

**TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YEREL DEĞİŞKENLERE BAĞLI CEBİRSEL TÜRBÜLANSA GEÇİŞ  
MODELİ**

**DOKTORA TEZİ**

**Samet Çaka ÇAKMAKÇIOĞLU**

**Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ünver KAYNAK**

**ARALIK 2017**



Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

.....  
**Prof. Dr. Osman EROĞUL**  
Müdür

Bu tezin Doktora derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

.....  
**Doç. Dr. Murat Kadri AKTAŞ**  
Anabilim Dalı Başkanı

TOBB ETÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 12115117 numaralı Doktora öğrencisi **Samet Çaka ÇAKMAKÇIOĞLU**'nun ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **"YEREL DEĞİŞKENLERE BAĞLI CE-BİRSEL TÜRBÜLANSA GEÇİŞ MODELİ"** başlıklı tezi 06.12.2017 tarihinde aşağıda imzaları olan jüri tarafından kabul edilmiştir.

**Tez Danışmanı:** **Prof. Dr. Ünver KAYNAK** .....  
Anadolu Üniversitesi

**Jüri Üyeleri:** **Doç. Dr. Murat Kadri AKTAŞ** .....  
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

**Yrd. Doç. Dr. Sıtkı USLU** .....  
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

**Prof. Dr. Nuri YÜCEL** .....  
Gazi Üniversitesi

**Prof. Dr. İsmail Hakkı TUNCER** .....  
Orta Doğu Teknik Üniversitesi



## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, alıntı yapılan kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, referansların tam olarak belirtildiğini ve ayrıca bu tezin TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Samet Çaka ÇAKMAKÇIOĞLU



## ÖZET

Doktora Tezi

YEREL DEĞİŞKENLERE BAĞLI CEBİRSEL TÜRBÜLANSA GEÇİŞ MODELİ

Samet Çaka ÇAKMAKÇIOĞLU

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ünver KAYNAK

Tarih: ARALIK 2017

Bu tez çalışmasında, 2013 yılında Baş vd. tarafından geliştirilmiş olan deneysel bağıntılara ve yerel akış bilgilerine dayalı cebirsel türbülansa geçiş modelinin bir açık-kaynak HAD yazılımı olan SU2'ya eklenmesi ve geniş bir kullanıcı kitlesine erişmesi amaçlanmıştır. Bu süreçte model boyutsuzlaştırılmış, ve bir model parametresi modelin özgün yapısına bağlı kalınarak çözüm ağından bağımsızlaştırılmıştır. Kullanılan türbülansa geçiş modelinde literatürdeki 1- ya da 2-denklemlilerden farklı olarak kesiklilik denklemi yerine kesiklilik fonksiyonu kullanılmaktadır. Modelin ana fikri, türbülansa geçiş için kesiklilik taşınım denklemleri kullanmak yerine, Spalart-Allmaras türbülans modelinin hali hazırda taşınım denklemi karakteristiği gösteren denkleminde faydalanmaktır. Bu bağlamda, Spalart-Allmaras türbülans modelinin türbülans üretim terimi, yeni geliştirilen kesiklilik fonksiyonu  $\gamma_{BC}$  yardımıyla türbülansa geçiş için belirli kriterler sağlanana kadar baskılanmaktadır. Kullanılan türbülansa geçiş modeli literatürdeki modeller gibi yerel akış değişkenlerine bağlı olup, türbülansa geçiş kriteri olarak deneysel bağıntıları temel almaktadır. Bu model, yüksek mertebeli diğer modellere göre daha az denklem çözmesinin yanı sıra daha az sayıda kalibrasyon sabitine sahiptir. Tez kapsamında, SU2 yazılımına eklenen türbülansa geçiş modeli kullanılarak, ilk olarak, sıfır ve ters basınç farklı düz levha üzeri akış deneylerinin doğrulaması yapılmış ve oldukça başarılı sonuçlar elde edilmiştir. İkinci

olarak, düşük Reynolds sayısı koşulunda test edilmiş bir kanat profili için çözümler yapılmıştır. Üçüncü olarak türbin kanatçıklarındaki akışın sayısal benzeşimi yapılmış ve böylece yeni modelin 2-boyutlu problemleri çözme kabiliyeti gösterilmiştir. Son olarak biri yüksek ses-altı Mach sayısında akış hızına sahip bir kanat, diğeri yavaş hızda dönmekte olan bir rüzgar türbini olmak üzere iki adet 3-boyutlu deney verileri, sunulan yeni model ile doğrulanmıştır. Elde edilen sonuçlara bakıldığında, yeni modelin daha az sayıda denklem çözmesi neticesinde daha az hesaplama gücü gerektirmesi, yeni modelin endüstriyel HAD uygulamalarında kullanılabilir bir seçenek olabileceğini göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Türbülans modelleme, Türbülansa geçiş modeli, Cebirsel model, SU2, Spalart-Allmaras, B-C modeli



## ABSTRACT

Doctor of Philosophy

AN ALGEBRAIC TRANSITION MODEL DEPENDING ON LOCAL VARIABLES

Samet aka ÇAKMAKÇIOĞLU

TOBB University of Economics and Technology  
Institute of Natural and Applied Sciences  
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Ünver KAYNAK

Date: December 2017

In this thesis study, the correlation-based algebraic transition model developed and validated by Bas et al. in 2013 is integrated into the open-source CFD solver called SU2 in order to reach a wide user community. In this process, the model's non-dimensionalization is modified, without changing its mechanism or approach, to decrease mesh dependency. The employed model is qualified as an algebraic model, or a zero-equation model since it includes an intermittency function in place of an intermittency equation that is found in one- or two-equation models. The basic idea behind the model is that, instead of deriving new equations for intermittency transport, existing transport terms of the Spalart-Allmaras (S-A) turbulence model can be used. To this end, the production term of the S-A model is multiplied with the proposed intermittency function  $\gamma_{BC}$ ; thereby the turbulence production is damped until it satisfies some turbulence onset requirements. The formulation also depends on local information that uses empirical correlations to detect the transition onset using less equations and less calibration constants than other higher order models. The model is first validated against some widely used zero and variable pressure gradient flat plate test cases with quite successful results. Second, the model is employed for some low Reynolds number airfoil cases with very promising results. Third, the model is applied for a turbine cascade case with success. Finally, two different three-dimensional wing flow cases were calculated under transonic and low subsonic flow conditions. To this end, the DLR-F5

wing subject to a transonic Mach number of 0.82 and the low speed NREL wind turbine flow case are simulated and good agreement with experiments are observed. The results indicate that the proposed model may become an alternative for other models as it uses less computational resources with equivalent or higher accuracy characteristics that is quite advantageous for the CFD design in industry.

**Keywords:** Turbulence modeling, Transition model, Algebraic model, SU2, Spalart-Allmaras, B-C model



## TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren, yoluma ışık tutan kıymetli hocam, danışmanım Prof. Dr. Ünver KAYNAK 'a ve resmîyette olamadıysa da yardımcı danışmanım olarak gördüğüm, çalışmalarımın zorlu anlarında desteğiyle beni cesaretlendiren değerli arkadaşım Dr. Onur BAŞ'a içten teşekkürlerimi sunarım.

TAI'de beraber çalışma fırsatı yakaladığım yakın arkadaşlarım İsmail Ozan SERT'e, Uğur YOLUM'a, İsmail Hakkı ŞAHİN'e ve Kenan DOĞAN'a manevi destekleri ve gerçek arkadaşlıkları için teşekkür ederim.

Beni bugünlere getiren, eğitim hayatım boyunca maddî ve manevî destekleriyle hep yanımda olan annem Mine ÇAKMAKÇIOĞLU'na, babam Ahmet ÇAKMAKÇIOĞLU'na ve kardeşim İzem İlayda ÇAKMAKÇIOĞLU'na en derin teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak, biricik eşim Ayça ÇAKMAKÇIOĞLU'na, uzun birlikteliğimiz boyunca gerek tez çalışmalarımda gerek iş hayatımda beni her zaman yüreklendirdiği, zaman zaman benimle beraber uykusuz kaldığı, stresli zamanlarımda en büyük destekçim olduğu ve de sayısız mutlu anımın mimarı olduğu için özel teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, bitmeyen destekleri için eşimin ailesine de teşekkür ederim.

Doktora eğitimim boyunca bana araştırma bursu sağladığı için TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi'ne teşekkür ederim. Ayrıca Makine Mühendisliği öğretim üyesi hocalarıma öğrettikleri değerli bilgiler için teşekkürlerimi sunarım.

Ülkemizin güzide şirketleri TAI ve Aselsan'a mesleğimi en güzel şekilde yapmamı sağlayacak imkanları verdikleri ve meslek hayatımda önemli tecrübeler kazandırdıkları için teşekkür ederim.

Tezimi aileme adıyorum. . .



## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> . . . . .	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b> . . . . .	<b>vi</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> . . . . .	<b>viii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> . . . . .	<b>ix</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> . . . . .	<b>xi</b>
<b>ÇİZELGE LİSTESİ</b> . . . . .	<b>xiii</b>
<b>KISALTMALAR</b> . . . . .	<b>xiv</b>
<b>SEMBOL LİSTESİ</b> . . . . .	<b>xv</b>
<b>1. GİRİŞ</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Türbülansa Geçişin Tanımı . . . . .	1
1.2 Türbülansa Geçiş Üzerine Çalışmalar . . . . .	2
1.3 Türbülansa Geçişin Fiziği . . . . .	3
1.3.1 Türbülansa geçiş mekanizmaları . . . . .	4
1.3.1.1 Doğal geçiş . . . . .	5
1.3.1.2 Doğrudan geçiş . . . . .	5
1.3.1.3 Akış kopması ile geçiş . . . . .	5
1.3.2 Türbülansa geçişi etkileyen faktörler . . . . .	6
1.4 Tezin Amacı ve Hedefi . . . . .	7
<b>2. TÜRBÜLANSA GEÇİŞİN MODELLENMESİ</b> . . . . .	<b>11</b>
2.1 Kararlılık Teorisi . . . . .	13
2.2 $e^N$ Yöntemi . . . . .	14
2.3 Düşük Reynolds Sayısı Türbülans Modelleri . . . . .	14
2.4 Kesiklilik Denklemi Modelleri . . . . .	15
2.4.1 Yerel akış değişkenlerine bağlı olmayan modeller . . . . .	15
2.4.1.1 Dhawan ve Narasimha modeli . . . . .	15
2.4.1.2 Cho ve Chung modeli . . . . .	16
2.4.1.3 Steelant ve Dick modeli . . . . .	16
2.4.1.4 Süzen ve Huang modeli . . . . .	17
2.4.2 Yerel akış değişkenlerine bağlı modeller . . . . .	17
2.4.2.1 Menter 2-denklemlerli $\gamma - Re_\theta$ modeli . . . . .	17
2.4.2.2 Menter 1-denklemlerli $\gamma$ modeli . . . . .	24
<b>3. CEBİRSEL TÜRBÜLANSA GEÇİŞ MODELİ (B-C MODELİ)</b> . . . . .	<b>29</b>
3.1 B-C Modeli Kesiklilik Fonksiyonu $\gamma_{BC}$ . . . . .	29
3.2 Türbülansa Geçiş Bağıntısı . . . . .	32
<b>4. SAYISAL YÖNTEM</b> . . . . .	<b>35</b>
4.1 Hareket Denklemleri . . . . .	35
4.2 Hareket Denklemlerinin Boyutsuzlaştırılması . . . . .	38
4.3 Reynolds-Ortalomalı Navier-Stokes Denklemleri . . . . .	39
4.4 Spalart-Allmaras (S-A) Türbülans Modeli . . . . .	41
4.5 Akış Çözücü SU2 . . . . .	43
4.5.1 SU2'nun yapısı . . . . .	44

4.5.2 SU2_CFD modülü . . . . .	45
4.6 B-C Modeli'nin SU2'ya Eklenmesi . . . . .	47
<b>5. SAYISAL BENZEŞİMLER . . . . .</b>	<b>49</b>
5.1 B-C Modelinin Kalibrasyonu . . . . .	49
5.2 Düz Levha Üzerinde Akış . . . . .	51
5.2.1 Sıfır basınç farklı düz levha akışları . . . . .	52
5.2.2 Ters basınç farklı düz levha akışları . . . . .	58
5.3 Eppler E387 Kanat Profili . . . . .	60
5.4 Tek Kademeli T106 Türbin Kanatçıkları . . . . .	64
5.5 DLR-F5 Kanadı . . . . .	67
5.6 NREL Faz VI Rüzgar Türbini . . . . .	72
<b>6. DEĞERLENDİRME ve SONUÇ . . . . .</b>	<b>77</b>
<b>KAYNAKLAR . . . . .</b>	<b>79</b>
<b>EKLER . . . . .</b>	<b>86</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ . . . . .</b>	<b>91</b>



## ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1: Düz levha üzerinde sınır tabaka gelişimi. . . . .	1
Şekil 1.2: Türbülansa geçiş yolları. . . . .	4
Şekil 2.1: Blasius sınır tabakada girdaplılık Reynolds sayısı ( $Re_v$ ) profili ve Farklı sınır tabaka şekil faktörleri (H) için girdaplılık Reynolds sayısı ( $Re_v$ ) ile momentum kalınlığı Reynolds sayısı ( $Re_\theta$ ) arasındaki göreceli hata miktarı. . . . .	18
Şekil 3.1: Türbülansa geçiş deney verileri ve bağıntıların kıyaslaması. . . . .	33
Şekil 4.1: SU2_CFD modülü sınıf hiyerarşisi. . . . .	45
Şekil 4.2: CSolver ve CVariable sınıflarının alt sınıfları. . . . .	46
Şekil 4.3: CNumerics sınıfının alt sınıfları. . . . .	47
Şekil 5.1: Düz levha üzerindeki nokta sayısı artırılarak oluşturulan çözüm ağlarıyla elde edilen sonuçların kıyaslanması. . . . .	50
Şekil 5.2: B-C modeli ve diğer modellerin çözümleri ile Schubauer-Klebanoff deney sonuçlarının kıyaslanması. . . . .	51
Şekil 5.3: Sıfır basınç farklı düz levha benzeşimleri için oluşturulan çözüm ağı ve kullanılan sınır şartları. . . . .	53
Şekil 5.4: Sıfır basınç farklı düz levha akışları için deneysel ve sayısal yüzey sürtünme katsayılarının kıyaslaması. . . . .	54
Şekil 5.5: B-C modeli ile elde edilen T3A deneyi çözümünde kesiklilik fonksiyonu ( $\gamma_{BC}$ ) dağılımı ve viskozite oranı konturu. . . . .	56
Şekil 5.6: B-C modeli ile elde edilen T3A deneyi çözümünde farklı istasyonlarda duvara dik doğrultuda alınmış $\gamma_{BC}$ profilleri. . . . .	57
Şekil 5.7: B-C modeli ile elde edilen T3A deneyi çözümünde farklı istasyonlarda duvara dik doğrultuda alınmış hız profillerinin deneysel sonuçlarla kıyaslanması. . . . .	58
Şekil 5.8: Ters basınç farklı düz levha benzeşimleri için oluşturulan örnek bir çözüm ağı ve kullanılan sınır şartları. . . . .	59
Şekil 5.9: B-C modeli ile elde edilen T3A deneyi çözümünde farklı istasyonlarda duvara dik doğrultuda alınmış hız profillerinin deneysel sonuçlarla kıyaslanması. . . . .	60
Şekil 5.10: Ters basınç farklı düz levha akışları için deneysel ve sayısal yüzey sürtünme katsayılarının kıyaslaması. . . . .	61
Şekil 5.11: E387 kanat profili ve etrafında oluşturulan çözüm ağının yakın plan gösterimi. . . . .	62
Şekil 5.12: E387 kanat profili için B-C modeli ve S-A modeli kullanılarak bulunan kaldırma ve sürükleme katsayılarının deneysel verilerle kıyaslanması. . . . .	63

Şekil 5.13: E387 kanat profili üzerinde farklı hücum açıları için sayısal ve deneysel basınç katsayısı dağılımlarının kıyaslaması. . . . .	63
Şekil 5.14: 2 derece hücum açısı için E387 kanat profili etrafındaki hız konturları, akış çizgileri ve oluşan ayrışma kabarcığı. . . . .	64
Şekil 5.15: T106 türbin kanatçığı geometrisi ve kanatçık etrafında oluşturulan çözüm ağı. . . . .	65
Şekil 5.16: T106 kanatçığı çözümünde periyodik sınır şartı uygulamasının sonucunda oluşan hız konturları. . . . .	66
Şekil 5.17: T106 kanatçığı üzerindeki deneysel ve sayısal basınç katsayısı dağılımlarının kıyaslaması. . . . .	67
Şekil 5.18: DLR-F5 kanadı için oluşturulan hesaplama alanı ve çözüm ağı. . . .	68
Şekil 5.19: DLR-F5 kanadı için kanat açıklığı boyunca seçilen istasyonlarda hesaplanan basınç katsayısı dağılımlarının deneysel verilerle kıyaslaması. . . .	69
Şekil 5.20: DLR-F5 kanadı için B-C modeli ve S-A modeli ile elde edilen yüzey sürtünmesi katsayısı konturlarının ve süblimleşme tekniği ile deneysel olarak gözlemlenen türbülansa geçiş bölgesiyle kıyaslaması. . . .	70
Şekil 5.21: DLR-F5 %80 kanat açıklığı için B-C modeli ve S-A modeli ile elde edilen yüzey sürtünmesi katsayılarının kıyaslaması. . . . .	71
Şekil 5.22: DLR-F5 kanadı yüzeyindeki sayısal olarak hesaplanan akış çizgilerinin kıyaslaması. . . . .	71
Şekil 5.23: NREL Faz VI için oluşturulan çözüm ağının kanatçık üzerindeki ve etrafındaki görünümü. . . . .	72
Şekil 5.24: NREL Faz VI için 7 m/s akış hızında farklı istasyonlardan alınmış sayısal ve deneysel basınç katsayılarının kıyaslanması. . . . .	73
Şekil 5.25: NREL Faz VI için 10 m/s akış hızında farklı istasyonlardan alınmış sayısal ve deneysel basınç katsayılarının kıyaslanması. . . . .	74
Şekil 5.26: NREL Faz VI için 7 m/s akış hızında hesaplanan yüzey sürtünmesi katsayısı konturları ve yüzey akış çizgilerinin kıyaslaması. . . . .	74
Şekil 5.27: Literatürdeki çalışmalardan 7 m/s akış hızı için derlenen bazı sonuçlar. . . . .	75
Şekil 5.28: NREL Faz VI rüzgar türbininin farklı akış hızlarında ürettiği deneysel tork değerleri ile sayısal tork değerlerinin kıyaslaması. . . . .	75



## ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 5.1: Sıfır basınç farklı ve ters basınç farklı düz levha deneyleri için rüzgar tüneli giriş koşulları ve geçiş mekanizması türleri. . . . .	52
Çizelge 5.2: Kademeli T106 türbin kanatçıkları deneyinin önemli geometrik özellikleri. . . . .	65





## KISALTMALAR

<b>HAD</b>	: Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği
<b>S-A</b>	: Spalart-Allmaras
<b>B-C</b>	: Baş-Çakmakçioğlu
<b>DLR</b>	: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (Alman Havacılık ve Uzay Merkezi)
<b>SU2</b>	: Stanford University Unstructured
<b>NREL</b>	: National Renewable Energy Laboratory (ABD Yenilenebilir Enerji Laboratuvarı)
<b>ERCOTAC</b>	: European Research Community on Flow, Turbulence and Combustion (Avrupa Akış, Türbülans ve Yanma Araştırma Topluluğu)
<b>DNS</b>	: Direct Numerical Simulation (Doğrudan Sayısal Benzeşim)
<b>LES</b>	: Large Eddy Simulation (Büyük Girdap Benzeşimi)
<b>NACA</b>	: National Advisory Committee for Aeronautics (NASA eski adı)
<b>SST</b>	: Shear Stress Transport
<b>RANS</b>	: Reynolds-Averaged Navier-Stokes (Reynolds-ortalımalı Navier-Stokes)



## SEMBOL LİSTESİ

Bu çalışmada kullanılmış olan simgeler açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

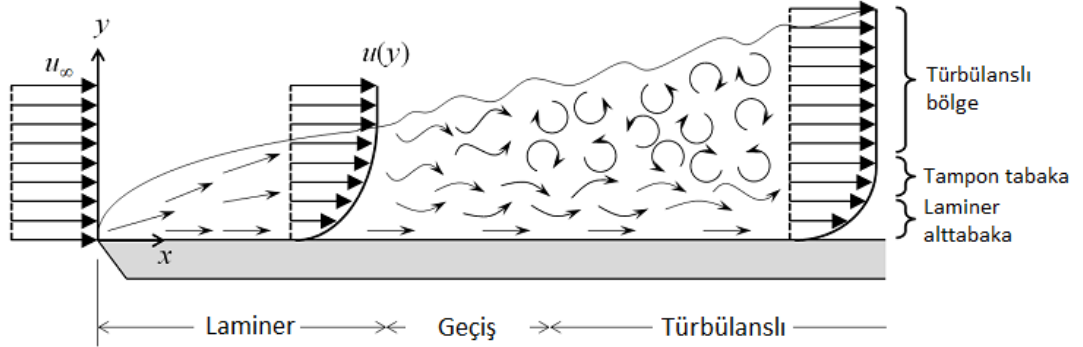
<b>Simgeler</b>	<b>Açıklama</b>
$c_p$	Sabit basınçta özgül ısı
$c_v$	Sabit hacimde özgül ısı
$E$	Toplam enerji
$H$	Sınır tabaka hız profili şekil faktörü
$M$	Mach sayısı
$P$	Basınç
$T$	Sıcaklık
$R$	Evrensel gaz sabiti
$S$	Gerinim hızı büyüklüğü
$y^+$	Duvara dik boyutsuz uzaklık
$d_w$	En yakın duvara olan uzaklık
$k$	Türbülans kinetik enerjisi
$\Omega$	Girdaplılık
$\delta$	Sınır tabaka kalınlığı
$\theta$	Momentum kalınlığı
$\delta^*$	Yerdeğiştirme kalınlığı
$\rho$	Yoğunluk
$\gamma$	Özgül ısıların oranı / Kesiklilik
$\mu$	Moleküler viskozite
$\nu$	Kinematik viskozite
$\mu_t, \nu_t$	Türbülans viskozitesi
$\tau$	Kayma gerilimi
$c_l$	Kaldırma kuvveti katsayısı
$c_d$	Sürüklenme kuvveti katsayısı
$c_f$	Yüzey sürtünmesi katsayısı
$C_p$	Basınç katsayısı
$Re$	Reynolds sayısı
$Re_x$	x uzaklıktaki yerel Reynolds sayısı
$Re_\theta$	Momentum kalınlığı Reynolds sayısı
$Re_\nu$	Girdaplılık Reynolds sayısı
$Tu$	Türbülans yoğunluğu (%)
$x, y, z$	Kartezyen koordinat doğrultuları
$u, v, w$	Kartezyen koordinat doğrultularında akış hızı bileşenleri
$U, U_\infty$	Akış hızı büyüklüğü / Serbest akış bölgesi hızı



# 1. GİRİŞ

## 1.1 Türbülansa Geçişin Tanımı

Laminer akıştan türbülanslı akışa geçiş (transition), basitçe, akışın düzenli halden (laminer) tamamen karmaşık bir hale (türbülanslı) dönüşmesine kadar gerçekleşen süreç olarak tanımlanabilir. Bir yüzey üzerindeki akış, viskoz etkilerin fazla olduğu duvara yakın ince bölge ve viskoz etkilerin az olduğu duvardan uzak serbest akış bölgesi olarak iki kısımda incelenebilir. Viskoz etkilerin yüksek olduğu kısım 1904 yılında Ludwig Prandtl tarafından tanımlanmış ve sınır tabaka olarak adlandırılmıştır. Şekil 1.1'de bir düz levha üzerindeki sınır tabaka gelişimi şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 1.1: Düz levha üzerinde sınır tabaka gelişimi.

Sınır tabaka, akışkanın yüzey ile ilk temas ettiği ön kenarda oluşan durma noktası (stagnation point) itibariyle başlar. Akışkan, sınır tabaka içerisinde ilk olarak laminer halde, yani belli bir düzen içerisinde ilerler. Daha sonra, serbest akış bölgesi türbülans yoğunluğu, ters basınç farkı, yüzey eğriliği, yüzey pürüzlülüğü vb. dış etkilerden dolayı laminer sınır tabakada kararsızlıklar oluşmaya başlar. Bu kararsızlıklar düzenli olan akışın karmaşık hale gelmesine neden olur. İşbu süreç "türbülansa geçiş" olarak adlandırılmaktadır. Akış tamamıyla türbülanslı hale geçtiğinde, türbülansın karmaşık yapısı momentum ve enerji taşınımını artırarak sınır tabakanın yüzeye dik doğrultuda genişlemesine yol açar. Genişleyen sınır tabakada viskoz etkiler daha da baskın hale

gelerek yüzey sürtünmesi ve viskoz sürüklenme kuvvetlerinde artışa sebep olur. Momentum taşınımından dolayı yüzeye çok yakın bölgelerde momentum kaybı oluşur. Bu kayıptan dolayı akışın bazen yüzeye yakın bölgede terse döndüğü ve yüzeyden koptuğu görülebilir.

## 1.2 Türbülansa Geçiş Üzerine Çalışmalar

Türbülansa geçiş, ilk zamanlarda, bir laminer sınır tabakanın neden sonsuza kadar laminer kalamayacağını konu edinen "Hidrodinamik Kararlılık" alanının bir konusu olmuştur [1]. Bu alandaki ilk kontrollü deneylerden birisi de 1883 yılında Osborne Reynolds [2] tarafından yapılmıştır. Reynolds meşhur deneylerinde, şeffaf borular içerisinde akan, debisi kontrol edilebilen suya mürekkep zerk ederek gözlemler yapmış ve önemli bir boyutsuz parametre olan "Reynolds Sayısı"nı tanımlamıştır. İlk kuramsal çalışmalar ise 1887 yılında Lord Rayleigh'nin akışkanın sınır tabaka ortalama hız profilinin terse dönüm noktası ile akışta oluşmaya başlayan kararsızlıkları ilişkilendirmesi ile başlamıştır. 1907 yılında William Orr ve 1908 yılında Arnold Sommerfeld, yüzeye paralel laminer akışlar için sadeleştirilen Navier-Stokes denklemlerine doğrusal kararlılık teorisini uygulamışlar ve hidrodinamik kararlılık kriterleri üzerinde çalışmışlardır. Ludwig Prandtl 1921 yılında viskozitenin (bir anlamda sonlu Reynolds sayısının) sınır tabakayı kararsız hale getirebilecek parametre olduğunu gözlemlemiştir. Prandtl'in bu gözlemi, Walter Tollmien (1929) ve Hermann Schlichting'in (1935) laminer sınır tabaka içerisinde türbülansa geçişi tetikleyen Tollmien-Schlichting kararsızlık dalgalarının varlığını gösterdikleri önemli kuramsal çalışmalarının temelini oluşturmuştur [3, 4].

DeneySEL çalışmalar kısmına bakıldığında, Schubauer ve Skramstad (1947) ilk kez bir deney ile çok düşük türbülans yoğunluklarında laminer sınır tabakadaki Tollmien-Schlichting dalgalarının varlığını göstermişlerdir. Schubauer ve Klebanoff (1955) yaptığı deneylerle bir sınır tabaka içerisindeki türbülanslı nokta oluşumunu ve türbülansa geçiş sırasında türbülanslı noktaların kesikli (birbirinden bağımsız bölgelerde) yapısını ortaya koymuştur. Bunlara ek olarak 1940'lar ve 1950'lerde NACA tarafından türbülansa geçişin hava araçlarının performansına etkisini konu alan birçok deney raporu yayınlanmıştır. 1950'li yıllardan itibaren kuramsal çalışmaların odağında doğru-

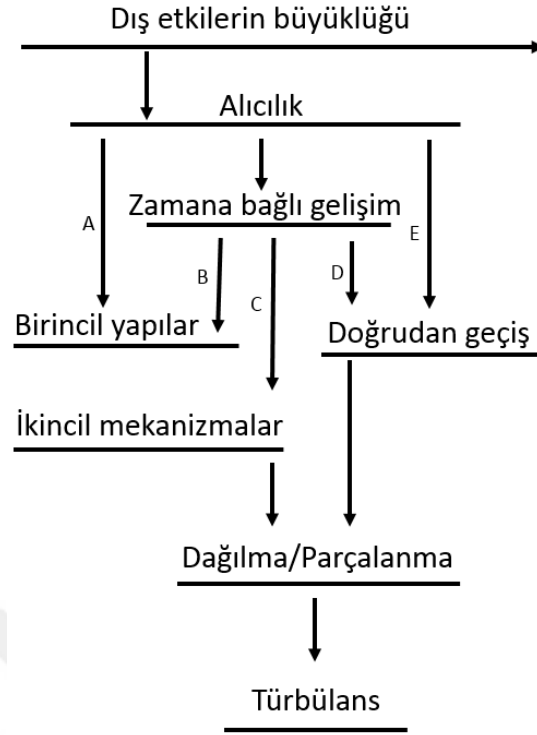


sallaştırılmış Orr-Sommerfield denklemlerinin analitik çözümü vardır. Bu çalışmalar sonunda türbülansa geçişi tahmin etmek üzere geliştirilen  $e^N$  yöntemi ortaya çıkmıştır. Bu dönemden sonra, o zamana kadar türbülansa geçişi konu alan kaliteli deneysel çalışmaların oluşturduğu bilgi havuzundan faydalanılarak, önemli sayıda bağıntı temelli türbülansa geçiş modeli türetilmiştir. Bilgisayar teknolojisinin ilerlemesiyle, ortaya konulan türbülansa geçiş modellerini doğrulama fırsatı yakalanmış, bu sayede bazı modeller endüstri uygulamalarında da kullanılmaya başlanmıştır. Günümüzde ise, karmaşık geometri yapılarında kullanılabilen, modern HAD (hesaplamalı akışkanlar dinamiği) çözücülerle bütünleştirilmiş birçok türbülansa geçiş modeli mevcut olup, bunlar tezin ileriki bölümlerinde ayrıntılandırılmıştır. Gelecekte bilgisayar teknolojisinin daha da ilerlemesiyle, aerodinamik tasarımda LES (Large Eddy Simulation) ve hatta DNS (Direct Numerical Simulation) yöntemleri endüstri standardı haline gelebilecektir.

### 1.3 Türbülansa Geçişin Fiziği

Sınır tabakada türbülansa geçiş ile ilgili tüm bilinenler bir önceki kısımda bahsi geçen deneysel ve kuramsal çalışmalardan elde edilmiştir. Türbülansa geçişin fiziği, sürecin oldukça karmaşık doğasından dolayı hala tam olarak anlaşılabilmiş değilse de Morkovin, Reshotko ve Saric [5–8] gibi araştırmacılar sürecin karmaşık mekanizmalarını açıklamaya yönelik önemli katkılar yapmışlardır. Laminer akıştan türbülanslı akışa geçiş, bir bakıma, çok karmaşık bir salıngacın (oscillator), çok küçük genlikteki rasgele bir dış kuvvete verdiği doğrusal olmayan yanıt gibi de düşünülebilir. Şekil 1.2’de dış etkilerden dolayı laminer sınır tabakanın dağılması ve türbülansa geçişin başlaması şematik olarak özetlenmiştir.

Şekil 1.2’nin en yukarısında soldan sağa gidildikçe dış etkilerin büyüklüğü artmaktadır. Bu dış etkiler türbülans yoğunluğu, yüzey pürüzlülüğü vb. gibi parametreler olabilir. Alıcılık (receptivity), Morkovin [5] tarafından ortaya atılmış bir kavram olup dış etkilerin sınır tabaka içerisine nüfuz edebilmesiyle ilintilidir. Alıcılık kavramı kararsızlıkların gelişimiyle değil, oluşumuyla ilgilenir; türbülansa geçişe neden olan dış etkilerin oluşturduğu kararsızlık dalgalarının genliği, frekansı ve fazı gibi başlangıç koşullarını dikkate alır. Alt başlıklarda incelenecek olan türbülansa geçişini etkileyen



Şekil 1.2: Türbülansa geçiş yolları.

bir çok faktör, farklı türbülansa geçiş mekanizmalarını birbirinden bağımsız veya aynı anda tetikler. Laminer sınır tabaka dağılması (breakdown), birbirinden ayrı yerlerde sabit oranda artan kesikli türbülanslı nokta oluşumu şeklinde tanımlanabilir. Deneysel çalışmalar [9] da bahsi geçen türbülanslı noktaların varlığını kanıtlamakta ve türbülanslı noktaların ilk oluşumunun akış hızındaki dalgalanmaların maksimum değerinin serbest akış bölgesi hızının yaklaşık beşte biri olduğu civarlarda başladığını öne sürmektedir. Türbülanslı nokta oluşumu hızını sayısal bir nicelik olarak tanımlamak için kesiklilik faktörü kavramı ortaya atılmış [10] ve kesiklilik faktörü ile türbülansa geçiş Reynolds sayısı ilişkilendirilmiştir. Türbülanslı nokta oluşumu başladıktan sonra bunlar akış yönünde ilerler, büyür ve en sonunda türbülansa geçiş süreci tamamlanarak akış tamamıyla türbülanslı hale gelir.

### 1.3.1 Türbülansa geçiş mekanizmaları

Laminer akıştan türbülanslı akışa geçiş mekanizmaları genel olarak üç ana başlık altında toplanmaktadır [11]. Bunlar doğal geçiş, doğrudan geçiş ve akış kopması ile geçiş şeklinde adlandırılmıştır. Son zamanlarda yapılan araştırmalar [12] bu ana mekanizma-

lara ek olarak ara mekanizmaların da var olduğunu göstermektedir. Şekil 1.2’de A ile etiketlenmiş yol doğal geçiş mekanizmasını temsil etmektedir. Aynı şekilde E ile işaretlenen yol doğrudan geçiş mekanizmasını; B, C ve D ile belirtilen yollar ise ara mekanizmaları (B ve C genelde dış akıflarda, D ise iç akıflarda görülür) göstermektedir. Aşağıda üç ana türbülansa geçiş mekanizmasıyla ilgili bilgiler verilmiştir.

### **1.3.1.1 Doğal geçiş**

Bu geçiş mekanizmasının temelinde, laminer sınır tabaka içerisinde oluşan bir boyutlu, doğrusal zayıf kararsızlıkların akış boyunca giderek gücünü artırarak iki ve sonrasında üç boyutlu kararsızlıklara dönüşmesi yatmaktadır. Laminer sınır tabaka içerisinde momentum kalınlığı Reynolds sayısının kritik bir değeri aşmasından itibaren başlayan türbülansa geçiş süreci, güçlü üç boyutlu türbülanslı noktalar oluşması ile tamamlanır ve akış tamamen türbülanslı hale gelmiş olur. Bu mekanizma ilk olarak Tollmien ve Schlichting tarafından ortaya atılmıştır [11]. Doğal geçiş mekanizması kararlılık teorisi ile iyi bir şekilde açıklanmıştır.

### **1.3.1.2 Doğrudan geçiş**

Serbest akış alanındaki yüksek türbülans yoğunluğu ve basınç farkı sebebiyle doğal geçişteki ilk iki aşamanın pas geçilerek doğrudan türbülanslı noktalar oluşumunun tetiklendiği geçiş mekanizmasıdır. Bu mekanizmayı ilk olarak 1969’da Morkovin [5] açıklamış olup, doğrudan türbülansa geçiş türbomakinelerdeki (türbin, kompresör) akıflarda sıkça görülmektedir. Son olarak, doğrudan geçiş mekanizmasında güçlü kararsızlıklar etkin olduğu için türbülansa geçişin tespitinde kararlılık teorisi uygulanamaz.

### **1.3.1.3 Akış kopması ile geçiş**

Özellikle düşük Reynolds sayılarında ve akış yönüne ters yönde güçlü basınç farkı olan durumlarda laminer akışın yüzeyden kopması söz konusu olabilmektedir. Yüzeyden kopan laminer akış türbülanslı hale gelerek tekrar yüzeye yapışmakta ve kopmayla

yapışmanın arasındaki bölgede ayrışma kabarcığı (separation bubble) adı verilen bir bölge oluşmaktadır. Ayrışma kabarcığı içerisinde gerçekleşen türbülansa geçiş mekanizmasına akış kopması ile geçiş adı verilmektedir. Ayrışma kabarcığı boyunca serbest akış bölgesi akış hızı ve basınç sabit kalmaktadır. Bazen, akış yönüne ters yönde çok güçlü basınç farkı olan durumlarda yüzeyden kopan akışın tekrar yapışmadığı da gözlemlenebilir.

### 1.3.2 Türbülansa geçişi etkileyen faktörler

Türbülansa geçiş serbest akış alanındaki basınç farkı ve türbülans yoğunluğu gibi parametrelerden önemli ölçüde etkilenmektedir. Bu parametrelerin yanı sıra yüzey pürüzlülüğü, yüzey sıcaklığı ve yüzey eğriliği de laminer akıştan türbülanslı akışa geçişi etkileyen faktörlerdendir. Aşağıda bu faktörlerin her birine kısaca değinilmiştir.

Türbülans yoğunluğunun ( $Tu$ ) yüksek olması türbülansa geçişi erkene çekmeye ve türbülansa geçiş bölgesi uzunluğunu azaltmaya yönelik etki yapar. Bu etkiler %0.02 ila %10.0 arasında değişen türbülans yoğunlukları için yapılan düz levha üzeri akış deneylerinde de gösterilmiştir.  $Tu$  değeri %1'in altında iken doğal türbülansa geçiş mekanizmasının, daha yüksek değerlerde ise doğrudan geçiş mekanizmasının baskın olduğu değerlendirilmektedir. Yapılan tüm deneysel çalışmaların derlenmesi ile kritik türbülansa geçiş momentum kalınlığı Reynolds sayısı ile türbülans yoğunluğu ilişkilendirilmiş ve türbülansa geçişin modellenmesi için değerli olan bağıntılar türetilmiştir.

Akış yönünde ters basınç farkı ( $dP/dx > 0$ ) sınır tabaka hız profiline ters yöne doğru dönmesine neden olabilmektedir. Doğrusal kararlılık teorisi temel alındığında, bu durum bir kararsızlık oluşumuna sebep olmakta ve bu da türbülansa geçişin öne çekilmesine neden olmaktadır. Bunun tersi olarak akışla aynı yöndeki basınç farkı da ( $dP/dx < 0$ ) akışın kararlılığını arttırmakta ve türbülansa geçişi ötelemektedir. Deneysel verilere göre ters basınç farkının türbülansa geçişi hızlandırma etkisi, aynı yöndeki basınç farkının türbülansa geçişi erteleme etkisinden daha fazladır. Ayrıca bir akış alanındaki türbülans yoğunluğu yüksek ise, basınç farklarının türbülansa geçiş üzerindeki etkisi oldukça düşüktür.

Yüzeydeki pürüzlülükler, 2-boyutta, pürüzlülüğü yaratan mikro-ölçekli tepeler veya

çukurlar nedeniyle kopan akışın yarattığı kararsızlıklardan dolayı türbülansa geçişi hızlandırır. Fakat, 3-boyutlu pürüzlülük türbülansa geçişi geciktirme yönünde etki de yapabilir [13, 14]. Sınır tabakada oluşan kararsızlıklar yüzey pürüzlülüklerinin doğru kullanımıyla sönmülenebilir. Yani, yüzey pürüzlülüğünün türbülansa geçişin kontrol edilmesinde kullanılabilmesi de mümkündür.

Yüzey sıcaklığı arttıkça, yüzeye yakın bölgedeki akışkanın viskozitesi değişmektedir. Değişen viskozite sınır tabaka içerisinde türbülansa geçişi tetikleyen kararsızlıkları oluşturan faktördür. Deneysel çalışmalarda elde edilen sonuçlara göre yüzey sıcaklığının artması türbülansa geçiş Reynolds sayısını düşürmektedir. Bir diğer deyişle, yüzey sıcaklığı yükseldikçe türbülansa geçiş hızlanmaktadır.

Son olarak, yüzeyin akış yönünde iç-bükümlü/dış-bükümlü şekilde eğri olması da türbülansa geçişi etkileyen faktörlerdendir. Görtler [15] iç-bükümlü yüzey eğriliği ve bunun akışta oluşturduğu kararsızlıklar ile ilgili çalışmalar yapmış olup, Görtler sayısı adı verilen boyutsuz bir parametre tanımlamıştır. Bu parametreye göre yüzey eğriliği yarıçapı azaldıkça Görtler girdapçıkları oluşmaya başlar. Görtler parametresi 1.2 değerini aştığında akış türbülanslı hale gelmiş olur. Dış-bükümlü yüzeylerin ise akışı kararlı hale getirdiği ve türbülansa geçişi ötelediği gözlemlenmiştir.

#### **1.4 Tezin Amacı ve Hedefi**

Laminer akıştan türbülanslı akışa geçiş viskoz sürüklenme katsayısı, ısı transferi, akış kopması vb. akış parametrelerini önemli ölçüde etkilemektedir. Dolayısıyla, bir akış probleminde türbülansa geçişin var olduğunu tespit edebilmek, doğru benzeşim sonuçları elde ederek doğru aerodinamik performans hesabı yapabilmek bağlamında kritik önem taşır. Türbülansa geçişin kritik olduğu uygulamalara bir örnek olarak, orta-irtifa yüksek-dayanım insansız hava araçları gösterilebilir. Bunlar nispeten yavaş hızlarda uçtukları için kanatları üzerinde türbülansa geçiş meydana gelmektedir. Türbülansa geçiş tespit edilemez ise benzeşim sonuçlarında sürüklenme katsayısında yüzde elli ve daha fazla miktarda hata yapmak olasıdır. Bu hatadan dolayı, örneğin, motor seçimi ve/veya pervane seçimi optimumdan uzak olabileceğinden havada kalma süresi gibi kritik parametreler olumsuz etkilenebilir. Bir başka örnek olarak yüksek sıcaklıklı yanma gazlarının gaz türbinlerindeki akışı verilebilir. Gaz türbini kanatçıklarının yük-

sek gaz sıcaklıklarına maruz kalması, akışın tamamıyla türbülanslı olması durumunda kanatçıkların aşırı ısınmasına neden olabilmektedir. Bu sebeple kanatçık tasarımı aşamasında yapılan akış benzeşimlerinde türbülansa geçiş modeli kullanmak doğru ısı transferi katsayılarını bulabilmek adına önemlidir. Son bir diğer örnek olarak rüzgar türbinleri gösterilebilir. Rüzgar türbini kanatları üzerindeki göreceli yavaş rüzgar hızlarından olabildiğince çok enerji üretebilmek için tasarım aşamasında türbülansa geçiş etkilerinin de göz önüne alınması gerekir.

Endüstriyel ortamda yapılan hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) analizlerinde genel olarak, akışın laminer halden türbülanslı hale geçiş sürecinin ihmal edildiği, bir diğer deyişle akışın tamamıyla türbülanslı olarak kabul edildiği türbülans modelleri kullanılmaktadır. Ticari HAD yazılımlarında bulunan ve yaygın bilinen türbülansa geçiş modelleri ise, türbülans modellerinde kullanılan denklemlerin üzerine iki ek denklem daha çözülmesini gerektirdiği için çözüm sürelerini uzatmaktadır. Bu durum, çok miktarda sayısal benzeşime ihtiyaç duyulan endüstriyel uygulamalarda kaynak kayıplarına ya da zaman kaybına neden olmaktadır.

Bu tez çalışması kapsamında, Baş vd. [16] tarafından geliştirilmiş olan 1-denklemlilik S-A türbülans modelinin türbülans üretim terimini kontrol eden cebirsel türbülansa geçiş modeli, açık-kaynak kodlu HAD yazılımı olan SU2'ye eklenmiştir. Modelin çözüm ağına olan bağımlılığının düşürülmesi amacıyla formülasyonda özgün işleyiş mantığına ve uygulanış şekline sadık kalan uyarlamalar yapılmıştır. Boyutsuzlaştırma sırasında yapılan değişiklikler sebebi ile düz levha üzeri akışlarını içeren bir test koşulu kullanılarak kalibrasyon katsayıları da yenilenmiştir. Çalışmalar sonucunda elde edilen bu formülasyona B-C (Baş-Çakmakçioğlu) modeli adı verilmiştir.

B-C türbülansa geçiş modeli, ticari yazılımlardaki muadillerine ( $k - \omega$  SST ile birleştirilen  $\gamma - Re_\theta$  türbülansa geçiş modeli) göre 2-boyutlu bir problem için 8 denklem yerine (1 süreklilik + 2 momentum + 1 enerji + 2 türbülans modeli + 2 türbülansa geçiş modeli) 5 denklem (1 süreklilik + 2 momentum + 1 enerji + 1 türbülans taşınımı); 3-boyutlu bir problem için ise 9 denklem yerine 6 denklem çözmektedir. Azaltılan denklem sayısı, Bölüm 5'deki sayısal benzeşimlerde elde edilen sonuçlar göz önüne alındığında doğrulukta düşüşe neden olmazken, çözüm sürelerinde %20'ler civarında iyileşmeye katkı sağlamıştır. Bu yüzden, B-C türbülansa geçiş modelinin, türbülansa

geçiş görülebilecek akış durumları için endüstriyel ortamda kullanılabilir iyi bir seçenek olduğu değerlendirilmektedir.







## 2. TÜRBÜLANSA GEÇİŞİN MODELLENMESİ

Türbülansa geçiş modellemesinde dört ana yöntemden bahsedilebilir [17]. Bunlardan ilki "Kararlılık Teorisi"nin kullanılmasına dayanan bir yöntemdir. Bu yöntemde kararlılık denklemleri akış yönünde belirli istasyonlarda çözümlenerek türbülansa geçişin başladığı nokta tahmin edilmeye çalışılır. Kararlılık denklemleri çözülmeye başlamadan evvel ortalama akış alanı çözümünün elde edilmiş olması gerekmekte olup, bu yöntem türbülansa geçişin başladığı noktayı tahmin etmekten öte bir bilgi sağlayamamaktadır. İkinci yöntem, deneysel sonuçların  $e^N$  formunda bir bağıntı haline getirilmesi ile ortaya çıkan " $e^N$  yöntemi"dir [18]. Bu yöntemde de ilkinde olduğu gibi ortalama akış alanının önceden çözülmüş olması gerekmektedir. Ayrıca bu yöntem, modern HAD çözücülerde uygulanamamaktadır. Üçüncü yöntem olarak "Düşük Reynolds Sayısı Türbülans Modelleri"nden bahsedilebilir [19]. Bu türbülans modelleri düşük Reynolds sayıları için farklı duvar yakını sönümlenme fonksiyonları sayesinde kısmen başarılı olsalar da tutarlı bir fiziksel temele sahip olmayıp, türbülansa geçiş tahmini konusunda tesadüfen iyi sonuçlar verdiği düşünülmektedir. Son olarak, akışın laminar ve türbülanslı kısımlarının birbiriyle harmanlanabilmesini sağlayan "kesiklilik (intermittency) denklemi" yöntemi mevcuttur. Bu konsept, ilk olarak Emmons [20] tarafından, akışın belli bir bölgede türbülanslı olma olasılığını hesaplayacak olan kesiklilik fonksiyonu ( $\gamma$ ) tanımlanması ile ortaya çıkmıştır.

Kesiklilik denklemi yöntemi türbülansa geçişin modellenmesinde oldukça başarılı bir yöntem olmasından dolayı özel olarak ele alınabilir. 1957'de Narasimha [10, 21] deneysel gözlemlerden yola çıkarak türettiği sabit bir türbülanslı nokta yayılım parametresi kullanarak bir kesiklilik fonksiyonu tanımlamıştır. 1971'de Chen ve Thyson [22] değişken serbest akış bölgesi hızının türbülanslı nokta yayılma hızına etkisini de hesaba katarak yeni bir kesiklilik fonksiyonu ortaya atmıştır. 1995'de Solomon [23] bu modeli bir adım daha ileri götürerek türbülanslı nokta yayılım parametresini yerel basınç farkı ile ilişkilendirerek kesiklilik fonksiyonu yaklaşımını bir adım daha öteye taşımıştır. Bahsi geçen bu fonksiyonların ardından 1996'da Steelant ve Dick [24] daha

önce Dwahan ve Narasimha [10] tarafından tanımlanan kesiklilik fonksiyonunun bir benzerini kaynak terim olarak kullanan bir "kesiklilik taşınım denklemi" ortaya atmıştır. Steelant ve Dick bu model ile sıfır basınç farklı ve ters basınç farklı akışlarda türbülansa geçiş hesaplamaları yapmıştır. 1992'de Cho ve Chung [25]  $k - \varepsilon - \gamma$  modelini ortaya atmıştır. Bu model  $k - \varepsilon$  türbülans modeline bir kesiklilik denklemi eklenmesi ile ortaya çıkmış olup, serbest kayma akışı hesaplamalarında gerçekçi bir kesiklilik dağılımı elde edilmesini sağlamıştır. 1999'da Süzen ve Huang [26], Steelant ve Dick [24] ile Cho ve Chung'un [25] modellerinin iyi özelliklerini birleştirerek kesiklilik taşınım denklemini geliştirmiş ve çok çeşitli akış koşullarında başarılı sonuçlar elde etmişlerdir. Süzen ve Huang'ın modelinde türbülansa geçişin başladığı nokta yeni bir deneysel bağıntı ile hesaplanmaktadır. Bu modelde "momentum kalınlığı Reynolds sayısı" ( $Re_\theta = \frac{\rho U \theta}{\mu}$ ) adı verilen integral bir parametreye ihtiyaç duyulmaktadır. Momentum kalınlığı Reynolds sayısı integral bir parametre olduğu için ( $\theta$ , sınır tabaka momentum kalınlığı), bu model yalnızca iki boyutu akışların çözümünde kullanılabilir. Son olarak, modelin başarısına rağmen, karmaşık geometriler için modelde ihtiyaç duyulan sınır tabaka kalınlığını hesaplamak zor olduğundan, modelin günümüz modern Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes (RANS) çözücülerle bütünleştirilmesi oldukça zordur.

Deneysel bağıntılar ile birleştirilmiş kesiklilik taşınım denklemi yaklaşımının başarısının ardından, RANS çözücülerle birleştirmek üzere birçok başarılı model ortaya çıkmıştır. Bunlardan en önemlisi 2004 yılında Menter vd. [27] tarafından ortaya atılan, integral parametreler yerine yerel akış değişkenlerinin kullanıldığı "mühendislik geçiş modeli"dir (biraz daha geliştirilmiş hali için [28] incelenebilir).  $\gamma - Re_\theta$  modeli olarak da bilinen bu iki-denklemlilik türbülansa geçiş modelinin ardından başka iki-ve üç-denklemlilik modeller de literatüre girmiştir. Bu modellerin en bilinenleri arasında Walters-Leylek'in [29] ve Walters-Cokljat'ın [30] fiziksel temellere dayanan  $k - k_L - \omega$  modelleri, Lodefier vd.'nin [31] yakın/serbest akış bölgesi kesiklilik denklemi modeli, Fu ve Wang [32, 33]  $k - \omega - \gamma$  modeli sayılabilir. Ayrıca Menter vd.'nin [27] modelinin üzerine farklı fiziksel olayların etkisinin de hesaba katılmasını amaçlayan modeller de türetilmiştir. Bunlara örnek olarak, modele çapraz akış (cross-flow) etkisini ekleyen Grabe ve Krumbein [34], yüzey pürüzlülüğü etkisini ekleyen Dassler vd. [35] ve sıkıştırılabilirlik etkilerini ekleyen Kaynak [36] modelleri verilebilir. Ayrıca

yakın zamanda Menter, iki-denklemlı  $\gamma - Re_\theta$  modelını sadeleştirerek tek denklemlı  $\gamma$  modelını [37] ortaya atmış ve iki denklemlı modeli ile elde ettiklerine oldukça yakın sonuçları sadece bir denklemlle elde edebilmiştir. Son olarak Kubacki vd. [38] cebirsel bir geçiş modeli ortaya atmış ve akış fiziğine sadık kalındığı müddetçe yüksek mertebeli yöntemler ile benzer sonuçlar alınabileceğini göstermiştir.

## 2.1 Kararlılık Teorisi

Kararlılık teorisi kısaca laminer sınır tabaka içerisindeki düzensizliklerin ilk artmaya başladığı noktayı tahmin etmek için kullanılan bir teoridir. Bu teori denklemler akışkan özelliklerinin sabit kabul edilmesi ve sıkıştırılmaz akış varsayımları ile türetilmiştir [39].

Kararlılık teorisinde bir akış alanındaki ortalama akış değişkenleri  $Q$  ile, akışa dayatılan kararsızlıklar  $Q'$  ile gösterilir. Akış değişkenleri  $Q + Q'$  şeklinde yazılır ve Navier-Stokes denklemlerine yerleştirilir. Elde edilen denklemlerden  $Q$  içeren terimler çıkarılır ve böylece denklemlerde tek bilinmeyen  $Q'$  olarak kalır. Doğrusal olmayan bu denklemler, dayatılan kararsızlıkların kk olduğu varsayımı sayesinde yüksek mertebeli  $Q'$  terimlerinden arındırılarak doğrusal hale getirilir. Bir problem için elde edilen zmler kullanılarak uygulanan prosedür sonucunda elde edilen denklemler zamana bağlı olarak snmleniyor ise problem kararlı; aksi halde ise problem kararsızdır denir.

Kararlılık teorisi bir akışın kararsız hale geçtiği en düşük Reynolds sayısını tahmin etmekte kullanılabilir. Fakat bu bilgi tek başına akışın laminer halden türbülanslı hale geçtiği noktayı vermeyebilir. Kararsızlıkların başladığı nokta, türbülansa geçişin başlayabileceğini işaret etmekten öteye gitmez. Tipik olarak, türbülansa geçişin, kararsızlıkların başladığı noktadan çok daha ileride gerçekleştiği gözlemlenmiştir. Ayrıca bu teori, türbülansa geçişin serbest akış bölgesindeki türbülans yoğunluğu ve basınç farkı gibi parametrelerden önemli lde etkilendiğini göz ardı eder. Dolayısıyla, türbülansa geçiş ile ilgili olarak tam bir sonuç elde edilememiş olur.

## 2.2 $e^N$ Yöntemi

$e^N$  yöntemi yukarıda bahsedilen kararlılık teorisi temelleri üzerine kurulmuş olup, bir akıştaki hız ve sıcaklık profillerinin 2-boyutlu olduğu, zamana bağlı değişmediği, başlangıçtaki düzensizliklerin çok küçük olduğu ve sınır tabakanın ince olduğu varsayımları yapılarak türetilmiştir. Bu yöntemde, bir yüzey üzerindeki akış için elde var olan hız ve sıcaklık profili bilgisinden yola çıkılarak Orr-Sommerfield özdeğer denklemleri çözülür ve düzensizliklerin artış oranı hesaplanır. Düzensizliklerin ilk artmaya başladığı noktadan itibaren bu artış oranının integralinin alınması ile bir yükseltme faktörü ( $\tilde{n}$ ) elde edilir. Yükseltme faktörünü ( $\tilde{n}$ ) bulmak için kullanılan özdeğer denklemlerini çözmek zaman alıcı olduğu için deneysel  $\tilde{n}$  formülleri de ortaya atılmıştır. Aşağıda verilen Denklem 2.1, 2.2 ve 2.3 kullanılarak  $\tilde{n}$  hesaplanabilir [39].

$$\tilde{n} = \frac{d\tilde{n}}{dRe_\theta}(H)[Re_\theta - Re_{\theta 0}(H)] \quad (2.1)$$

Yukarıdaki denklemde  $\theta$  sınır tabaka momentum kalınlığı,  $Re_\theta$  momentum kalınlığı Reynolds sayısı,  $Re_{\theta 0}$  kritik Reynolds sayısı ve  $H$  ise şekil faktörü olarak adlandırılır.  $H$  değerinin sabit olduğu yaklaşımları yapılırsa Denklem 2.2 elde edilir.

$$\frac{d\tilde{n}}{dRe_\theta} = 0.01 \{ [2.4H - 3.7 + 2.5 \tanh(1.5H - 4.65)]^2 + 0.25 \}^{\frac{1}{2}} \quad (2.2)$$

Son olarak, Denklem 2.1'de geçen  $Re_{\theta 0}$  Denklem 2.3'te verildiği gibi hesaplanır.

$$\log Re_{\theta 0} = \left( \frac{1.415}{H-1} - 0.489 \right) \tanh \left( \frac{20}{H-1} - 12.9 \right) + \frac{3.295}{H-1} + 0.440 \quad (2.3)$$

Hesaplama sonucunda elde edilen yükseltme faktörü ( $\tilde{n}$ ), eşik değer olan  $N$  sayısını aştığı zaman akışın türbülansa geçtiği söylenebilir. Uygulamalarda genellikle  $N = 9$  değeri kullanılmakla beraber, akışta meydana gelen kararsızlıkları arttırmaya ya da azaltmaya yönelik etkilere göre  $N$  değeri de artırılır ya da azaltılır [18].

## 2.3 Düşük Reynolds Sayısı Türbülans Modelleri

Düşük Reynolds Sayısı türbülans modellerinin [19, 40] çoğu türbülansa geçişi tespit edebilmek için duvar kenarı sönmüleme fonksiyonlarını kullanır. Bu modeller serbest

akış bölgesindeki türbülansın sınır tabakaya nüfuz ettirilmesini ve bunun türbülans modelinin kaynak terimleriyle ilişkilendirilmesini sağlayarak türbülansa geçişi tahmin etmeye çalışır. Bu nedenle, bu modeller daha çok doğrudan türbülansa geçiş mekanizmasının baskın olduğu akışlar için daha uygundur. Fakat bu modeller ile elde edilen sonuçlara bakıldığında zaman, gelişmekte olan laminar sınır tabaka ve laminar alt tabaka davranışlarının çok benzer olduğu, dolayısıyla bu modellerin tahmin başarısının tesadüf olduğu ve güvenilir olmadığı görülmüştür. Bunların yanı sıra bu modeller güçlü ters basınç farkı olan akışlarda ve akış kopması görülen durumlarda yeterli hassasiyete sahip değildir. Ayrıca bu modellerin akış kopması ile geçiş durumlarında yakınsama problemi olduğu bildirilmiştir [41].

## **2.4 Kesiklilik Denklemi Modelleri**

DeneySEL çalışmalar neticesinde türbülansın kesikli oluşum gösteren büyük hız ve basınç farkları ile karakterize olduğunun ortaya konmasının ardından türbülansa geçiş "kesiklilik denklemi" adı verilen ve deneySEL bulgularla paralellik gösteren ifadeler türetilerek modellenmeye çalışılmıştır. Kesiklilik denklemi modelleri, modele girdi olarak sağlanması gereken parametreler ve modelin ihtiyaç duyduğu değişkenlerin hesaplanma yöntemi göz önüne alınarak yerel akış değişkenlerine bağlı olmayan ve yerel akış değişkenlerine bağlı olan modeller şeklinde iki alt grup halinde incelenebilir. Bu modellere tezin takip eden bölümlerinde kısaca değinilmiştir.

### **2.4.1 Yerel akış değişkenlerine bağlı olmayan modeller**

#### **2.4.1.1 Dhawan ve Narasimha modeli**

Dhawan ve Narasimha [10, 21] düz levha üzerinde yapılan akış deneylerinden elde edilen sınır tabaka verilerini incelediklerinde türbülansa geçiş için bir kesiklilik fonksiyonu kullanılabileceğini gözlemlemişler ve Denklem 2.4'te verilen fonksiyonu sunmuşlardır.

$$\gamma = \begin{cases} 0 & x < x_t \\ 1.0 - \exp\left[-\frac{(x-x_t)^2 n\sigma}{U}\right] = 1.0 - \exp(-0.41\xi^2) & x \leq x_t \end{cases} \quad (2.4)$$

Denklem 2.4'de verilen kesiklilik fonksiyonunda  $x_t$  geçişin başladığı nokta,  $n$  türbülanslı nokta oluşma sıklığı,  $\sigma$  türbülanslı noktaların yayılma hızı (0.25) ve  $U$  serbest akış bölgesindeki akış hızıdır.

#### 2.4.1.2 Cho ve Chung modeli

Cho ve Chung [25] serbest kayma akışları için  $k - \varepsilon - \gamma$  türbülans modelini geliştirmişlerdir. Bu model standart  $k - \varepsilon$  türbülans modeline kesiklilik taşınım denklemi eklenmesiyle oluşturulmuştur. Modelde türbülans viskozitesi  $k$ ,  $\varepsilon$  ve  $\gamma$ 'nın bir fonksiyonu olarak tanımlanmıştır. Denklem 2.5'de kesiklilik taşınım denklemi verilmiştir.

$$u_j \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} = D_\gamma + S_\gamma \quad (2.5)$$

Denklem 2.5'deki  $D_\gamma$  difüzyon terimi ve  $S_\gamma$  kaynak terimidir. Cho ve Chung geliştirdikleri modeli kullanarak jet akışlarını çözmüşlerdir.  $k - \varepsilon - \gamma$  modeli serbest kayma akışları için oldukça gerçekçi kesiklilik profili tahminleri yapabilmesine rağmen bu model aslında türbülansa geçişi tahmin etmek üzere oluşturulmamıştır.

#### 2.4.1.3 Steelant ve Dick modeli

Steelant ve Dick [24] Navier-Stokes denklemleriyle beraber kullanmak üzere bir kesiklilik taşınım modeli geliştirmişlerdir. Steelant ve Dick, Dhawan ve Narasimha [10, 21] modelindeki kesiklilik fonksiyonunu (Denklem 2.4) akış çizgileri yönünde ( $s$ ) türevleyerek aşağıda verilen Denklem 2.6'ya ulaşmışlardır.

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u \gamma}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \gamma}{\partial y} = (1 - \gamma) \rho \sqrt{u^2 + v^2} \beta(s) \quad (2.6)$$

Denklem 2.6'daki  $\beta(s)$ , Dhawan ve Narasimha modelindeki  $(n\sigma/U)(x - x_t)$  terimini temsil etmekte olup, Denklem 2.7'deki şekilde verilmiştir.

$$\beta(s) = 2f(s)f'(s)$$

$$f(s) = \frac{as'^4 + bs'^3 + cs'^2 + ds' + e}{gs'^3 + h} \quad (2.7)$$

Denklem 2.7'deki katsayılar ise aşağıda verilmiştir.

$$a = \sqrt{\frac{n\sigma}{U}}, \quad b = -0.4906, \quad c = 0.204 \left(\frac{n\sigma}{U}\right)^{-0.5}$$

$$d = 0.0, \quad e = 0.04444 \left(\frac{n\sigma}{U}\right)^{-1.5}, \quad g = 1.0, \quad h = 10e$$

#### 2.4.1.4 Süzen ve Huang modeli

Süzen ve Huang [26], Steelant ve Dick [24] ile Cho ve Chung [25] modellerinin iyi özelliklerini birleştirerek kesiklilik taşınım denklemini geliştirmiş ve çok çeşitli akış koşullarında iyi sonuçlar elde etmişlerdir. Bu modelde kesiklilik üretimi deneysel sonuçlardan elde edilen bir bağıntıya bağlı olarak tetiklenmektedir. Bunun için momentum kalınlığı Reynolds sayısı ( $Re_\theta$ ) adı verilen ve integral bir parametre olan değişkenin hesaplanması gerekmektedir. Eğer  $Re_\theta$  değeri deneysel bağıntı vasıtasıyla elde edilen değerden büyük ise, türbülansa geçişin başlaması sağlanır. Bu model  $k - \omega$  SST [42] türbülans modeliyle birleştirilmiş olup, birçok düşük basınçlı türbin deneyinin sayısal benzeşiminde kullanılmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Yine de, bu modelde sınır tabaka kalınlığının ve yüzeye dik doğrultular boyunca alınan integrallerin hesaplanması gerektiği için, karmaşık geometrilerde ve yapısal olmayan çözüm ağlarında kullanmak üzere günümüz modern HAD yazılımlarıyla bütünleştirilmesi oldukça zordur.

### 2.4.2 Yerel akış değişkenlerine bağlı modeller

#### 2.4.2.1 Menter 2-denklemlilik $\gamma - Re_\theta$ modeli

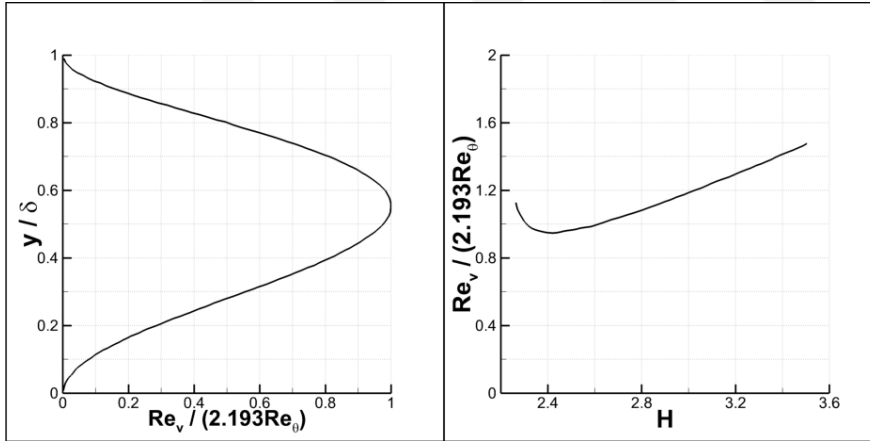
İki denklemlilik Menter  $\gamma - Re_\theta$  modelinin [27] çıkış noktası, daha önce bahsedilen, integral bir parametre olan momentum kalınlığı Reynolds sayısı ( $Re_\theta$ ) yerine, Denklem

2.8’de verilen, yerel olarak hesaplanan girdaplılık Reynolds sayısı ( $Re_v$ ) kullanılmış olmasıdır.

$$Re_v = \frac{\rho d_w^2 \Omega}{\mu} \quad (2.8)$$

Bu denklemde  $\rho$  akışkan yoğunluğu,  $d_w$  en yakın duvardan ölçülen uzaklık,  $\mu$  dinamik viskozite ve  $\Omega$  da girdaplılık olarak tanımlanır. Bir Blasius sınır tabakasında girdaplılık Reynolds sayısının ( $Re_v$ ) maksimum değerinin momentum kalınlığı Reynolds sayısı ( $Re_\theta$ ) orantılı olduğunun gözlemlenmesi [43, 44], Menter’in modelinin ortaya çıkışının altında yatan en önemli noktadır. Bahsi geçen bu iki parametre arasındaki ilişki Denklem 2.9’da verilmiş olup, Şekil 2.1’de farklı şekil faktörleri için bu iki parametre arasındaki göreceli hata oranları gösterilmiştir.

$$Re_\theta = \frac{Re_{vmax}}{2.193} \quad (2.9)$$



Şekil 2.1: Blasius sınır tabakada girdaplılık Reynolds sayısı ( $Re_v$ ) profili ve Farklı sınır tabaka şekil faktörleri ( $H$ ) için girdaplılık Reynolds sayısı ( $Re_v$ ) ile momentum kalınlığı Reynolds sayısı ( $Re_\theta$ ) arasındaki göreceli hata miktarı.

Şekil 2.1’deki grafikte görüldüğü üzere, orta şiddette basınç farkları ( $2.3 < H < 2.9$ ) için Denklem 2.9’da verilen bağıntıdaki göreceli hata oranı %10 civarındadır. Bu hata oranı, bağıntının günlük hayattaki birçok akış koşuluna uygulanarak işlemleri oldukça kolaylaştırdığı düşünülürse, kabul edilebilir seviyelerdedir.



$\gamma - Re_\theta$  modelinde  $k - \omega$  SST [42] türbülans modeline ek olarak çözülen  $\gamma$  kesiklilik taşınım denklemi türbülansa geçişi yerel akış değişkenlerini kullanarak tetiklemeye yarararken,  $Re_\theta$  türbülansa geçiş momentum kalınlığı Reynolds sayısı taşınım denklemi ise türbülansa geçişte etkin rol oynayan fakat yerel olmayan etkileri (serbest akış bölgesindeki hız, türbülans yoğunluğu ( $Tu$ ) vb.) hesaba katmakta ve bu bilgileri  $\gamma$  denkleminde aktarmakta kullanılır. Ayrıca  $Re_\theta$  denklemi türbülansa geçiş kriterlerini barındıran deneysel bağıntıların da kullanıldığı denklemdir.  $\gamma$  denkleminin çözülmesi ile elde edilen kesiklilik değeri,  $k - \omega$  SST türbülans modelinin türbülanslı kinetik enerji denklemindeki ( $k$ ) türbülans üretim teriminin aktif ya da pasif hale getirilmesinde kullanılır. Aşağıdaki kısımlarda sırasıyla  $\gamma$  kesiklilik taşınım denklemi,  $Re_\theta$  türbülansa geçiş momentum kalınlığı Reynolds sayısı taşınım denklemi ve bu denklemlerin  $k - \omega$  SST türbülans modeliyle birleştirilmesinden bahsedilecektir.

### $\gamma$ Kesiklilik taşınım denklemi

$\gamma$  kesiklilik taşınım denklemi Denklem 2.10'da verilmiştir.

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (2.10)$$

Türbülansa geçiş kaynak terimleri ve yitim terimleri 2.11-2.14 numaralı denklemlerdeki gibi tanımlanmıştır.

$$P_{\gamma 1} = F_{length} \rho S [\gamma F_{onset}]^{ca1} \quad (2.11)$$

$$E_{\gamma 1} = c_{e1} P_{\gamma 1} \gamma \quad (2.12)$$

$$P_{\gamma 2} = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} \quad (2.13)$$

$$E_{\gamma 2} = c_{e2} P_{\gamma 2} \gamma \quad (2.14)$$

Denklem 2.11'de görülen  $F_{onset}$  girdaplılık Reynolds sayısının bir fonksiyonu olup, kesiklilik ( $\gamma$ ) üretimini tetikleyen fonksiyondur.  $F_{turb}$  ise yitim terimlerini laminer sınır tabakada ya da laminer alttabakada sıfırlamak amacıyla kullanılmaktadır.  $F_{onset}$  ve  $F_{turb}$  terimleri sırasıyla 2.15 numaralı denklem seti ve Denklem 2.16'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}
Re_v &= \frac{\rho d_w^2 S}{\mu} \\
F_{onset1} &= \frac{Re_v}{2.193 Re_{\theta c}} \\
F_{onset2} &= \min(\max(F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2.0) \\
R_T &= \frac{\rho k}{\mu \omega}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

$$\begin{aligned}
F_{onset3} &= \max\left(1 - \left(\frac{R_T}{2.5}\right)^3, 0.0\right) \\
F_{onset} &= \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0.0) \\
F_{turb} &= e^{-\left(\frac{R_T}{4}\right)^4}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Denklem 2.15'deki  $Re_{\theta c}$  sınır tabaka içerisinde kesiklilik değerinin ilk üreilmeye başladığı noktayı veren kritik Reynolds sayısını ifade etmektedir. Bu terim orijinal makalede [27] verilmemiştir. Kesikliliğin ilk üretildiği nokta, türbülansa geçişin başladığı nokta olarak değerlendirilmemelidir; zira türbülansa geçişin başlaması, türbülansa geçiş Reynolds sayısı ( $Re_{\theta t}$ )  $Re_{\theta}$  denkleminde gelen değer ile birlikte belirlenmektedir. Denklem 2.11'e geri döndüğümüzde türbülansa geçiş bölgesinin uzunluğunun ne kadar olacağını belirleyen ve yine deneysel bağıntılara bağlı olan  $F_{length}$  terimi görülmektedir. Bu terim yoğun sayısal deneme-yanılma yöntemi ile elde edilen bir terim olup, orijinal makalede [27] verilmemişken daha sonra başka bir makalede açıklanmıştır [45]. Denklem 2.17 ve 2.18'de bu terimler verilmiştir.

$$Re_{\theta c} = \begin{cases} \left[ \begin{aligned} &\widetilde{Re}_{\theta t} - 396.035 \cdot 10^{-2} \\ &+ (-120.656 \cdot 10^{-4})\widetilde{Re}_{\theta t} + (868.230 \cdot 10^{-6})\widetilde{Re}_{\theta t}^2 \\ &+ (-696.506 \cdot 10^{-9})\widetilde{Re}_{\theta t}^3 + (174.105 \cdot 10^{-12})\widetilde{Re}_{\theta t}^4 \end{aligned} \right] & \widetilde{Re}_{\theta t} \leq 1870 \\ \left[ \widetilde{Re}_{\theta t} - (593.11 + (\widetilde{Re}_{\theta t} - 1870) \cdot 0.482) \right] & \widetilde{Re}_{\theta t} > 1870 \end{cases} \tag{2.17}$$

$$F_{length} = \begin{cases} \left[ 398.189 \cdot 10^{-1} + (-119.270 \cdot 10^{-4})\widetilde{Re}_{\theta t} + (-132.567 \cdot 10^{-6})\widetilde{Re}_{\theta t}^2 \right] & \widetilde{Re}_{\theta t} < 400 \\ \left[ 263.404 + (-123.939 \cdot 10^{-2})\widetilde{Re}_{\theta t} \right. \\ \quad \left. + (194.548 \cdot 10^{-5})\widetilde{Re}_{\theta t}^2 + (-101.695 \cdot 10^{-8})\widetilde{Re}_{\theta t}^3 \right] & 400 \leq \widetilde{Re}_{\theta t} < 596 \\ \left[ 0.5 - (\widetilde{Re}_{\theta t} - 596.0) \cdot 3.0 \cdot 10^{-4} \right] & 596 \leq \widetilde{Re}_{\theta t} < 1200 \\ \left[ 0.3188 \right] & 1200 \leq \widetilde{Re}_{\theta t} \end{cases} \quad (2.18)$$

Son olarak  $\gamma$  kesiklilik denkleminin çözümü için sınır şartları (1) duvara dik akı sıfır ve (2) giriş sınırında  $\gamma=1$  olarak verilir. Denklemlerde görülen tüm sabitler de aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} c_{e1} &= 1.0, & c_{a1} &= 0.5, \\ c_{e2} &= 50.0; & c_{a2} &= 0.03; & \sigma_f &= 1.0 \end{aligned}$$

### **$Re_{\theta}$ Türbülansa geçiş Reynolds sayısı taşınım denklemi**

Daha önce bahsedildiği gibi,  $Re_{\theta}$  denklemi türbülansa geçişte etkin rol oynayan fakat yerel olmayan etkileri (serbest akış bölgesindeki hız, türbülans yoğunluğu ( $Tu$ ) vb.) hesaba katmakta ve bunları sınır tabaka içerisine nüfuz ettirmekte kullanılır. Bir bakıma bu denklem, deneysel bağıntıların devreye girdiği denklemdir.  $Re_{\theta}$  türbülansa geçiş momentum kalınlığı Reynolds sayısı taşınım denklemi Denklem 2.19'da verilmiştir.

$$\frac{\partial(\rho\widetilde{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \widetilde{Re}_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \widetilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (2.19)$$

Denklemdaki kaynak terim olan  $P_{\theta t}$ , sınır tabaka dışarısındaki bölgede deneysel bağıntılarla elde edilen ve yerel akış değişkenleri ile hesaplanan  $Re_{\theta t}$  değerini, taşınan skalar büyüklük olan  $\widetilde{Re}_{\theta t}$  ile eşlemek için oluşturulmuş ve Denklem 2.20'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} P_{\theta t} &= c_{\theta t} \frac{\rho}{t} + \left( Re_{\theta t} - \widetilde{Re}_{\theta t} \right) (1.0 - F_{\theta t}) \\ t &= \frac{500\mu}{\rho U^2} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Denklem 2.20’de görülen  $F_{\theta_t}$  harmanlama (blending) fonksiyonu olup, kaynak terim  $P_{\theta_t}$ ’yi sınır tabaka içerisinde etkisiz hale getirir ve böylece taşınan skalar büyüklük  $\widetilde{Re}_{\theta_t}$ ’nin serbest akış bölgesinden içeriye nüfuz etmesini sağlar.  $F_{\theta_t}$  sınır tabaka içerisinde bir değerini, serbest akış bölgesinde ise sıfır değerini almaktadır.  $F_{\theta_t}$  Denklem 2.21’de verilenlerle hesaplanır.

$$\theta_{BL} = \frac{\widetilde{Re}_{\theta_t} \mu}{\rho U}, \quad \delta_{BL} = \frac{15}{2} \theta_{BL}, \quad \delta = \frac{50 \Omega y}{U} \delta_{BL}$$

$$Re_{\omega} = \frac{\rho \omega y^2}{\mu}, \quad F_{wake} = e^{-\left(\frac{Re_{\omega}}{1E+5}\right)^2} \quad (2.21)$$

$$F_{\theta_t} = \min \left( \max \left( F_{wake} \cdot e^{-\left(\frac{y}{\delta}\right)^4}, 1.0 - \left( \frac{\gamma - 1/c_{e2}}{1.0 - 1/c_{e2}} \right) \right), 1.0 \right)$$

$\widetilde{Re}_{\theta_t}$ ’nin çözülmesi için gereken sınır şartları olarak (1) duvarda sıfır akı ve (2) giriş sınırda türbülans yoğunluğuna ( $Tu$ ) bağlı deneysel bağıntıdan elde edilen  $Re_{\theta_t}$  değeri kullanılır.  $Re_{\theta_t}$  bağıntısı bir sonraki bölümde verilmiştir.

### Türbülansa geçiş bağıntısı

$\widetilde{Re}_{\theta_t}$  denkleminin çözümünde sınır şartı olarak kullanılan ve türbülansa geçişi tetikleyen türbülansa geçiş bağıntısı,  $Re_{\theta_t}$ , Denklem 2.22’deki gibidir.

$$Re_{\theta_t} = 803.73 [Tu + 0.6067]^{-1.027} \cdot F(\lambda_{\theta}, K) \quad (2.22)$$

Denklem 2.22’deki  $Tu$  yüzde cinsinden türbülans yoğunluğu,  $\lambda_{\theta}$  basınç farkı parametresi ve  $K$  ise akış ivmelenmesi parametresidir.  $\lambda_{\theta}$  ve  $K$  Denklem 2.23 ile hesaplanmaktadır.

$$\lambda_{\theta} = (\theta^2 / \nu) dU / ds \quad (2.23)$$

$$K = (\nu / U^2) dU / ds$$

Denklem 2.23’deki  $dU / ds$  terimi akış yönündeki ivmelenme olup,  $U$  hızının x, y ve z yönlerindeki türevlerinin toplanıp, akış yönündeki etkisinin alınması ile Denklem 2.24’teki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
U &= (u^2 + v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \\
\frac{dU}{dx} &= \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[ 2u \frac{du}{dx} + 2v \frac{dv}{dx} + 2w \frac{dw}{dx} \right] \\
\frac{dU}{dy} &= \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[ 2u \frac{du}{dy} + 2v \frac{dv}{dy} + 2w \frac{dw}{dy} \right] \\
\frac{dU}{dz} &= \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[ 2u \frac{du}{dz} + 2v \frac{dv}{dz} + 2w \frac{dw}{dz} \right] \\
\frac{dU}{ds} &= \frac{u}{U} \frac{dU}{dx} + \frac{v}{U} \frac{dU}{dy} + \frac{w}{U} \frac{dU}{dz}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

$\lambda_\theta$  ve  $K$  değerlerinin hesaplanmasının ardından Denklem 2.22'deki  $F(\lambda_\theta, K)$  terimi Denklem 2.25'teki parçalı fonksiyon kullanılarak hesaplanır.

$$F(\lambda_\theta, K) = \begin{cases} \left[ 1 - (-10.32\lambda_\theta - 89.47\lambda_\theta^2 - 265.51\lambda_\theta^3) e^{\frac{-7u}{3\theta}} \right] & \lambda_\theta \leq 0 \\ \left[ 1 + [0.0962(K \cdot 10^6) + 0.148(K \cdot 10^6)^2 + 0.0141(K \cdot 10^6)^3] \left( 1 - e^{\frac{-7u}{1.5}} \right) \right] & \lambda_\theta > 0 \\ + 0.556(1 - e^{-23.9\lambda_\theta}) e^{\frac{-7u}{1.5}} & \end{cases} \tag{2.25}$$

### $\gamma - Re_\theta$ modelinin $k - \omega$ SST modeliyle birleştirilmesi

Menter vd.'nin  $\gamma - Re_\theta$  modeli [27],  $k - \omega$  SST türbülans modeli [42] ile aşağıda verilen Denklem 2.26-2.29 kullanılarak yapılır.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \tilde{P}_k - \tilde{D}_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \tag{2.26}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega) = \alpha \frac{P_k}{\nu_t} - D_\omega + C_d \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \tag{2.27}$$

$$\tilde{P}_k = \gamma_{eff} P_k \tag{2.28}$$

$$\tilde{D}_k = \min[\max(\gamma_{eff}, 0.1), 1.0] D_k \tag{2.29}$$

Denklem 2.28 ve Denklem 2.29'da görülen  $P_k$  ve  $D_k$  terimleri, orijinal  $k - \omega$  SST türbülans modelinin türbülanslı kinetik enerji denkleminin üretim ve yitim terimleridir. Aynı denklemlerde görülen  $\gamma_{eff}$  ise türbülansa geçiş modelinden gelmektedir.

Son olarak türbülansa geçiş modelinin türbülans modeline eklendikten sonra doğru çalışabilmesi için, orijinal  $k - \omega$  SST türbülans modelinin  $k - \omega$  ve  $k - \varepsilon$  modelleri arasında geçiş yapılmasını sağlayan  $F_1$  harmanlama fonksiyonunun da değiştirilmesi gerekmektedir. Yapılan çalışmalarda  $F_1$  fonksiyonunun, laminar sınır tabaka içerisinde 1.0 değerinden 0.0 değerine dönüşebildiği gözlemlenmiştir. Bu durum, laminar ve türbülansa geçişli sınır tabaka içerisinde  $k - \omega$  modeli aktif olması gerektiğinden Denklem 2.30 kullanılarak düzeltilmiştir.

$$R_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu}, \quad F_3 = e^{-\left(\frac{R_y}{120}\right)^8}, \quad F_1 = \max(F_{1original}, F_3) \quad (2.30)$$

#### 2.4.2.2 Menter 1-denklemliler $\gamma$ modeli

Menter'in 2-denklemliler  $\gamma - Re_\theta$  modelini [27] temel alan 1-denklemliler  $\gamma$  modeli [37], 2-denklemliler modeldeki  $Re_\theta$  denkleminin kaldırılmasıyla ve türbülansa geçiş bağıntısının oldukça basitleştirilmesiyle ortaya çıkmıştır. Menter makalesinde [37], daha önce 2-denklemliler modelinde sınır tabakanın dışarısından içerisine bilgi taşıyan  $Re_\theta$  denkleminin kaldırıldığını ve bağıntıların sınır tabaka içerisinde hesaplandığını, bu yolla denklemin Galile değişmez (bir önceki bölümdeki Denklem 2.22 hıza bağlı olduğu için, akış alanındaki duvar veya duvarların hareketli olması durumunda formülasyon geçerli olmayıp, problem yaratmaktadır) hale getirildiğini ifade etmektedir. Menter, sözü geçen makalesinde, 1-denklemliler  $\gamma$  modelinin hedefini ve sağladığı avantajları aşağıdaki şekilde özetlemektedir [37]:

- 1- Yerel akış değişkenlerine bağlı formülasyon korunup, yeni bağıntılar sayesinde neredeyse tüm türbülansa geçiş mekanizmaları için çözüm yapılabilmektedir.
- 2- Denklem sayısı iki denklemden bir denklemle düşürülmüştür.
- 3- Yeni formülasyon 2-denklemliler modele göre çok büyük ölçüde sadeleştirilmiştir.
- 4- Denklem sabitleri özel uygulama alanları için çok daha kolay şekilde kalibre edilebilir hale gelmiştir. Ayrıca sabit sayısı azaltılmıştır.

Menter'in 1-denklemliler  $\gamma$  modelinde kritik türbülansa geçiş momentum kalınlığı Reynolds sayısı ( $Re_{\theta_c}$ ) cebirsel bağıntılarla elde edilmektedir. Yeni formülasyon, 2-denklemliler  $\gamma - Re_\theta$  modelindeki gibi hız terimleri içermemektedir. 1-denklemliler  $\gamma$  modeli de

$k - \omega$  SST [42] türbülans modeliyle birleştirilmiş olup, viskoz alt tabaka formülasyonu olan herhangi bir türbülans modeli ile birleştirilebileceği belirtilmiştir. Aşağıdaki bölümlerde 1-denklemlilik  $\gamma$  modelinin kesiklilik taşınım denklemi, türbülans yoğunluğu ( $Tu$ ) teriminin ve basınç farkı parametresinin ( $\lambda_\theta$ ) yerel formülasyonları, basitleştirilmiş kritik türbülansa geçiş momentum kalınlığı Reynolds sayısı bağıntısı ve  $\gamma$  modelinin  $k - \omega$  SST türbülans modeli ile birleştirilmesi verilmiştir.

### $\gamma$ Kesiklilik taşınım denklemi

$\gamma$  kesiklilik taşınım denklemi Denklem 2.31’de verilmiştir.

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (2.31)$$

Kaynak terim  $P_\gamma$ ,  $\gamma - Re_\theta$  modelindekine göre daha sadeleştirilmiş olup, yitim terimi  $E_\gamma$ ,  $\gamma - Re_\theta$  modelinin aynısıdır. Bu terimler Denklem 2.32’de verilmiştir.

$$\begin{aligned} P_\gamma &= F_{length} \rho S \gamma (1 - \gamma) F_{onset} \\ E_\gamma &= c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Denklem 2.32’de  $S$  gerinim hızı büyüklüğüdür. Kaynak terim  $P_\gamma$ ,  $F_{onset}$  fonksiyonu sayesinde türbülansa geçiş öncesinde laminer sınır tabakada sıfır değerini alıp, yerel türbülansa geçiş kriterleri sağlandığında aktif hale gelir.  $\gamma - Re_\theta$  modelinde [27] bir bağıntı halinde verilen  $F_{length}$  terimi,  $\gamma$  modelinde sabite dönüştürülmüştür.  $F_{onset}$  fonksiyonu Denklem 2.33’de,  $F_{turb}$  fonksiyonu ise Denklem 2.34’te verilmiştir.

$$\begin{aligned} R_T &= \frac{\rho k}{\mu \omega}, & Re_v &= \frac{\rho d_w^2 S}{\mu} \\ F_{onset1} &= \frac{Re_v}{2.2 Re_{\theta c}} \\ F_{onset2} &= \min(F_{onset1}, 2.0) \\ F_{onset3} &= \max \left( 1 - \left( \frac{R_T}{3.5} \right)^3, 0.0 \right) \\ F_{onset} &= \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0.0) \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$F_{turb} = e^{-\left(\frac{R_T}{2}\right)^4} \quad (2.34)$$

Bu denklemlerde  $d_w$  en yakın duvara olan uzaklık,  $\omega$  ise türbülans frekansıdır (türbülans modelinin  $\omega$  denkleminden gelir). Denklemlerde geçen sabitler aşağıda verilmiştir.

$$F_{length} = 100, \quad c_{e2} = 50, \quad c_{a2} = 0.06, \quad \sigma_\gamma = 1.0$$

Son olarak  $\gamma$  denkleminin çözümü için gereken sınır şartları (1) duvarda dik akı sıfır ve (2) girişte  $\gamma = 1$  şeklindedir. 2-denklemlili  $\gamma - Re_\theta$  modelinden [27] farklı olarak,  $\gamma$ , türbülanslı sınır tabaka içerisinde her yerde 1 değerini almak yerine, duvarda  $1/c_{e2}$  değeriyle sınırlandırılmıştır. Bu bölge viskoz alt tabaka bölgesiyle sınırlı kaldığı için,  $k - \omega$  SST türbülans modeli [42] üzerinde farkedilebilir ölçüde bir etki yapmamaktadır.

### Türbülansa geçiş bağıntısı

2-denklemlili  $\gamma - Re_\theta$  modelinde [27] olduğu gibi, 1-denklemlili  $\gamma$  modelinde de herhangi bir deneysel türbülansa geçiş bağıntısı kullanılabilir.  $\gamma - Re_\theta$  modelindeki bağıntılar çok karmaşık olduğu için, Menter bu modelinde Denklem 2.35'te verilen basitleştirilmiş bir bağıntı önermiştir.

$$Re_{\theta c}(Tu_L, \lambda_{\theta L}) = 100 + 1000 \exp[-Tu_L F_{PG}(\lambda_{\theta L})] \quad (2.35)$$

Denklem 2.35'te görülen  $Tu_L$  yerel türbülans yoğunluğu,  $F_{PG}$  ise basınç farkı için geliştirilen bir fonksiyondur.  $Tu_L$  Denklem 2.36'da,  $F_{PG}$  ise Denklem 2.37'de verilmiştir.

$$Tu_L = \min \left( 100 \frac{\sqrt{2k/3}}{\omega d_w}, 100 \right) \quad (2.36)$$

$$F_{PG}(\lambda_{\theta L}) = \begin{cases} \min(1 + 14.68\lambda_{\theta L}, 1.5) & \lambda_{\theta L} \geq 0 \\ \min(1 - 7.34\lambda_{\theta L}, 3.0) & \lambda_{\theta L} < 0 \end{cases} \quad (2.37)$$



Denklem 2.37'deki  $\lambda_{\theta L}$  basınç farkı parametresi olup Denklem 2.38'deki gibi tanımlanmıştır.

$$\lambda_{\theta L} = -7.57 \times 10^{-3} \frac{dV}{dy} \frac{d_w^2}{v} + 0.0128 \quad (2.38)$$

### $\gamma$ modelinin $k - \omega$ SST modeliyle birleştirilmesi

1-denklemlilik  $\gamma$  modeli de 2-denklemlilik  $\gamma - Re_{\theta}$  modeline benzer şekilde  $k - \omega$  SST türbülans modeliyle birleştirilmiştir. Oluşan yeni denklemler Denklem 2.39-2.42 ile verilmiştir.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \tilde{P}_k + P_k^{lim} - \tilde{D}_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega) = \alpha \frac{P_k}{\nu_t} - D_{\omega} + C d_{\omega} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \sigma_{\omega} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (2.40)$$

$$\tilde{P}_k = \gamma P_k \quad (2.41)$$

$$\tilde{D}_k = \max(\gamma, 0.1) D_k \quad (2.42)$$

Denklem 2.39'da görülen  $k$  denklemine eklenen  $P_k^{lim}$  terimi, çok düşük türbülans yoğunluğu değerleri (sıfır dahil) için yeterli miktarda  $k$  üretimi gerçekleşebilmesini garanti altına almak için koyulmuş olup Denklem 2.43'teki gibi hesaplanır.

$$F_{on}^{lim} = \min \left( \max \left( \frac{Re_{\nu}}{2200} - 1.0, 0 \right), 3.0 \right) \quad (2.43)$$

$$P_k^{lim} = 5 \max(\gamma, 0.0) (1 - \gamma) F_{on}^{lim} \max(3\mu - \mu_t, 0.0) S \Omega$$



### 3. CEBİRSEL TÜRBÜLANSA GEÇİŞ MODELİ (B-C MODELİ)

2013 yılında Baş vd. [16] tarafından geliştirilmiş ve bu tez çalışması kapsamında boyutsuzlaştırılmasında değişiklikler yapılmış olan B-C (Baş - Çakmakçioğlu) cebirsel türbülansa geçiş modelinde literatürdeki 1- ya da 2-denklemlilerden farklı olarak kesiklilik denklemi yerine kesiklilik fonksiyonu kullanılmaktadır. B-C modelinin ana fikri, türbülansa geçiş için kesiklilik taşınım denklemleri kullanmak yerine, Spalart-Allmaras türbülans modelinin [46] hali hazırda taşınım denklemi karakteristiği gösteren denklemden faydalanmaktır [16]. Bu bağlamda, Spalart-Allmaras türbülans modelinin türbülans üretim terimi, yeni geliştirilen kesiklilik fonksiyonu  $\gamma_{BC}$  yardımıyla türbülansa geçiş için belirli kriterler sağlanana kadar baskılanmaktadır. B-C modeli de literatürdeki modeller gibi yerel akış değişkenlerine bağlı olup, türbülansa geçiş kriteri olarak deneysel bağıntıları temel almaktadır. B-C modeliyle ilgili detaylar ilgili alt başlıklarda sunulmuştur.

#### 3.1 B-C Modeli Kesiklilik Fonksiyonu $\gamma_{BC}$

B-C modeli S-A türbülans modelinin üretim terimine bir çarpan olarak Denklem 3.1'de gösterilen şekilde eklenmektedir.

$$\frac{D\tilde{v}}{Dt} = \gamma_{BC}P_v - D_v + \frac{1}{\sigma} \left[ \nabla((v + \tilde{v})\nabla\tilde{v}) + c_{b2}(\nabla\tilde{v})^2 \right] \quad (3.1)$$

$\gamma_{BC}$  kesiklilik fonksiyonu, belirli bir türbülansa geçiş kriteri sağlanmadığı sürece türbülans üretim terimini baskılamak üzere tasarlanmıştır. Türbülansa geçiş kriteri sağlanmadığında  $\gamma_{BC} = 0$  olmakta ve türbülans üretilmemektedir. Türbülansa geçiş kriteri sağlandıktan sonra ise,  $\gamma_{BC} = 1$  olmakta ve böylece B-C modelinin türbülans üretimini baskılama görevi sona ermekte; sonuç olarak da akışın tamamıyla türbülanslı hale geçmesine izin verilmektedir.

B-C modelinin kesiklilik fonksiyonu  $\gamma_{BC}$  Denklem 3.2'de verilmiştir.

$$\gamma_{BC} = 1 - \exp(-\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}) \quad (3.2)$$

Denklem 3.2'deki  $T_1$  terimi Denklem 3.3'teki gibi tanımlanmıştır.

$$T_1 = \frac{\max(Re_\theta - Re_{\theta_c}, 0.0)}{\chi_1 Re_{\theta_c}} \quad (3.3)$$

Denklem 3.3'te görülen  $Re_\theta$  Denklem 3.4'teki gibidir.

$$Re_\theta = \frac{Re_v}{2.193}, \quad Re_v = \frac{\rho d_w^2}{\mu} \Omega \quad (3.4)$$

Denklem 3.3 ve 3.4'te geçen  $\rho$  akışkan yoğunluğu,  $\mu$  moleküler viskozite,  $\Omega$  girdaplılık,  $d_w$  en yakın duvardan ölçülen uzaklık olarak tanımlanmaktadır. Denklemlerde yer alan 2.193 katsayısı, Bölüm 2.4.2.1'de de verildiği üzere, momentum kalınlığı Reynolds sayısı ( $Re_\theta$ ) ile girdaplılık Reynolds sayısını ( $Re_v$ ) ilişkilendiren katsayıdır.  $Re_{\theta_c}$  kritik momentum kalınlığı Reynolds sayısı olup, türbülansa geçiş deneylerinden elde edilen sonuçlar ile elde edilen bir bağıntıdır. Son olarak, denklemdeki  $\chi_1$  kalibrasyon sabitidir.

$T_1$  terimi fiziksel olarak akış alanında yerel olarak hesaplanabilen bir büyüklük olan  $Re_v$  ve bunu kullanarak hesaplanan  $Re_\theta$  ile, deneysel bağıntıya dayanan  $Re_{\theta_c}$ 'yi kıyaslayan ve türbülansa geçişin başlayıp başlamayacağını kontrol eden bir parametredir. Başka bir deyişle momentum kalınlığı Reynolds sayısı kritik bir değeri aştığında  $T_1$  terimi sıfırdan büyük bir değer olacak, dolayısıyla  $\gamma_{BC}$  da sıfırdan büyük bir değer olarak, türbülans üretimini tetikleyecektir. Fakat, Denklem 3.4'te görülebileceği üzere  $Re_v$ , en yakın duvardan ölçülen uzaklığın ( $d_w$ ) bir fonksiyonudur. Bu yüzden, duvara yakın bölgelerde (sınır tabaka içerisinde)  $Re_v$  çok küçük değerler alır. Bunun sonucunda  $T_1$  terimi o bölgelerde sıfır değerini alır; yani sınır tabaka içerisinde türbülans üretimi gerçekleşemez. Bu sorunu çözmek için,  $T_1$  terimi tarafından üretilmeye başlanan kesikliliği sınır tabaka içerisine nüfuz ettirebilecek şekilde bir  $T_2$  terimine ihtiyaç duyulmuştur. Bu terim Denklem 3.5'teki gibi tanımlanmıştır.

$$T_2 = \frac{\max(v_{BC} - \chi_2), 0.0}{\chi_2} \quad (3.5)$$

Bu tez çalışmasında, yukarıdaki denklemde görülen  $v_{BC}$ , çözüm ağı bağımlılığını azaltmak amacıyla önceki çalışmada [16] geliştirilen orijinal terimden ( $v_{tr} = 0.001/Re$ ) farklı olarak Denklem 3.6'daki ifade ile hesaplanmaktadır.

$$v_{BC} = \frac{v_t}{U d_w} \quad (3.6)$$

Denklem 3.5 ve 3.6'da geçen  $v_t$  türbülans viskozitesi,  $U$  yerel hız büyüklüğü,  $d_w$  en yakın duvardan ölçülen mesafe ve  $\chi_2$  kalibrasyon sabitidir.  $T_2$  terimi kullanılarak yerel olarak hesaplanan boyutsuz  $v_{BC}$  terimi  $\chi_2$  sabiti ile kıyaslanır ve sınır tabaka içerisine nüfuz edebilecek miktarda viskozite seviyesi oluşup oluşmadığına bakılır. Burada,  $\chi_2$  sabiti bir bakıma Menter modelinin girdilerinden biri olan  $\mu_t/\mu$  (turbulent viscosity ratio) değeri gibi de düşünülebilir. Eğer yerel olarak hesaplanan  $v_{BC}$  değeri  $\chi_2$  sabitinden büyük olursa, sınır tabaka içerisinde de türbülans üretimi başlar ve akış tamamıyla türbülanslı hale geçer.

Yeni öne sürülen boyutsuz  $v_{BC}$  denkleminde yer alan yerel hız büyüklüğü  $U$ , B-C modelinin Galile değişmez olmamasına sebep olmaktadır. Diğer bir deyişle, eğer akış alanında hareket eden bir ya da daha çok duvar var ise, bu durumda bu duvarlar arası bağıl hızlardan dolayı denklem geçerli olmayabilir. Aynı durum daha önce detayları verilen Menter'in 2-denklemlilik  $\gamma - Re_\theta$  [27] modelinde de görülmekte olup çok da büyük bir sorun yaratmamaktadır; çünkü akış her daim bir duvara göre tanımlanmaktadır. Yine de B-C modeli kullanılırken, aynı akış alanında birden fazla hareket eden duvar olması durumunda dikkatli olunmalıdır.

Son olarak okuyucunun fark edebileceği üzere, B-C modelinde türbülansa geçiş uzunluğu ile ilgili bir bağıntı yoktur. Bu sebepten dolayı B-C modeliyle elde edilen sonuçlarda türbülansa geçişin ani bir şekilde ve çok dik gerçekleştiği görülmektedir. Menter vd.'nin 2-denklemlilik  $\gamma - Re_\theta$  modelinde [27]  $F_{length}$  şeklinde verilen ifade, türbülansa geçişin ne kadar uzunlukta süreceğini belirlemeye çalışan karmaşık bir ifadedir. Menter'in son çalışması olan 1-denklemlilik  $\gamma$  modelinde [37] ise,  $F_{length}$  ifadesi bir sabit haline getirilmiştir. Başka bir deyişle, Menter de son çalışmasında karmaşık türbülansa geçiş uzunluğu ifadesinden vazgeçmiş ve modelini ani türbülansa geçiş modeli haline getirmiştir. Model kalibrasyonu kısmında bu konuya bir örnek üzerinde kısaca tekrar değinilecektir.

### 3.2 Türbülansa Geçiş Bağıntısı

B-C modelinde Menter vd.'nin [27] önerdiği kritik momentum kalınlığı Reynolds sayısı ( $Re_{\theta_c}$ ) bağıntısının sıfır basınç farklı hali kullanılmıştır. Bu bağıntı Denklem 3.7'de verilmiştir.

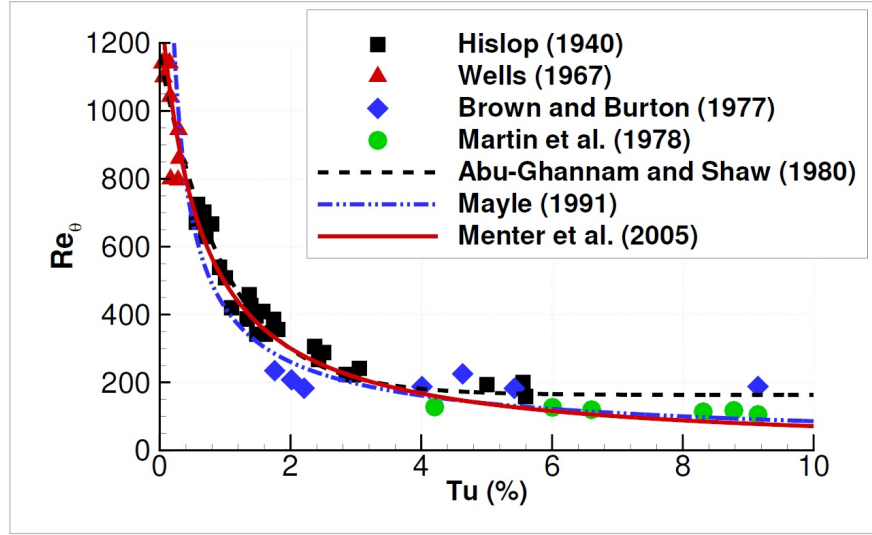
$$Re_{\theta_c} = 803.73(Tu_{\infty} + 0.6067)^{-1.027} \quad (3.7)$$

Denklem 3.7'de verilen bağıntıda  $Tu_{\infty}$  girişteki türbülans yoğunluğu olarak tanımlanmıştır. Menter vd.'nin orijinal bağıntısında [27]  $Tu$  değeri türbülanslı kinetik enerji ( $k$ ) kullanılarak yerel olarak hesaplanabilmekteyken; S-A türbülans modelinde türbülanslı kinetik enerji ( $k$ ) hesaplanmadığı için B-C modelinde girişteki  $Tu_{\infty}$  değeri, Suluksna ve Juntasaro'nun [49] da önerdiği gibi, bir sabit olarak kullanılmıştır. Aynı yaklaşım Medida'nın [50] S-A türbülans modelini Menter'in 2-denklemlilik  $\gamma - Re_{\theta}$  türbülansa geçiş modeliyle birleştirdiği çalışmada da kullanılmıştır. Aslında, türbülans yoğunluğu ( $Tu$ ) değeri akış doğrultusunda giderek yiten bir büyüklük olmasına rağmen, S-A türbülans modelinde ihmal edilen türbülanslı kinetik enerji teriminden dolayı B-C modelindeki  $Tu$  dinamik olarak değişmemektedir. Bu durum fiziksel bağlamda B-C modeli için birtakım kısıtlamalar getirirse de pratikte bu yaklaşımın büyük hatalara sebep olmayacağı çok miktarda akış problemi de vardır.

Denklem 3.7'de verilen bağıntı, literatürde sıkça kullanılan diğer bağıntıların iyi yönlerinin birleştirilmesiyle ortaya çıkarılmıştır [27]. Bu bağıntı,  $Tu$  %1'den az iken Drela  $e^N$  modeline [51],  $Tu$  %1 ila %3 iken Abu-Ghannam ve Shaw [52] bağıntısına ve son olarak  $Tu$  %3'den büyük iken Mayle [11] bağıntısına benzemektedir. Burada bahsi geçen bağıntılar sırasıyla Denklem 3.8 ve 3.9'da verilmiş olup, türbülansa geçiş deney verileri ile bu bağıntıların kıyaslaması Şekil 3.1'de gösterilmiştir.

$$Re_{\theta_c} = 163 + \exp(6.91 - Tu) \quad (3.8)$$

$$Re_{\theta_c} = 400Tu^{-0.625} \quad (3.9)$$



Şekil 3.1: Türbülansa geçiş deney verileri ve bağıntıların kıyaslaması.





## 4. SAYISAL YÖNTEM

### 4.1 Hareket Denklemleri

Akışkanların üç boyutta zamana bağlı hareketleri süreklilik hipotezi bağlamında Navier-Stokes denklemleri ile ifade edilmektedir. Navier-Stokes denklemleri genel manada zamana bağlı, sıkıştırılabilen ve tepkimeye girmeyen mükemmel gaz ortamından seçilen herhangi bir kapalı kontrol hacminde kütle, momentum ve enerjinin korunumu kanunlarının geçerliliğini garanti eder. Kartezyen uzayda korunumlu Navier-Stokes denklemleri vektör formunda Denklem 4.1'de verilmiştir.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x} + \frac{\partial G_i}{\partial y} + \frac{\partial H_i}{\partial z} = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} + \frac{\partial H_v}{\partial z} + S \quad (4.1)$$

Denklem 4.1'de  $Q$  korunumlu akış değişkenleri vektörü olup, indisleri  $i$  olan  $F$ ,  $G$  ve  $H$  viskoz olmayan (inviscid) akı vektörlerini, indisleri  $v$  olan  $F$ ,  $G$  ve  $H$  ise viskoz akı vektörlerini ifade etmektedir. Son olarak denklemdeki  $S$  de kontrol hacmine etkien kuvvet vektörüdür.

Korunumlu akış değişkenleri vektörü  $Q$ , Denklem 4.2'deki gibi verilmektedir.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Denklem 4.2'de  $\rho$  akışkan yoğunluğunu,  $(u, v, w)$  akışkan hızının kartezyen koordinatlarda  $(x, y, z)$  bileşenlerini ve  $E$  ise Denklem 4.3'te verilen birim hacimdeki toplam enerjii ifade eder.

$$E = \rho \left[ e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right] \quad (4.3)$$

Viskoz/viskoz olmayan akı vektörleri 4.4-4.9 numaralı denklemlerde verilmiştir.

$$F_i = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho uu + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (E + p)u \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$G_i = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho vv + p \\ \rho vw \\ (E + p)v \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho ww + p \\ (E + p)w \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \\ \tau_{zx} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{yx} + w\tau_{zx} + q_x \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{zy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{zy} + q_y \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$H_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} + q_z \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Yukarıda verilen Denklem 4.4-4.9'da geçen  $q_x$ ,  $q_y$ ,  $q_z$  terimleri iletim ile ısı transferi terimleri olup, Denklem 4.10'da görüldüğü üzere sıcaklık ( $T$ ) ve ısıl iletim katsayısının ( $k$ ) bir fonksiyonudur.

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (j = x, y, z) \quad (4.10)$$

Yine Denklem 4.4-4.9'da görülen viskoz gerilim ifadeleri ( $\tau_{ij}$ ) tensör formunda Stokes hipotezi kullanılarak Newtonsal akışkanlar için Denklem 4.11'deki gibi ifade edilmiştir.

$$\tau_{ij} = \mu \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad i = j \rightarrow \delta_{ij} = 1 \quad \text{ve} \quad i \neq j \rightarrow \delta_{ij} = 0 \quad (4.11)$$

Denklem 4.11’de yer alan moleküler viskozite ( $\mu$ ) terimi Denklem 4.12’deki Sutherland formülasyonu ile hesaplanabilir.

$$\mu = C_1 \frac{T^{3/2}}{T + C_2} \quad (4.12)$$

Denklem 4.12’deki katsayılar standart atmosferik sıcaklık ve basınçta  $C_1 = 1.4 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{ms}\sqrt{\text{K}})$  ve  $C_2 = 110.4\text{K}$  olarak verilmiştir. Yukarıda detayları verilen denklem sistemini kapatmak için ise Denklem 4.13’te verilen mükemmel gaz denklemi kullanılır.

$$p = \rho RT \quad (4.13)$$

Mükemmel gaz denklemindeki  $R$  gaz sabiti olarak adlandırılır. Bu tez kapsamındaki doğrulama benzetimlerinde standart sıcaklık ve basınçtaki hava kullanıldığı için kalorik olarak mükemmel gaz varsayımı geçerlidir. Kalorik olarak mükemmel gaz, özgül ısı katsayıları sabit olan mükemmel gaz olarak tanımlanır. Sabit hacimde özgül ısı ( $c_v$ ) ve sabit basınçta özgül ısı ( $c_p$ ) Denklem 4.14’te verilen şekilde hesaplanmaktadır.

$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1}; \quad c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (4.14)$$

Kalorik mükemmel gaz için Denklem 4.15 ve Denklem 4.16 ile verilen termodinamik nicelik eşitlikleri de geçerlidir.

$$e = c_v T \quad (4.15)$$

$$p = (\gamma - 1)\rho e \quad (4.16)$$

Yukarıdaki ifadeler yardımıyla birim kütle için iç enerjisi ( $e$ ) hesaplanabildiğine göre, Denklem 4.3’teki toplam enerji ( $E$ ) ifadesi tekrar düzenlenerek Denklem 4.17’deki gibi yazılabilir.

$$E = \frac{P}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2 + w^2) \quad (4.17)$$

Yukarıdaki denklemlerde özgül ısıların oranı ( $\gamma$ ), standart sıcaklık ve basınçtaki hava için 1.4 değerini almaktadır.

#### 4.2 Hareket Denklemlerinin Boyutsuzlaştırılması

Bir önceki bölümde verilen hareket denklemleri genelde boyutsuz hale getirilerek çözümlür. Boyutsuzlaştırılan denklemlerde tüm akış değişkenleri 0 ila 1 arasında değerler alacağından birtakım matematiksel işlemler sırasında çok büyük veya çok küçük sayılardan kaynaklanan sayısal hatalar azaltılmış olacağı gibi, Mach ve Reynolds sayısı gibi parametreler de birbirinden bağımsız şekilde değiştirilebilir. Aşağıda verilen Denklem 4.18-4.20 kullanılarak tüm bağımlı ve bağımsız değişkenler boyutsuz hale getirilebilir. Boyutsuz değişkenler (\*) kullanılarak gösterilmiştir.

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad z^* = \frac{z}{L}, \quad t^* = \frac{t}{L/V_\infty} \quad (4.18)$$

$$u^* = \frac{u}{V_\infty}, \quad v^* = \frac{v}{V_\infty}, \quad w^* = \frac{w}{V_\infty}, \quad \mu^* = \frac{\mu}{\mu_\infty} \quad (4.19)$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}, \quad p^* = \frac{p}{\rho_\infty V_\infty^2}, \quad T^* = \frac{T}{T_\infty} \quad (4.20)$$

Yukarıdaki denklemlerde  $L$  karakteristik uzunluk olup, örnek olarak bir kanat profili için veter uzunluğu kabul edilebilir.  $\infty$  sembolünün alt indis olarak kullanıldığı ifadeler ise serbest akış alanındaki akışkan için sabit alınan değerlerdir. Örneğin,  $u$ ,  $v$  ve  $w$  hız bileşenleri boyutsuzlaştırılırken  $V_\infty = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$  ifadesi kullanıldığında, serbest akış bölgesindeki boyutsuz hız 1 olacaktır. Denklem 4.18-4.20 ile verilen boyutsuz değişkenler Denklem 4.1'de yerine koyulursa, boyutsuz değişkenlerden oluşan denklem elde edilir. Boyutsuz değişkenlerden oluşan denklem boyutlu değişkenlerin kullanıldığı denklem ile aynı formda olup, sadece Denklem 4.10'da verilen ısı iletim denklemi ve Denklem 4.11'de verilen viskoz gerilim tensörü aşağıda verilen Denklem 4.21 ve Denklem 4.22'ye dönüşür.

$$q_j^* = -\frac{\mu^* M_\infty}{Re_\infty Pr(\gamma - 1)} \frac{\partial T^*}{\partial x_j^*} \quad (4.21)$$

$$\tau_{ij} = \frac{\mu^* M_\infty}{Re_\infty} \mu^* \left[ \left( \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k^*}{\partial x_k^*} \delta_{ij} \right] \quad (4.22)$$

Boyutsuzlaştırma işlemi sonucunda yukarıdaki iki denklemde görülen yeni boyutsuz parametreler oluşmuş olup, bu boyutsuz parametreler Denklem 4.23-4.25'te verilmiştir.

$$Re_{\infty} = \frac{\rho_{\infty} V_{\infty} L}{\mu_{\infty}}, \quad \text{Reynolds Sayısı} \quad (4.23)$$

$$M_{\infty} = \frac{V_{\infty}}{\sqrt{\gamma R T_{\infty}}}, \quad \text{Mach Sayısı} \quad (4.24)$$

$$Pr = \frac{\mu_{\infty} c_p}{k}, \quad \text{Prandtl Sayısı} \quad (4.25)$$

### 4.3 Reynolds-Ortalama Navier-Stokes Denklemleri

Önceki bölümlerde verilen hareket denklemlerinin, sayısal yöntemler kullanılarak uzay ve zamanda, DNS (Direct Numerical Simulation) yaklaşımıyla çözülmesi teoride mümkün olsa da pratikte türbülansın kısmen yüksek Reynolds sayılarında tüm ölçeklerde çözülmesi, günümüzdeki işlemcilerin güçleri düşünüldüğünde, imkansıza yakındır. Bu sebepten dolayı, hareket denklemlerinin çözülebilecek bir şekilde getirilmesi gerekmektedir. Bunu yapabilmenin yollarından birisi de hareket denklemlerindeki akış değişkenlerinin belirli bir zaman periyodunda ortalama değer ve dalgalanan değerlerin toplamı şeklinde ifade edilmesidir. Bu noktadan yola çıkarak Reynolds-Ortalama Navier-Stokes (RANS) yöntemi ortaya çıkmıştır. Bir  $f$  büyüklüğünün Reynolds ortalaması ( $\bar{f}$ ) Denklem 4.26'daki gibi tanımlanır.

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f dt \quad (4.26)$$

Denklem 4.26'deki zaman periyodu  $\Delta t$ , türbülanslı dalgalanmaların periyodundan büyük, ortalama akış değişkenlerinin zaman ölçeğinden de küçük olmalıdır. Reynolds ortalama işleminin tanımı gereği, Denklem 4.27'de görüldüğü üzere, dalgalanan büyüklüğün Reynolds ortalaması sıfırdır.

$$\overline{f'} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f' dt = 0 \quad (4.27)$$

Denklem 4.28'de Reynolds ortalamasının diğer özellikleri verilmiştir.

$$\overline{f'g'} = 0, \quad \overline{f'g} = \overline{f}\overline{g}, \quad \overline{f+g} = \overline{f} + \overline{g} \quad (4.28)$$

Son olarak, Denklem 4.29'da verildiği üzere, iki dalgalanan büyüklüğü çarpımının Reynolds ortalaması sıfıra eşit değildir.

$$\overline{f'f'} \neq 0 \quad \text{ve} \quad \overline{f'g'} \neq 0 \quad (4.29)$$

Buna göre, Navier-Stokes denklemindeki akış değişkenleri, ortalama değer ve dalgalanan değerlerin toplamı şeklinde, Denklem 4.30'daki gibi ifade edilebilir.

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w', \quad \rho = \bar{\rho} + \rho', \quad p = \bar{p} + p', \quad T = \bar{T} + T' \quad (4.30)$$

Denklem 4.30'daki gibi parçalarına ayrılan değişkenler, Denklem 4.1'deki hareket denklemlerine yerleştirilir ve bu denklemin Reynolds ortalaması alınır, RANS denklemleri elde edilmiş olur. RANS denklemleri Navier-Stokes denklemlerine çok benzerdir. Fakat, Reynolds ortalama işleminin sonucunda denklemlerde dalgalanan terimlerden oluşan yeni terimler ortaya çıkar. Bu yeni terimler momentumun türbülanslı dalgalanmalar tarafından taşınan kısmını temsil ettikleri için bunlara Reynolds Gerilim Tensörü ( $\tau_{ij}$ ) adı verilmiştir ve Denklem 4.31'deki gibi ifade edilmiştir.

$$(\overline{\tau_{ij}})_{turb} = -\rho \overline{u'_i u'_j} \quad (4.31)$$

RANS denklemlerinin çözülebilmesi, Denklem 4.31'deki Reynolds gerilim tensörünün ortalama akış değerleri cinsinden ifade edilebilmesine bağlıdır. İşbu amaçla yapılan tüm araştırmalar, literatürde "Türbülans Modellemesi" başlığı altında toplanmaktadır. RANS denklemlerindeki ek bilinmeyen olan Reynolds gerilim tensörünü çözmek için "Türbülans Modeli" adı verilen deneysel bağıntılar ve/veya denklemler seti kullanılır. Denklem 4.31'in sağ tarafındaki Reynolds gerilimi, yaygın olarak Boussinesq yaklaşımı kullanılarak ortalama hız farkları ile Denklem 4.32'deki gibi ilişkilendirilir.

$$-\overline{u'_i u'_j} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij} \quad (4.32)$$

Denklem 4.32'deki  $\nu_t$  türbülans viskozitesi (eddy viscosity) olarak adlandırılmıştır. Yine aynı denklemdeki  $S_{ij}$  ortalama gerinim oranı tensörü (mean strain-rate tensor),  $k$  ise türbülans kinetik enerjisi olup, bunlar sırasıyla Denklem 4.33 ve Denklem 4.34'de verilmiştir.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.33)$$

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (4.34)$$

Bu tez çalışması kapsamında, 1-denklemlili Spalart-Allmaras (S-A) [46] türbülans modeli kullanılmış olup, bir sonraki bölümde bu türbülans modelinin detayları verilecektir.

#### 4.4 Spalart-Allmaras (S-A) Türbülans Modeli

Spalart-Allmaras türbülans modelinde [46], Boussinesq yaklaşımındaki türbülans kinetik enerjisi terimi ihmal edilmiş olup, Reynolds gerilimleri Denklem 4.35'teki gibi verilmiştir.

$$-\overline{u'_i u'_j} = 2\nu_t S_{ij} \quad (4.35)$$

S-A türbülans modelinde türbülans viskozitesi  $\nu_t$ ,  $\tilde{\nu}$  değişkeni ile Denklem 4.36'daki gibi ilişkilendirilmiştir.

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{\nu 1}; \quad f_{\nu 1} = \frac{\phi^3}{\phi^3 + c_{\nu 1}^3}; \quad \phi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (4.36)$$

S-A modelinin taşınım denklemi Denklem 4.37'de verilmiştir.

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = P_{\tilde{\nu}} - D_{\tilde{\nu}} + \frac{1}{\sigma} \left[ \nabla \cdot ((\mathbf{v} + \tilde{\mathbf{v}}) \nabla \tilde{\nu}) + c_{b2} (\nabla \tilde{\nu})^2 \right] + f_{t1} (\Delta q)^2 \quad (4.37)$$

Denklem 4.37'deki  $P_{\tilde{\nu}}$  ve  $D_{\tilde{\nu}}$  terimleri sırasıyla  $\tilde{\nu}$  üretimi ve yitimini sağlayan terimler olup Denklem 4.38'deki gibi tanımlanmıştır.

$$P_{\tilde{\nu}} = c_{b1} \tilde{\Omega} \tilde{\nu} (1 - f_{t2}), \quad D_{\tilde{\nu}} = \left[ c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right] \left[ \frac{\tilde{\nu}}{d} \right]^2 \quad (4.38)$$

Denklem 4.38’de görülen  $\tilde{\Omega}$  girdaplılık büyüklüğünün bir fonksiyonu olup Denklem 4.39’daki gibi hesaplanır.

$$\tilde{\Omega} = \Omega + \frac{\tilde{v}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\phi}{1 + \phi f_{v1}} \quad (4.39)$$

Yitim denkleminde ( $D_v$ ) görülen  $f_w$  fonksiyonu ise Denklem 4.40’taki gibidir.

$$f_w = g \left[ \frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{\frac{1}{6}}, \quad g = r + c_{w2}(r^6 - r), \quad r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{\Omega} \kappa^2 d^2} \quad (4.40)$$

Denklem 4.37 ve 4.38’deki  $f_{t1}$  ve  $f_{t2}$  terimleri, çelme (trip) fonksiyonu terimleri olup, bunlar Denklem 4.41’de verilmiştir.

$$f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \phi^2) \quad (4.41)$$

$$f_{t1} = c_{t1} g_t \exp \left[ -c_{t2} \left( \frac{\omega_t}{\Delta q} \right)^2 (d^2 + g_t^2 d_t^2) \right]$$

Denklem 4.41’de verilen çelme fonksiyonları, S-A modelinde türbülansa geçiş için kullanmak üzere koyulmuş olan fonksiyonlardır. Bu denklemlerdeki  $d$  akışın yüzeye temas ettiği ilk noktanın çelme noktasına olan uzaklığını,  $\omega_t$  çelme noktasında duvar girdaplılığını,  $\Delta q$  çelme noktasındaki hız ile serbest akış bölgesi hız farkını ifade etmektedir. Değişken tanımlarından da anlaşılabilceği üzere, eğer yüzeydeki türbülansa geçiş noktası ve bu noktadaki akış özellikleri biliniyor ise,  $f_{t2}$  terimi kullanılarak S-A türbülans modelinin o noktadan itibaren aktif hale gelmesi sağlanabilmektedir. Bir diğer deyişle, çelme fonksiyonları yerel olarak hesaplanan akış değişkenlerini kullanarak türbülansa geçişi tahmin etmek yerine, önceden belirlenen bir noktada türbülansa geçişi gerçekleştirmek üzere kullanılmaktadır. Spalart-Allmaras modelinin bu terimleri modern HAD yazılımlarının hemen hemen hiçbirinde kullanılmamaktadır. Bu tez kapsamında kullanılan ve bir sonraki bölümde özellikleri sunulan akış çözücünde de bu terimler yok sayılmıştır.

Son olarak, S-A türbülans modelinin sabitleri aşağıda verilmiştir.



$$\begin{aligned}\sigma &= 2/3; & c_{b1} &= 0.1355; & c_{b2} &= 0.622; \\ c_{w1} &= \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + (1 + c_{b2})/\sigma; & \kappa &= 0.41; \\ c_{v1} &= 7.1; & c_{w2} &= 0.3; & c_{w3} &= 2.0;\end{aligned}$$

Denklem çözümünde başlangıç koşulu olarak  $\tilde{v}$  için 0 ila  $v_\infty/10$  arasında bir değer seçilmelidir. Denklem sınır şartları olarak ise, (1) girişte  $\tilde{v} = v_\infty$ , (2) duvarlarda  $\tilde{v} = 0$  ve (3) çıkışta ekstrapolasyon, kullanılır.

#### 4.5 Akış Çözücü SU2

Bu tez kapsamında akış çözücü olarak Stanford Üniversitesi Havacılık ve Uzay Tasarım Laboratuvarı'nın (ADL) geliştirdiği bir açık-kaynak HAD yazılımı olan "Stanford University Unstructured" (SU2) [48] kullanılmıştır. SU2, C++ programlama dilinde yazılmış, C++'ın nesne tabanlı programlama özelliği sayesinde oldukça iyi yapılandırılmış, kolay anlaşılabilen ve sade bir yazılımdır. Ayrıca SU2 açık-kaynaklı yazılım olduğu için kullanıcı kitlesi her geçen gün büyümektedir. Bu bağlamda, B-C türbülansa geçiş modelinin birçok araştırmacı tarafından da kullanılabilir olmasının, geliştirilen modelin bilinirliğini arttıracak önemli bir detaydır.

SU2 ile 2- ve 3-boyutlu, sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz Euler/RANS denklemleri LUSGS [53], BiCGSTAB [54] ve GMRES [55] gibi doğrusal sistem çözme yöntemleri kullanılarak çözülebilmektedir. SU2'da taşınım terimleri merkezi farklar veya "upwind" yöntemi ile ayrıştırılmakta; Roe [56] ve JST [57] gibi oldukça yaygın kullanılan sayısal şemalar bulunmaktadır. Boyutsal farklar için Green-Gauss ve En Küçük Kareler (Least-Squares) yöntemlerini içeren SU2'da zamansal ayrıştırma için Euler-açık, Runge-Kutta açık ve Euler-kapalı formülasyonlar mevcuttur. Türbülans modeli olarak SU2'da Spalart-Allmaras [46] ve  $k - \omega$  SST [42] türbülans modelleri kullanılmaktadır.

İlk sürümü 2012 yılında yayınlanan SU2'nun Ocak 2017'de 5.0 sürümü yayınlanmıştır. Aradan geçen beş yıllık süreçte SU2'da doğru çalışabilen bir türbülansa geçiş modeli bulunmamaktadır. Ocak 2017'de yayınlanan ve "Raven" adı verilen beşinci resmi

sürümde, B-C türbülansa geçiş modeli de yer almış ve araştırmacıların kullanımına açılmıştır.

SU2 ile ilgili detaylı bilgiler ve B-C modelinin SU2'ya eklenmesi takip eden alt başlıklarda verilmiştir.

#### 4.5.1 SU2'nun yapısı

SU2 yazılımının ana araçları modül ya da bileşen adı verilen bağımsız C++ programlarıdır. Tüm modüller özel bir fonksiyonu gerçekleştirmek üzere geliştirilmiş olmanın yanı sıra, SU2'nun iyi yapılandırılmış ve kolay anlaşılabilir bir kod olmasına da katkı sağlamaktadır. Aşağıda SU2'daki altı adet ana modül ve bunların fonksiyonları verilmiştir [48]:

1- SU2\_CFD: Zamana bağlı ya da sürekli, direkt, eklenik (adjoint) veya doğrusallaştırılmış Euler/Navier-Stokes denklemlerini, Reynolds ortalamalı Navier-Stokes denklemlerini, ısı, dalga ve diğer denklemleri içerisinde barındıran modüldür. Bu modülde denklemlerin çözümünü seri ya da ParMETIS aracılığı ile paralel yapmak mümkündür. Sonlu-eleman ya da sonlu-hacim yöntemleri mevcuttur. Denklemlerin çözümünde zamansal tümleme merkezi fark şeması ile açık ve kapalı yöntemlerle yapılırken, uzaysal tümleme upwind yöntemi ile yapılmaktadır. Yakınsamayı ve gürbüzlüğü arttırmak için düşük hızlı akışlarda ön-şartlayıcılar, artık düzleyiciler ve çoklu çözüm ağı hiyerarşisi (multigrid) gibi özel teknikler kullanılmaktadır.

Bu tez kapsamında geliştirilen B-C modeli bu modül içerisinde yer almaktadır.

2- SU2\_DEF: Geometri parametreleştirme teknikleri vasıtasıyla yüzeylerin şeklini değiştirebilen ve buna bağlı olarak çözüm ağını deforme edebilen yöntemleri içeren modüldür. Seçilen parametreleştirme yönteminden sonra doğrusal elastisite denklemleri sayesinde geometri etrafındaki çözüm ağını deforme eder.

3- SU2\_DOT: Skaler çarpım operasyonları ile SU2\_CFD modülünün eklenik çözümünden gelen ve geometri üzerindeki her çözüm ağı noktasında hesaplanan yüzey hassasiyet bilgilerini kullanarak bazı tasarım parametrelerinin (örneğin kaldırma kuvveti katsayısı, sürüklenme kuvveti katsayısı) gradyanlarını hesaplayan ve şekil tasarımında kullanılan modüldür.

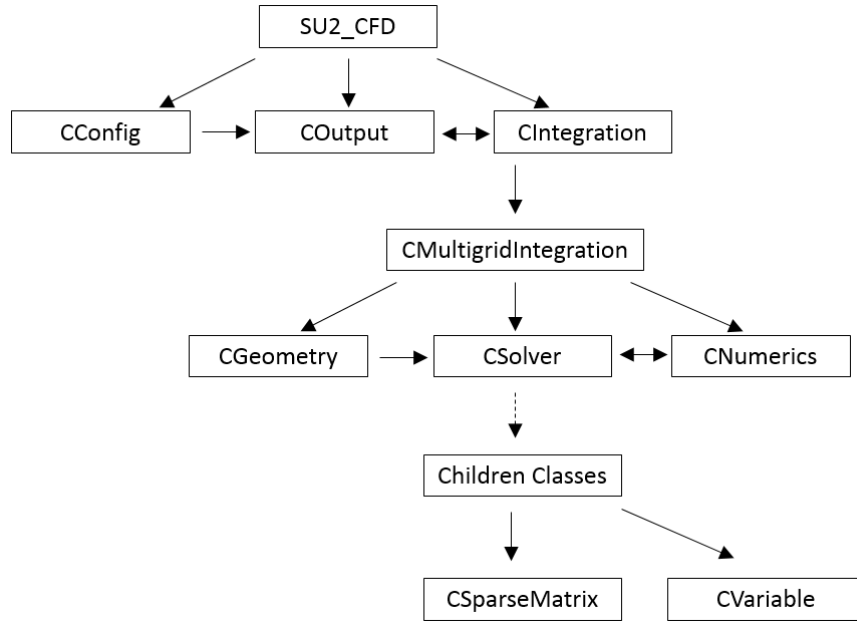
4- SU2\_GEO: Geometri tanımını ve şekil değiştirme kısıtlamalarını dikkate alarak yeni geometrik özellikleri hesaplayan modüldür.

5- SU2\_MSH: Yakınsamış bir problemi baz alarak farklı teknikler ile çözüm ağı uyarlaması yaparak çözüm ağının önemli bölgelerini sıklaştırabilen modüldür. Ayrıca, SU2\_CFD modülünde periyodik sınır şartı kullanılacak ise hayalet hücrelerin oluşturulması için de kullanılan bir modüldür.

6- SU2\_SOL: Elde edilen çözümü okumak ya da görselleştirmek amacıyla hacim ve yüzey çözüm dosyalarını istenen biçimde (Tecplot vb.) yazdırmaya yarayan modüldür.

#### 4.5.2 SU2\_CFD modülü

SU2\_CFD modülü en önemli modül olduğu için iç yapısına bakmakta fayda vardır. Bu modül CConfig, COutput ve CIntegration şeklinde adlandırılan üç ana sınıftan meydana gelmiş olup, sınıf hiyerarşisi şekil 4.1’de detaylandırılmıştır.

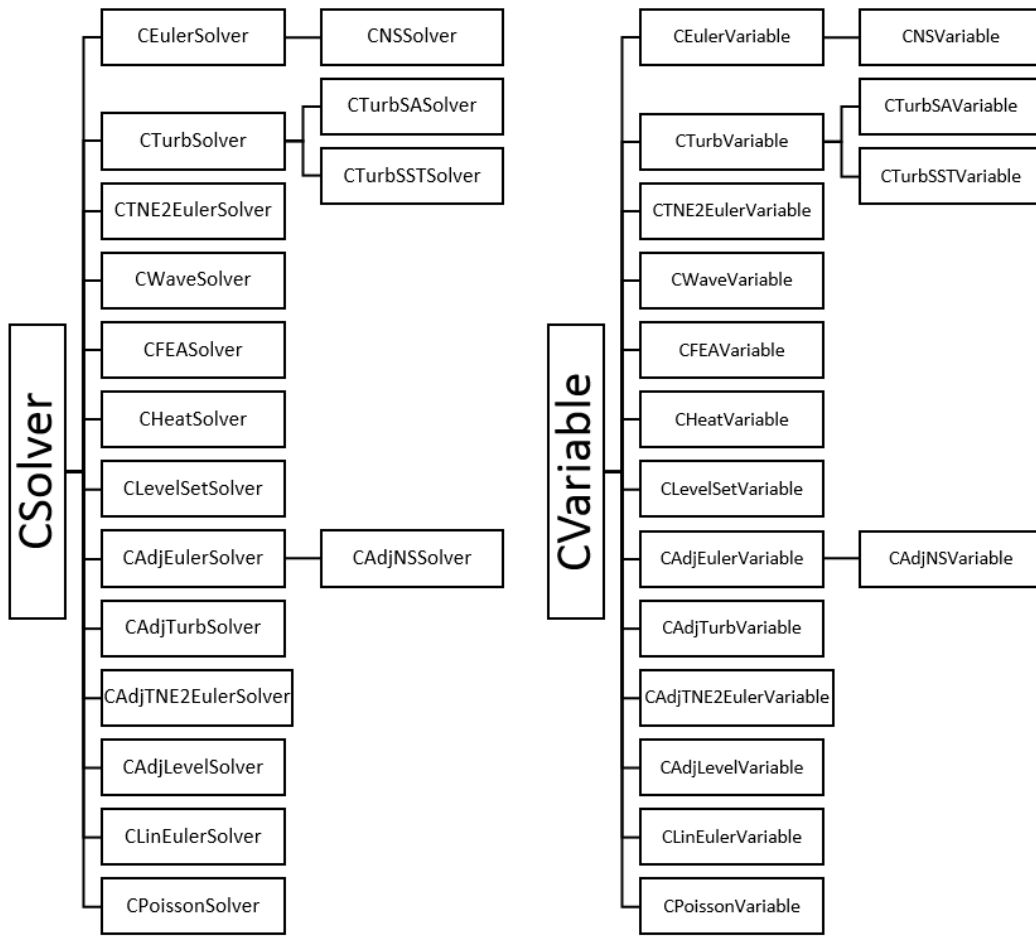


şekil 4.1: SU2\_CFD modülü sınıf hiyerarşisi.

CConfig sınıfı çözülecek problemin ayarlarını (konfigürasyonunu) okuyan ve saklayan sınıftır. .cfg uzantılı dosyayı okur ve problemin çözümü için seçilen tüm ayarlara C++’ın getter ve setter yöntemleri ile erişir. COutput sınıfı çözümü derleme ve kullanıcının istediği biçimde yazma (Tecplot, Paraview vb.) işlerini kontrol eden sınıftır.

Son olarak CIntegration sınıfı tüm hareket denklemlerinin çözümü için CNumerics, CSolver ve CGeometry alt sınıflarını çağırarak ilgili denklemlerin tümleşimini sağlar.

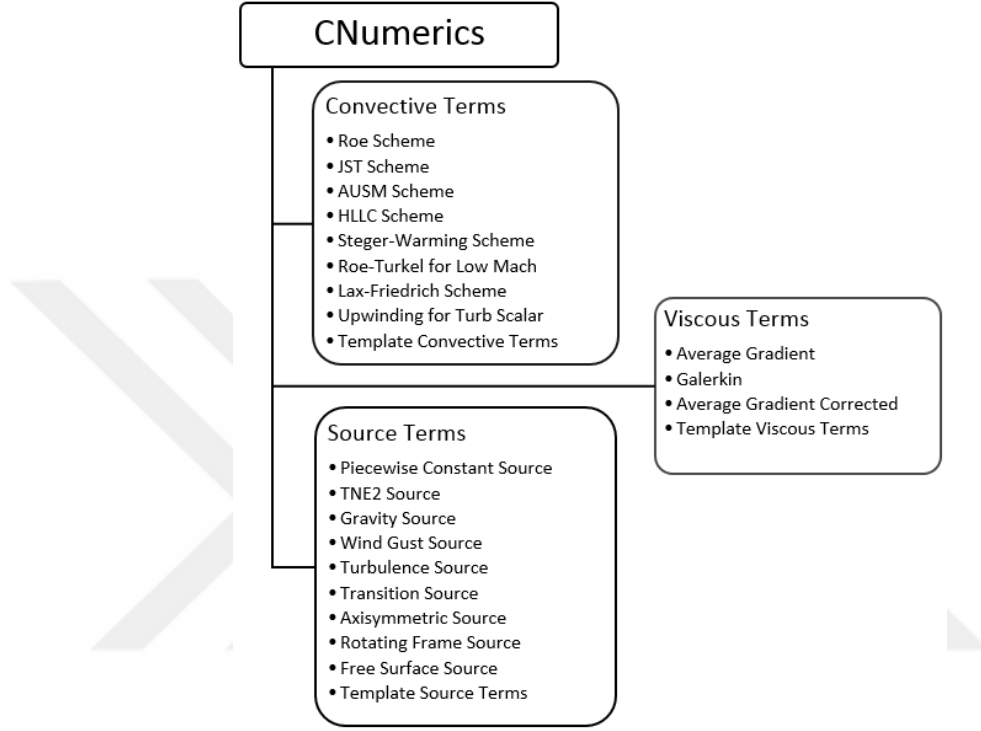
CIntegration sınıfının alt sınıfı olan CSolver sınıfı bir problemin çözüm prosedürünü tanımlamaya yarar. Bu sınıf hareket denklemlerini çözmek için hangi sıra ile hangi alt rutinlerin çağrılacağını belirleyen bilgileri içerir. CSolver sınıfı, çözülecek problemin fiziğine göre birden fazla alt sınıf oluşturabilir. Şekil 4.2’de CSolver sınıfının alt sınıfları gösterilmiştir. Bahsi geçen alt sınıflar için o sınıflardaki değişkenlerin saklandığı CVariable alt sınıfları da aynı şekil üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.2: CSolver ve CVariable sınıflarının alt sınıfları.

Son olarak, CIntegration sınıfının alt sınıfı olan CNumerics, konvektif akıların, viskoz akıların ve diğer tüm kaynak terimlerin ayrıklaştırmasını sağlayan birçok alt sınıfa sahip bir sınıftır. Bu sınıf şu ana kadar bahsedilenlerden farklı olarak çok biçimlilik (polymorphism) adı verilen bir özelliğe sahiptir. Bu sınıftaki tüm alt sınıflar ComputeResidual olarak adlandırılmış birer rutine sahiptir. Bunun avantajı olarak, üst seviye-

deki bir kenar döngüsünü modifiye etmeden, istenilen ayrıklaştırma şeması denemesi yapılabilir. Başka bir deyişle, eğer bir araştırmacı taslak halindeki yeni ayrıklaştırma şemasını SU2 ile denemek isterse bunu ComputeResidual adında bir rutin oluşturarak başka hiçbir şeyi değiştirmeden yapabilir. CNumerics sınıfının alt sınıfları Şekil 4.3'te gösterilmiştir.



Şekil 4.3: CNumerics sınıfının alt sınıfları.

#### 4.6 B-C Modeli'nin SU2'ya Eklenmesi

B-C modeli denklemleri SU2'ya SU2\_CFD kaynak kodlarının içerisindeki numerics\_direct\_turbulent.cpp kaynak kodunun CSourcePieceWise\_TurbSA sınıfının bir alt rutini olan ComputeResidual rutinine eklenmiştir. Bununla birlikte, denklemlerde yer alan değişkenlerin SU2 içerisinde saklanması, döngülere girebilmesi ve sonuçların bir dosyaya yazılabilmesi için CSolver, COutput ve CVariable gibi sınıfların içerisinde yer alan ilgili alt sınıflar içerisine yeni değişkenlerin eklenmesi gerekmektedir. Ayrıca, .cfg problem konfigürasyonunda B-C modelinin kullanılacağını belirtebilmek için CConfig sınıfı üzerinde de değişiklikler yapılmıştır. SU2 kullanıcıları, tüm SU2\_CFD kaynak kodlarının içerisinde "BC" ya da "transition" anahtar kelimelerini kullanarak ilgili eklemeleri bulabilir. Tezin EK-1 kısmında kodlar ile ilgili detaylı bilgiler yer almaktadır.



## 5. SAYISAL BENZEŞİMLER

Tezin bu bölümünde öncelikle Bölüm 3'te detayları verilen B-C modelinin kalibrasyon sabitleri olan  $\chi_1$  ve  $\chi_2$ 'nin belirlenebilmesi amacıyla Schubauer-Klebanoff [58] doğal türbülansa geçiş deneyinin sayısal benzeşimi yapılmıştır. Deneme-yanılma yöntemi kullanılarak elde edilen bu sabitler ile hemen hemen her türbülansa geçiş modelinin doğrulanmasında standart olarak kullanılan ERCOFTAC (European Research Community on Flow, Turbulence and Combustion) sıfır basınç farklı ve ters basınç düz levha deneyleri [59] için çözümler yapılmış ve oldukça başarılı sonuçlar elde edilmiştir. 2-boyutlu diğer sayısal benzeşimler için ince bir kanat profili olan Eppler E387 [60] ve bir turbomakine deneyi olan tek kademeli T106 türbin kanatçıkları [61] seçilmiştir. Her iki sayısal benzeşimin sonucunda B-C modelinin ve deney verilerinin kıyaslaması yapılmış ve sonuçların literatürdeki diğer türbülansa geçiş modelleri ile oldukça yakın sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. 3-boyutlu sayısal benzeşimler için ise özellikle türbülansa geçişi sıkıştırılabilir akış durumu için gözlemek üzere tasarlanan DLR-F5 [62] ok açılı kanat deneyi ve dönmekte olan NREL Faz IV rüzgar türbini [63, 64] deneyi seçilmiştir. Her iki sayısal benzeşimde de B-C modeli ile elde edilen sonuçlar deneysel sonuçlarla ve literatürdeki diğer sonuçlar ile kıyaslanmış, neticesinde B-C modelinin literatürdeki çoğu sonuçtan daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Toplam 12 adet sayısal benzeşimin sonuçlarına bakıldığında B-C modelinin hem 2- hem 3-boyutlu problemler için, hem sıkıştırılabilir hem sıkıştırılmaz akışlar için kullanılabilceği ve literatürdeki çok denklemlili modellere iyi bir alternatif olabileceği düşünülmektedir. Takip eden bölümlerde burada özetlenen tüm çalışmalar detayları ile sunulmuştur.

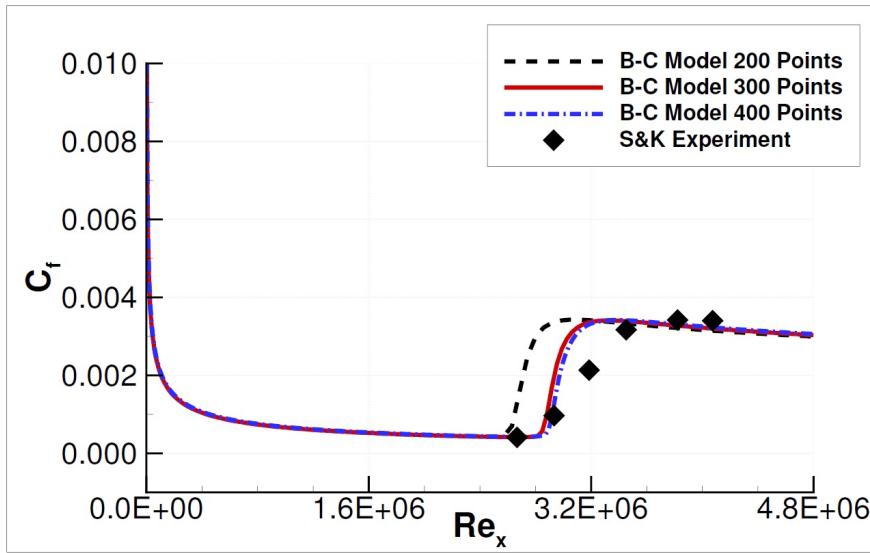
### 5.1 B-C Modelinin Kalibrasyonu

Baş vd. [16] tarafından geliştirilen orijinal formülasyonun yeniden boyutsuzlaştırılması, kalibrasyon sabitlerinin tekrar belirlenmesini gerektirmiştir. B-C modelinde yer

alan  $\chi_1$  ve  $\chi_2$  kalibrasyon sabitlerinin belirlenebilmesi amacıyla literatürde iyi bilinen bir sıfır basınç farklı düz levha üzerinde akış deneyi olan Schubauer-Klebanoff [58] deneyi kullanılmıştır. Bu deneydeki rüzgar tünelinin ürettiği türbülans yoğunluğu %0.2 mertebesinde olduğundan dolayı türbülansa geçiş doğal geçiş mekanizmasıyla gerçekleşmektedir.

Kalibrasyon işlemi, Schubauer-Klebanoff deneyindeki türbülansa geçişin başladığı noktanın B-C modeliyle elde edilen türbülansa geçiş noktasıyla eşleştirilmesini amacıyla,  $\chi_1$  ve  $\chi_2$  sabitlerinin deneme - yanılma yöntemiyle değiştirilmesiyle yapılmıştır. Kalibrasyon sonucunda  $\chi_1$  ve  $\chi_2$  sırasıyla 0.002 ve 5.0 olarak belirlenmiştir.

Şekil 5.1'de sonuçların çözüm ağından bağımsızlığını göstermek amacıyla düz levha üzerindeki nokta sayısı artırılarak elde edilen sonuçların kıyaslaması verilmiştir. Oluşturulan tüm çözüm ağlarında, çözüm ağının ilk katmanının duvardan uzaklığı, duvar üzerindeki  $y^+$  değerleri 1'den düşük olacak şekilde ayarlanmıştır. Şekil 4.2 incelendiğinde düz levha üzerinde 300 ve 400 nokta çözümleri birbirine çok yakın olduğu, dolayısıyla levha üzerinde 300 nokta olmasının yeterli doğrulukta çözüm sunacağı sonucu çıkarılabilir.

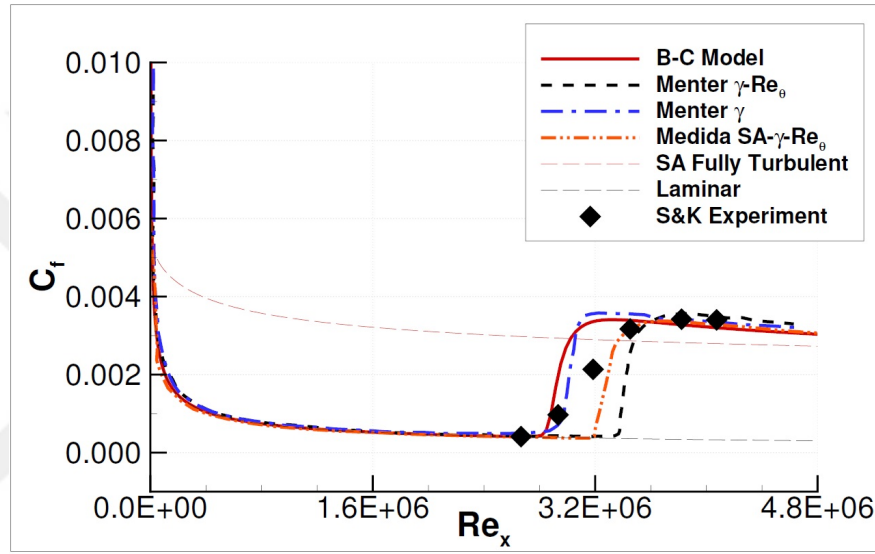


Şekil 5.1: Düz levha üzerindeki nokta sayısı artırılarak oluşturulan çözüm ağlarıyla elde edilen sonuçların kıyaslanması.

Şekil 5.2'te B-C modeliyle elde edilen sonucun deneysel verilerle kıyaslaması görülmektedir. Bu şekilde aynı zamanda Menter vd.'nin 2-denklemlilik  $\gamma - Re_\theta$  modelinin [27], Menter'in 1-denklemlilik  $\gamma$  modelinin [37] ve Medida'nın SA- $\gamma - Re_\theta$  modelinin



[50] sonuçları da verilmiştir. Şekil 5.2 incelendiğinde, B-C modeli ile elde edilen sonuçlarda türbülansa geçişin ani ve dik bir şekilde tamamlandığı görülsede türbülansa geçişin başladığı nokta bağlamında B-C modelinin diğer modellere kıyasla oldukça başarılı olduğu gözlemlenebilir. Ayrıca, daha önce bahsedilen, türbülansa geçiş uzunluğu  $F_{length}$  ifadesinin, Menter vd.'nin 2-denklemlilik  $\gamma - Re_\theta$  modelinde yer almasına karşın pek etkisi olmadığı da görülmüştür. Buradan yapılabilecek çıkarım, Menter'in  $F_{length}$  ifadesinden vazgeçmesi ve denklemleri daha sade hale getirmesinin oldukça iyi bir karar olduğudur.



Şekil 5.2: B-C modeli ve diğer modellerin çözümleri ile Schubauer-Klebanoff deney sonuçlarının kıyaslanması.

Sonraki bölümlerde yapılan tüm sayısal benzeşimlerde, burada belirlenen kalibrasyon sabitleri kullanılarak elde edilmiş sonuçlar sunulmuştur.

## 5.2 Düz Levha Üzerinde Akış

Geliştirilen türbülansa geçiş modellerinin hemen hemen hepsinin doğrulaması, Savill [59] tarafından derlenen ERCOFTAC (European Research Community on Flow, Turbulence and Combustion) sıfır basınç farklı ve ters basınç farklı düz levha deneylerini kullanılarak yapılmaktadır. Bu deneylerde yüzeyi çok pürüzsüz bir şekilde üretilen 1.5 metre uzunluğunda bir düz levha kullanılmıştır. Rüzgar tünelinin üst duvarında yer alan esnek diyafram sayesinde tünelin test bölgesinin basınç farkı ayarlanabilmekte-

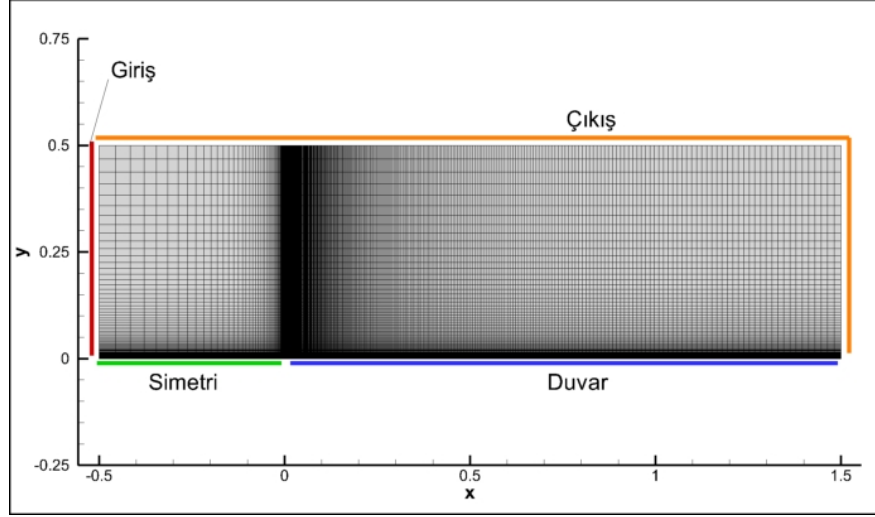
dir. Tünel içi akış hızları 25 m/s mertebesine kadar arttırabilirken, test bölgesinin ön tarafına yerleştirilen farklı bal peteği şeklindeki türbülans üreteçleri sayesinde türbülans yoğunluğu %0.5 ile %7.0 arasında değiştirilebilmektedir. Bu deneylerin çoğunda türbülans yoğunluğu  $Tu$  %3.0 olduğundan doğrudan türbülansa geçiş mekanizması baskındır. Deneylerden sıfır basınç farklı olanlar T3A, T3A- ve T3B olarak adlandırılmış olup, bunların türbülans yoğunluğu sırasıyla %3.0, %0.9 ve %6.0'dır. Ters basınç farklı deneyler ise beş adet olup, bunlar T3C serisi deneyler olarak adlandırılmakta ve türbülans yoğunlukları T3C1 hariç (T3C1 için %6.6) %3.0 olarak ayarlanmıştır. T3C serisi deneylerinde, farklı basınç farklarını oluşturan üst duvar diyaframının geometrileri ile ilgili bir bilgi verilmemiş olsa da, kütle korunumu yasası vasıtasıyla levha doğrultusunda farklı istasyonlardan alınan yoğunluk ve hız bilgileri kullanılarak bu geometriler belirlenebilmektedir. Çizelge 5.1'de tüm düz levha akış deneylerinin rüzgar tüneli giriş koşulları özetlenmiştir.

Çizelge 5.1: Sıfır basınç farklı ve ters basınç farklı düz levha deneyleri için rüzgar tüneli giriş koşulları ve geçiş mekanizması türleri.

Deney	$U_{in}$	$Re_{\infty}$	$Tu\%$	Geçiş Türü	Basınç Farkı
S-K	50.1	3.4E6	0.18	Doğal	Sıfır
T3A	5.4	3.6E5	3.00	Doğrudan	Sıfır
T3B	9.4	6.3E5	6.00	Doğrudan	Sıfır
T3A-	19.8	1.4E6	0.90	Doğal	Sıfır
T3C1	5.9	3.9E5	6.60	Doğrudan	Ters
T3C2	5.0	3.3E5	3.00	Doğrudan	Ters
T3C3	3.7	2.5E5	3.00	Doğrudan	Ters
T3C4	1.2	0.8E5	3.00	Doğrudan	Ters
T3C5	8.4	5.6E5	3.00	Doğrudan	Ters

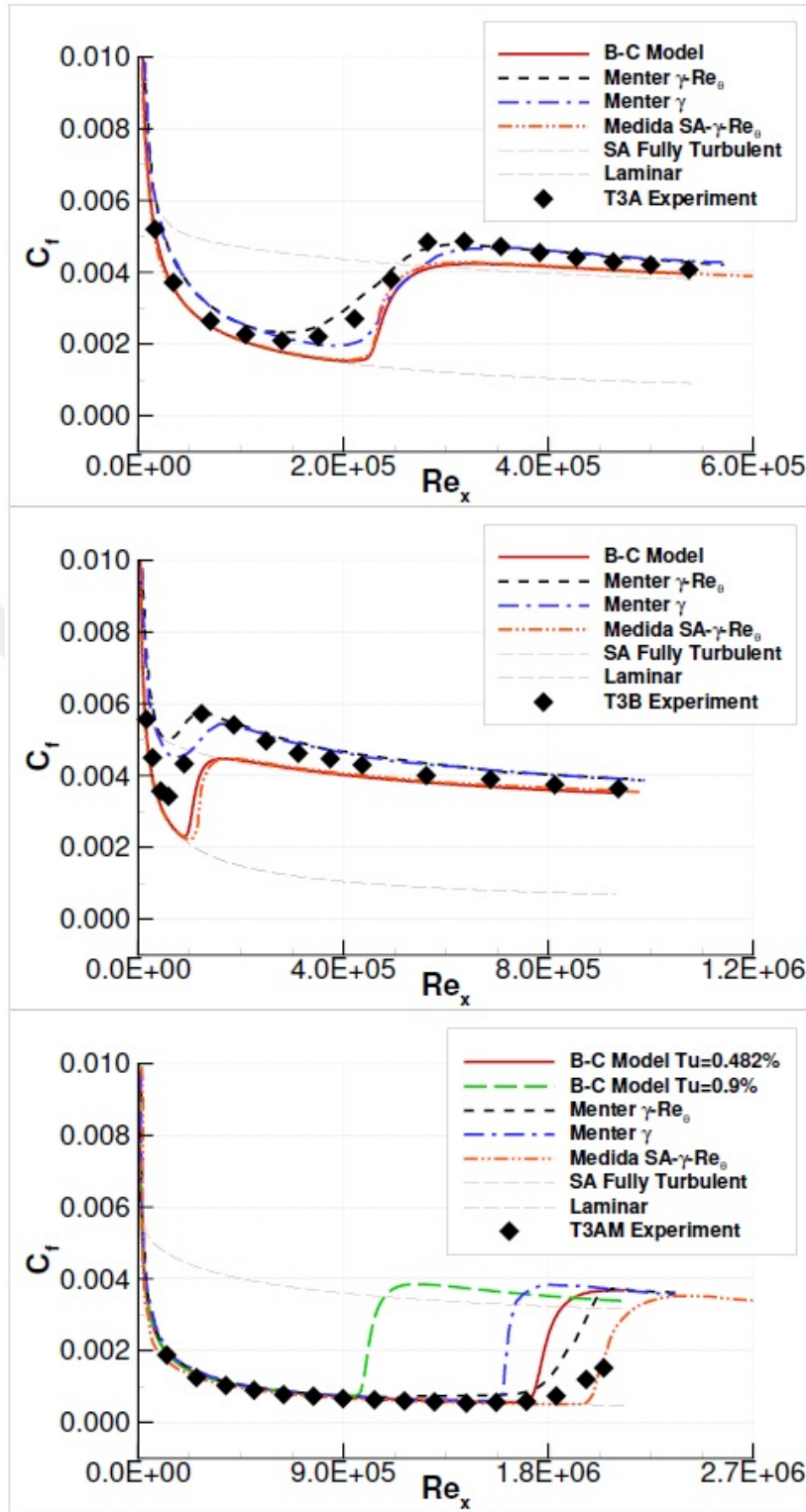
### 5.2.1 Sıfır basınç farklı düz levha akışları

İlk olarak T3A, T3B ve T3A- sıfır basınç farklı düz levha akışlarını çözmek üzere, üzerinde 300 adet nokta olan bir levha için Şekil 5.3'te görülen şekilde bir çözüm ağı oluşturulmuştur. Aynı şekil üzerinde akış çözücü SU2'da kullanılan sınır şartları da gösterilmiştir.



Şekil 5.3: Sıfır basınç farklı düz levha benzeşimleri için oluşturulan çözüm ağı ve kullanılan sınır şartları.

Şekil 5.4'te sırasıyla T3A, T3B ve T3A- sıfır basınç farklı düz levha akış deneyleri için deneysel yüzey sürtünmesi katsayısı ( $c_f$ ) sonuçları ile beraber B-C modeli ile elde edilen çözümler verilmiştir. Aynı şekilde Menter vd.'nin 2-denklemlili  $\gamma - Re_\theta$  modelinin [27], Menter'in 1-denklemlili  $\gamma$  modelinin [37] ve Medida'nın SA- $\gamma - Re_\theta$  modelinin [50] sonuçları da verilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde B-C modeli ile deneysel sonuçların birbirine yakın oldukları gözlemlenmiştir. T3A deneyi için B-C modeli ile Menter'in 1-denklemlili  $\gamma$  modeli türbülansa geçişi biraz geç bir noktada bulmuşlardır. Bu deney için Menter vd.'nin 2-denklemlili  $\gamma - Re_\theta$  modeli en iyi sonucu vermiştir. T3B deneyi için B-C modeli yine geç bir noktada türbülansa geçiş saptarken, Menter'in her iki modeli de yüzey sürtünme katsayısındaki dip noktayı tam olarak yakalayamamıştır. T3A ve T3B deneyleri için B-C modelinin ve Medida'nın SA- $\gamma - Re_\theta$  modelinin sonuçları birbirinin neredeyse aynısı çıkmıştır. Bu iki deney için sonuçlara bakıldığında B-C modeli ve Medida'nın sonuçlarında tamamıyla türbülanslı akışın başladığı nokta için yüzey sürtünmesi katsayısı deneydeki sonuçlara göre düşük çıktığı görülmektedir. Bu tıpa tıpa aynı davranışın türbülansa geçiş modellerinden (B-C modeli ve  $\gamma - Re_\theta$ ) değil, S-A türbülans modelinden kaynaklandığı düşünülmektedir.



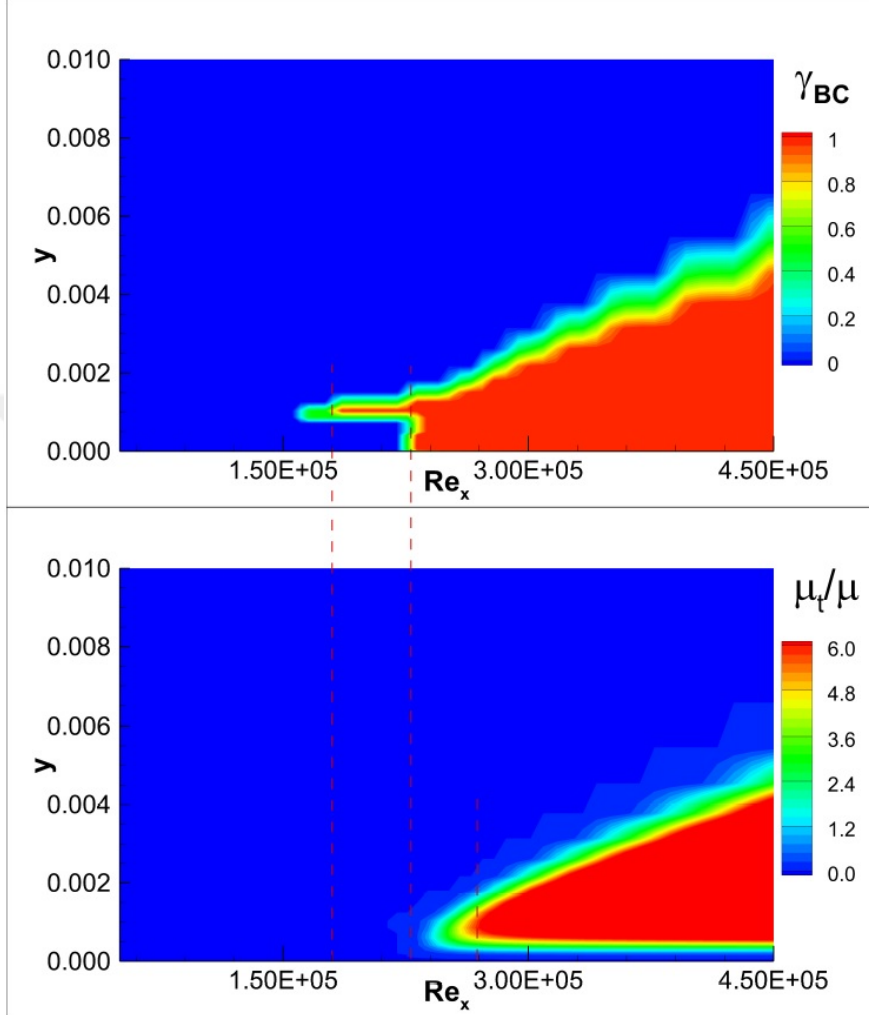
Şekil 5.4: Sıfır basınç farklı düz levha akışları için deneysel ve sayısal yüzey sürtünme katsayılarının kıyaslaması.

T3A- deneyi sıfır basınç farklı deneyler içerisinde en ilginç sayısal çözümlerin gözlemlendiği deneydir. Şekil 5.4'ün en altında yer alan T3A- grafiğinde, B-C modeliyle elde edilen iki adet çözüm gösterilmiştir. Bu çözümlerden ilkinde girişteki  $Tu$  değeri %0.9,

ikincisinde ise  $Tu$  değeri deneysel veri olan %0.489 alınmıştır. Daha önce tartışıldığı üzere, S-A türbülans modelinde türbülanslı kinetik enerji  $k$  hesaplanmamakta, dolayısıyla  $Tu$  değeri gerçekte olacağı şekilde dinamik olarak hesaplanmamaktadır. B-C modelinde girişteki  $Tu$  değeri kullanıldığından ve bu değer tüm akış alanı için sabit kaldığından,  $Tu$  orijinal giriş değeri %0.9 kullanıldığında, sonuçlar deneysel verilerle oldukça büyük farklılık göstermektedir. Bu sorunu çözmek için deneyde türbülansa geçiş noktasında ölçülen  $Tu$  değeri (%0.489) kullanılmış, böylece deneysel sonuçlarla çok iyi uyum gösteren bir sonuç bulunmuştur. Benzer şekilde, S-A türbülans modelini temel alan Medida [50] da  $Tu$  değeri olarak %0.5 kullanmıştır. Ayrıca bu deney ile ilgili olarak literatürde daha önce yapılan çalışmalarda da elde edilen sonuçların düzeltilmesi amaçlı değişiklikler yapıldığı görülmektedir [28, 65]. Bu sonuç göstermektedir ki, S-A türbülans modeli türbülanslı kinetik enerjiyi ( $k$ ) hesaplayabilseydi, böyle bir düzeltmeye ihtiyaç kalmadan B-C modeli ile elde edilen çözümler deneysel çözümler ile paralellik gösterirdi. Tüm bunlar göz önüne alındığında, aslında B-C modeli bir bakıma aklanmış olup, modeli bu haliyle kullanmak isteyen kullanıcıların, türbülansa geçiş bağıntısının eğiminin en yüksek olduğu aralık olan %0.5 ila %2.0  $Tu$  değerlerinde dikkatli olması gerekmektedir. İleride yapılabilecek bir iş olarak, B-C modelinin, türbülanslı kinetik enerjinin hesaba katıldığı  $k - \omega$  SST [42] türbülans modeliyle birleştirilmesi düşünülmektedir.

B-C modelinin nasıl çalıştığı ile ilgili daha detaylı bilgiler verebilmek adına Şekil 5.5'te T3A deneyi için B-C modelinin kesiklilik fonksiyonu  $\gamma_{BC}$ 'nin dağılımı ile beraber viskozite oranı  $\mu_t/\mu$  konturu verilmiştir. Şekil 5.5'te kesiklilik fonksiyonunun aldığı değerler incelendiğinde,  $\gamma_{BC}$ 'nin duvardan uzak bir bölgede 1.0 değerini aldığı görülmektedir. Fakat hem Şekil 5.4'te gösterilen yüzey sürtünmesi katsayısı grafiğinden, hem de Şekil 5.5'teki viskozite oranından anlaşılacağı üzere, kesiklilik fonksiyonunun 1.0 değerini alması akışın o noktadan sonra tamamıyla türbülanslı olduğu anlamına gelmemektedir. B-C modeli denklemini hatırlanacak olursa,  $T_1$  ifadesinin tek başına türbülansa geçiş için yeterli olmadığı, sınır tabakaya nüfuz edebilmek için  $T_2$  ifadesine ihtiyaç duyulduğu ifade edilmiştir. Bir diğer deyişle, türbülansa geçiş için kritik momentum kalınlığı Reynolds sayısı kriteri sağlanmış olmasına karşın, kritik viskozite seviyesi kriterinin sağlanamaması, akışın tamamen türbülanslı hale gelmesini engellemiştir. Duvar kenarında kritik viskozite seviyesi aşıldıktan sonra ise sınır

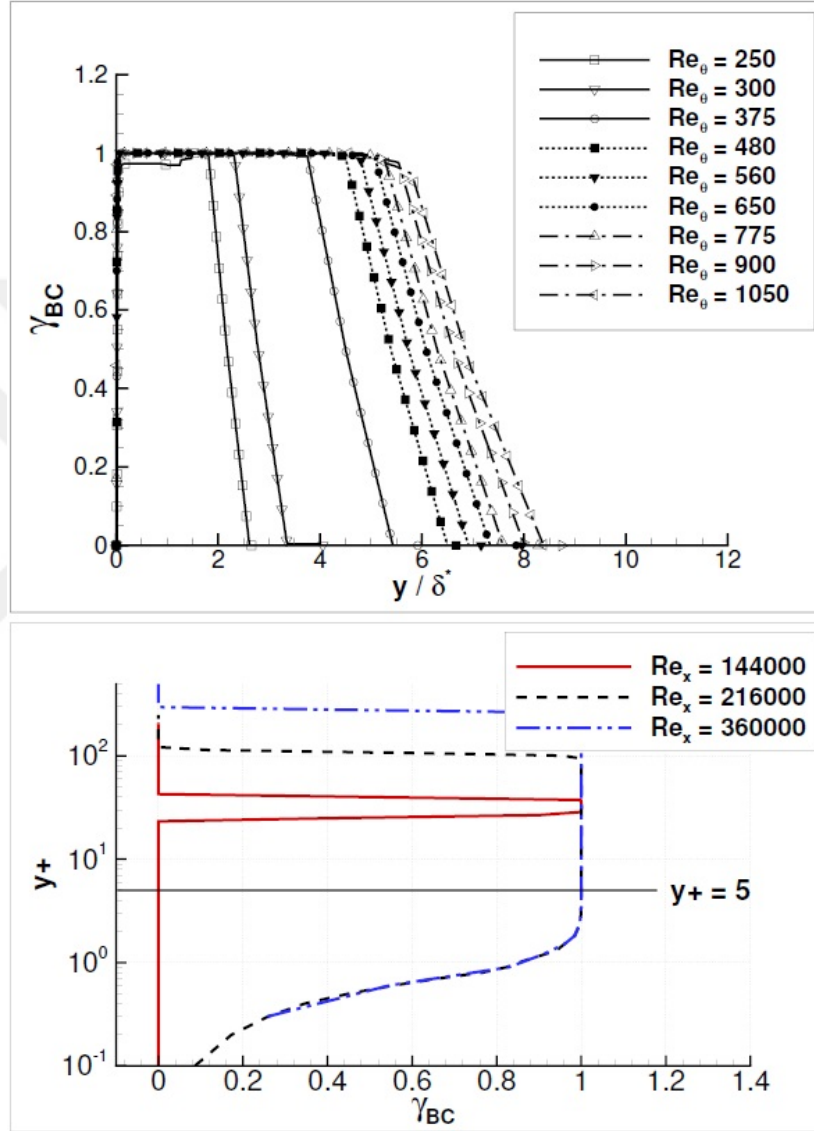
tabakaya nüfuz edebilen  $\gamma_{BC}$  sayesinde akış tamamıyla türbülanslı hale geçebilmiştir. Bu durum Şekil 5.4'te gösterilen yüzey sürtünmesi katsayısı grafiğinden ve Şekil 5.5'teki viskozite oranının artışıyla da görülebilmektedir.



Şekil 5.5: B-C modeli ile elde edilen T3A deneyi çözümünde kesiklilik fonksiyonu ( $\gamma_{BC}$ ) dağılımı ve viskozite oranı konturu.

Şekil 5.6'da ise T3A deneyi için B-C modeliyle elde edilen çözümde levha boyunca farklı istasyonlardan duvara dik yönde alınan  $\gamma_{BC}$  dağılımları verilmiştir. Şeklin üst kısmında yer alan grafikte, duvardan uzaklaştıkça (serbest akış bölgesine yaklaştıkça) kesiklilik fonksiyonunun 0.0 değerini aldığı görülmektedir. Bu durum Klebanoff'un deneysel gözlemleriyle [66] tamamen uyumludur. Şekil 5.6'nın alt kısmındaki grafikte ise logaritmik ölçek kullanılmış ve bu sayede tam duvar kenarındaki  $\gamma_{BC}$  davranışı gösterilmiştir. Alt kısımdaki bu grafik incelendiğinde, Reynolds sayısı 144000 iken (akış henüz laminar)  $\gamma_{BC}$ 'nin sınır tabakaya nüfuz edemediği ve değerinin o bölgede 0.0 ol-

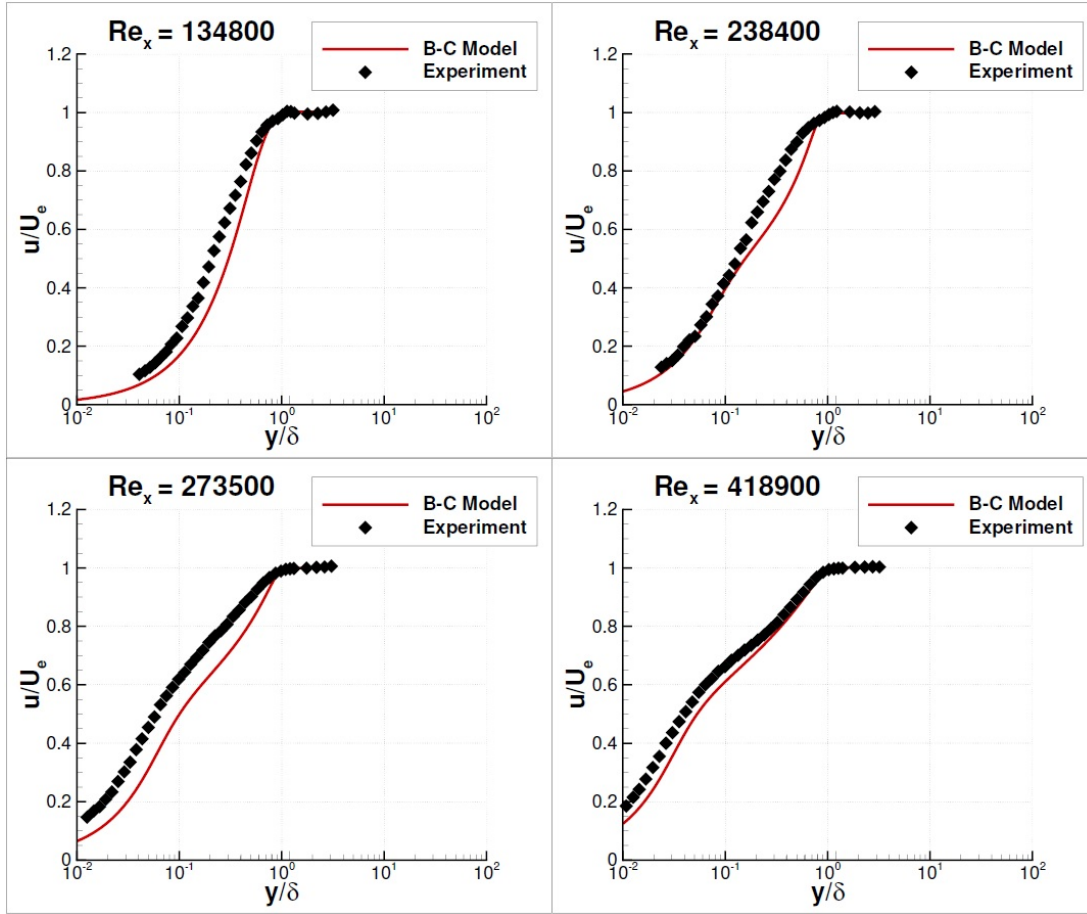
duğu görülmektedir. Akışın tamamen türbülanslı hale geldiği noktada ( $Re_x = 216000$ ) ise  $\gamma_{BC}$ 'nin  $y^+$  değeri 5'den küçük olduğu "laminer alttabaka" bölgesi hariç 1.0 değeri aldığı görülmektedir. Akışın tamamen türbülanslı olduğu  $Re_x = 360000$  olduğu istasyon için de aynı açıklama geçerli olup, bu durum duvar kanununa (law of the wall) da uygundur.



Şekil 5.6: B-C modeli ile elde edilen T3A deneyi çözümünde farklı istasyonlarda duvara dik doğrultuda alınmış  $\gamma_{BC}$  profilleri.

Son olarak, yine T3A deneyi için, B-C modeliyle elde edilen levha boyunca farklı istasyonlardan alınmış duvara dik yöndeki sınır tabaka hız profilleri Şekil 5.7'de verilmiştir. Grafikler incelendiğinde genel olarak B-C modelinin hız profili tahminleri deneysel verilerle uyumlu olsa da türbülansa geçiş bölgesi çevresindeki ( $Re_x = 238400$ )

ve  $Re_x = 273500$ ) hız profillerinin, yüzey sürtünmesi katsayısı tahminine paralellik göstererek, deneysel sonuçlardan bir miktar farklı olduğu gözlemlenmektedir.

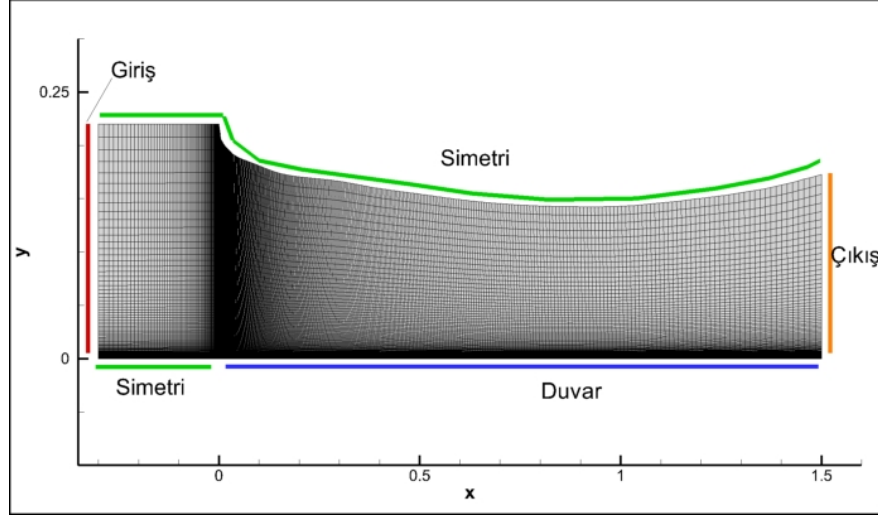


Şekil 5.7: B-C modeli ile elde edilen T3A deneyi çözümünde farklı istasyonlarda duvara dik doğrultuda alınmış hız profillerinin deneysel sonuçlarla kıyaslanması.

### 5.2.2 Ters basınç farklı düz levha akışları

T3C serisi ters basınç farklı düz levha akış deneylerinde girişteki türbülans yoğunluğu %3.0 ve üzeri olduğundan bu deneyler doğrudan türbülansa geçiş mekanizmasının bas-kın olduğu ve türbin akışı karakteristiği gösteren deneylerdir. Bu deneylerin sayısal benzeşimini yapmak üzere üzerinde 300 adet nokta olan bir levha için Şekil 5.8'deki gibi bir çözüm ağı oluşturulmuş ve sınır şartları da aynı şekil üzerinde gösterilmiştir.



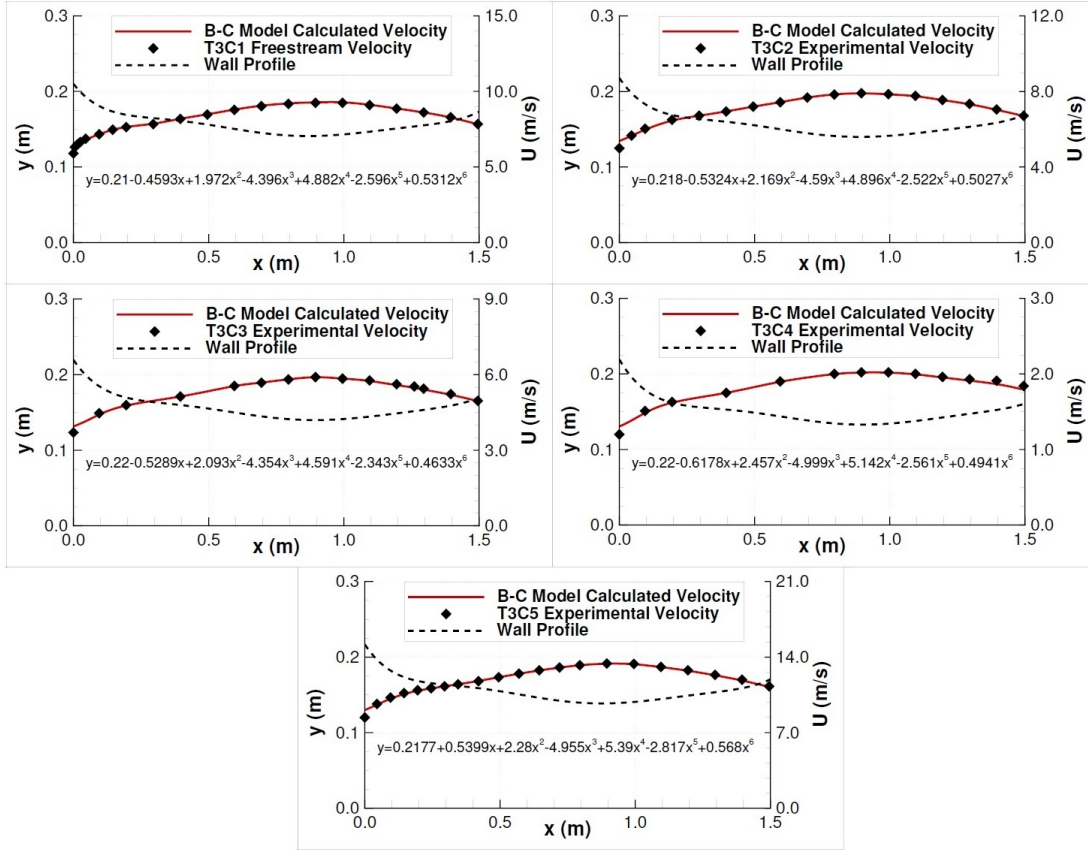


Şekil 5.8: Ters basınç farklı düz levha benzeşimleri için oluşturulan örnek bir çözüm ağı ve kullanılan sınır şartları.

Daha önce bahsedildiği üzere T3C serisi deneylerinde farklı basınç farklarını oluşturabilmek için üst duvardaki esnek diyaframının şekli ayarlanabilmektedir. Bu üst duvar diyaframının geometrisi deney verilerinde açıkça verilmemiş olsa da kütle korunumu yasası vasıtasıyla levha doğrultusunda farklı istasyonlardan alınan yoğunluk ve hız bilgileri kullanılarak belirlenmiş ve Şekil 5.9’da duvar profili denklemleri polinom halinde verilmiştir. Aynı şekil, her bir T3C deneyi için deneysel olarak ölçülen serbest akış bölgesi hızları ile B-C modeli ile hesaplanan hızların kıyaslamasını da içermektedir.

Şekil 5.10’da T3C serisi ters basınç farklı düz levha akış deneyleri için deneysel yüzey sürtünmesi katsayısı ( $c_f$ ) sonuçları ile beraber B-C modeli ile elde edilen çözümler verilmiştir. Aynı şekilde Menter vd.’nin 2-denklemlilik  $\gamma-Re_\theta$  modelinin [27] ve Menter’in 1-denklemlilik  $\gamma$  modelinin [37] sonuçları da verilmiştir.

T3C1 deneyi için sonuç incelendiğinde B-C modeli ile bulunan türbülansa geçiş noktasının deneyle uyumlu olduğu ve basınç farkı olan bölge için yüzey sürtünmesi katsayısı tahmininin başarılı bir şekilde yapıldığı görülmektedir. T3C2 deneyi için elde edilen sonuçlarda B-C modelinin türbülansa geçiş noktasını Menter’in her iki modelinden de daha iyi bulduğu, fakat yüzey sürtünmesi katsayısının deneyde olduğu gibi yumuşak bir şekilde yükselmediği gözlemlenmiştir. Bunun nedeni, daha önce de bahsedildiği gibi modelde türbülansa geçiş uzunluğu için bir bağıntı olmamasıdır. Nitekim, Men-

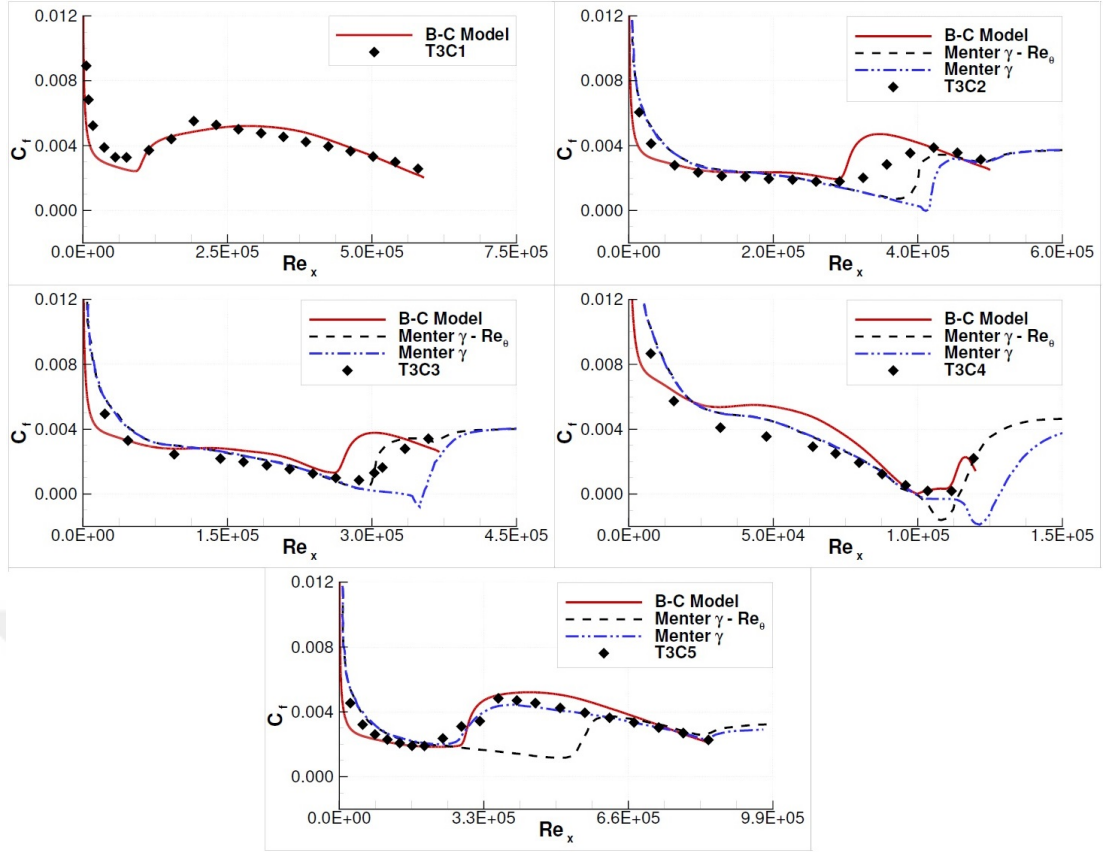


Şekil 5.9: B-C modeli ile elde edilen T3A deneyi çözümünde farklı istasyonlarda duvara dik doğrultuda alınmış hız profillerinin deneysel sonuçlarla kıyaslanması.

ter vd.'nin 2-denklemlilik  $\gamma - Re_\theta$  modelinde türbülansa geçiş uzunluğu ile ilgili bir bağıntı bulunmasına karşın, bu modelle elde edilen sayısal yüzey sürtünmesi katsayısı sonuçlarında da ani yükselme görülmektedir. T3C3 deneyi için de T3C2'de bahsedilen durum geçerlidir. T3C4 deneyi en düşük hızlı akış olup, B-C modelinin sayısal çözümünde laminer bölgedeki yüzey sürtünmesi katsayısı deneyden farklı bulunmuş olsa da, türbülansa geçiş bölgesinde diğer modellerden daha başarılı olduğu söylenebilir. Son olarak T3C5 deneyi için B-C modeli ve Menter'in 1-denklemlilik  $\gamma$  modelinin deneyle oldukça uyumlu sonuçlar verdiği, fakat Menter vd.'nin 2-denklemlilik  $\gamma - Re_\theta$  modelinin türbülansa geçişi oldukça uzak bir noktada bulunduğu görülmektedir.

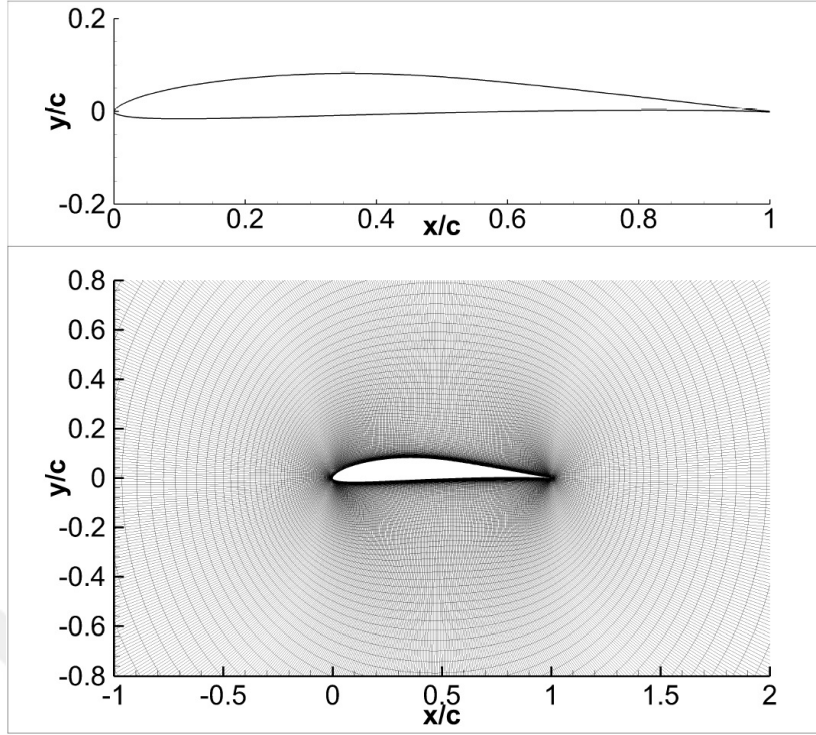
### 5.3 Eppler E387 Kanat Profili

McGhee vd. [60] tarafından NASA Langley Düşük-Türbülanslı Basınç Tüneli'nde (LTPT) yapılan Eppler E387 kanat profili deneyi, B-C modelinin doğrulamasında kul-



Şekil 5.10: Ters basınç farklı düz levha akışları için deneysel ve sayısal yüzey sürtünme katsayılarının kıyaslaması.

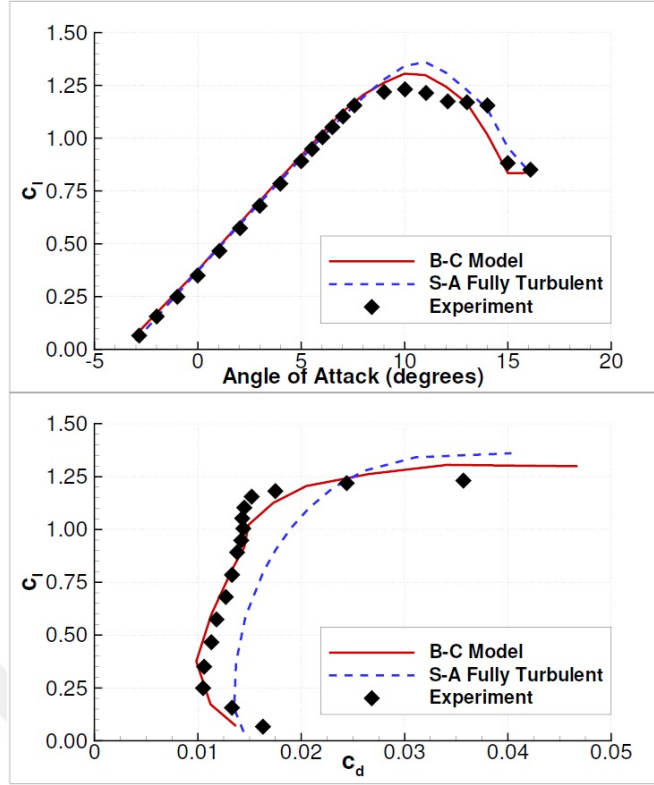
lanılmıştır. Denede kullanılan kanat profilinin veter boyu, tüneldeki hava hızı ve yoğunluğu kullanılarak hesaplanan Reynolds sayısı 200000'dir. Tünel içindeki türbülans yoğunluğu %0.1 olarak verilmiştir. Bu akışı modellemek üzere E387 kanat profili etrafında 699x179 elemandan oluşan O şeklinde bir çözüm ağı oluşturulmuştur.  $y^+$  değerinin 1'den küçük olabilmesi için çözüm ağının ilk katmanı kanat profilinden  $10^{-5}$  birim uzaklığa koyulmuş ve çözüm ağı katmanlarının dışa doğru genişleme oranı 1.075 olarak ayarlanmıştır. Çözüm ağının dış sınırları kanat profilinden 100 veter uzunluğu uzaktadır. Şekil 5.11'de E387 kanat profili ve bu profilin etrafında oluşturulan çözüm ağı gösterilmiştir.



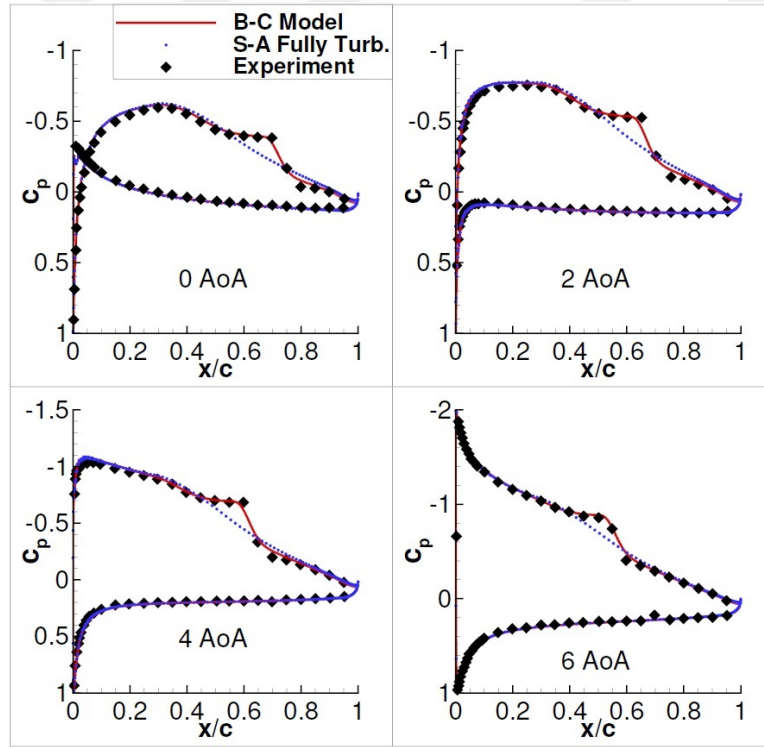
Şekil 5.11: E387 kanat profili ve etrafında oluşturulan çözüm ağının yakın plan gösterimi.

Şekil 5.12’de B-C türbülansa geçiş modeli ve S-A türbülans modeli ile elde edilen kaldırma ve sürüklenme katsayılarının deneysel veriler ile kıyaslaması verilmiştir. B-C modeli ve S-A modelinin kaldırma katsayısı sonuçları deneysel veriler ile kıyaslandığında iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Bunun aksine, sürüklenme katsayısı bağlamında B-C modeli ile elde edilen sonuçların S-A türbülans modeli ile elde edilen sonuçlardan çok daha iyi olduğu görülmektedir.

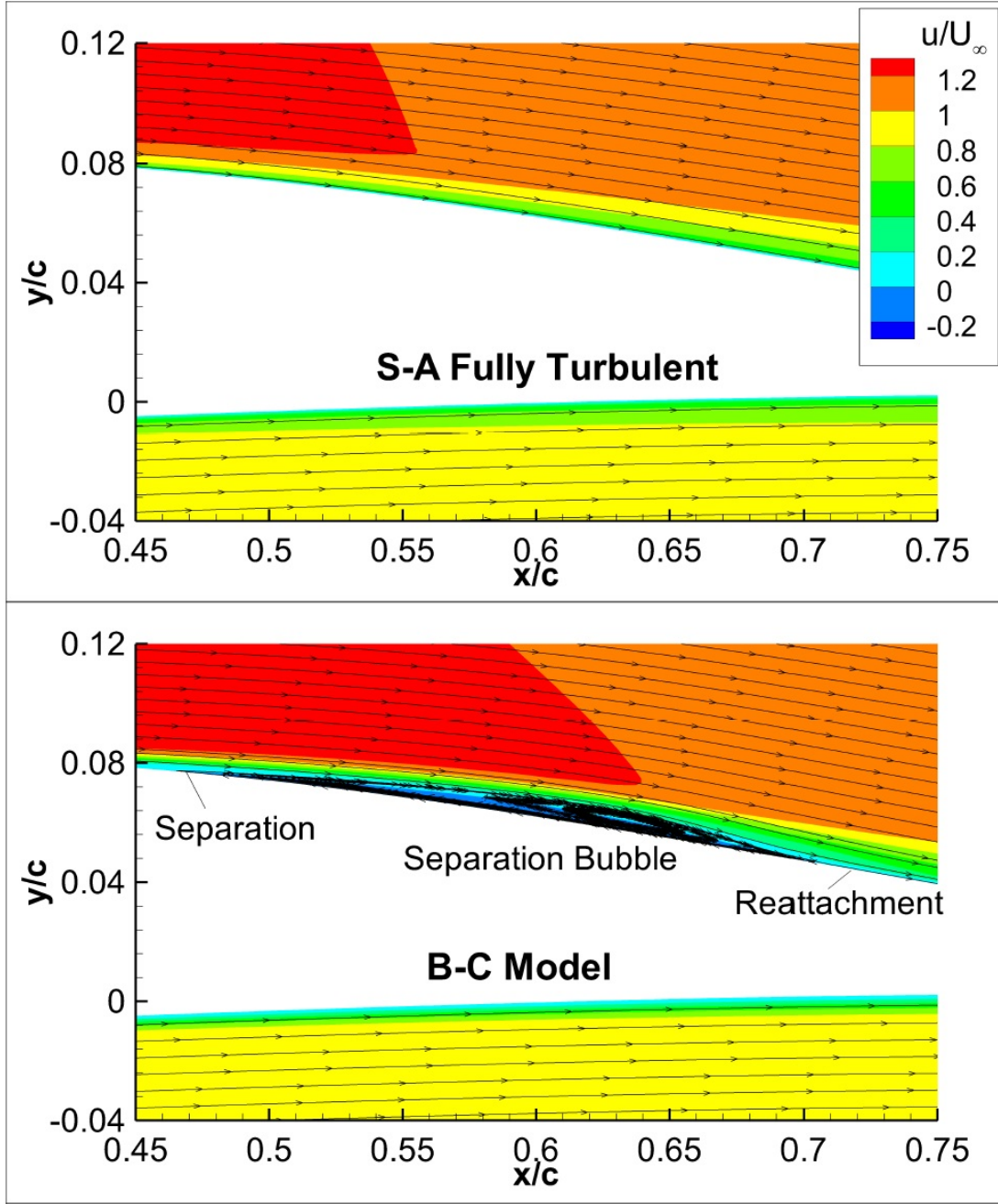
S-A türbülans modelinin sürüklenme katsayısını B-C modeli sonuçlarına ve deneysel verilere kıyasla %50 civarında hatalı bulmasının sebebi, beklendiği üzere, S-A türbülans modelinin kanat profili üzerinde oluşan ayrışma kabarcığını tespit edememesidir. Şekil 5.13’te kanat profili üzerinde farklı hücum açıları için B-C modeli ve S-A modeli ile hesaplanan basınç katsayısı dağılımının deneysel sonuçlarla kıyaslaması gösterilmiştir. Şekil incelendiğinde, B-C modelinin ayrışma kabarcığını dikkat çekici derecede başarıyla tespit ettiği söylenebilir. B-C modeli ile tespit edilen ayrışma kabarcığı Şekil 5.14’te verilen hız konturları ve akış çizgileri ile beraber gösterilmiştir.



Şekil 5.12: E387 kanat profili için B-C modeli ve S-A modeli kullanılarak bulunan kaldırma ve sürüklenme katsayılarının deneysel verilerle kıyaslaması.



Şekil 5.13: E387 kanat profili üzerinde farklı hücum açıları için sayısal ve deneysel basınç katsayısı dağılımlarının kıyaslaması.



Şekil 5.14: 2 derece hücum açısı için E387 kanat profili etrafındaki hız konturları, akış çizgileri ve oluşan ayrışma kabarcığı.

#### 5.4 Tek Kademeli T106 Türbin Kanatçıkları

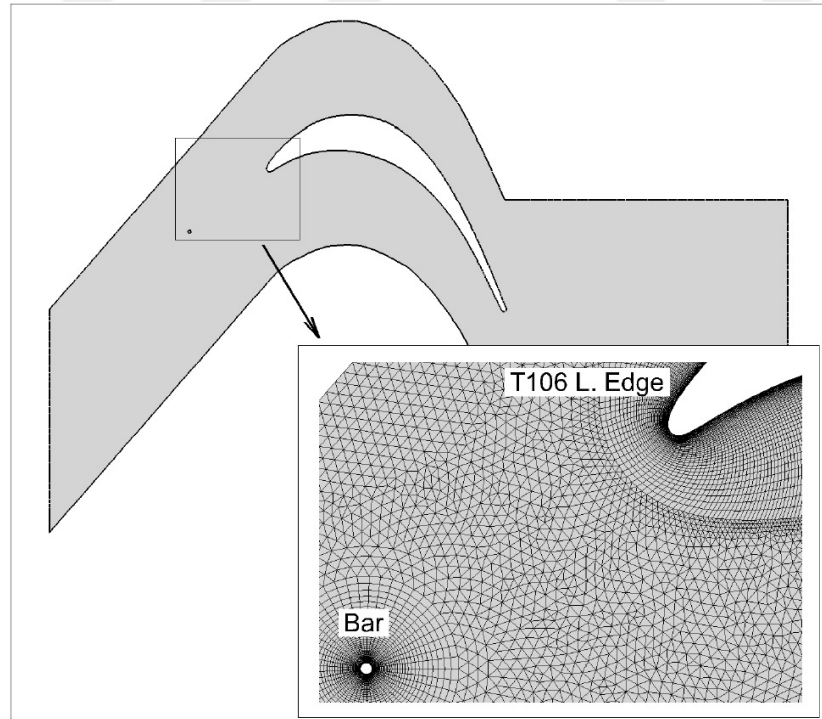
B-C modelini doğrulama çalışmaları kapsamında yapılan son 2-boyutlu benzeşim Stieger vd.'nin [61] kademeli dizilmiş beş adet T106 türbin kanatçığı kullanılarak yaptığı turbomakine deneyidir. Bu deneyde amaç, yüksek derecede yüklenmiş düşük-basınç türbin kanatçıklarının ön tarafına yerleştirilen hareketli çubuk düzeneğinin oluşturduğu, turbomakinelere görülene benzeyen türbülans izi yapıları ile kanatçıkların

emme yüzeyinde oluşan ayrışma kabarcığının etkileşimini incelemektir. Bu deneylerde hem zamana bağlı hem de sürekli durum için veriler toplanmıştır. Bu tez çalışmasında sadece sürekli akış durumu için benzeşimler yapılmıştır.

Çizelge 5.2’de deney düzeneğinin geometrik bilgileri verilmiştir. Deneysel veriler ve kanatçıkların veter boyu dikkate alındığında akışın Reynolds sayısı 91000 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca, girişteki türbülans yoğunluğu %0.1 olarak belirlenmiştir. Türbin kanatçığının koordinatları Stieger vd.’nin [61] tarafından verilmiş, çözüm ağı Çizelge 5.2’deki bilgiler kullanılarak oluşturulmuş ve bunlar Şekil 5.15’te gösterilmiştir.

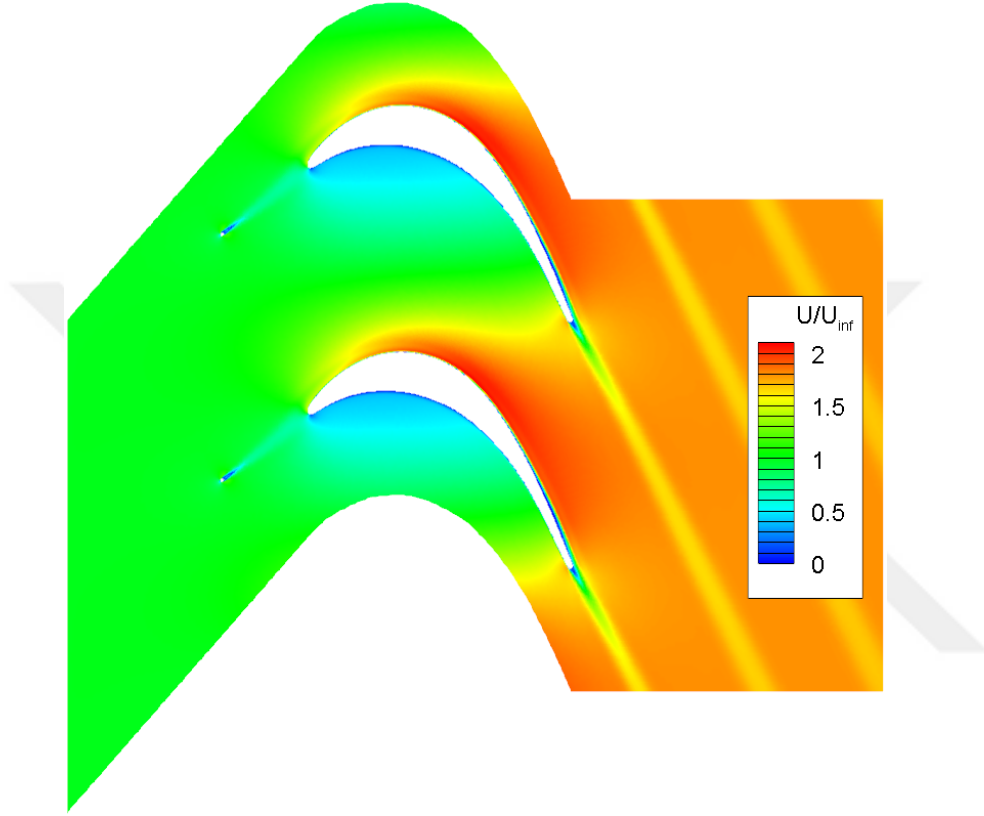
Çizelge 5.2: Kademeli T106 türbin kanatçıkları deneyinin önemli geometrik özellikleri.

Veter uzunluğu	198 mm
Veter çizgisi açısı	59.3°
Kademeler arası mesafe	158 mm
Akışın giriş açısı	37.7°
Akışın çıkış açısı	63.2°
Öndeki çubukların çapı	2.05 mm
Çubuklar ile kanatçıklar arası mesafe	70 mm



Şekil 5.15: T106 türbin kanatçığı geometrisi ve kanatçık etrafında oluşturulan çözüm ağı.

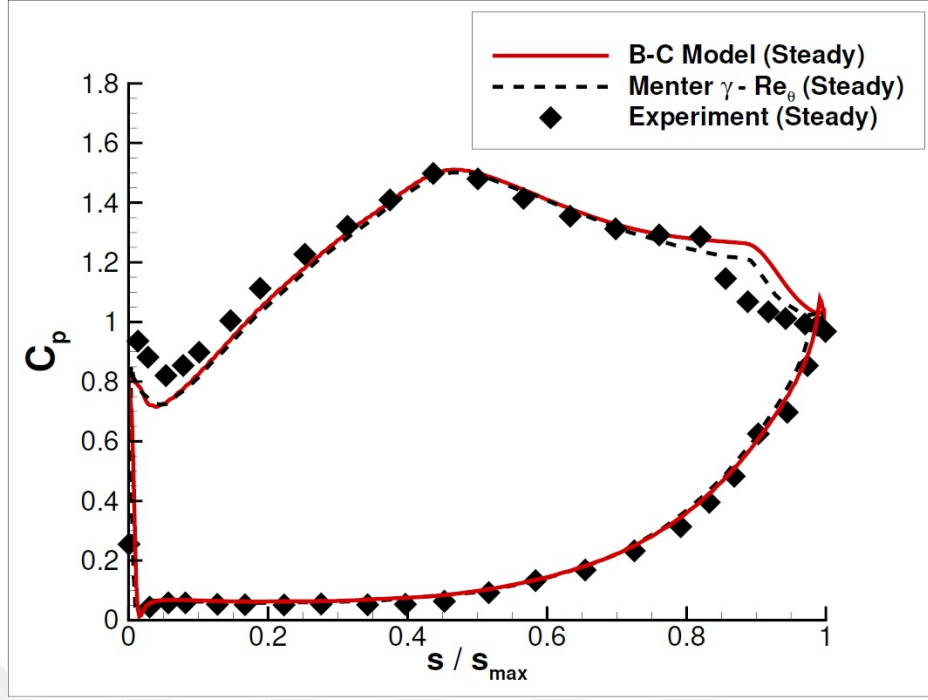
Şekil 5.15'te görülen çözüm ağındaki alt ve üst kenarlarda periyodik sınır şartı kullanılmış, böylece deneyde kullanılan beş ayrı kanatçığın hepsinin modellenmesine gerek kalmamıştır. Şekil 5.16'da kanatçık etrafındaki boyutsuzlaştırılmış hız konturları gösterilmiştir. Bu şekil aynı çözümün üst üste koyularak periyodik sınır koşulunun çalıştığını göstermek amacıyla oluşturulmuştur.



Şekil 5.16: T106 kanatçığı çözümünde periyodik sınır şartı uygulamasının sonucunda oluşan hız konturları.

Şekil 5.17'de T106 kanatçığı üzerindeki deneysel ve sayısal basınç katsayısı dağılımlarının kıyaslaması görülmektedir. Aynı şekilde Menter vd.'nin 2-denklemlilik  $\gamma - Re_{\theta}$  modelinin [27] sonuçları da mevcuttur. Sonuçlar incelendiğinde her iki modelin de ayrışma kabarcığını doğru noktada tespit ettiği, fakat B-C modelinin bulduğu ayrışma kabarcığının  $\gamma - Re_{\theta}$  modelinin bulduğundan biraz daha büyük olduğu görülmektedir. Bunun nedeninin, S-A türbülans modeli [46] ile  $k - \omega$  SST türbülans modeli [42] arasındaki farklar olduğu değerlendirilmektedir.

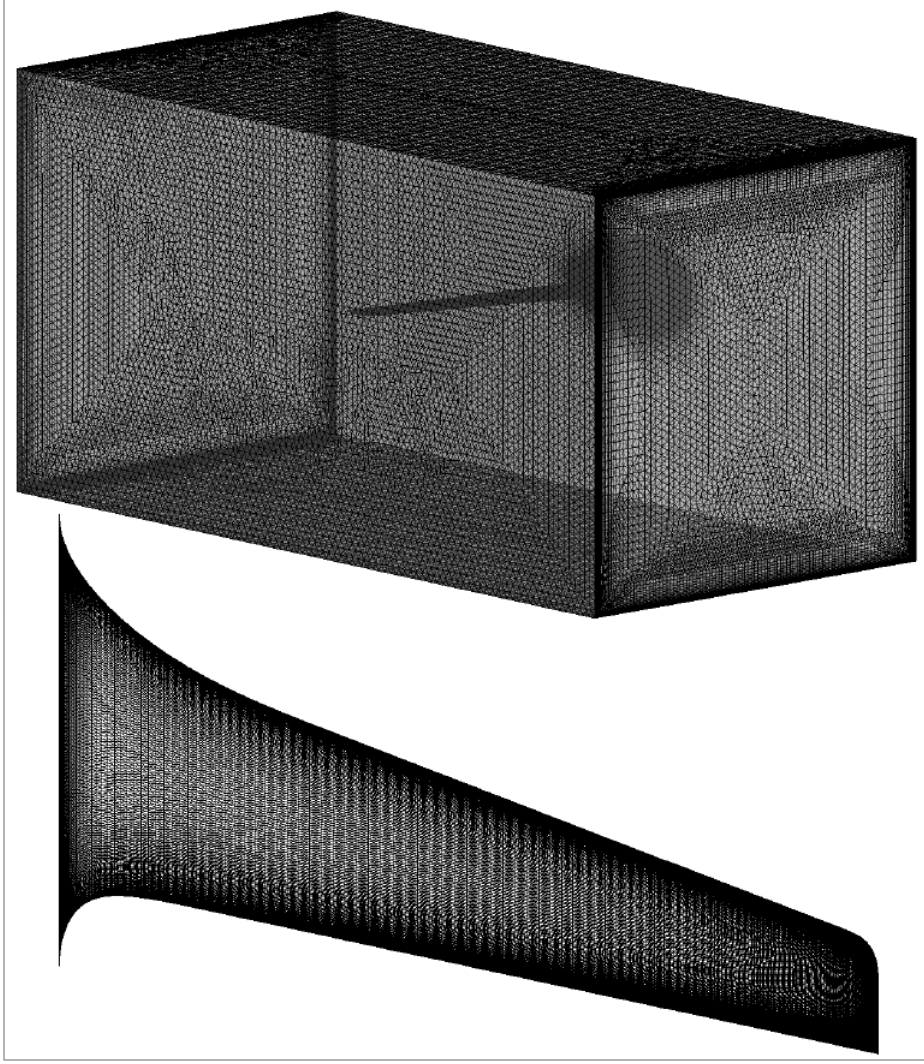




Şekil 5.17: T106 kanatçığı üzerindeki deneysel ve sayısal basınç katsayısı dağılımlarının kıyaslaması.

### 5.5 DLR-F5 Kanadı

B-C modelinin doğrulamasını yapmak adına seçilen 3-boyutlu sayısal benzeşimlerden ilki, Sobieczky [62] tarafından test edilen DLR-F5 kanadıdır. DLR-F5 kanadı, ok açısı (sweep)  $20^\circ$ , kanat açıklığı 0.65 m ve ortalama veter uzunluğu 150 mm olan bir kanattır. Kanadın tünel duvarına monte edildiği kök kısmında yumuşak geçiş bölgesi vardır. Kanat tünel duvarına hücum açısı  $2^\circ$  olacak şekilde tutturulmuştur. Tünelin test bölgesinin kesiti 1x1 m olup, akış yönündeki uzunluğu 4 m'dir. Şekil 5.18'de oluşturulan hesaplama alanı ve çözüm ağı gösterilmiştir. Hesaplama alanı oluşturulurken tünel duvarlarının yarattığı etkileri göz önüne alabilmek amacıyla yan duvarlar için de kanatta yapıldığı gibi  $y^+ 1$ 'den küçük olacak şekilde bir çözüm ağı katmanı oluşturulmuş; çözüm ağının ilk katmanının duvarlardan uzaklıkları 5e-7 m olarak ayarlanmıştır.

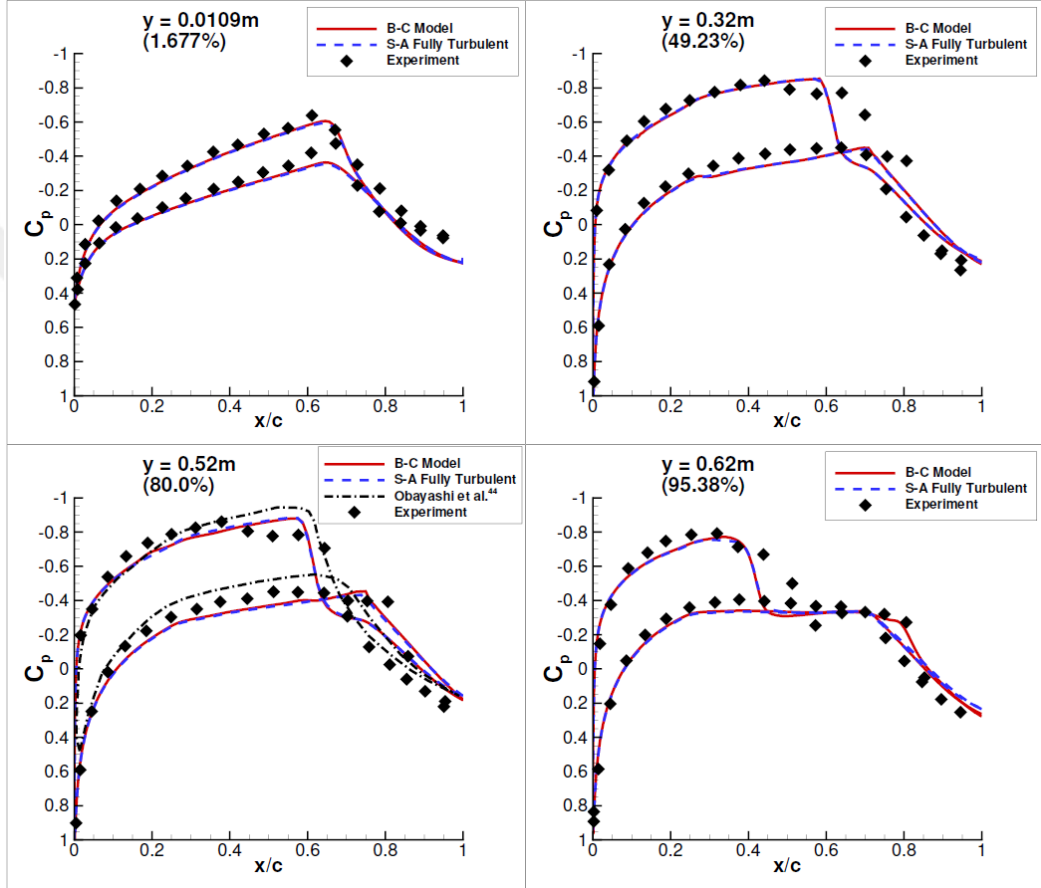


Şekil 5.18: DLR-F5 kanadı için oluşturulan hesaplama alanı ve çözüm ağı.

Deney raporunda, tünel içerisindeki akış hızının 0.82 Mach ve türbülans yoğunluğunun %0.35'den az olduğu bilgileri verilmiştir. Bu bilgiler ve ortalama veter uzunluğu bilgisi kullanılarak hesaplanan Reynolds sayısı 1.5 milyondur. Deneyde kanat üzerindeki türbülansa geçiş bölgesinin tespit edilmesi için süblimleşme tekniğinden faydalanılmıştır. Deney verileri içerisinde kanat açıklığı boyunca belirli istasyonlardan alınmış basınç katsayısı dağılımları da mevcuttur.

Şekil 5.19'da, kanat açıklığı boyunca seçilmiş bazı istasyonlardaki deneysel basınç katsayısı dağılımlarının B-C modeliyle ve S-A modeliyle elde edilen sayısal sonuçlarla kıyaslaması gösterilmiştir. Ayrıca, %80.0 kanat açıklığındaki istasyon için 1987'de Göttingen'de yapılan DFVLR-F5 deney çalıştayında [67] Obayashi tarafından sunulan sonuçlar da Şekil 5.19'a eklenmiştir. Tüm sonuçlar incelendiğinde, türbülansa geçiş

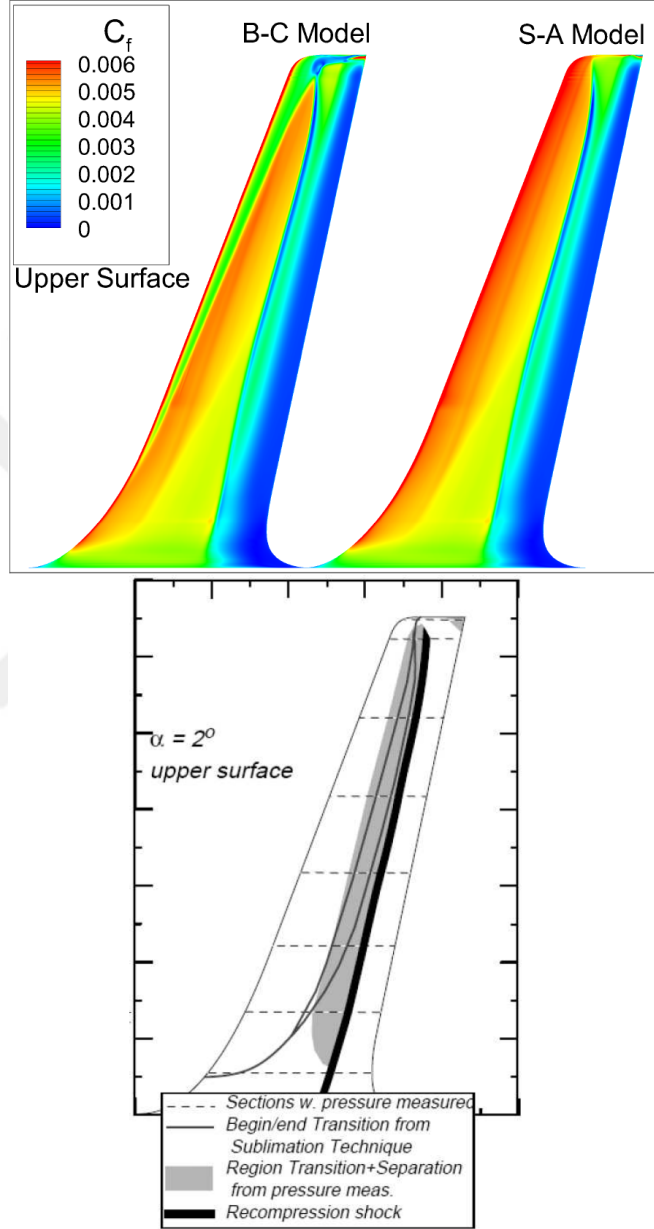
modeli ve türbülans modeli ile elde edilen sonuçların neredeyse birbiriyle aynı olduğu, bunların da deneysel sonuçlara oldukça yakın olduğu gözlemlenmiştir. Fakat, %95.38 kanat açıklığındaki sonuç dikkatli incelenirse, B-C modeli ile elde edilen basınç dağılımı katsayısının, veterin %75-85 aralığındaki kısmında S-A modeliyle hesaplanana göre çok daha iyi olduğu görülmektedir. Bunun sebebi kanat ucuna doğru ilerledikçe, veter uzunluğunun azalmasından dolayı yerel olarak Reynolds sayısının da düşmesidir.



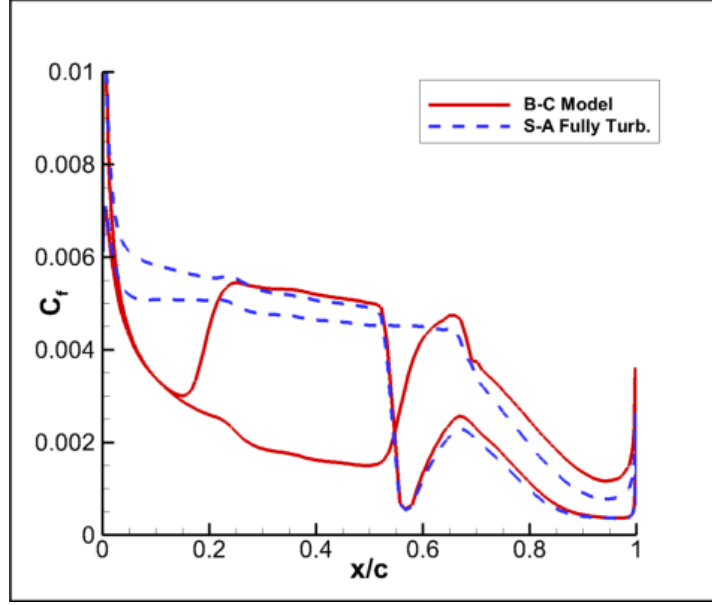
Şekil 5.19: DLR-F5 kanadı için kanat açıklığı boyunca seçilen istasyonlarda hesaplanan basınç katsayısı dağılımlarının deneysel verilerle kıyaslaması.

B-C modeli ve S-A modeli ile elde edilen yüzey sürtünmesi katsayısı sonuçlarının kıyaslaması Şekil 5.20'de kontur halinde gösterilmiştir. Aynı şekilde süblimleşme tekniği yardımıyla deneysel olarak gözlemlenen türbülansa geçiş bölgesi ve şok oluşum bölgesi de gösterilmiştir. Konturlara bakıldığında B-C modelinin hücum kenarı bölgesinde S-A modeline göre daha düşük yüzey sürtünmesi katsayıları bulunduğu, dolayısıyla bariz bir türbülansa geçiş bölgesi tespit ettiği görülmektedir. Bu sonuç deneyde gözlemlenen bölgeler ile de paralellik göstermektedir. Şekil 5.21'de B-C modeli ve S-A türbülans

modelinin %80 kanat açıklığındaki yüzey sürtünmesi katsayılarının kıyaslaması da verilmiştir. Burada açıkça görünmektedir ki, B-C modeli sonuçlarında yüzey sürtünmesi katsayısı azalıp sonrasında artarak aynı deneyde olduğu gibi türbülansa geçişi tespit etmiştir.

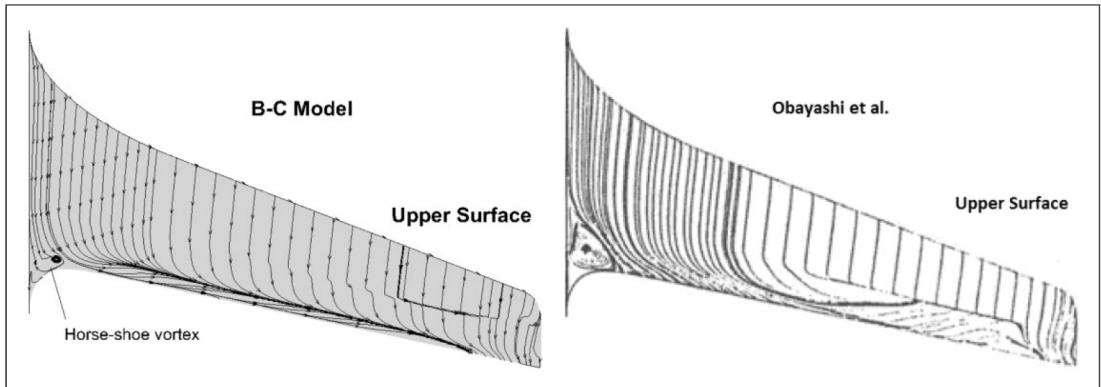


Şekil 5.20: DLR-F5 kanadı için B-C modeli ve S-A modeli ile elde edilen yüzey sürtünmesi katsayısı konturlarının ve süblimleşme tekniği ile deneysel olarak gözlemlenen türbülansa geçiş bölgesiyle kıyaslaması.



Şekil 5.21: DLR-F5 %80 kanat açıklığı için B-C modeli ve S-A modeli ile elde edilen yüzey sürtünmesi katsayılarının kıyaslaması.

Son olarak, DFVLR-F5 deney çalıştayında [67] Obayashi tarafından sunulan kanat üzerindeki akış çizgilerinin B-C modeli ile elde edilenlerle kıyaslaması Şekil 5.22’de gösterilmiştir. Yüzey akış çizgilerine bakıldığında her iki çözümün de kanadın kök bölgesindeki at nalı girdabını tespit ettiği görülmektedir. Her iki çözümün de genel olarak benzediği, fakat şok oluşumunun görüldüğü bölgeden sonraki ters akış bölgelerinin kıyaslamasında Obayashi’nin bulduğu bölgenin B-C modeli ile bulunandan çok daha büyük bir alan kapladığı görülmüştür. Deneysel veri olmadığından dolayı hangi çözümün gerçeklik payının daha fazla olduğu hakkında çıkarım yapılamamaktadır.

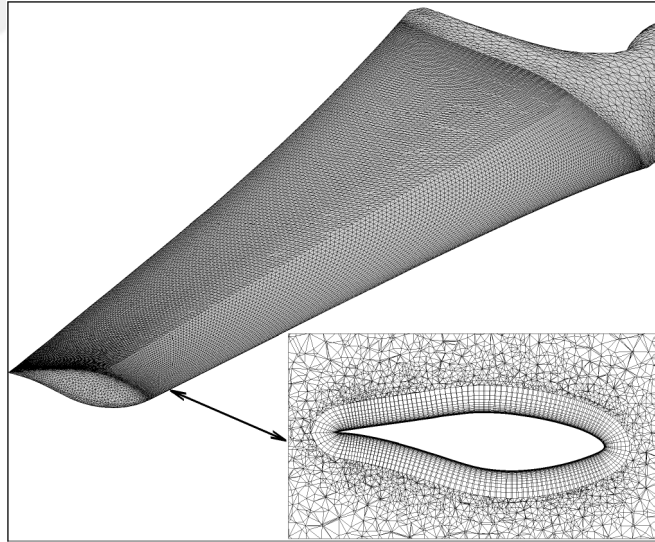


Şekil 5.22: DLR-F5 kanadı yüzeyindeki sayısal olarak hesaplanan akış çizgilerinin kıyaslaması.

## 5.6 NREL Faz VI Rüzgar Türbini

B-C modelinin doğrulaması için seçilen son deneysel çalışma NREL Faz VI rüzgar türbinidir. NREL Faz VI rüzgar türbini, S809 kanat profilini kullanan 5 m uzunluğundaki iki adet bükümlü ve uca doğru daralan kanatçıktan yapılmıştır. Bu rüzgar türbini NASA Ames Araştırma Merkezi'ndeki 80x120 ft boyutlarındaki rüzgar tüneline [63, 64] test edilmiştir. Tüm deneylerde rüzgar türbini dönüş hızı 72 RPM'de sabit tutulmuş, türbine gelen akış hızları 7 m/s ila 25 m/s arasında değiştirilmiştir. Bu deneyin sayısal benzeşimi hem B-C türbülansa geçiş modeli hem de S-A türbülans modeli kullanılarak yapılmıştır.

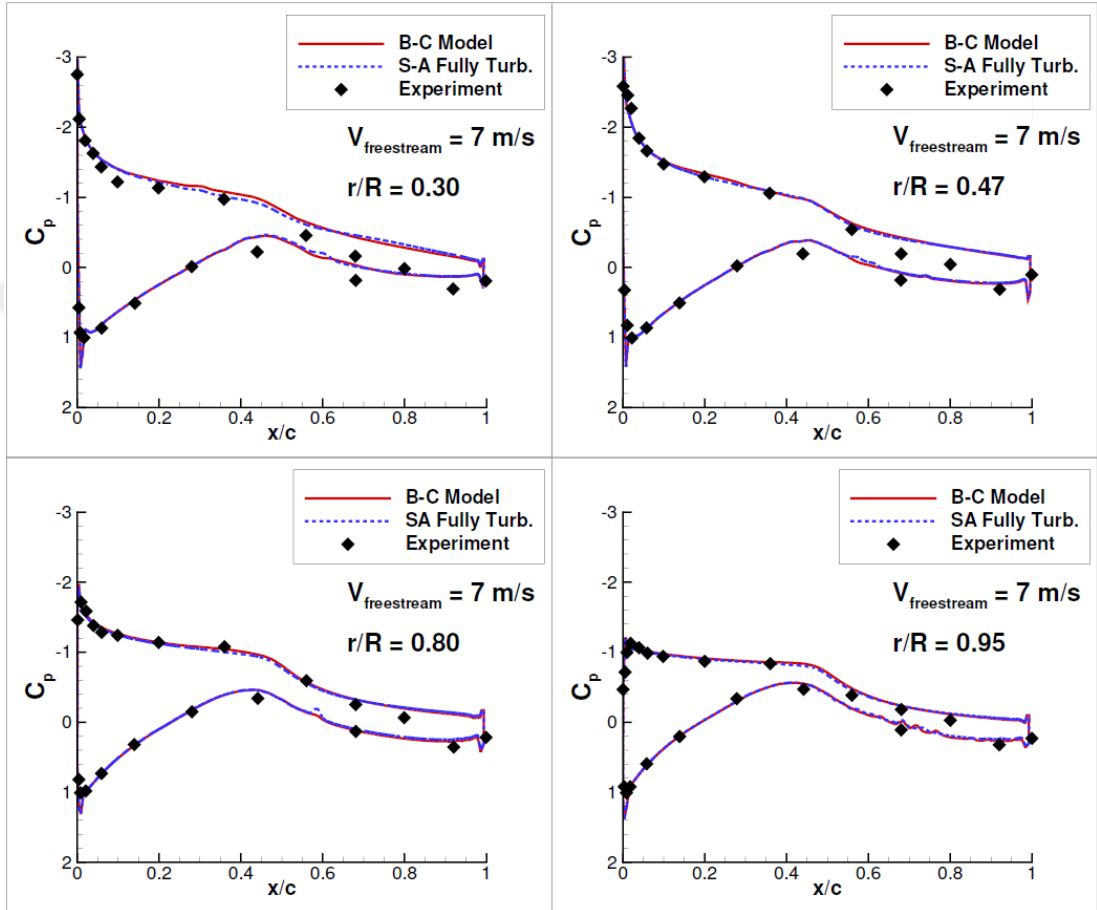
Şekil 5.23'te sayısal benzeşimlerde kullanılan çözüm ağının türbin kanatçıkları üzerindeki ve etrafındaki dağılımları gösterilmiştir. Çözüm ağında toplamda 7.5 milyon adet dörtyüzlü, prizma ve piramit eleman karışık olarak kullanılmıştır. Çözüm ağının ilk katmanı rüzgar türbini kanatçıklarından 1e-6 m uzakta olacak şekilde ayarlanmış, bunun sonucu olarak da tüm yüzeylerde  $y^+$  değeri 1'den düşük olmuştur. Tünel girişindeki türbülans yoğunluğu ise %0.2 olarak verilmiştir.



Şekil 5.23: NREL Faz VI için oluşturulan çözüm ağının kanatçık üzerindeki ve etrafındaki görünümü.

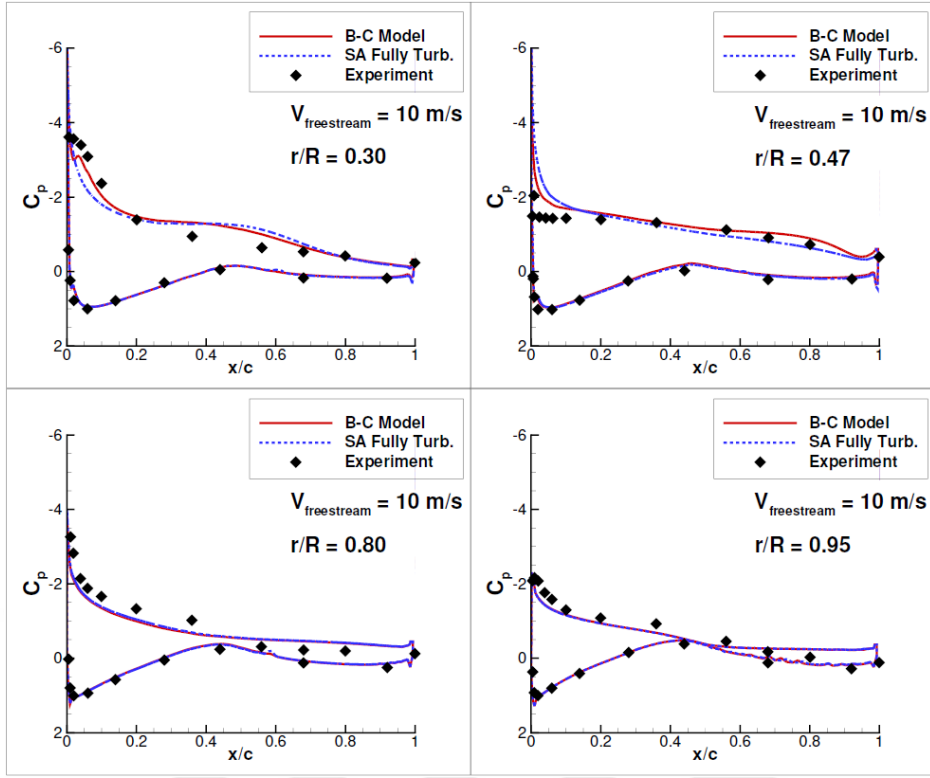
B-C modeli ve S-A modeli kullanılarak 7 m/s, 10 m/s, 15 m/s ve 20 m/s akış hızları için sayısal benzeşimler yapılmıştır. Şekil 5.24 ve Şekil 5.25'te sırasıyla 7 m/s ve 10 m/s akış hızları için sayısal ve deneysel basınç katsayılarının kıyaslaması verilmiştir. Bu kıyaslamalar incelendiğinde, B-C modeli ile S-A modelinin bulmuş olduğu basınç

katsayılarının deneysel sonuçlarla oldukça uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca B-C modelinin sonuçları ile S-A modelinin sonuçları arasında çok küçük farklar olduğu söylenebilir. 15 m/s ve 20 m/s akış hızlarında ise her iki modelin bulunduğu sonuçlar arasında fark görülmemekte, yani aslında bu akış hızlarında kanatçıklar üzerinde tamamıyla türbülanslı akış baskın hale gelmektedir.

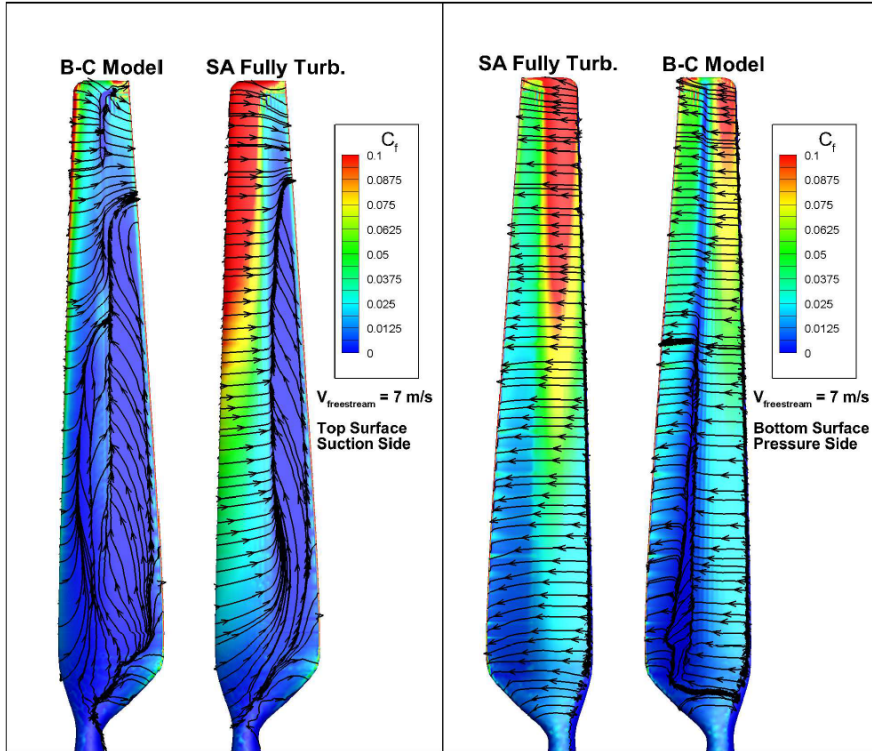


Şekil 5.24: NREL Faz VI için 7 m/s akış hızında farklı istasyonlardan alınmış sayısal ve deneysel basınç katsayılarının kıyaslanması.

Şekil 5.26'da 7 m/s akış hızı için yapılan sayısal benzeşimlerde hesaplanan yüzey sürtünmesi katsayısı konturları ve yüzey akış çizgilerinin kıyaslanması görülmektedir. Akış çizgileri ve konturlar incelendiğinde, türbin kanatçığının üst yüzeyinde B-C modelinin çok daha düşük seviyelerde yüzey sürtünmesi katsayısı hesapladığı; ayrıca akış çizgilerinin S-A modeli ile bulunandan çok daha farklı bir yapıda olduğu görülmektedir. Türbin kanatçığının alt yüzeyindeki konturlar ve akış çizgileri incelendiğinde ise, B-C modelinin kanatçığın orta bölümünde bir akış kopması ve yapışması bölgesi; yani bir türbülansa geçiş bölgesi tespit ettiği görülmektedir.



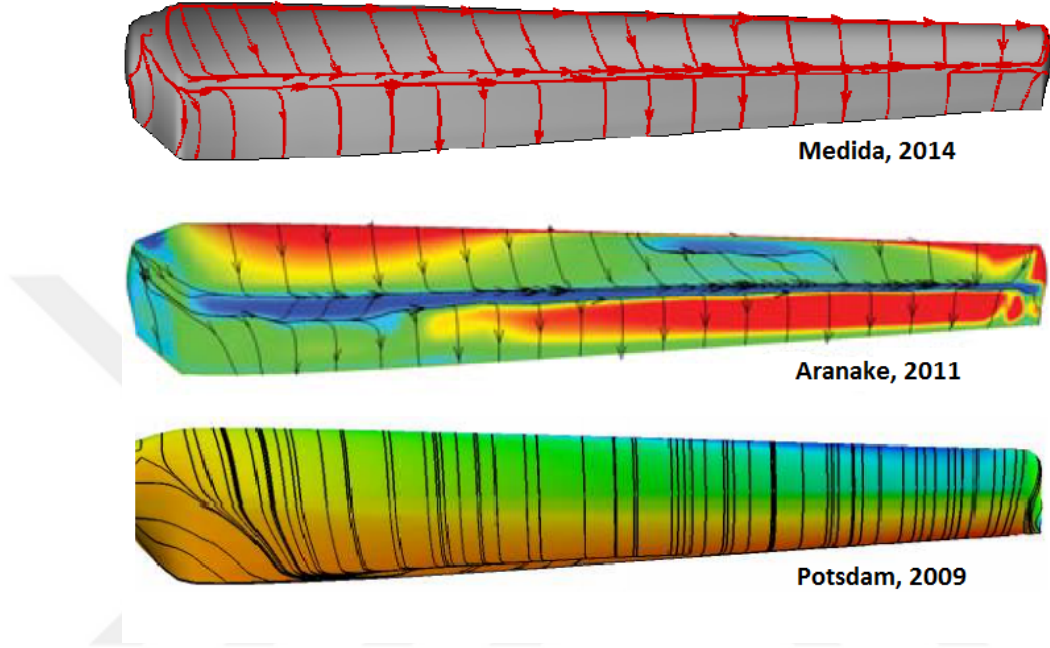
Şekil 5.25: NREL Faz VI için 10 m/s akış hızında farklı istasyonlardan alınmış sayısal ve deneysel basınç katsayılarının kıyaslanması.



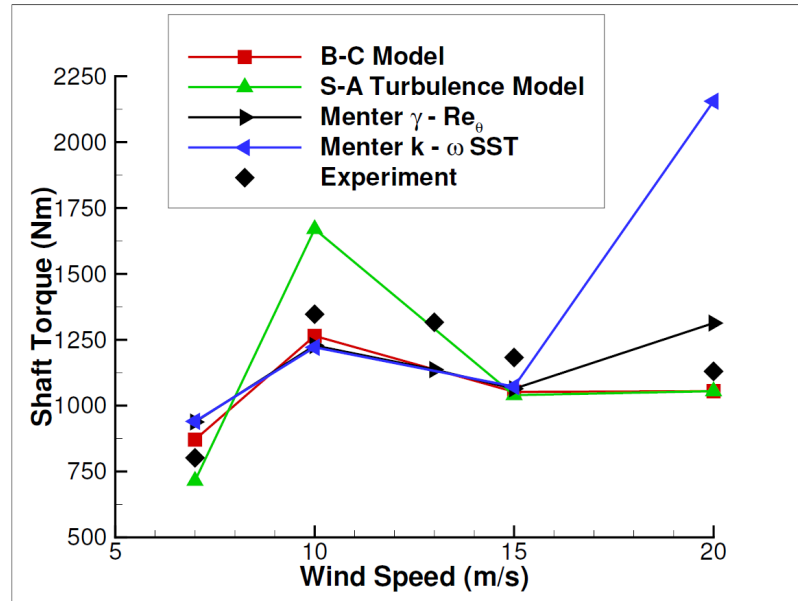
Şekil 5.26: NREL Faz VI için 7 m/s akış hızında hesaplanan yüzey sürtünmesi katsayısı konturları ve yüzey akış çizgilerinin kıyaslanması.



Deney sonuçlarında yüzey sürtünmesi katsayıları ve yüzey akış çizgileri ile ilgili bir veri verilmemiştir. Fakat, literatürde yer alan diğer çözümlerde 7 m/s akış hızı için elde edilen akış çizgileri ve/veya konturlara dair sonuçlar Şekil 5.27’de derlenmiştir [50, 68, 69]. Tüm bu çalışmalar incelendiğinde, B-C modeli ile bulunan sonuçların diğer modellerle elde edilen sonuçlarla paralellik gösterdiği görülmektedir.



Şekil 5.27: Literatürdeki çalışmalardan 7 m/s akış hızı için derlenen bazı sonuçlar.



Şekil 5.28: NREL Faz VI rüzgar türbininin farklı akış hızlarında ürettiği deneysel tork değerleri ile sayısal tork değerlerinin kıyaslaması.

Son olarak, NREL Faz VI rüzgar türbininin farklı akış hızlarında ürettiği torkun deneysel ve sayısal sonuçları Şekil 5.28’de verilmiştir. Şekilde, Menter vd.’nin 2-denklemlilik  $\gamma - Re_\theta$  türbülans geçiş modeli [27] ve Menter’in  $k - \omega$  SST türbülans modeli [42] ile elde edilen sonuçlar da gösterilmiştir. S-A modeli ile B-C modelinin hesapladığı tork değerleri arasındaki en büyük farkların düşük akış hızlarında görülmesinin nedeninin, düşük akış hızlarından dolayı akışta türbülans geçişin etkin bir rolü olması ve buna bağlı olarak B-C modelinin etkinliğinin artması olduğu düşünülmektedir. Sonuç olarak, B-C modeliyle elde edilen tüm sonuçların deneysel veriler ile iyi bir uyum içerisinde olduğu söylenebilir.



## 6. DEĞERLENDİRME ve SONUÇ

Günümüz bilgisayarlarının hesaplama güçleri, endüstride LES ve DNS gibi gelişmiş modellerin gündelik olarak kullanılmasını henüz mümkün kılmamaktadır. Bu yüzden, endüstride kullanılabilecek, tahmin kapasitesi makul seviyelerde olan daha düşük mertebeli modeller geliştirilmesi önem taşımaktadır. Daha düşük mertebeli modeller geliştirmek hem karmaşık türbülansa geçiş mekanizmalarını göz önüne alabilme hem de günümüzdeki karmaşık geometri akış problemlerini çözmek üzere geliştirilmiş HAD kodlarına adapte olabilme bağlamında birtakım zorluklar getirmektedir. Örneğin, bu tez kapsamında da bahsedilen yerel akış değişkenlerine bağlı olmayan modeller kullanılarak oldukça başarılı sonuçlar alınmış olsa da bunların ihtiyaç duyduğu bazı parametrelerin karmaşık geometriler üzerindeki akışlarda hesaplanmasının çok zor olmasından dolayı endüstride kullanılamamaktadır. Daha sonraları, yerel akış değişkenlerine bağlı olmayan modellerin başarısından ilham alan Menter vd. [27], bu modellerde ihtiyaç duyulan bazı integral parametreler yerine yerel akış değişkenlerinin kullanılabileceğini keşfetmiştir. Bu önemli gözlemden ortaya çıkan, içerisinde deneysel çalışmalardan elde edilen bağıntıları da barındıran ve  $\gamma - Re_\theta$  modeli [27] olarak bilinen türbülansa geçiş modeli, türbülansa geçiş araştırmaları açısından adeta bir çığır açmıştır.  $\gamma - Re_\theta$  modeli, türbülans yoğunluğu, basınç farkı vb. parametreleri deneysel bağıntılar yardımıyla göz önüne alabilen ve karmaşık geometrilere sahip birçok iç ve dış akış problemini başarıyla çözebilen bir modeldir. Ayrıca, yerel akış değişkenlerinin kullanılması sayesinde günümüz modern HAD yazılımlarına, karmaşık geometriler etrafında oluşturulan düzenli veya düzensiz çözüm ağlarının hepsine uygulanabilmektedir.

Menter vd.'nin ortaya attığı bu önemli fikrin ardından, onu örnek olarak geliştirilen 2- ve 3-denklemlilik bir çok model geliştirilmiştir. Tüm bu modellere bakıldığında, Menter vd. türbülansa geçiş modeli de dahil, hepsi temel olarak bir türbülans modeli ile birleştirilmektedir. Yani bu durum günümüzde yaygın kullanılan 1-denklemlilik Spalart-Allmaras, 2-denklemlilik  $k - \omega$  ve  $k - \omega$  SST gibi türbülans modellerine [42, 43, 46]

ek olarak türbülansa geçiş için 2 veya 3 denklem daha çözülmesi gerektiği anlamına gelmektedir.

2013 yılında Baş vd. [16] tarafından geliştirilmiş ve bu tez kapsamında boyutsuzlaştırılmasında değişiklikler yapılmış olan B-C (Baş-Çakmakçioğlu) türbülansa geçiş modeli de diğer modern modeller gibi yerel akış değişkenlerine bağlı olup deneysel bağıntıları kullanmaktadır. B-C modeli 1-denklemlilik Spalart-Allmaras türbülans modeliyle birleştirilmiş bir türbülansa geçiş modelidir. Fakat B-C modelinin farkı, diğer türbülansa geçiş modellerinin ihtiyaç duyduğu kesiklilik denklemleri yerine, türbülans modeline doğrudan eklenen bir fonksiyon yapısında olmasıdır [16]. Bir diğer deyişle, B-C modeli diğer modellerdeki gibi denklem çözmekte; bunun yerine cebirsel işlemler ile türbülans modelinin türbülans üretim terimini kontrol etmektedir. Bölüm 5'te sunulan sayısal benzeşimler göz önüne alındığında, B-C modelinin sıfır-denklemlilik olmasına rağmen diğer yüksek mertebeli modellerle kıyaslanabilir ölçüde sonuçlar elde ettiği görülmektedir. Bu da, akış problemlerinde tahmin yeteneğinden fazla ödün vermeden daha az denklem çözülerek türbülansa geçişin modellenebileceğini ortaya koymaktadır.

Bölüm 3'te detayları verilen B-C modeli, Bölüm 5'te verilen toplam 13 adet deneyin doğrulamasında kullanılmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Düz levha üzerindeki sıfır basınç farklı akışlar incelendiğinde, B-C modelinin diğer yüksek mertebeli modeller ile çok benzer sonuçlar bulduğu görülmüştür. Fakat, literatürdeki bazı modellerin de hesaplamakta sorun yaşadığı akış deneylerinden biri olan T3A- deneyi için B-C modelinin de birtakım kısıtlamalar içerdiği ve kullanıcının dikkat etmesi gerektiği belirtilmiştir. Daha sonra doğrulaması yapılan ters basınç farklı düz levha deneylerinde ise B-C modeli sonuçlarının yüksek mertebeli modellerden biraz daha iyi olduğu düşünülmektedir. B-C modeli ile Eppler E387 kanat profili üzerindeki akış kopması ve birleşmesine bağlı olarak tespit edilen ayrışma kabarcığı deneysel sonuçlarla oldukça uyumlu çıkmıştır. B-C modeli, bir türbin kanatçığının hücum kenarının önüne yerleştirilen çubukların oluşturduğu türbülans izinin varlığında da türbin kanatçığı üzerindeki ayrışma kabarcığını başarılı bir şekilde tespit edilebilmiştir. Bahsi geçen 2-boyutlu akış çözümlerinden sonra B-C modeli kullanılarak, ilki bir kanat üzerinde 0.82 Mach'taki sıkıştırılabilir akış ve diğeri dönmekte olan kanatlar içeren bir rüzgar türbini akışı olmak üzere iki adet 3-boyutlu deneyin doğrulaması yapılmıştır. Bu sayede, B-C mode-

linin hem 2- hem 3-boyutlu akışlarda kullanılabileceği, hem sıkıştırılmaz hem şıkıştırılabilir akışlarda kullanılabileceği gösterilmiştir.

B-C modeli, ayrıca, Stanford Üniversitesi Havacılık ve Uzay Tasarım Laboratuvarı'nın geliştirdiği bir açık-kaynak HAD yazılımı olan SU2'ya resmi olarak eklenen ilk türbülansa geçiş modeli olmuş ve böylece tezin hedeflerinden olan geniş kullanıcı kitlesine ulaşma hedefi gerçekleştirilmiştir. Ocak 2017'de yayınlanan ve Raven olarak adlandırılan beşinci sürümde (ve sonrasında) B-C modeli de yer almaktadır.

B-C modelinin altında yatan fikrin oldukça basit olması [16], bu tarz bir cebirsel türbülansa geçiş modelinin herhangi bir türbülans modeliyle rahatlıkla birleştirilebilmesine imkan tanımaktadır. Bakıldığı zaman, mevcut modelin Spalart-Allmaras modeli ile birleştirilmesi ve bu modelin türbülanslı kinetik enerji terimini ihmal etmesi, türbülans yoğunluğu parametresinin yerel olarak hesaplanamamasına yol açmaktadır. Bu durum fiziksel açıdan modele bazı sınırlamalar getirmektedir. Dolayısıyla gelecekte yapılabilirlecek işlerden biri, B-C modelinin, bu terimin yerel olarak hesaplanabilmesine olanak sağlayan S-A modelinin türevlerinden olan SALSA formülasyonuna [70] veya doğrudan  $k - \omega$  SST modeline [42] eklenmesi olabilir. Ayrıca, B-C modelindeki türbülansa geçiş bağıntısı mevcut durumda basınç farkı, çapraz-akış düzeltmesi, sıkıştırılabilirlik düzeltmesi, yüzey przllğu gibi etkileri göz önüne almamaktadır. Dolayısıyla modeli geliştirmek adına bu etkilerin de değerlendirilmesi amacıyla türbülansa geiş bağıntısına eklemeler yapılabilieceği dşnlmektedir.



## KAYNAKLAR

- [1] **Tani, I.**, 1969, "Boundary-layer Transition," *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1, pp. 169-196.
- [2] **Reynolds, O.**, 1883, "An Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 174, pp. 935-982.
- [3] **Reshotko, E.**, 1976, "Boundary-layer Stability and Transition," *Annual Review of Fluid Mechanics*, 8, pp. 311-349.
- [4] **Reshotko, E.**, 1976, "Progress, Accomplishments and Issues in Transition Research," AIAA Paper No. 1997-1815.
- [5] **Morkovin, M.V.**, 1969, "On the Many Faces of Transition," *Proceedings of the Symposium on Viscous Drag Reduction*, Plenum Press, New York.
- [6] **Morkovin, M.V.**, 1993, "Bypass-Transition Research: Issues and Philosophy," Kluwer Academic Publishers.
- [7] **Reshotko, E.**, 2001, "Transient Growth: A Factor in Bypass Transition," *Physics of Fluids*, 13, pp. 1067-1075.
- [8] **Saric, W.S.**, 1994, "Physical Description of Boundary-layer Transition: Experimental Evidence," Technical Report AGARD-R-793, AGARD.
- [9] **Mitchner, M.**, 1954, "Propagation of Turbulence From an Instantaneous Point Disturbance," *Journal of the Aeronautical Sciences*, 21(5), pp. 350-351.
- [10] **Dhawan, S., Narasimha, R.**, 1958, "Some Properties of Boundary Layer during Transition from Laminar to Turbulent Flow Motion," *J. Fluid Mech.*, 3(04), pp. 418-436.
- [11] **Mayle, R.E.**, 1991, "The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines," *ASME Journal of Turbomachinery*, 113, pp. 509-537.
- [12] **Saric, W.S., Reed, H.L., Kerschen, E.J.**, 2002, "Boundary-layer Receptivity to Freestream Disturbances," *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34, pp. 291-319.
- [13] **Saric, W.S., Carillo, R.B., Reibert, M.S.**, 1998, "Leading-edge Roughness as a Transition Control Mechanism," AIAA Paper No. 1998-0781.

- [14] **White, E.B., Saric, W.S.**, 2000, "Application of Variable Leading-edge Roughness for Transition Control on Swept Wings," AIAA Paper No. 2000-0283.
- [15] **Gortler, H.**, 1954, "On the Three-dimensional Instability of Laminar Boundary Layers on Concave Walls," NACA Technical Memorandum No. 1375.
- [16] **Bas, O., Cakmakcioglu, S.C., Kaynak, U.**, 2013, "A Novel Intermittency Distribution Based Transition Model for Low-Re Number Airfoils", AIAA Paper No. 2013-2531.
- [17] **Suzen, Y.B., Huang, P.G., Hultgren, L.S., Ashpis, D.E.**, 2001, "Predictions of Separated and Transitional Boundary Layers Under Low-Pressure Turbine Airfoil Conditions Using an Intermittency Transport Equation," AIAA Paper No. 2001-0446.
- [18] **Drela, M., Giles, M.B.**, 1987, "Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils," *AIAA Journal*, 25(10), pp. 1347-1355.
- [19] **Wilcox, D.C.**, 1994, "Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model," *AIAA Journal*, 25(2), pp. 247-255.
- [20] **Emmons, H.W.**, 1951, "The Laminar-Turbulent Transition in Boundary Layer-Part I," *J.Aero. Sci.*, 18, pp. 490-498.
- [21] **Narasimha, R.**, 1957, "On the Distribution of Intermittency in the Transition Region of a Boundary Layer," *J. Aero. Sci.*, 24, pp. 711-712.
- [22] **Chen, K.K., Thyson, N.A.**, 1971, "Extension of Emmons Spot Theory to Flows on Blunt Bodies," *AIAA Journal*, 9, pp. 821-825.
- [23] **Solomon, W.J., Walker, G.J., Gostelow, J.P.**, 1995, "Transition Length Prediction For Flows With Rapidly Changing Pressure Gradients," ASME Paper No. 95-GT-241.
- [24] **Steelant, J., Dick, E.**, 1996, "Modeling of Bypass Transition with Conditioned Navier-Stokes Equations Coupled to Intermittency Transport Equations," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 23(3), pp. 193-220.
- [25] **Cho, J.R., Chung, M.K.**, 1992, "A  $k - \varepsilon - \gamma$  Equation Turbulence Model," *J. Fluid Mech.*, 237, pp. 301-322.
- [26] **Suzen, Y.B., Huang, P.G.**, 2000, "Modeling of Flow Transition Using an Intermittency Transport Equation," *ASME J. Fluid Eng.*, 122(2), pp. 273-284.
- [27] **Menter, F.R., Langtry R.B., Likki, S.R., Suzen, Y.B., Huang, P.G., Völker, S.**, 2004, "A Correlation Based Transition Model Using Local Variables: Part I – Model Formulation," ASME Paper No. GT2004-53452.
- [28] **Langtry, R.B., and Menter, F.R.**, 2005, "Transition Modeling for General CFD Applications in Aeronautics," AIAA Paper No. 2005-522.



- [29] **Walters, D.K., Leylek, J.H.**, 2004, "A New Model for Boundary-Layer Transition Using a Single Point RANS Approach," *ASME J. Turbomach.*, 126(1), pp. 193-202.
- [30] **Walters, D.K., Cokljat, D.**, 2008, "A three-Equation Eddy-Viscosity Model for Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulations of Transitional Flow," *ASME J. Fluid Eng.*, 130(12): 121401.
- [31] **Lodefier, K., Merci, B., De Langhe, C., Dick, E.**, 2003, "Transition Modeling with the SST Turbulence Model and Intermittency Transport Equation," ASME Paper No. GT2003-38282.
- [32] **Fu, S., Wang, L.**, 2008, "A Transport Intermittency Model for Supersonic/Hypersonic Boundary Layer Transition," 5th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS), Venice, Italy.
- [33] **Wang, L., Fu, S.**, 2011, "Development of an Intermittency Equation for the Modeling of the Supersonic / Hypersonic Boundary Layer Flow Transition," *Flow Turbulence Combust.*, 87(1), pp. 165-187.
- [34] **Grabe, C., Krumbein, A.**, 2014, "Extension of the gamma – Ret Model for Prediction of Crossflow Transition," AIAA Paper No. 2014-1269.
- [35] **Dassler, P., Kozulovic, D., and Fiala, A.**, 2012, "An Approach for Modelling the Roughness-Induced Boundary Layer Transition Using Transport Equations," European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS), Vienna, Austria.
- [36] **Kaynak, U.**, 2011, "Supersonic Boundary-Layer Transition Prediction under the Effect of Compressibility Using a Correlation Based Model," *Proc. IMechE Part G-Journal of Aerospace Engineering*, 226(7), pp. 722-739.
- [37] **Menter, F.R., Smirnov, P.E., Liu, T., Avancha, R.**, 2015, "A One-Equation Local Correlation Based Transition Model," *Flow Turbulence Combust.*, 95(4), pp. 583-619.
- [38] **Kubacki, S., Dick, E.**, 2016, "An Algebraic Model for Bypass Transition in Turbomachinery Boundary Layer Flows," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 58, pp. 68-83.
- [39] **White, F.M.**, 1974, "Viscous Fluid Flow," McGraw-Hill Book Company.
- [40] **Jones, W.P., Launder, B.E.**, 1973, "The Calculation of Low Reynolds Number Phenomena with a Two-Equation Model of Turbulence," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(2), pp. 301-314.
- [41] **Langtry, R.B.**, 2006, "A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables for Unstructured Parallelized CFD Codes," PhD Thesis, University of Stuttgart, Germany.
- [42] **Menter, F.R.**, 1994, "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Model for Engineering Applications," *AIAA Journal*, 32(8), pp. 1598-1605.

- [43] **Wilcox, D.C.**, 1993, *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, La Canada, CA, USA.
- [44] **Menter, F.R., Esch, T., Kubacki, S.**, 2002, "Transition Modelling Based on Local Variables," 5th International Symposium on Turbulence Modeling and Measurements, Mallorca, Spain.
- [45] **Menter, F.R., Langtry, R.B.**, 2012, "Transition for Turbomachinery Flows," Low Reynolds Number Aerodynamics and Transition, M.S. Genc, ISBN: 978-953-51-0492-6, InTech.
- [46] **Spalart, P.R., Allmaras, S.R.**, 1992, "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," AIAA Paper No. 1992-0439.
- [47] **Cebeci, T.**, 1989, "Essential Ingredients of a Method for Low Reynolds-Number Airfoils," *AIAA Journal*, 27(12), pp. 1680-1688.
- [48] **Economou, T.D., Palacios, F., Copeland, S.R., Lukaczyk, T.W., Alonso, J.J.**, 2016, "SU2: An Open-Source Suite for Multi-Physics Simulation and Design," *AIAA Journal*, 54(3), pp. 828-846.
- [49] **Suluksna, K., Juntasaro, E.**, 2008, "Assessment of Intermittency Transport Equations for Modeling Transition in Boundary Layers Subjected to Freestream Turbulence," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29(1), pp. 48-61.
- [50] **Medida, S.**, 2014, "Correlation-Based Transition Modeling for External Aerodynamic Flows," Doktora Tezi, University of Maryland, ABD.
- [51] **Drela, M.**, 1995, "MISES Implementation of Modified Abu-Ghannam and Shaw Transition Criteria," MISES Kodu Dokümanı, MIT Havacılık ve Uzay Bölümü.
- [52] **Abu-Ghannam, B.J., Shaw, R.**, 1980, "Natural Transition of Boundary Layers – The Effects of Turbulence, Pressure Gradient, and Flow History," *J. of Mech. Eng. Sci.*, 22(5), pp. 213-228.
- [53] **Jameson, A., Seokkwan, Y.**, 1987, "Lower-Upper Implicit Schemes with Multiple grids for the Euler Equations," *AIAA Journal*, 25(7), pp. 929-935.
- [54] **Van Der Vorst, H.A.**, 1992, "Bi-CGSTAB: A Fast and Smoothly Converging Variant of Bi-CG for the Solution of Nonsymmetric Linear Systems," *SIAM J. Sci. and Stat. Comput.*, 13(2), pp. 631-644.
- [55] **Saad, Y., Schultz, M.H.**, 1986, "GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems," *SIAM J. Sci. and Stat. Comput.*, 7(3), pp. 856-869.
- [56] **Roe, P.L.**, 1981, "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes," *Journal of Computational Physics*, 43(2), pp. 357-372.
- [57] **Jameson, A., Schmidt, W., Turkel, E.**, 1981, "Numerical Solution of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes," AIAA Paper No. 1981-1259.

- [58] **Schubauer, G.B., Klebanoff, P.S.**, 1955, "Contribution on the Mechanics of Boundary Layer Transition," NACA Technical Note TN-3489.
- [59] **Savill, A.M.**, 1993, "Some Recent Progress in the Turbulence Modelling of Bypass Transition," *Near-Wall Turbulent Flows*, Yayıncı: New York Elsevier, p. 829.
- [60] **McGhee, R.J., Walker, B.S., Millard, B.F.**, 1988, "Experimental Results for the Eppler 387 Airfoil at Low Reynolds Numbers in the Langley Low-Turbulence Pressure Tunnel," NASA Technical Memorandum No. 4062.
- [61] **Stieger, R., Hollis, D., Hodson, H.**, 2003, "Unsteady Surface Pressures due to Wake Induced Transition in a Laminar Separation Bubble on a LP Turbine Cascade," ASME Turbo Expo 2003 Paper No. GT2003-38303.
- [62] **Sobieczky, H.**, 1994, "DLR-F5: Test Wing for CFD and Applied Aerodynamics, Test Case B-5," *Test Cases for CFD Validation*, AGARD FDP Advisory Report AR 303.
- [63] **Hand, M.M., Simms, D.A., Fingersh, L.J., Jager, D.W., Cotrell, J.R., Schreck, S., Lawood, S.M.**, 2001, "Unsteady Aerodynamics Experiment Phase VI: Wind Tunnel Test Configurations and Available Data Campaigns," NREL/TP-500-29955.
- [64] **Simms, D., Schreck, S., Hand, M., Fingersh, L.J.**, 2001, "NREL Unsteady Aerodynamics Experiment in the NASA-Ames Wind Tunnel: A Comparison of Predictions to Measurements," NREL/TP-500-194494.
- [65] **Misaka, T., Obayashi, S.**, 2006, "Application of Local Correlation-Based Transition Model to Flows around Wings," AIAA Paper No. 2006-918.
- [66] **Klebanoff, P.S.**, 1955, "Characteristics of Turbulence in a Boundary-Layer with Zero Pressure Gradient," NACA Report No. 1247.
- [67] **Kordulla, W., Sobieczky, H.**, 1989, "Summary and Evaluation of the Workshop: Numerical Simulation of Compressible Viscous-Flow Aerodynamics," *Symposium Transsonicum III. International Union of Theoretical and Applied Mechanics*, Yayıncı: Berlin Springer, p. 3-18.
- [68] **Aranake, A.C., Lakshminarayan, V.K., Duraisamy, K.**, 2012, "Assessment of Transition Model and CFD Methodology for Wind Turbine Flows," AIAA Paper No. 2012-2720.
- [69] **Potsdam, M.A., Mavriplis, D.J.**, 2009, "Unstructured Mesh CFD Aerodynamic Analysis of the NREL Phase VI Rotor," AIAA Paper No. 2009-1221.
- [70] **Rung, T., Bunge, U., Schatz, M., Thiele, F.**, 2003, "Restatement of the Spalart-Allmaras Eddy-Viscosity Model in Strain-Adaptive Formulation," *AIAA Journal*, 41(7), pp. 1396-1399.

## **EKLER**

### **EK 1 : B-C Modelinin SU2’da Kodlanması ve Kullanımı**



## EK 1 - B-C Modelinin SU2'da Kodlanması ve Kullanımı

### 1- B-C Modelinin SU2'da kodlanması

Öncelikle, B-C modelinin SU2 konfigürasyon dosyasında bir opsiyon olarak girilebilmesi için Common/include/option\_structure.hpp dosyasında aşağıdaki eklemeler yapılmıştır. Bu ekleme sayesinde, kodun geri kalan kısımlarında config -> GetKind\_Trans\_Model() == BC ifadesi kullanılarak kullanıcının B-C modelini aktifleştirdiği durumda ne yapılacağına dair argümanlar girilebilecektir.

```
1 enum ENUM_TRANS_MODEL {
2     NO_TRANS_MODEL = 0, /*!< \brief No transition model. */
3     LM = 1, /*!< \brief (LM for Spalart-Allmaras). */
4     BC = 2 /*!< \brief (BAS-CAKMAKCIOGLU (BC) for Spalart-Allmaras).
5     */
6 };
7 static const map<string ,
8 ENUM_TRANS_MODEL> Trans_Model_Map = CCreateMap<string ,
9 ENUM_TRANS_MODEL>
10 ("NONE" , NO_TRANS_MODEL)
11 ("LM" , LM)
12 ("BC" , BC); //BAS-CAKMAKCIOGLU
```

Sonrasında SU2\_CFD/include/numerics\_structure.hpp dosyası içerisindeki CSourcePieceWise\_TurbSA sınıfının altına, sadece S-A türbülans modeli tarafından tanınabilecek "private" değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanır.

```
1 class CSourcePieceWise_TurbSA : public CNumerics {
2 private :
3     su2double cv1_3;
4     su2double k2;
5     su2double cb1;
6     su2double cw2;
7     su2double ct3;
8     su2double ct4;
9     su2double cw3_6;
10    su2double cb2_sigma;
11    su2double sigma;
12    su2double cb2;
13    su2double cw1;
14    unsigned short iDim;
15    su2double nu, Ji, fv1, fv2, ft2, Omega, S, Shat, inv_Shat;
16    su2double dist_i_2, Ji_2, Ji_3, inv_k2_d2;
17    su2double r, g, g_6, glim, fw;
18    su2double norm2_Grad;
19    su2double dfv1, dfv2, dShat;
20    su2double dr, dg, dfw;
21    bool incompressible;
22    bool rotating_frame;
23    bool transition;
24    su2double gamma_BC;
25    su2double intermittency;
26    su2double Production, Destruction, CrossProduction;
```

Sonrasında, S-A denklemlerinin çözüldüğü SU2\_CFD/src/numerics\_direct\_turbulent .cpp dosyası içerisindeki CSourcePieceWise\_TurbSA sınıfının altındaki CSourcePieceWise\_TurbSA rutinine ve ComputeResidual rutinine aşağıdaki eklemeler yapılır.

CSourcePieceWise\_TurbSA::CSourcePieceWise\_TurbSA altına:

```
1 transition = (config->GetKind_Trans_Model() == BC);
```

ve, CSourcePieceWise\_TurbSA::ComputeResidual altına:

```
1 // BC Transition Model variables
2 su2double vmag, rey, re_theta, re_theta_t, re_v;
3 su2double tu, nu_cr, nu_t, nu_BC, chi_1, chi_2, term1, term2,
4   term_exponential;
5
6 gamma_BC = 0.0;
7 vmag = 0.0;
8 tu = config->GetTurbulenceIntensity_FreeStream();
9 rey = config->GetReynolds();
10
11 if (nDim==2) {
12     vmag = sqrt(V_i[1]*V_i[1]+V_i[2]*V_i[2]);
13 }
14 else if (nDim==3) {
15     vmag = sqrt(V_i[1]*V_i[1]+V_i[2]*V_i[2]+V_i[3]*V_i[3]);
16 }
17
18 if (transition) {
19     // BC model constants
20     chi_1 = 0.002;
21     chi_2 = 5.0;
22
23     nu_t = (TurbVar_i[0]*fv1); //S-A variable
24     nu_cr = chi_2/rey;
25     nu_BC = (nu_t)/(vmag*dist_i);
26
27     re_v = ((Density_i*pow(dist_i,2.))/(Laminar_Viscosity_i))*
28     Omega;
29     re_theta = re_v/2.193;
30     re_theta_t = (803.73 * pow((tu + 0.6067), -1.027)); //MENTER
31     correlation
32     //re_theta_t = 163.0 + exp(6.91 - tu); //ABU-GHANNAM & SHAW
33     correlation
34
35     term1 = sqrt(max(re_theta-re_theta_t,0.)/(chi_1*re_theta_t));
36     term2 = sqrt(max(nu_BC-nu_cr,0.)/(nu_cr));
37     term_exponential = (term1 + term2);
38     gamma_BC = 1.0 - exp(-term_exponential);
39
40     Production = gamma_BC*cb1*Shat*TurbVar_i[0]*Volume;
41 }
42
43 /*—— Implicit part, production term ——*/
44 if (transition) {
45     val_Jacobian_i[0][0] += gamma_BC*cb1*(TurbVar_i[0]*dShat+
46     Shat)*Volume;
47 }
```

B-C modelinin kesiklilik fonksiyonu gamma\_BC'nin çözüm dosyasına yazdırılması için:

**a-** numerics\_structure.hpp içerisine:

CNumerics sınıfının altına:

```
1 su2double GetGammaBC( void );
```

CSourcePieceWise\_TurbSA : public CNumerics altındaki public değişkenler içine:

```
1 /*!  
2  * \brief Get the intermittency for the BC trans. model.  
3  * \return Value of the intermittency.  
4  */  
5 su2double GetGammaBC( void );
```

eklenir.

**b-** numerics\_structure.inl içerisine:

```
1 inline su2double CNumerics::GetGammaBC( void ) { return 0.0; }  
2  
3 inline su2double CSourcePieceWise_TurbSA::GetGammaBC( void ) { return  
  gamma_BC; }
```

eklenir.

**c-** variable\_structure.hpp içerisine:

CVariable sınıfının altına:

```
1 virtual su2double GetGammaBC( void );  
2  
3 virtual void SetGammaBC( su2double val_gamma );
```

CTurbSAVariable sınıfının altına:

```
1 su2double GetGammaBC( void );  
2  
3 void SetGammaBC( su2double val_gamma );
```

eklenir.

**d-** variable\_structure.inl içerisine:

```
1 inline su2double CVariable::GetGammaBC( void ) { return 0; }  
2  
3 inline void CVariable::SetGammaBC( su2double val_gamma ) { }  
4  
5 inline su2double CTurbSAVariable::GetGammaBC( void ) { return  
  gamma_BC; }  
6  
7 inline void CTurbSAVariable::SetGammaBC( su2double val_gamma ) {  
  gamma_BC = val_gamma; }
```

eklenir.

e- solver\_direct\_turbulent.cpp içerisinde:

CTurbSASolver sınıfının Source\_Residual rutinine:

```
1  if ( transition_BC ) {  
2      node [ iPoint ]->SetGammaBC( numerics->GetGammaBC() );  
3  }
```

eklenir.

f- output\_structure.cpp içerisinde:

COutput sınıfına ait LoadLocalData\_Flow rutinine:

```
1  if ( transition ) {  
2      nVar_Par += 1;  
3      if ( config->GetOutput_FileFormat() == PARAVIEW ) {  
4          Variable_Names . push_back( "gamma_BC" );  
5      } else {  
6          Variable_Names . push_back( "<greek>g</greek><sub>BC</sub>" );  
7      }  
8  }  
9  
10 if ( transition ) {  
11     Local_Data [ jPoint ] [ iVar ] = solver [ TURB_SOL ]->node [ iPoint ]->  
12     GetGammaBC(); iVar++;  
13 }
```

eklenir.

Son olarak, S-A türbülans modelinin B-C modeli için özel ayarlanmış serbest akış bölgesi  $\tilde{v}$  sınır şartları için SU2\_CFD/src/solver\_direct\_turbulent.cpp dosyası içindeki CTurbSASolver sınıfına aşağıdaki satırlar eklenir.

```
1  if ( config->GetKind_Trans_Model() == BC ) {  
2      nu_tilde_Inf = 0.005 * Factor_nu_Inf * Viscosity_Inf / Density_Inf;  
3  }
```

Yapılan tüm değişikliklerin detayları için <https://github.com/su2code/SU2/pull/326> web sitesi ziyaret edilebilir.

## 2- B-C Modelinin SU2’da kullanımı

B-C modeli kullanılarak çözüm yapılacak ise .cfg dosyası içerisinde üç opsiyonun eklendiğinden emin olunmalıdır. Bu opsiyonlar aşağıdaki gibidir.

```
1 KIND_TURB_MODEL= SA  
2 KIND_TRANS_MODEL= BC  
3 FREESTREAM_TURBULENCEINTENSITY = 0.1 \ \ Percent Value
```



## ÖZGEÇMİŞ

**Ad-Soyad** : Samet Çaka ÇAKMAKÇIOĞLU  
**Uyruğu** : T.C.  
**Doğum Tarihi ve Yeri** : Çanakkale, 1987  
**E-posta** : sametcakmakcioglu@gmail.com

### ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2010, Purdue University (ABD), Makine Mühendisliği
- **Yüksek Lisans** : 2013, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Makine Mühendisliği
- **Doktora** : 2018, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Makine Mühendisliği

### MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

Yıl	Yer	Görev
2013-2015	TUSAŞ-TAI	Tasarım Mühendisi
2015-2017	TUSAŞ-TAI	Uzman Tasarım Mühendisi
2017-	Aselsan A.Ş.	Uzman Sistem Mühendisi

**YABANCI DİL:** İngilizce

### TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- Cakmakcioglu S.C., Bas O., Kaynak U., 2017, "A Zero-Equation Transition Model Depending on Local Flow Variables," Ankara International Aerospace Conference, METU, Ankara-TURKEY.
- Cakmakcioglu S.C, Bas O., Kaynak U., 2017, "A Correlation-Based Algebraic Transition Model," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Submitted on: 21.04.2017  
Accepted on: 30.10.2017. DOI: 10.1177/0954406217743537

## **DİĞER YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:**

- Cakmakcioglu S.C., Kaynak U., Genc M.S., 2012, "Transition at Low Re Numbers for Some Airfoils at High Subsonic Mach Numbers," Low Reynolds Number Aerodynamics and Transition – Chapter 4, ISBN 978-953-51-0492-6, InTech Open Access Publishing.
- Cakmakcioglu S.C., Kaynak U., Genc M.S., 2012, "Transition at Low Re Numbers for UAV Type Airfoils at High Subsonic Mach Numbers," 30th AIAA Applied Aerodynamics Conference 2012-3118, New Orleans-LA-USA.
- Bas O., Cakmakcioglu S.C., Kaynak U., 2013, "A Novel Intermittency Distribution Based Transition Model for Low-Re Number Airfoils," 31st AIAA Applied Aerodynamics Conference 2013-2531, San Diego-CA-USA.
- Cakmakcioglu S.C., Sert I.O., Tugluk O., Sezer-Uzol N., 2013, "Computational Investigation of NREL S826 Airfoil at Low Reynolds Numbers," Conference on Wind Energy Science and Technology RUZGEM, Ankara-TURKEY.
- Sert I.O., Cakmakcioglu S.C., Tugluk O., Sezer-Uzol N., 2013, "Investigation of Two Wind Turbines in a Row by Using CFD with Actuator Disk Model and Overset Grids," Conference on Wind Energy Science and Technology RUZGEM, Ankara-TURKEY.
- Cakmakcioglu S.C., Sert I.O., Tugluk O., Sezer-Uzol N., 2014, "2-D and 3-D CFD Investigation of NREL S826 Airfoil at Low Re Numbers," The Science of Making torque from Wind 2014, Journal of Physics: Conference Series 524:012028, DENMARK.
- Sert I.O., Cakmakcioglu S.C., Tugluk O., Sezer-Uzol N., 2014, "CFD Investigation of Two Non-Aligned Turbines Using Actuator Disk Model and Overset Grids," The Science of Making Torque from Wind 2014, Journal of Physics: Conference Series 524:012144, DENMARK.
- Cakmakcioglu S.C., Sert I.O., Kaynak U., 2015, "Computational Simulation of Pusher-Tractor Propeller Configurations for Unmanned Air Vehicles," 8th Ankara International Aerospace Conference, METU, Ankara-TURKEY.