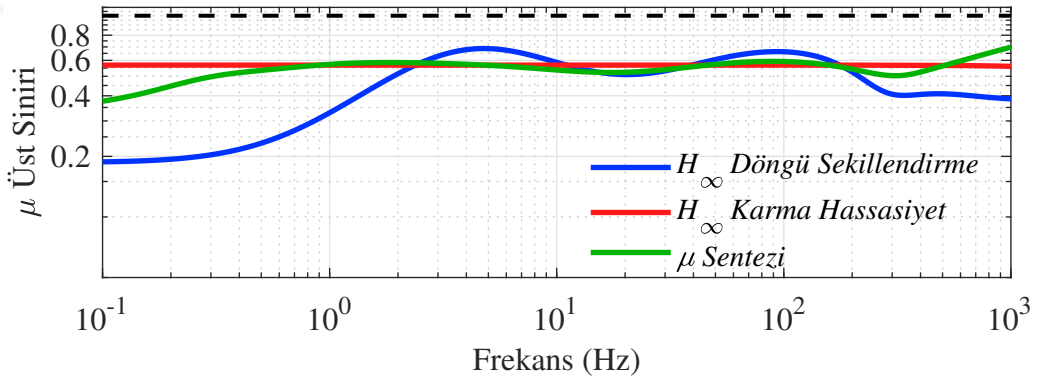
4.3.5 Performans ve gürbüzlük analizi

Bu bölümde model tabanlı 2 serbestlik derecesi ile \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme, \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet ve μ sentezi ile tasarlanan K kontrolcülerine göre performans ve gürbüzlük analizleri yapılmıştır. Gürbüzlük koşulları Bölüm 4.1 gösterilen belirsizliğe göre analiz edilmiştir.

Şekil 4.13 ile kapalı döngü sistemlerin nominal performansları karşılaştırılmıştır.



(a)

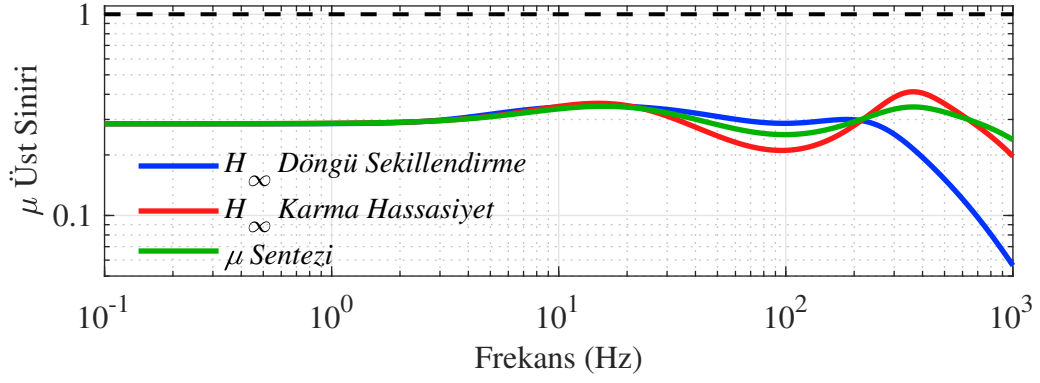


(b)

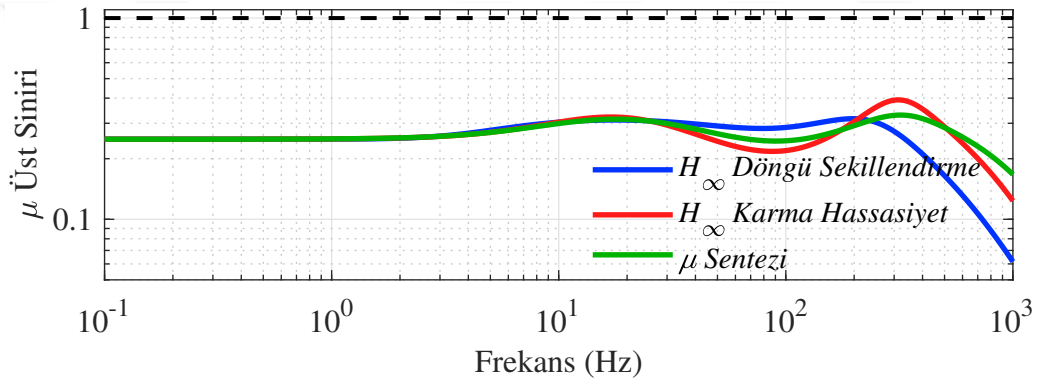
Şekil 4.13: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin nominal performans koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen

Şekil 4.13a ve 4.13b incelendiğinde, her iki eksen için de nominal performans koşullarının sağlandığı gözlemlenmiştir. Yani sistemde herhangi bir belirsizlik olmadığı sürece istenilen performanslar elde edilmiştir.

Şekil 4.14 ile kapalı döngü sistemlerin gürbüz kararlılık koşulları karşılaştırılmıştır.



(a)

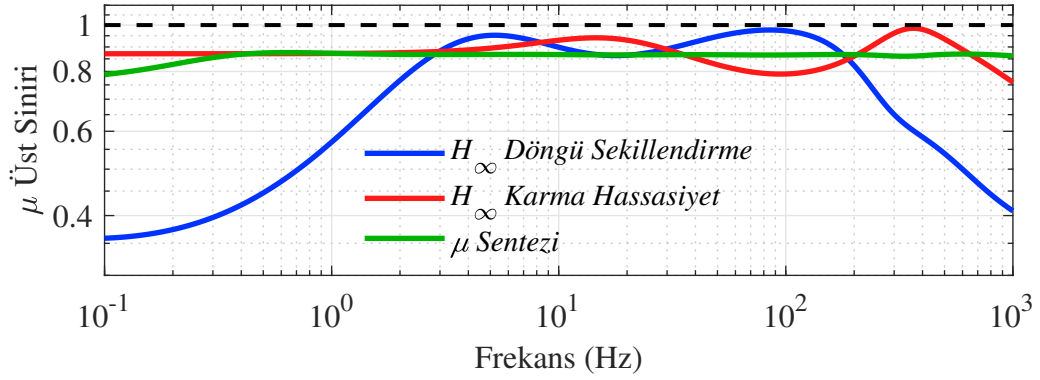


(b)

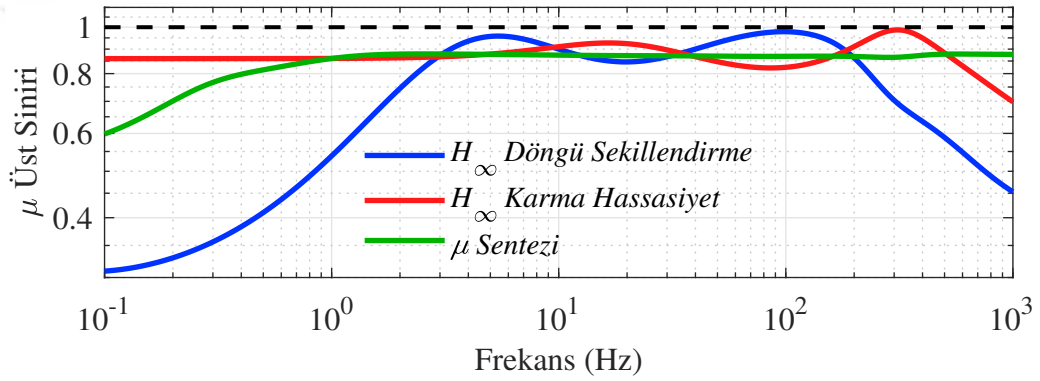
Şekil 4.14: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin gürbüz kararlılık koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen

Şekil 4.14a ve 4.14b incelendiğinde, her iki eksen için de gürbüz kararlılık koşullarının sağlandığı gözlemlenmiştir. Yani sistemde en kötü belirsizlik durumu oluşsa bile sistem yine kararlı kalacaktır.

Şekil 4.15 ile kapalı döngü sistemlerin gürbüz performans koşulları karşılaştırılmıştır.



(a)



(b)

Şekil 4.15: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin gürbüz performans koşullarının karşılaştırılması, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen

Şekil 4.14a ve 4.14b incelendiğinde, her iki eksen için de gürbüz performans koşullarının sağlandığı gözlemlenmiştir. Yani sistemde en kötü belirsizlik durumu oluşsa bile sistem yine belirtilen performans kriterlerini sağlayacaktır.

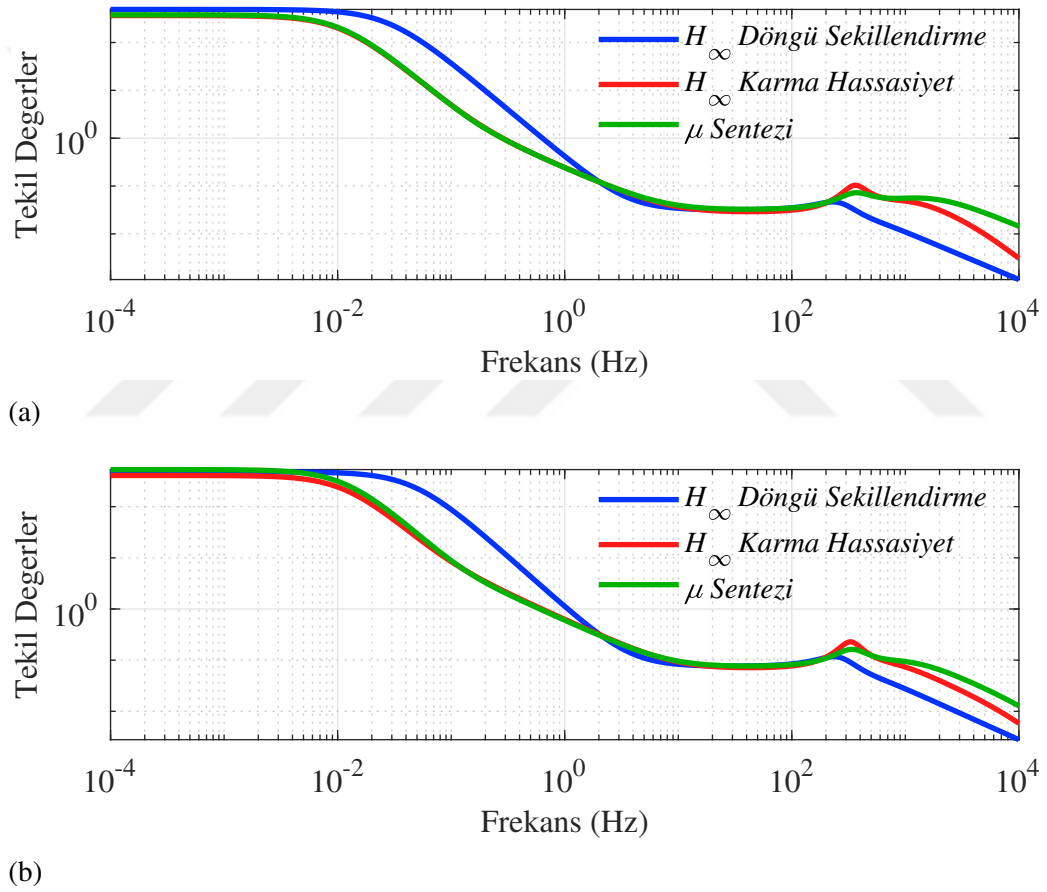
4.4 Kontrolcülerin Karşılaştırılması

Bu bölümde Bölüm 4.2 ve 4.3 ile tasarlanan kontrolcülerin karşılaştırılmasına yer verilmiştir.

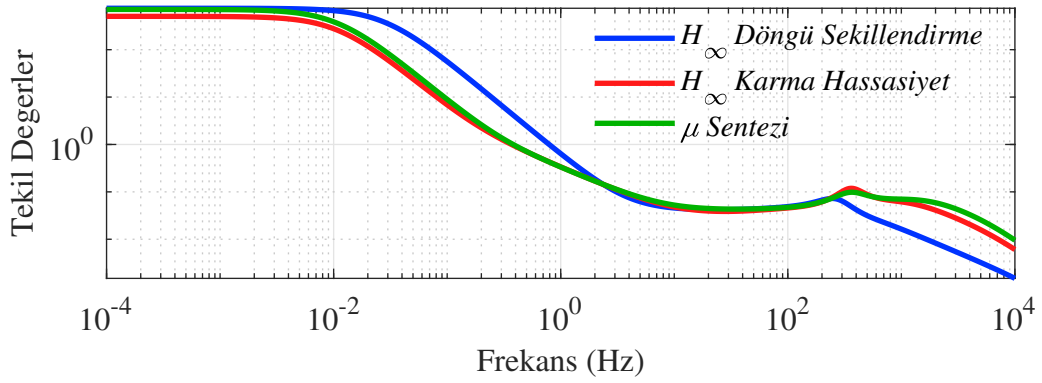
4.4.1 Frekans tepki fonksiyon karşılaştırılması

Bu bölümde tasarlanan kontrolcülerin frekans tepkilerinin karşılaştırılması verilmiştir.

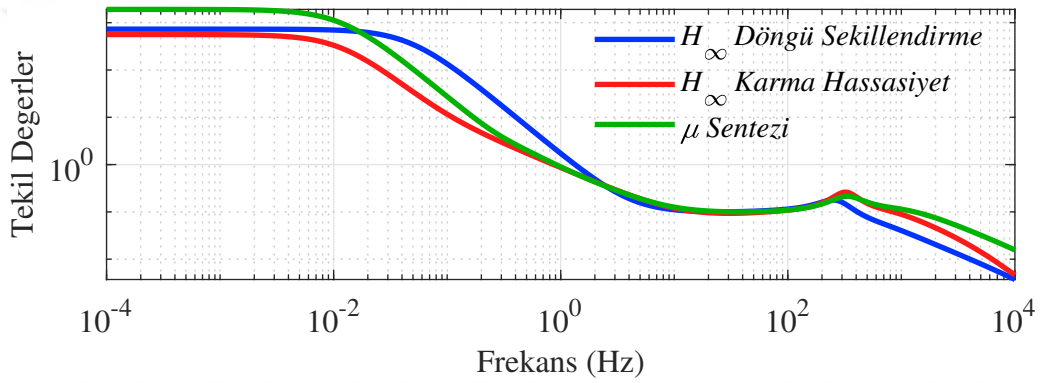
Şekil 4.16 ile 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin, Şekil 4.17 ile 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin frekans tepki fonksiyonları verilmiştir. Bu şekillerden de görüleceği gibi tasarlanan kontrolcüler düşük frekanslarda bozucu etkileri bastırmak için yüksek kazançlara, yüksek frekanslarda ölçüm gürültülerini indirmek için düşük kazançlara sahiptir.



Şekil 4.16: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin frekans tepkileri, (a) sapma eksenini, (b) yunuslama eksenini



(a)



(b)

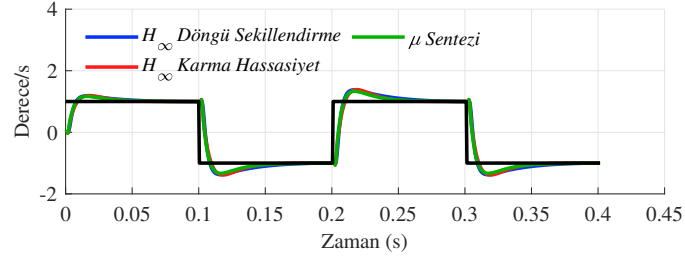
Şekil 4.17: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin frekans tepkileri, (a) sapma eksenini, (b) yunuslama eksenini

4.4.2 Zaman tepkilerinin karşılaştırılması

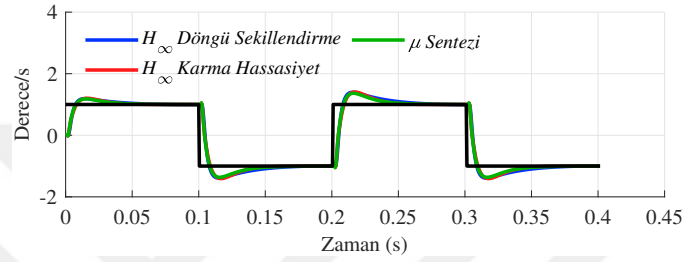
Bu bölümde, tasarlanan kontrolcülerin zaman tepkileri karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalar hem nominal sisteme göre hem de en kötü belirsizlik durumuna göre yapılmıştır.

Şekil 4.18 ile nominal sisteme göre, Şekil 4.19 ile en kötü belirsizliğe sahip sisteme göre 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin birim basamak tepkileri verilmiştir.

Şekil 4.20 ile nominal sisteme göre, Şekil 4.21 ile en kötü belirsizliğe sahip sisteme göre 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin birim basamak tepkileri verilmiştir.

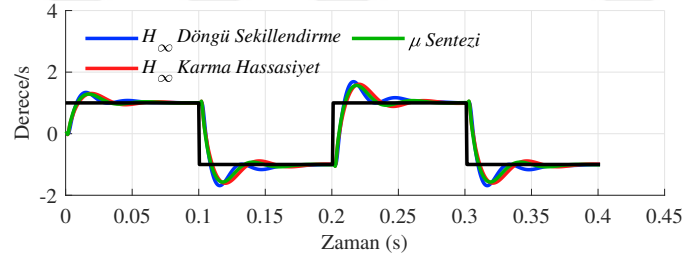


(a)

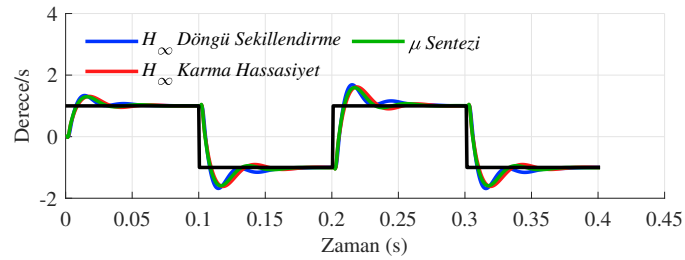


(b)

Şekil 4.18: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin nominal sisteme göre birim basamak tepkileri, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen

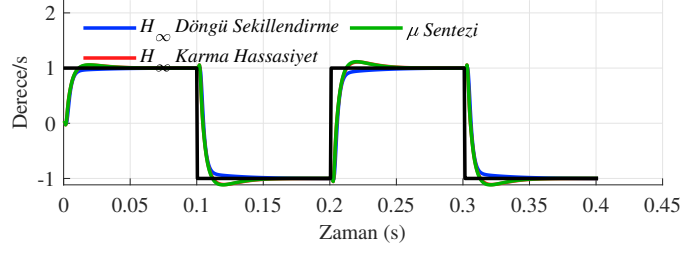


(a)

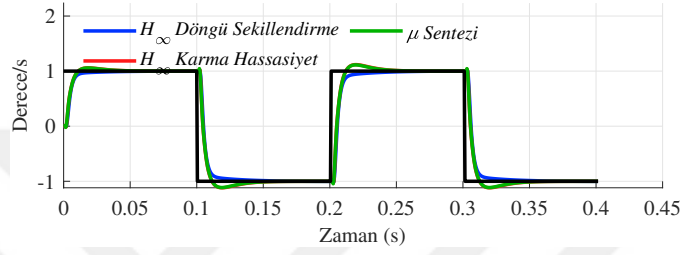


(b)

Şekil 4.19: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin en kötü belirsizliğe göre birim basamak tepkileri, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen

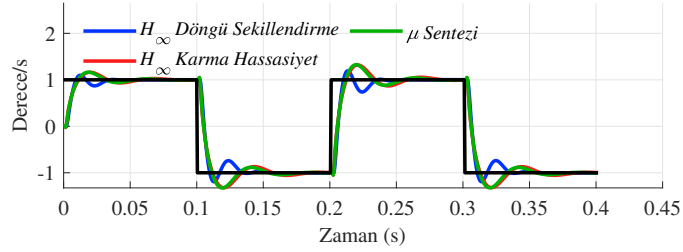


(a)

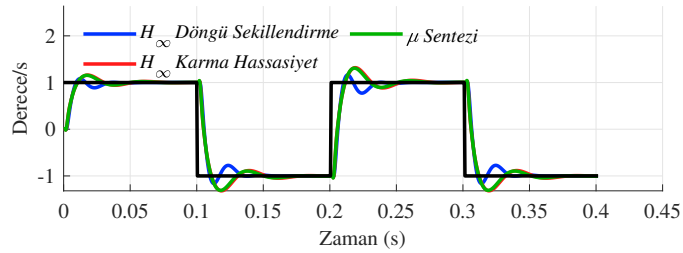


(b)

Şekil 4.20: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin nominal sisteme göre birim basamak tepkileri, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen



(a)



(b)

Şekil 4.21: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin en kötü belirsizliğe göre birim basamak tepkileri, (a) sapma eksen, (b) yunuslama eksen

Kontrolcülerin zaman tepkileri incelendiğinde 2 serbestlik dereceli kontrolcüler, 1 serbestlik dereceli kontrolcülere göre daha düşük aşımalar yapmaktadır. Bu durumun sebebi 2 serbestlik dereceli kontrolcülerde referans komut takibini artırmak amaçlı tasarım yapılmasıdır. Ayrıca 2 serbestlik dereceli kontrolcü tasarımlarında kullanılan ve istenilen kapalı döngü tepkileri için seçilen T_r sistemi de bu tepkilerin daha düşük aşım yapması için tasarlanmıştır.

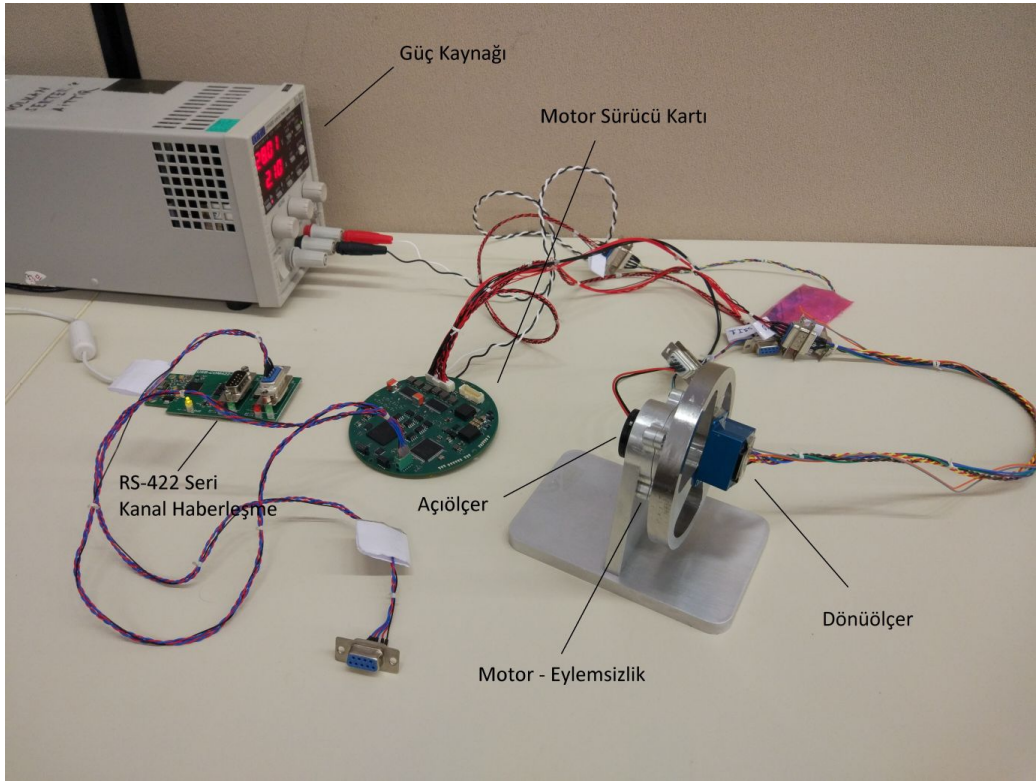


5. DENEYSEL SONUÇLAR

Bu bölümde Bölüm 4 ile anlatılan kontrolcü tasarımlarının gerçek gimbal sistemi üzerinde test edilmesi ve incelenmesi anlatılmıştır.

5.1 Test Düzenegi

Kullanılan test düzeneginin görüntüsü Resim 5.1 ile gösterilmiştir.



Resim 5.1: Kullanılan gimbal test düzenegi

Resim 5.1 ile gösterilen test düzenegi, Aselsan A.Ş. gizlilik ilkelerinden dolayı gimbal sisteminin tamamı yerine tek ekseninin test düzenegi olarak verilmiştir. Yapılan testler ise gerçek gimbal sisteminde denenmiştir.

Resim 5.1 ile gösterilen düzenekte gimbal sistemine ait eylemsizlik-motor düzenegi, açölçer sensör ve dönüölçer sensör kullanılmıştır. Motorların akım ile

sürülebilmesi için motor sürücü kartı ve güç kaynağı ile sistem verilerini gözlemleyebilmek için RS-422 seri kanal haberleşme dönüştürücüsü kullanılmıştır.

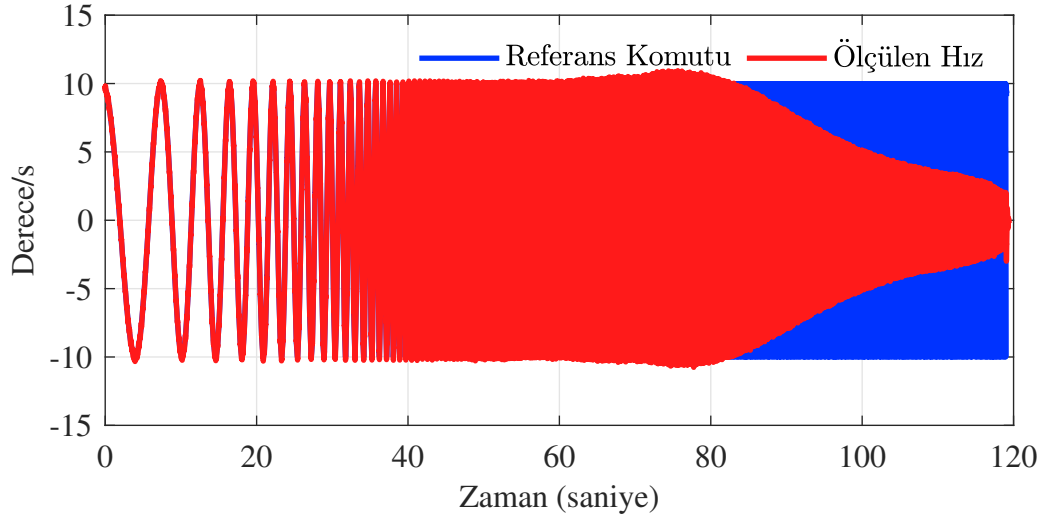
5.2 Frekans Tepki Fonksiyon Ölçümleri

Bu bölümde Bölüm 4 ile elde edilen kontrolcülerin gerçek gimbal sistemi üzerinde test edilmesi ve kapalı döngü frekans tepkilerinin elde edilmesi anlatılmıştır.

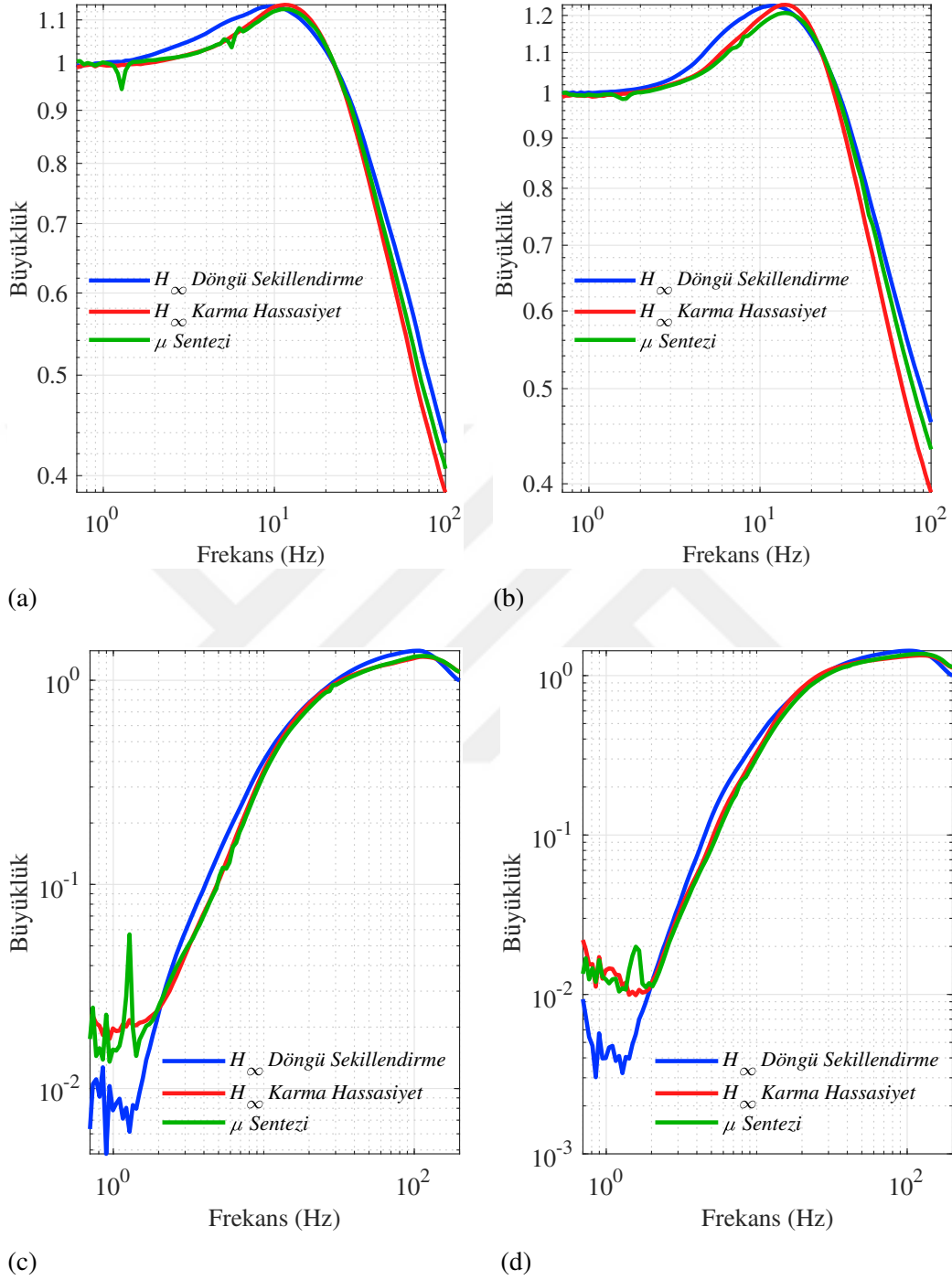
Kapalı döngü frekans tepkilerini elde etmek için sisteme artan frekansta referans hız komutları uygulanarak çıkış hızları incelenmiştir. Bu sayede kapalı döngü transfer fonksiyonları elde edilmiştir [61]. Örnek verilen hız komutları ve elde edilen hız çıktıları Şekil 5.1 ile gösterilmiştir.

1 serbestlik dereceli kontrolcülerin hassasiyet ve tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonlarının karşılaştırılması Şekil 5.2 ile gösterilmiştir. Aynı şekilde 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin transfer fonksiyonları Şekil 5.3 ile gösterilmiştir.

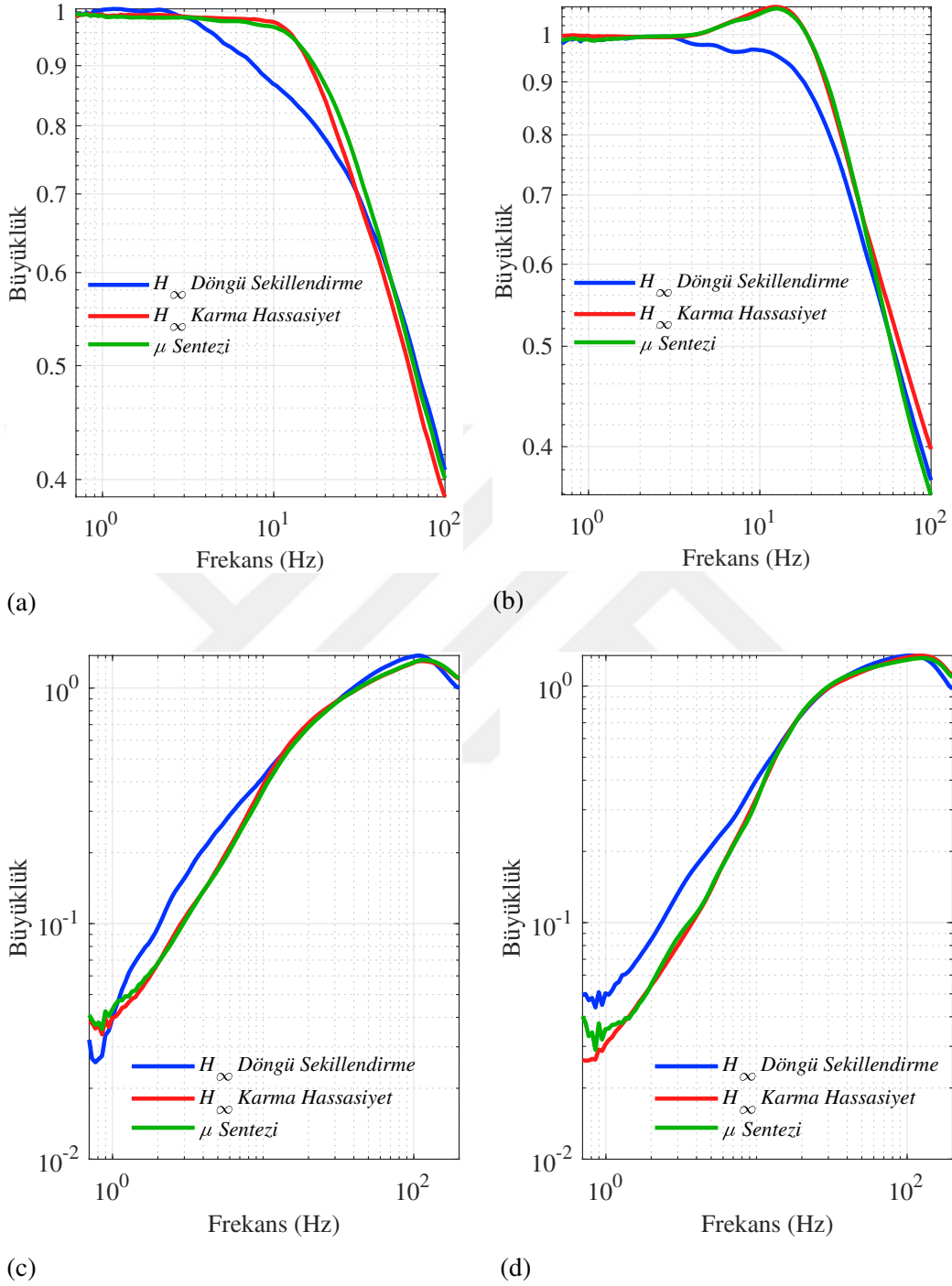
1 ve 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin ayrı ayrı karşılaştırılması, \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme için Şekil 5.4 ile, \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet için Şekil 5.5 ile, μ sentezi için Şekil 5.6 ile gösterilmiştir.



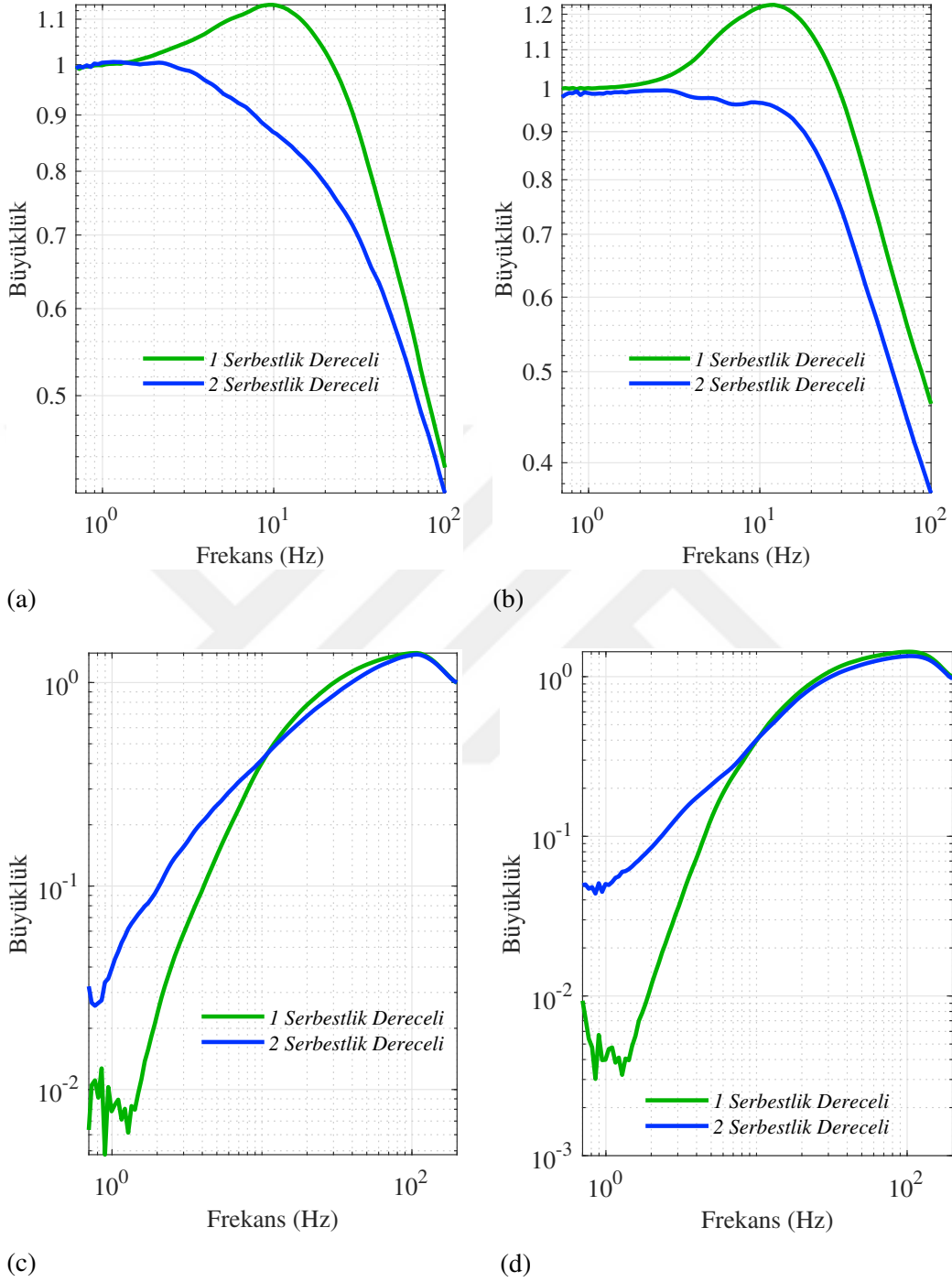
Şekil 5.1: Kapalı döngü frekans tepki fonksiyon ölçümü için giriş ve çıkış sinyalleri



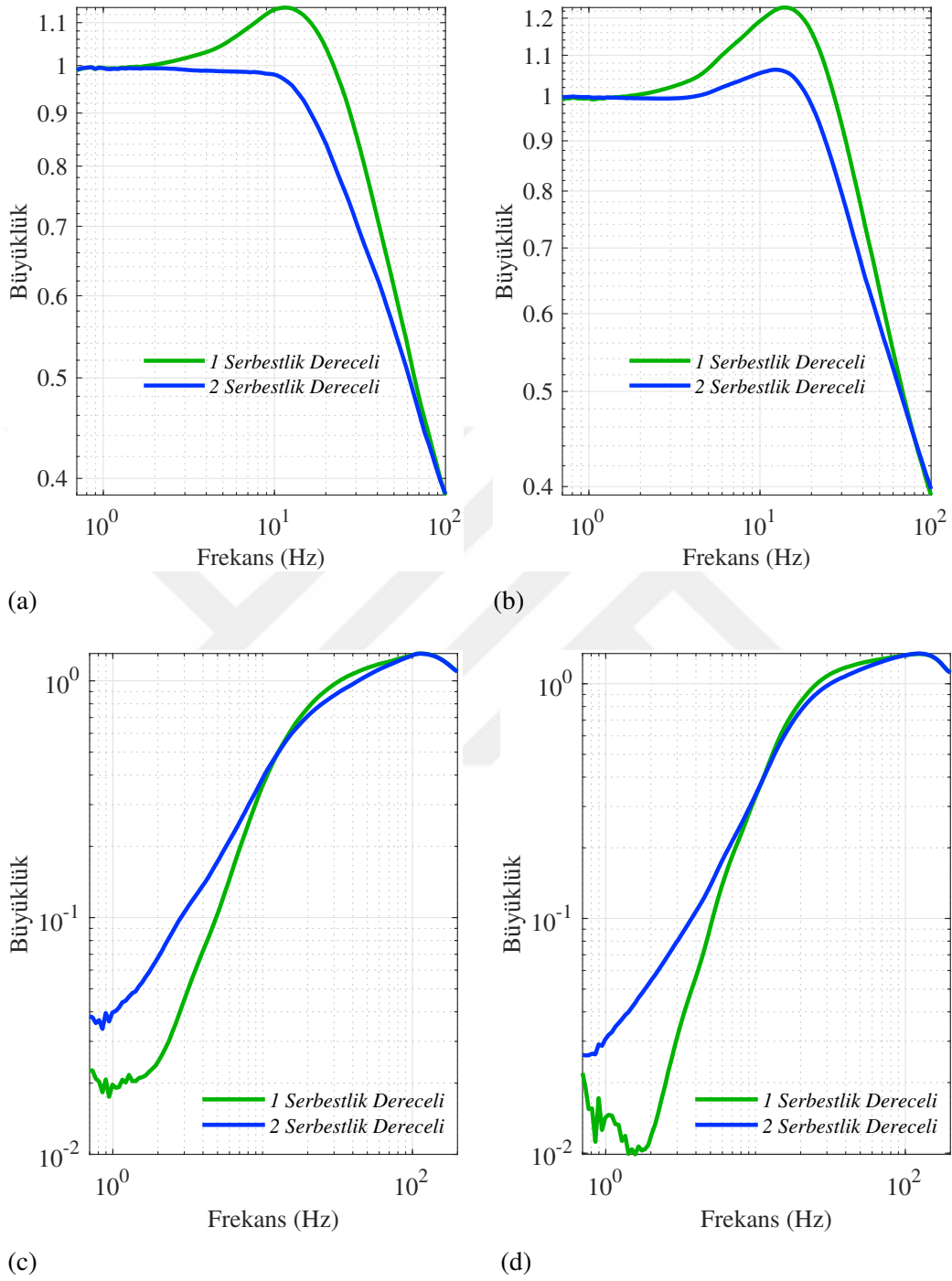
Şekil 5.2: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin hassasiyet ve tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonlarının karşılaştırılması, (a) sapma eksenli tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları (b) yunuslama eksenli tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, (c) sapma eksenli hassasiyet fonksiyonları, (d) yunuslama eksenli hassasiyet fonksiyonları



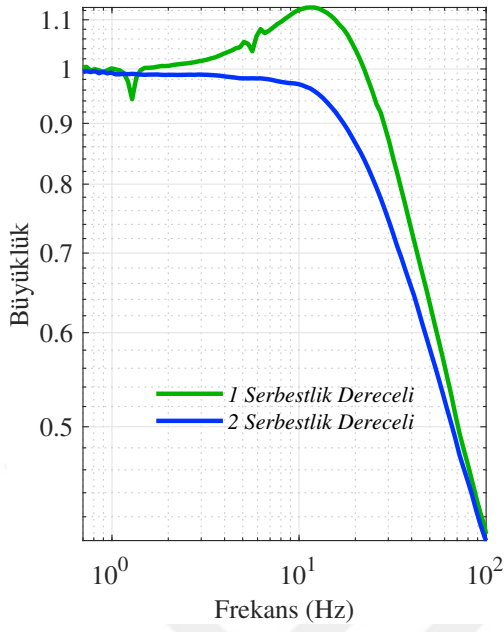
Şekil 5.3: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin hassasiyet ve tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonlarının karşılaştırılması, (a) sapma eksenli tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları (b) yunuslama eksenli tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, (c) sapma eksenli hassasiyet fonksiyonları, (d) yunuslama eksenli hassasiyet fonksiyonları



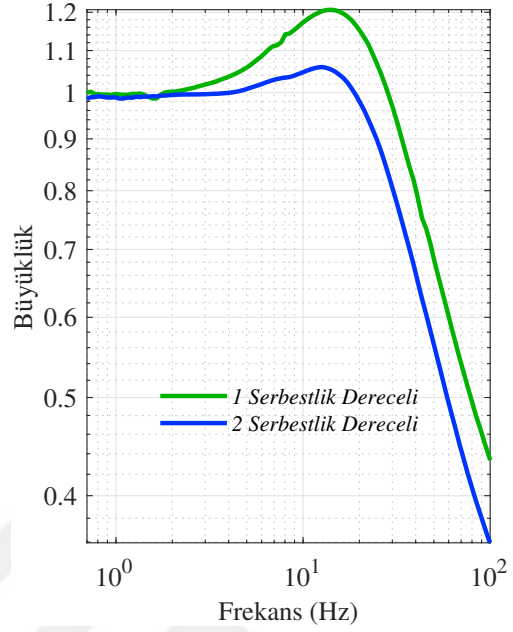
Şekil 5.4: \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme 1 ve 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin karşılaştırılması, (a) sapma eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları (b) yunuslama eksenini tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, (c) sapma eksenini hassasiyet fonksiyonları, (d) yunuslama eksenini hassasiyet fonksiyonları



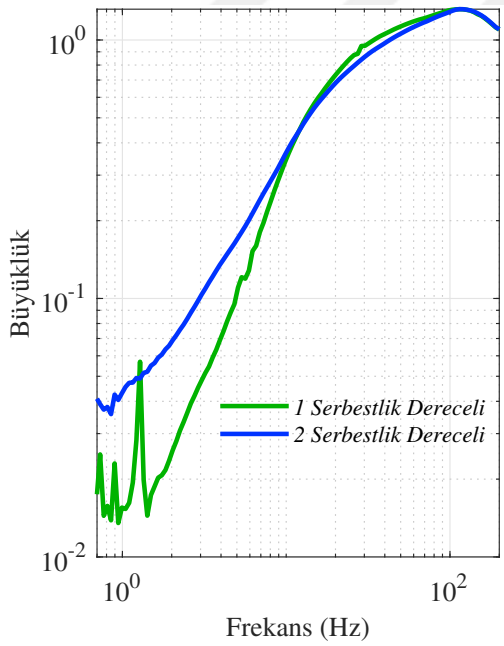
Şekil 5.5: \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet 1 ve 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin karşılaştırılması, (a) sapma eksenli tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları (b) yunuslama eksenli tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, (c) sapma eksenli hassasiyet fonksiyonları, (d) yunuslama eksenli hassasiyet fonksiyonları



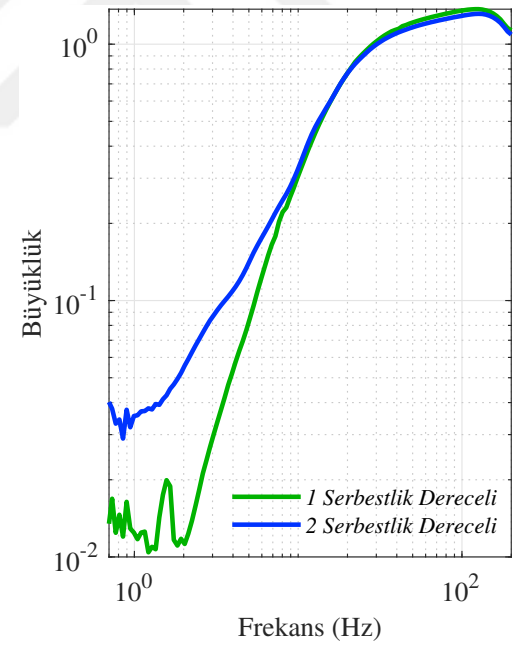
(a)



(b)



(c)



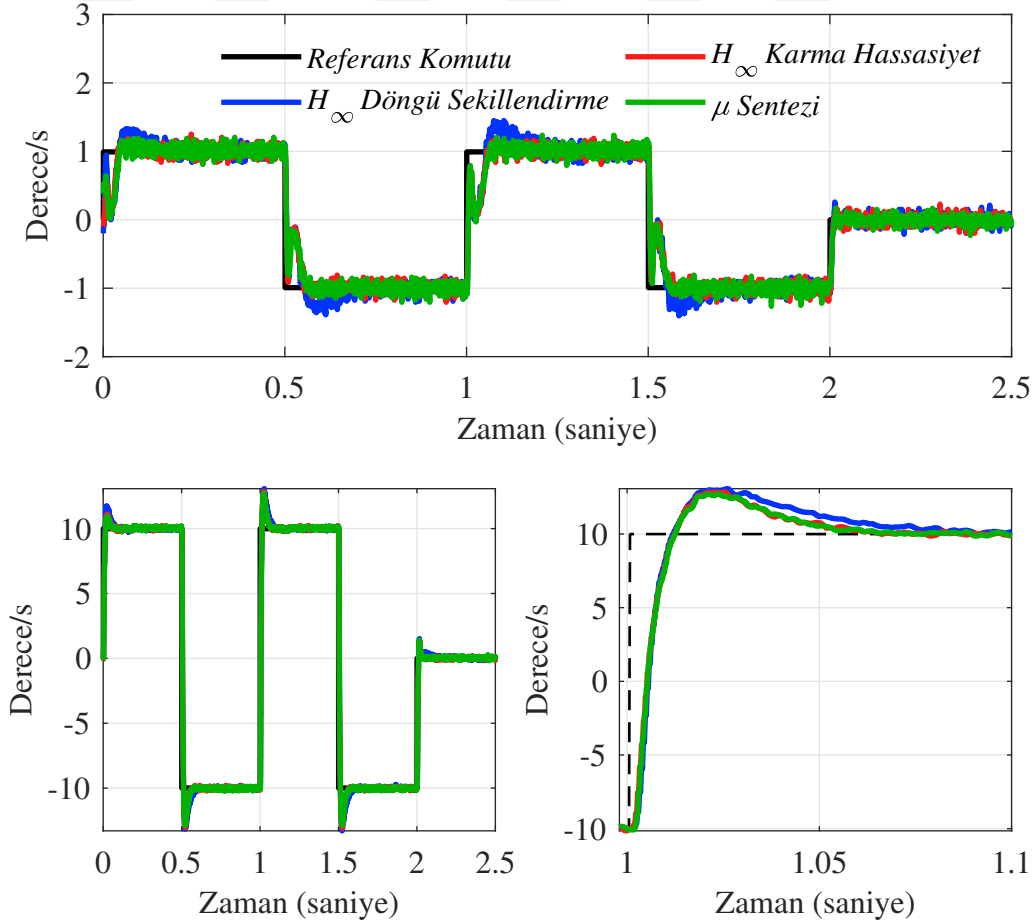
(d)

Şekil 5.6: μ sentezi 1 ve 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin karşılaştırılması, (a) sapma eksenli tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları (b) yunuslama eksenli tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, (c) sapma eksenli hassasiyet fonksiyonları, (d) yunuslama eksenli hassasiyet fonksiyonları

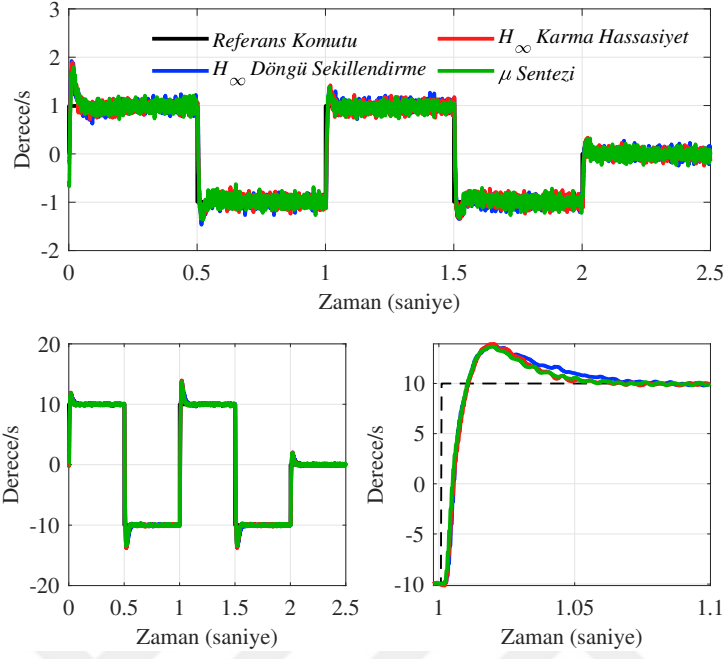
Bu veriler ışığında 1 ve 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin farkları görülmektedir. 1 serbestlik dereceli kontrolcüler düşük frekanslarda bozucu etkileri daha fazla bastırmaktadır. Fakat diğer taraftan yüksek frekans referans takibinde ise referans sinyali daha fazla yükseltmektedir. Bu da birim basamak tepkilerinde yüksek aşımara ve referansı daha başarısız takip etmeye sebep olmaktadır. 2 serbestlik dereceli kontrolcüler ise düşük frekanslarda bozucu etkileri daha az bastırırken, yüksek frekanslarda referans komutlarını daha başarılı takip etmektedir. Bu da daha düşük aşımara ve daha başarılı referans takibine sebep olmaktadır.

5.3 Referans Takibi

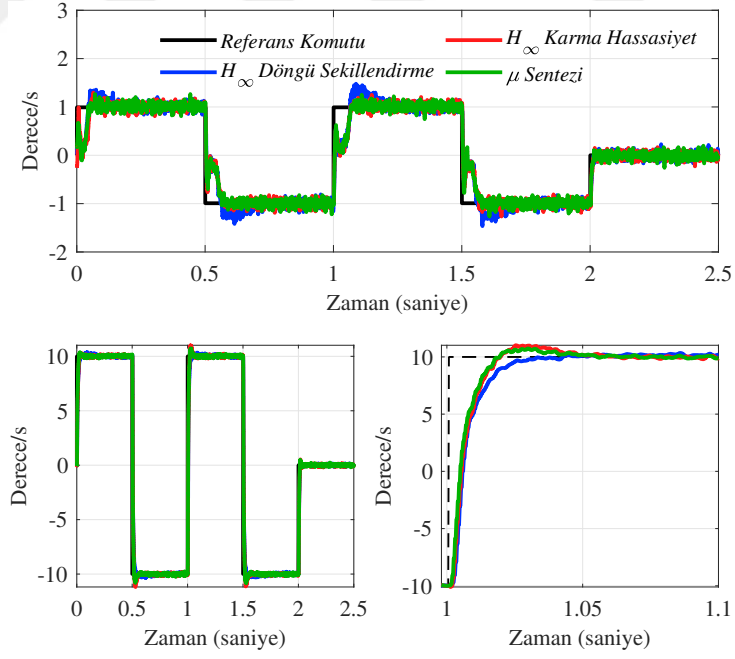
Bu bölümde tasarlanan kontrolcülerin referans takip tepkileri incelenmiştir.



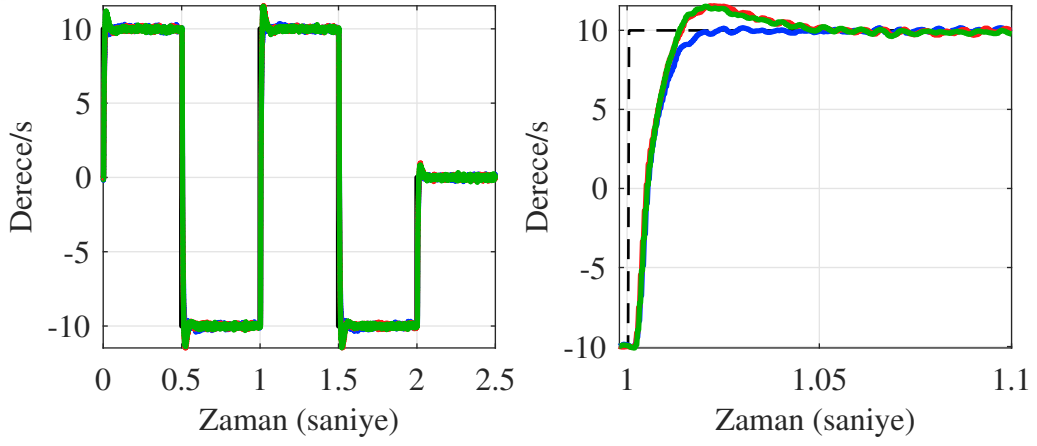
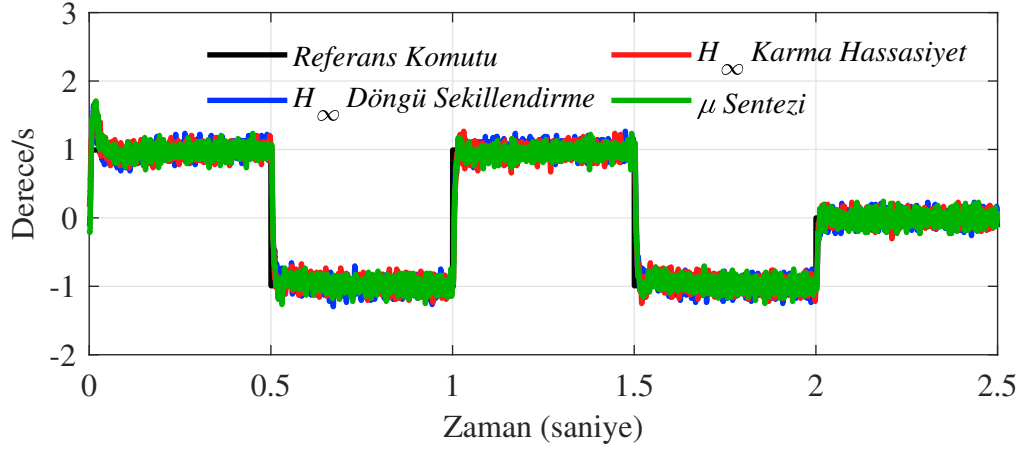
Şekil 5.7: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin sapma eksenli referans takibi



Şekil 5.8: 1 serbestlik dereceli kontrolcülerin yunuslama eksenini referans takibi



Şekil 5.9: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin sapma eksenini referans takibi



Şekil 5.10: 2 serbestlik dereceli kontrolcülerin yunuslama eksenini referans takibi

Kontrolcülerin gerçek sistem üzerindeki zaman tepkileri incelendiğinde, 1 serbestlik dereceli kontrolcüler referans takibinde yüksek aşımalar yapmaktadır. 2 serbestlik dereceli kontrolcülerde ise bu aşımalar daha düşüktür ve daha başarılı bir referans takibi yapılmıştır. Fakat Bölüm 5.2 ile gösterildiği üzere, 2 serbestlik dereceli kontrolcülerde referans takibi iyileşse de bozucu etki bastırma oranları kısmen azalmıştır. Bu da ele alınması gereken önemli bir noktadır.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada gerçek iki eksen bir gimbal sistemi için gürbüz kontrol yöntemleri karşılaştırılmıştır. Gimbal sistemi için belirsizlikler, nominal model ile gerçek sistem üzerinden alınan frekans tepki fonksiyon ölçümü arasındaki fark alınarak çarpımsal belirsizlik olarak modellenmiştir. Bu sayede gerçek sistem üzerinde oluşabilecek belirsizlikler de kapsanacak şekilde gürbüz kontrolcüler sentezlenmiştir.

Gürbüz kontrol yöntemleri olarak \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme, \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet ve μ sentezi kontrolcüler tasarlanmıştır. Aynı şekilde bu kontrolcülerin daha başarılı referans takibi yapabilmesi için model tabanlı 2 serbestlik dereceli tasarımları da yapılmıştır.

Tasarlanan kontrolcülerin gürbüz kararlılık ve gürbüz performans koşulları incelenmiştir. Gürbüz kararlılık ve gürbüz performans koşulları \mathcal{H}_∞ döngü şekillendirme ve \mathcal{H}_∞ karma hassasiyet tasarımlarında dolaylı olarak sağlanırken, μ sentezi tasarımlarında tasarım koşulu olduğu için direkt sağlandığı gözlemlenmiştir.

1 ve 2 serbestlik dereceli kontrolcüler karşılaştırılmıştır. 1 serbestlik dereceli kontrolcüler bozucu etkileri daha fazla bastırırken, 2 serbestlik dereceli kontrolcüler daha başarılı referans takibi yapmaktadır. Ayrıca model tabanlı 2 serbestlik dereceli kontrol yapısı ile istenilen kapalı döngü tepkisi tasarım parametresi olarak verilebilmektedir.

Bu çalışmanın devamı niteliğinde katkı sağlayabilecek birçok ileri araştırma konusu mevcuttur. Bu konulara örnek olarak klasik gürbüz kontrol tasarımlarına farklı bir bakış açısı katacak veriye dayalı \mathcal{H}_∞ kontrol tasarım yöntemleri verilebilir [68, 69]. Veriye dayalı \mathcal{H}_∞ kontrol yapısı ile model tabanlı yapılan klasik \mathcal{H}_∞ kontrol tasarımlarından farklı olarak modelden bağımsız bir şekilde kullanılacak gerçek sistem verileri ile daha güvenilir ve gerçekçi tasarımlar ortaya konulabilir.

Bir başka ileri araştırma konusu olarak frekans verisine dayalı \mathcal{H}_∞ kontrol yöntemleri üzerine araştırma yapılabilir [70, 71]. Bu tasarım yöntemiyle gerçek sistem üzerinden alınan frekans verilerine ve ölçümlerine dayalı daha gerçekçi tasarımlar ortaya konulabilir.

Güncel ve heyecan verici bir gürbüz kontrol yöntemi olarak veriye dayalı uyarlamalı - gürbüz kontrol uygulamaları karşımıza çıkmaktadır [72–74]. Bu uygulamalarda klasik gürbüz kontrol yöntemleriyle, uyarlamalı kontrol yöntemleri birleştirilerek hem adapte olan hem de gürbüzlük koşullarını yerine getiren kontrolcülerin elde edilmesi amaçlanmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] **Hilkert, J.** (2008). Inertially stabilized platform technology concepts and principles. *IEEE control systems magazine*, 28(1):26–46.
- [2] **Young, K. D., Utkin, V. I., Ozguner, U.** (1999). A control engineer's guide to sliding mode control. *IEEE transactions on control systems technology*, 7(3):328–342.
- [3] **Stein, G., Athans, M.** (1987). The lqg/ltr procedure for multivariable feedback control design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32(2):105–114.
- [4] **Doyle, J., Glover, K., Khargonekar, P., Francis, B.** (1988). State-space solutions to standard h_2 and h_∞ control problems. In *1988 American Control Conference*, pages 1691–1696. IEEE.
- [5] **McFarlane, D., Glover, K.** (1992). A loop-shaping design procedure using h_∞ synthesis. *IEEE transactions on automatic control*, 37(6):759–769.
- [6] **Baskin, M.** (2015). Lqg/ltr, h_∞ and μ robust controllers design for line of sight stabilization. Master's thesis, METU.
- [7] **Baskin, M., Leblebicioğlu, K.** (2016). Robust stabilization loop design for gimballed electro-optical imaging system. *arXiv preprint arXiv:1602.06832*.
- [8] **Baskin, M., Leblebicioğlu, M. K.** (2017). Robust control for line-of-sight stabilization of a two-axis gimbal system. *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, 25(5):3839–3853.
- [9] **Fang, J., Zheng, S., Han, B.** (2011). Amb vibration control for structural resonance of double-gimbal control moment gyro with high-speed magnetically suspended rotor. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18(1):32–43.

- [10] **Kim, S., Kim, S., Kwak, Y.** (2010). Robust control for a two-axis gimbale sensor system with multivariable feedback systems. *IET control theory & applications*, 4(4):539–551.
- [11] **Lee, H.-P., Schmidt, D.** (2002). Robust two-degree-of-freedom h_∞ control of a seeker scan loop system. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 149(2):149–156.
- [12] **Khodadadi, H., Motlagh, M. R. J., Gorji, M.** (2011). Robust control and modeling a 2-dof inertial stabilized platform. In *International Conference on Electrical, Control and Computer Engineering 2011 (InECCE)*, pages 223–228. IEEE.
- [13] **Kürkçü, B., Kasnaoğlu, C.** (2015). Estimation of unknown disturbances in gimbal systems. In *Applied Mechanics and Materials*, volume 789, pages 951–956. Trans Tech Publ.
- [14] **Kürkçü, B., Kasnaoğlu, C., Efe, M. Ö.** (2018). Disturbance/uncertainty estimator based integral sliding-mode control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 63(11):3940–3947.
- [15] **Kürkçü, B.** (2015). İki eksenli hassas gimbal stabilizasyonu için bozucu-etki gözleyicisi ile güçlendirilmiş lqg. Master's thesis, TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [16] **Kürkçü, B.** (2019). *Gümbüz kararlılık ve gümbüz performans odaklı kontrol teorisi geliştirilmesi ve uygulamaları*. PhD thesis, TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [17] **Kori, A. S., Ananda, C., Chandar, T.** (2016). Robust control of single axis gimbal platform for micro air vehicles based on uncertainty and disturbance estimation. In *2016 7th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE)*, pages 480–486. IEEE.
- [18] **Penev, V., Zlateva, P., Rowlands, G., Georgiev, G.** (2016). Gyro stabilized roll and pitch gimbal controller with sliding mode. *Institute of System Engineering and Robotics–Bulgarian Academy of Sciences*.
- [19] **Smith, B. J., Schrenk, W. J., Gass, W. B., Shtessel, Y.** (1999). Sliding mode control in a two-axis gimbal system. In *1999 IEEE aerospace conference. Proceedings (Cat. No. 99TH8403)*, volume 5, pages 457–470. IEEE.
- [20] **Naderolasli, A., Tabatabaei, M.** (2017). Stabilization of the two-axis gimbal system based on an adaptive fractional-order sliding-mode controller. *IETE Journal of Research*, 63(1):124–133.

- [21] **Espinosa, C., Mayen, K., Lizarraga, M., Romero, S. S. H., Lozano, R.** (2015). Sliding mode line-of-sight stabilization of a two-axes gimbal system. In *2015 Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems (RED-UAS)*, pages 431–438. IEEE.
- [22] **Sangveraphunsiri, V., Malithong, K.** (2010). Control of inertial stabilization systems using robust inverse dynamics control and sliding mode control. In *6th International Conference on Automotive Engineering (ICAE-6) BITEC, Bangkok, Thailand*.
- [23] **Kikuuwe, R., Fujimoto, H.** (2006). Proxy-based sliding mode control for accurate and safe position control. In *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006.*, pages 25–30. IEEE.
- [24] **Van Damme, M., Vanderborght, B., Verrelst, B., Van Ham, R., Daerden, F., Lefeber, D.** (2009). Proxy-based sliding mode control of a planar pneumatic manipulator. *The International Journal of Robotics Research*, 28(2):266–284.
- [25] **Kikuuwe, R., Yasukouchi, S., Fujimoto, H., Yamamoto, M.** (2010). Proxy-based sliding mode control: a safer extension of pid position control. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(4):670–683.
- [26] **Tezgelen, O., Kasnakoğlu, C.** (2019). İki eksen bir gimbal sisteminin vekil tabanlı kayan kipli kontrolü. In *TOK Automatic Control National Committee Meeting, Mugla, Turkey*.
- [27] **Hasturk, O., Erkmen, A. M., Erkmen, İ.** (2011). Proxy-based sliding mode stabilization of a two-axis gimbaled platform. *target*, 3(4): 1–7.
- [28] **Hastürk, Ö.** (2011). The stabilization of a two axes gimbal of a roll stabilized missile. Master's thesis, METU.
- [29] **Hong, W.** (1994). Adaptive control of a two axis camera gimbal. *Massachusetts Institute of Technology*.
- [30] **Ahmed, J., Bernstein, D. S.** (2002). Adaptive control of double-gimbal control-moment gyro with unbalanced rotor. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 25(1):105–115.
- [31] **Wongkamchang, P., Sangveraphunsiri, V.** (2008). Control of inertial stabilization systems using robust inverse dynamics control and adaptive control. *Science & Technology Asia*, pages 20–32.

- [32] **Hilkert, J. M.** (1990). Adaptive control system techniques applied to inertial stabilization systems. In *Acquisition, Tracking, and Pointing IV*, volume 1304, page 190. International Society for Optics and Photonics.
- [33] **Bai, Y., Zhuang, H., Roth, Z. S.** (2004). Fuzzy logic control to suppress noises and coupling effects in a laser tracking system. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 13(1):113–121.
- [34] **Nie, J.** (1997). Fuzzy control of multivariable nonlinear servomechanisms with explicit decoupling scheme. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 5(2):304–311.
- [35] **Abdo, M., Vali, A. R., Toloei, A. R., Arvan, M. R.** (2014). Modeling control and simulation of two axes gimbal seeker using fuzzy pid controller. In *2014 22nd Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, pages 1342–1347. IEEE.
- [36] **Ghaeminezhad, N., Daobo, W., Farooq, F.** (2014). Stabilizing a gimbal platform using self-tuning fuzzy pid controller. *International Journal of Computer Applications*, 93(16).
- [37] **Kawada, K., Shiino, T., Yamamoto, T., Komichi, M., Nishioka, T.** (2008). Data-driven pd gimbal control. In *2008 International Conference on Computational Intelligence for Modelling Control & Automation*, pages 993–998. IEEE.
- [38] **Li, S., Zhong, M., Qin, J.** (2012). The internal model control design of three-axis inertially stabilized platform for airborne remote sensing. In *2012 8th IEEE International Symposium on Instrumentation and Control Technology (ISICT) Proceedings*, pages 5–10. IEEE.
- [39] **Cui, P., Zhang, D., Yang, S., Li, H.** (2016). Friction compensation based on time-delay control and internal model control for a gimbal system in magnetically suspended cmg. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(5):3798–3807.
- [40] **Fang, J., Ren, Y.** (2010). High-precision control for a single-gimbal magnetically suspended control moment gyro based on inverse system method. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(9).
- [41] **Mondal, S., Sadhu, S., Banerjee, A.** (2013). Platform motion disturbances attenuation in a missile seeker subsystem using internal model control. In *2013 International Conference on Control, Automation, Robotics and Embedded Systems (CARE)*, pages 1–4. IEEE.

- [42] **Dorato, P.** (1987). A historical review of robust control. *IEEE Control Systems Magazine*, 7(2):44–47.
- [43] **Safonov, M. G.** (2012). Origins of robust control: Early history and future speculations. *Annual Reviews in Control*, 36(2):173–181.
- [44] **Skogestad, S., Postlethwaite, I.** (2007). *Multivariable feedback control: analysis and design*, volume 2. Wiley New York.
- [45] **Zhou, K., Doyle, J. C., Glover, K., et al.** (1996). *Robust and optimal control*, volume 40. Prentice hall New Jersey.
- [46] **Zhou, K., Doyle, J. C.** (1998). *Essentials of Robust Control*, volume 104. Prentice hall Upper Saddle River, NJ.
- [47] **Gu, D.-W., Petkov, P., Konstantinov, M. M.** (2005). *Robust control design with MATLAB®*. Springer Science & Business Media.
- [48] **Foias, C., Özbay, H., Tannenbaum, A.** (1996). *Robust control of infinite dimensional systems: frequency domain methods*. Springer.
- [49] **Green, M., Limebeer, D. J.** (2012). *Linear robust control*. Courier Corporation.
- [50] **Dullerud, G. E., Paganini, F.** (2013). *A course in robust control theory: a convex approach*, volume 36. Springer Science & Business Media.
- [51] **Doyle, J. C.** (1985). Structured uncertainty in control system design. In *1985 24th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 260–265. IEEE.
- [52] **Ekstrand, B.** (2001). Equations of motion for a two-axes gimbal system. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 37(3):1083–1091.
- [53] **Liu, S., Lu, T., Shang, T., Xia, Q.** (2018). Dynamic modeling and coupling characteristic analysis of two-axis rate gyro seeker. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2018.
- [54] **Abdo, M., Vali, A. R., Toloei, A., Arvan, M. R.** (2013). Research on the cross-coupling of a two axes gimbal system with dynamic unbalance. *International Journal of advanced robotic systems*, 10(10):357.
- [55] **Poyrazoğlu, E.** (2017). Detailed modeling and control of a 2-dof gimbal system. Master’s thesis, METU.

- [56] **Shen, C., Fan, S., Jiang, X., Tan, R., Fan, D.** (2020). Dynamics modeling and theoretical study of the two-axis four-gimbal coarse–fine composite uav electro-optical pod. *Applied Sciences*, 10(6):1923.
- [57] **Titterton, D., Weston, J. L., Weston, J.** (2004). *Strapdown inertial navigation technology*, volume 17. IET.
- [58] **Özdoğan, G., Leblebicioğlu, K.** (2019). Cogging torque disturbance rejection for a low-cost gimbal motor and a controller design with practical considerations. In *2019 12th Asian Control Conference (ASCC)*, pages 486–491. IEEE.
- [59] **Sincar, E.** (2013). Friction identification and compensation of its effects in stabilized platforms. Master’s thesis, METU.
- [60] **Sincar, E., Balkan, T., Platin, B. E.** (2015). Compensation of friction effects in gyro-stabilized motion platforms. In *2015 American Control Conference (ACC)*, pages 3242–3248. IEEE.
- [61] **Özdoğan, G.** (2014). System identification and modeling of gyro-stabilized ir/eo gimbal system in frequency domain. Master’s thesis, METU.
- [62] **Özdoğan, G., Leblebicioğlu, K.** (2016). Frequency response function measurement and parametric siso system modelling of a gyro-stabilized infrared electro optic gimbal system. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 38(5):512–528.
- [63] **Limebeer, D. J., Kasenally, E. M., Perkins, J. D.** (1993). On the design of robust two degree of freedom controllers. *Automatica*, 29(1):157–168.
- [64] **Kanade, S. P., Mathew, A. T.** (2013). 2 dof h-infinity loop shaping robust control for rocket attitude stabilization. *International Journal of Aerospace Sciences*, 2(3):71–91.
- [65] **Kaur, R., Ohri, J.** (2014). Pso based weight selection and fixed structure robust loop shaping control for pneumatic servo system with 2dof controller. *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 8(8): 1365–1373.
- [66] **Gualino, D., Adoukpe, I.-J.** (2007). Robust 2-dof h_∞ controller for a force feedback system. In *2007 IEEE International Conference on Control Applications*, pages 1253–1259. IEEE.

- [67] **Chitsang, N., Kaitwanidvilai, S.** (2014). 2dof h_∞ control for dc motor using genetic algorithms. In *Proceedings of the International Multi-Conference of Engineers and Computer Scientists*.
- [68] **Sung, Y.-C., Patil, S. V., Safonov, M. G.** (2018). Data-driven loop-shaping controller design. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 28(12):3678–3693.
- [69] **Kim, Y.-M.** (2016). Robust data driven h_∞ control for wind turbine. *Journal of the Franklin Institute*, 353(13):3104–3117.
- [70] **Karimi, A., Zhu, Y.** (2014). Robust h_∞ controller design using frequency-domain data. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3):4921–4926.
- [71] **Karimi, A., Nicoletti, A., Zhu, Y.** (2018). Robust h_∞ controller design using frequency-domain data via convex optimization. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 28(12):3766–3783.
- [72] **Safonov, M. G.** Data-driven robust control design: Unfalsified control. Technical report, UNIVERSITY OF SOUTHERN CALIFORNIA LOS ANGELES DEPT OF ELECTRICAL ENGINEERING, (2006).
- [73] **Stefanovic, M., Safonov, M. G.** (2011). *Safe adaptive control: Data-driven stability analysis and robust synthesis*, volume 405. Springer.
- [74] **Jin, H., Chang, M. W., Safonov, M. G.** (2011). A fading memory data-driven algorithm for controller switching. In *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, pages 6097–6103. IEEE.

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Oğuzhan TEZGELEN
Uyruğu : T.C.
Doğum Tarihi ve Yeri : 1994 - Sivas
E-posta : oguzhantez gelen@hotmail.com

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2018, Hacettepe Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
- **Yüksek Lisans** : 2020, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

Yıl	Yer	Görev
2018-	ASELSAN AŞ	Elektrik-Elektronik Mühendisi
2018-2020	TOBB ETÜ	Araştırma Burslu Yüksek Lisans Öğrencisi

YABANCI DİL: İngilizce

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- **Tezgelen, O., Kasnakoğlu, C.** (2019). İki Eksen Bir Gimbal Sisteminin Vekil Tabanlı Kayan Kipli Kontrolü, *TOK Automatic Control National Committee Meeting*, Mugla, Turkey.