

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DİJİTAL İKİZ ÇATIYAPISI ALTINDA YAPISAL KİRİŞLERİN FİZİK
BİLGİLİ SİNİR AĞLARI İLE DİNAMİK MODELLENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Cem SÖYLEYİCİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Hakkı Özgür ÜNVER

EYLÜL 2023

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, alıntı yapılan kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, referansların tam olarak belirtildiğini ve ayrıca bu tezin TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Cem SÖYLEYİCİ

İMZA



ÖZET

Yüksek Lisans

DİJİTAL İKİZ ÇATIYAPISI ALTINDA YAPISAL KİRİŞLERİN FİZİK BİLGİLİ SİNİR AĞLARI İLE DİNAMİK MODELLENMESİ

Cem SÖYLEYİCİ

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Hakkı Özgür Ünver

Tarih: Eylül 2023

Dijital İkiz (DT)'ler birçok alanda olduğu gibi yapısal parçaların çalışma anında maruz kaldıkları yüklere göre durum takibini yapmak için de kullanılmaktadır. Fiziksel ürünün dijital kopyasının oluşturulması aşamasında ise Sonlu Elemanlar Yöntemi (FEM) sıklıkla görev almaktadır. FEM uygulamalarında parça geometrisinin kompleksliği ve mesh detayları önemli olmakla beraber analiz sürelerini ve dolayısıyla DT oluşum süresini etkilemektedir. Doğruluğu yüksek ve gecikme süresi düşük bir dijital kopya oluşturulması aşamasında, birçok alanda kendisine yer bulan Yapay Zeka (AI)'dan faylanmak mümkündür. Bu çalışmada, yapısal kirişlerin DT'lerinin oluşturulması sırasında, içinde barındırdığı probleme ait Kısmi Diferansiyel Denklem (PDE)'lerden faydalanan, daha az veriyle yüksek doğruluklu modellemeler yapabilen Fizik Bilgili Sinir Ağları (PINN) yapısı ve bu yapının kullanıldığı bir DT çatıyası önerilmektedir. Çalışmalar sırasında probleme ait analitik denklemler yardımıyla sentetik veriler üretilmiştir. Daha sonra üretilen veriler, PINN modeline beslenerek ileri problem çözülmüş ve ters problem çözümüyle de sistem parametreleri tahmin edilmiştir. Yüksek frekanslı öğrenmede spektral yanlılık (bias) fenomeni ile başa çıkmak için Neural Tangent Kernel (NTK) ile kendinden uyarlamalı ağırlık güncellemesi metodu uygulanmıştır. PINN tahminleri, geliştirilen yöntemin doğruluğunu kanıtlamak için Sonlu Elemanlar Analizi (FEA) çıktıları ile karşılaştırılmıştır. Sentetik verilerle yapılan çalışmalar

sonrasında, deney düzeneğinden toplanan gerçek veriler ile de bir çalışma yapılmış ve PINN'lerin doğrusal olmayan yüksek dereceli PDE'lerin çözümüne yaklaşma ve parametre tanımlama kabiliyetleri gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Fizik-bilgili sinir ağları (PINNs), Dijital ikiz (DT), Serbest titreşim, Kısmi diferansiyel denklemler (PDEs), Çapraz yapısal kirişler, İleri (forward) ve Ters (inverse) problemler



ABSTRACT

Master of Science

DYNAMICAL MODELLING OF STRUCTURAL BEAMS UNDER A DIGITAL TWIN FRAMEWORK WITH PHYSICS-INFORMED NEURAL NETWORKS

Cem SÖYLEYİCİ

TOBB University of Economics and Technology
Institute of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Science Programme

Supervisor: Doç. Dr. Hakkı Özgür ÜNVER

Date: September 2023

Digital Twins (DT) are used in many fields, as well as to monitor the condition of structural parts according to the loads they are exposed to during operation. In the process of creating a digital copy of the physical product, Finite Element Method (FEM) is often involved. Although the complexity of the part geometry and mesh details are important in FEM applications, they affect the analysis time and thus the generation time of DT. Creating a digital copy with high-fidelity and low latency makes it possible to employ Artificial Intelligence (AI), which has found its place in many fields. In this study, we propose a Physics-Informed Neural Network (PINN) structure and DT framework that can perform high-fidelity modeling with fewer data by using the Partial Differential Equations (PDE) of the problem during the generation of the DT of structural beams. During the studies, synthetic data are generated with the help of analytical equations of the problem. Then, the generated data are fed into the PINN model to solve the forward problem and the inverse problem is solved to estimate the system parameters. A self-adaptive weight update method with a Neural Tangent Kernel (NTK) is applied to deal with the spectral bias phenomenon in high-frequency learning. The PINN estimates are compared with the Finite Element Analysis (FEA) outputs to prove the accuracy of the developed method. After the studies with synthetic data, a study is carried out with real data collected from the experimental setup, and the potential of PINNs to approximate the

solution of nonlinear higher-order PDEs and parameter identification is demonstrated.

Keywords: Physics informed neural networks (PINNs), Digital twin (DT), Free vibration, Partial differential equations (PDEs), Traverse structural beam, Forward and Inverse problem



TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren, kıymetli tecrübelerinden faydalandığım hocam Doç. Dr. Hakkı Özgür Ünver'e, eğitimim süresince ufkumu genişleten TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü öğretim üyelerine teşekkür ederim.

Aldığım kararlarda daima arkamda duran ve bugünlere gelmemi sağlayan sevgili annem Fatma Söyleyici ve sevgili babam Adnan Rüştü Söyleyici'ye teşekkür ederim, iyi ki varsınız. Sayesinde asla yalnız hissetmediğim, varlığıyla bana mutluluk veren canım kardeşim Mehmet Furkan Söyleyici'ye sevgilerimi sunarım.

Bana kendi çocukları gibi davranan, birçok ilki kendileri ile yaşadığım, sevgili teyzem Kezban Kalyoncu ve bu süreçte kaybettiğimiz sevgili dayım Nihat Kalyoncu'ya beni her zaman sevdikleri için teşekkür ederim.

Bilgisi ve olgunluğuyla bana yol gösteren dostum Eralp Turğay ve beraber büyüdüğümüz, acı tatlı birçok anı beraber yaşadığımız ve yaşamaya devam ettiğimiz sevgili dostlarım Mehmet İnce, Cem Utku Kurnaz, İbrahim Uğur Kükner, Orhun Özer ve Bahadır Pekcan; son güne kadar birbirimizin hayatlarında olmaya devam etmek ümidiyle...



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
TEZ BİLDİRİMİ	ii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER	x
ŞEKİL LİSTESİ	xii
ÇİZELGE LİSTESİ	xiv
KISALTMALAR	xvi
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı.....	2
2. ÖN BİLGİ VE LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	3
2.1 Dijital İkiz.....	3
2.2 Fizik-Bilgili Sinir Ağları.....	13
2.2.1 Neural tangent kernel.....	25
2.2.2 Uzamsal-zamansal çok ölçekli Fourier özellik eşlemesi.....	26
2.3 Kirişlerin Çapraz Titreşim Teorisi.....	28
2.3.1 Serbest titreşim denklemleri ve çözümleri.....	28
2.3.2 Başlangıç koşulları altında serbest titreşim çözümü.....	29
2.3.3 İki ucu ankastre kiriş denklemi çözümü.....	31
2.3.4 Basit mesnetli kiriş denklemi çözümü.....	32
2.3.5 Ankastre kiriş denklemi çözümü.....	33
3. DENEYSEL YÖNTEM	35
3.1 Dijital İkiz Çatıyapısı ve Titreşen Kirişler için Uzamsal-Zamansal Çok Ölçekli Fourier Özellik Eşlemeli Fizik Bilgili Sinir Ağı.....	35
3.2 Deney Düzenegi Kurulumu ve Veri Toplama Sistemi.....	38
3.2.1 Sistemin dinamik özelliklerinin elde edilmesi.....	40
3.2.2 Eğitim verilerinin toplanması ve hazırlanması.....	41
3.3 Sentetik Veriler Kullanılarak Yapılan Çalışmalar.....	43
3.3.1 Tam bağlı sinir ağı ile iki ucu ankastre kiriş denklemi sonuçları.....	43
3.3.2 Fizik-bilgili sinir ağı ile iki ucu ankastre kiriş denklemi sonuçları....	44
3.3.2.1 Sönümsüz durum.....	46
3.3.2.2 Sönümlü durum.....	48
3.3.3 Fizik-bilgili sinir ağı ile basit mesnetli kiriş denklemi sonuçları.....	50
3.3.3.1 Sönümsüz durum.....	51
3.3.3.2 Sönümlü durum.....	52
3.3.4 Fizik-bilgili sinir ağı ile ankastre kiriş denklemi sonuçları.....	54
3.3.4.1 Sönümsüz durum.....	54
3.3.4.2 Sönümlü durum.....	56
3.3.5 Fizik-bilgili sinir ağı ile ters problem sonuçları.....	57
3.4 Deney Verileri Kullanılarak Yapılan Çalışmalar.....	59
4. SONUÇ	65
KAYNAKLAR	67
ÖZGEÇMİŞ	Error! Bookmark not defined.



ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1: Dijital ikiz modelleri	4
Şekil 2.2: Dijital model, digital gölge, dijital ikiz	5
Şekil 2.3: Yıllara göre dijital ikiz alanında yapılan yayın sayıları	5
Şekil 2.4: Havacılık sektöründeki mekanik testler için dijital ikiz çerçevesi.....	7
Şekil 2.5: Fizik tabanlı makine öğrenmesi ile hasar tespiti yapan dijital ikiz çatıyapısı	7
Şekil 2.6: Bulut dijital ikiz yapısal sağlık izleme web uygulaması.....	8
Şekil 2.7: Geleneksel Fizik Bilgili Sinir Ağı Mimarisi	13
Şekil 2.8: Farklı a katsayılarında soldan sağa Sigmoid, tanh, ReLU ve Leaky ReLU aktivasyon fonksiyonlarının değişimi	15
Şekil 2.9: Kümelenmiş eğitim noktaları etkisi:	16
Şekil 2.10: Kümelenmiş ve rastgele seçilmiş veri noktaları kullanılarak yapılan PINN çözümlerinin $t = 2.0$ sn anındaki karşılaştırması.....	16
Şekil 2.11: Parareal fizik bilgili sinir ağları algoritmasına genel bakış	17
Şekil 2.12: Bayesian çıkarımlı fizik bilgili sinir ağı modeli	19
Şekil 2.13: Uzamsal-zamansal çok ölçekli Fourier özellik eşleme mimarisi.....	27
Şekil 3.1: Yapısal kırışlerin takibi için fizik-bilgili sinir ağları ile güçlendirilmiş dijital ikiz çatıyapısı	36
Şekil 3.2: Kiriş denklemleri için geliştirilmiş uzamsal-zamansal çok ölçekli Fourier özellik eşlemeli fizik bilgili sinir ağı	37
Şekil 3.3: Dalga denklemi sonuçları	38
Şekil 3.4: Gerçek verilerin toplanmasında ve işlenmesinde takip edilen akış diyagramı.....	39
Şekil 3.5: Deney Düzenegi ve Ekipmanlar	40
Şekil 3.6: Ankastre kiriş düzenegine ait FRF diyagramı	40
Şekil 3.7: Ankastre kirişin serbest ucuna ait veriler	41
Şekil 3.8: Veri toplanan noktalar.....	42
Şekil 3.9: 14 ölçüm noktasına ait konum-zaman verileri.....	42
Şekil 3.10: Ankastre kirişe ait konum zaman grafiği	43
Şekil 3.11: Tam bağlı sinir ağı sonuçları:	44
Şekil 3.12: İki ucu ankastre kiriş	45
Şekil 3.13: İki ucu ankastre kiriş sönümsüz durum çözümü sonuçları	48
Şekil 3.14: İki ucu ankastre kiriş sönümlü durum çözümü sonuçları:	49
Şekil 3.15: Yığın boyutlarının ileri problem çözümüne etkisi	50
Şekil 3.16: Mini-yığın boyutlarının ileri problem çözümüne etkisi.....	50
Şekil 3.17: Basit mesnetli kiriş.....	50
Şekil 3.18: Basit mesnetli kiriş sönümsüz durum çözümü sonuçları.....	52
Şekil 3.19: Basit mesnetli kiriş sönümlü durum çözümü sonuçları	53
Şekil 3.20: Ankastre kiriş	54
Şekil 3.21: Ankastre kiriş sönümsüz durum çözümü sonuçları	56
Şekil 3.22: Ankastre kiriş sönümlü durum çözümü sonuçları	57
Şekil 3.23: Ankastre kiriş sönümlü durum ters problem çözümü sonuçları	59
Şekil 3.24: Yığın boyutunun ters problem çözümüne etkisi	59
Şekil 3.25: Pleksiglas ankastre kiriş	60

Şekil 3.26: Sentetik veri sonuçları	61
Şekil 3.27: Deney verisi sonuçları	62
Şekil 3.28: Deney verisi, sentetik veri ve PINN çözümlerine ait FRF grafikleri.....	62



ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 2.1: Dijital ikiz alanında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar	9
Çizelge 2.2: Fizik bilgili sinir ağları hakkında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar	20
Çizelge 2.3: Kirişlerin farklı mesnet tiplerine göre sınır koşulları.....	32
Çizelge 3.1: Pleksiglas kirişin parametreleri.....	39
Çizelge 3.2: İki ucu ankastre kirişin sönümsüz ve sönümlü durumlar için fiziksel ve mekaniksel özellikleri	45
Çizelge 3.3: Sönümsüz ve sönümlü basit mesnetli kirişin parametreleri.....	51
Çizelge 3.4: Sönümlü ve sönümsüz durum için anakastre kiriş parametreleri	54
Çizelge 3.5: Kesin parametreler ile tahmin edilen parametrelerin kıyaslanması	58
Çizelge 3.6: Deney verisi, sentetik veri ve PINN çözümlerine ait karşılaştırma tablosu	63
Çizelge 4.1: Titreşim ve sistem modellemesi alanında yapılmış PINN çalışmaları ..	65



KISALTMALAR

ADD	: Adi Diferansiyel Denklem (Ordinary Differential Equation - ODE)
DDÜ	: Doğrultulmuş Doğrusal Ünite (Rectified Linear Unit - ReLU)
DG	: Dijital Gölge (Digital Shadow - DS)
Dİ	: Dijital İkiz (Digital Twin - DT)
DM	: Dijital Model (Digital Model - DM)
DÖ	: Derin Öğrenme (Deep Learning - DL)
DSA	: Derin Sinir Ağı (Deep Neural Network - DNN)
DeSA	: Devirsel Sinirsel Ağ (Recurrent Neural Network - RNN)
EÖM	: Ekstrem Öğrenme Makineleri (Extream Learning Machine - ELM)
FBSA	: Fizik Bilgili Sinir Ağı (Physics-Informed Neural Network - PINN)
FTF	: Frekans Tepki Fonksiyonu (Frequency Response Function - FRF)
FU	: Fiziksel Uzay (Physical Space - PS)
HAD	: Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (Computational Fluid Dynamics - CFD)
tanh	: Hiperbolik Tanjant (Hyporbolic Tangent)
KAY	: Kullanıcı Arayüzü (Human-Machine Interface - HMI)
KDD	: Kısmi Diferansiyel Denklem (Partial Differential Equation - PDE)
KSA	: Konvülsiyonel Sinir Ağı (Convolutional Neural Network - CNN)
MÖ	: Makine Öğrenmesi (Machine Learning - ML)
PFBSA	: Parareal Fizik Bilgilendirmeli Sinir Ağı (Parareal Physics-Informed Neural Network - PPINN)
SA	: Sinir Ağı (Neural Network - NN)
Sızıntılı-DDÜ	: Sızıntılı Doğrultulmuş Doğrusal Ünite (Leaky-Rectified Linear Unit - Leaky ReLU)
SEA	: Sonlu Elemanlar Analizi (Finite Element Analysis - FEA)
SEY	: Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method - FEM)
SFY	: Sonlu Farklar Yöntemi (Finite Difference Method - FDM)
STÇ	: Sinirsel Tanjant Çekirdeği (Neural Tangent Kernel - NTK)
SU	: Sanal Uzay (Virtual Space - VS)
TBSA	: Tam Bağlantılı Sinir Ağı (Fully Connected Neural Network - FCNN)
TÖ	: Transfer Öğrenme (Transfer Learning - TL)
ÜYD	: Ürün Yaşam Döngüsü (Product Lifecycle Management - PLM)
VFBSA	: Varyasyonel Fizik Bilgilendirmeli Sinir Ağı (Variational Physics-Informed Neural Network - VPINN)
YSA	: Yapay Sinir Ağı (Artificial Neural Network - ANN)
YZ	: Yapay Zeka (Artificial Intelligence - AI)



1. GİRİŞ

Farklı yüklere ve streslere maruz kalan yapısal malzemeler bir çok sektörde yoğun bir şekilde kullanılmaktadır. Bu malzemelere kullanım onayı verilmeden önce malzemeler bir takım testlerden geçmekte, kullanım sırasında da takipleri devam etmektedir. Ancak tüm bu testlerin ve analizlerin fiziksel olarak yapılması çok zordur. Bu nedenle malzemeye ait bazı testler (yorulma, uzama vb.) fiziksel olarak yapılırken, malzemenin çalışma durumunun simülasyonunun yapıldığı analizler de Sonlu Elemanlar Yöntemi (FEM) kullanılarak bilgisayar ortamında yapılmaktadır. Günümüzde kullanılan FEM 'in kökeninin Alman asıllı Amerikalı matematikçi Richard Courant'ın 1943'te yayınladığı ve tüm kesiti eşit üçgenlere ayırarak içi boş bir milin burulma kapasitesini analiz ettiği çalışmasına dayandığı düşünülmektedir [1]. O günden bugüne FEM her ne kadar işimizi kolaylaştırır da analizi yapılan parça geometrisinin karmaşıklığına, büyüklüğüne, mesh çözünürlüğüne, buna bağlı ön işlemlere ve analiz sürelerine göre meşakkatli bir süreç ortaya çıkabilmektedir.

FEM tek başına analizler için kullanıldığı gibi, son zamanlarda gelişmekte olan Dijital İkiz (DT) konseptiyle bir arada, fiziksel bir ürünün sanal uzaydaki simülasyonunu ve davranışlarını modellemek için de kullanılmaktadır. DT model yapısında sanal uzayda yüksek-doğruluklu bir ikiz oluşturmak ve gerçek ile sanal uzay arasında mümkün olduğunca anlık veri akışı sağlamak elzemdir. Bu nedenle DT yapısı kurulurken çalışma anındaki parçadan farklı sensörler (strengaç, yük, ivme ölçer vb.) yardımıyla veri toplanarak, sanal model gerçek modele mümkün olduğunca benzetilmeye çalışılmaktadır. Bu aşamada, her alanda olduğu gibi Yapay Zeka (AI) devreye girebilir. 2018 yılında ortaya çıkan ve bugüne kadar gelişimini devam ettiren Fizik Bilgili Sinir Ağları (PINN) yapıları, fiziksel problemleri, problemin Kısmı Diferansiyel Denklem (PDE)'lerini kullanarak gerçeğe yakın bir şekilde modelleyebilme ve sistem parametrelerini bulabilme kabiliyetlerine sahiptir. Makine Öğrenmesi (ML)'nin karmaşık mühendislik problemlerini yeterince veri ile modelleyebilmesindeki eksiliğini, PINN'in az veri kullanarak kapatması ile PINN yapıları FEM'lere alternatif oluşturabilmektedir [2].

Bu tez kapsamında farklı mesnet tiplerinde doğrusal olmayan Euler-Bernoulli kirişlerinin serbest titreşim çözümlerinin ve sistem tanılamasının PINN yöntemi kullanılarak çözümlenmesi araştırılmıştır. Araştırma sırasında hem analitik çözümlerden elde edilen sentetik veriler hem de lazer titreşim ölçerden toplanan deney verileri kullanılmıştır. Bu veriler PINN modeline girdi olarak verilmiş, sistemin serbest titreşim çözümlerinin bulunmasının yanı sıra, sisteme ait sönümleme sabitinin tespiti de yapılmıştır. Çalışma, bir DT çatı yapısı altında, yapısal bir parçanın PINN yöntemi kullanılarak gerçeğe yakın modellenmesinin yapıldığı potansiyel bir yaklaşımla sunulmuştur.

1.1 Tezin Amacı

Bu tezin amacı, DT konseptinde yapısal parçaların gerçeğe yakın dinamik modellerinin çıkartılmasında, daha az veri ile fiziksel modeli en iyi şekilde yansıtabilen dijital modelleri oluşturmak için güncel Derin Öğrenme (DL) metodlarından faydalanarak potansiyel bir DT çatı yapısı ortaya koymaktır.

Literatür incelendiğinde birbirinden farklı PDE üzerinde PINN çözümleri önerilmiş ve uygulanmıştır. Yapısal parçalar üzerine yapılan çalışmalarda ise kirişlerin dinamik modelleri üzerine yapılan çok az çalışmaya rastlanmıştır ve bu çalışmalar belli bir yük altındaki anlık eğilmelere odaklanmaktadır. Yapısal kirişlerin dinamik hareketlerinin PINN yöntemleri ile çözümlenmesi araştırmaya ve gelişime açık bir konudur. Bunun yanında, DT sistemlerinde PINN kullanımını sınırlı olmakla beraber [2, 3], derinlemesine keşfedilmeyi beklemektedir.

2. ÖN BİLGİ VE LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

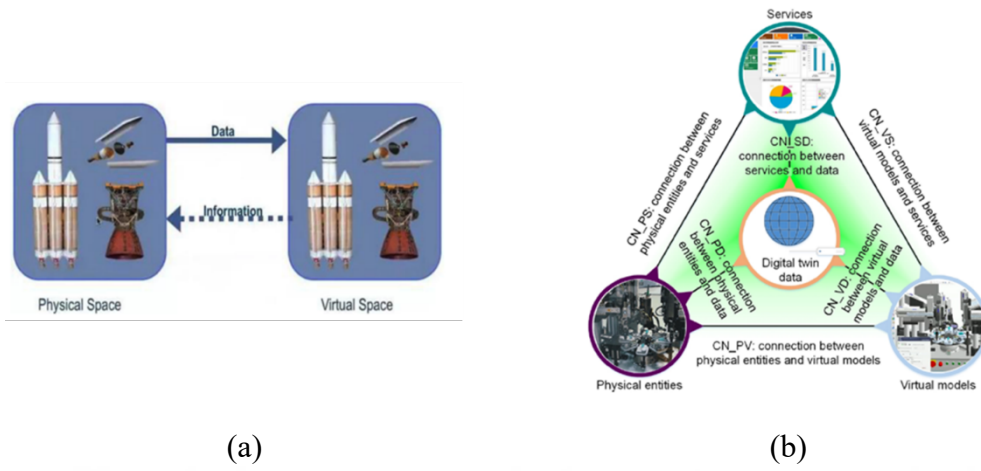
2.1 Dijital İkiz

Endüstride dijitalleşme dönüşümleri ve akıllı üretim stratejileri, Endüstri 4.0 devrimi ile başlamaktadır. Günümüz teknoloji çağında, Endüstri 4.0'ı endüstriyel çevreye uygulamak için yoğun uğraş verilirken, DT'nin bunu mümkün kıldığı kabul edilmektedir [4]. DT konsepti, NASA'nın Apollo programını yürüttüğü, uzayda seyahat edecek aracın durumunu incelemek amacıyla görev sırasındaki koşulların taklit edilerek, bu koşullara maruz bırakılan birbirinin aynısı birçok aracın üretildiği zamana dayanmaktadır [5]. İlk olarak 2003 yılında, Michigan Üniversitesi'nde çalışan Dr. Michael Grieves tarafından Ürün Yaşam Döngüsü (PLM) dersinde DT konsepti tanıtılmıştır [6]. Gartner'ın 2017, 2018 ve 2019 yılında yayınladığı "İlk 10 Stratejik Teknoloji Trendleri" listesine bakıldığında DT, ilk yıl 5'inci ve takip eden yıllarda 4'üncü sıralarda yer almaktadır [7-9].

Bugüne kadar DT'in birçok tanımı yapılmıştır. Liu ve diğerlerine göre; DT, fiziksel bir ürünün ya da sistemin, çevrimiçi topladığı veri ve bilgiye dayanarak, operasyonel değişimlere devamlı uyum sağlayan ve fiziksel karşılığının gelecekteki durumunu öngören yaşayan bir modelidir [10]. NASA, 2012 yılında yayınladığı makalesinde, DT'in en geçerli tanımlarından bir tanesini şu şekilde yapmaktadır: "DT, karmaşık bir ürünün tümleşik multi-fizik, çok ölçekli ve olasılıksal bir simülasyonudur ve uçan ikizinin durumunu yansıtmak için mümkün olan en iyi fiziksel modelleri ve sensör güncellemelerini kullanmaktadır [11].

2014 yılında Grieves tarafından yayınlanan beyaz kitapta DT modeli, Şekil Şekil 2.1a'da gösterildiği şekilde; gerçek evrende bulunan fiziksel ürün, sanal evrende bulunan sanal ürün ve gerçek ve sanal ürünü, veri ve bilgi alışverişi ile birbirine bağlayan ara bağlantının bir araya gelmesiyle oluştuğu gösterilmektedir [6]. Grieves tarafından tanımlanan bu üç boyutlu DT modeli, en çok uygulanan mimarilerdendir [13]. Eşleştirme işlemi sırasında dijital ikiz, fiziksel ikiz ve bunları kapsayan çevre arasında devamlı bir etkileşim, iletişim ve senkronizasyon (kapalı çevrim optimizasyon) olmaktadır [14]. Dijital ikiz, fiziksel ve sanal evren arasındaki neredeyse gerçek zamanlı senkronizasyon sayesinde, fiziksel suretinin operasyonel dinamiklerini yüksek doğrulukta göstermektedir [15]. 3-B modelin

tanımlanmasından dört yıl sonra, 2018 yılında Tao ve diğerleri tarafından Şekil 2.1b’de paylaşılan beş boyutlu model mimarisi ortaya atılmıştır.



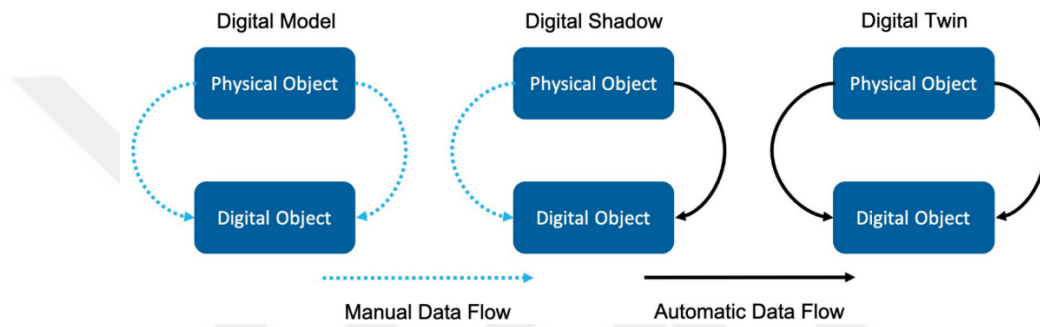
Şekil 2.1: Dijital ikiz modelleri: (a): 3 Boyutlu model [6]. (b): 5 Boyutlu model [15].

5-B mimarinin elemanlarından Fiziksel Varlık, önceden tanımlanan görevini yaparken, sensörler ise çalışma koşulları ve durum bilgisini toplamakta, Sanal Varlık, Fiziksel Varlık’ın yüksek doğruluklu dijital modeli olup, geometrik modeli (katı model), fiziksel modeli (deformasyon, stres vb.), davranışsal model (kontrol emirleri, kullanıcı müdahaleleri vb.) ve kural modelini (sınır koşulları, ilişkiler vb.) barındırmakta, Servisler, Fiziksel Varlık’ın operasyonlarını optimize etmekte, Sanal Varlık’ın parametre kalibrasyonunu yaparak yüksek doğrulukta kalmasını sağlamakta, DT Verisi, Fiziksel Varlık, Sanal Varlık ve Servisler’den gelen verilerin kaynaştığı ve zenginleştiği bölümü ifade etmekte, Bağlantı, tüm birimlerin çift taraflı veri akışı olacak şekilde birbirine bağlamaktadır [12].

DT kavramının gelişmesiyle beraber DT oluşturulurken yol gösterici olarak takip edilebilecek standartların geliştirmelerine de başlanmıştır. ISO tarafından yayınlanan, sınırlı da olsa bilgi alınabilecek [16-17] ISO/ 23247-1 Otomasyon sistemleri ve entegrasyonu- Üretimde dijital ikiz çatısı [18] standardı mevcuttur. Bunun yanında DT oluşturmak için yardımcı olabilecek diğer standartlar ise ISO 10303-242 Endüstriyel otomasyon sistemleri ve entegrasyonu – Ürün verisi gösterimi ve değişimi standardıdır [19]. Geliştirmesi devam eden ISO/IEC AWI 30173 Dijital ikiz - Konsept ve terminoloji standardı da gelecekte DT için yardımcı kaynaklar arasında yerini alacaktır. Bu standartlar dışında çoğunlukla üretim

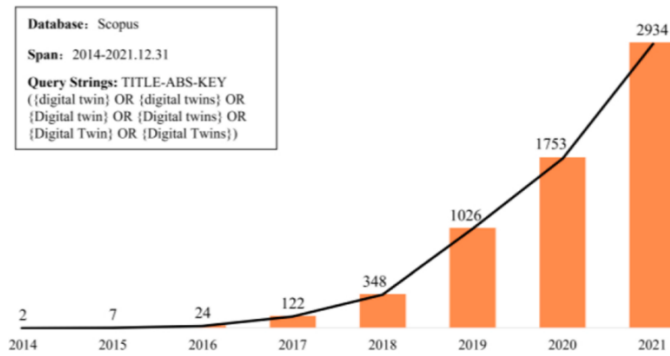
sektörünü ilgilendiren, makine iletişimi üzerine odaklanan MT-Connect 2.1 [20] ve [21] standartları bulunmaktadır.

DT ile karıştırılmaması gereken, DT konseptine yakın ancak DT olmak için yeterli gereklilikleri sağlayamayan iki model bulunmaktadır. Bunlardan ilki Dijital Model (DM)'dir (Şekil 2.2). DM, var olan ya da planlanmış fiziksel bir objenin, fiziksel model ile dijital model arasında otomatik bir şekilde veri alışverişi olmayan dijital biçimidir [22]. İkinci model ise Dijital Gölge (DS)'dir (Şekil 2.2). DS, fiziksel bir objenin, fiziksel modelden dijital modele tek taraflı veri aktarımı olan dijital bir gösterimidir [22]. Kabaldin ve arkadaşlarının çalışması bir DS örneğidir [23].



Şekil 2.2: Dijital model, dijital gölge, dijital ikiz [22].

Şekil 2.3'te [12-14] paylaşıldığı üzere DT, çıkarılan yayın sayısını yıllara göre üssel olarak arttırmakta, kullanım ve uygulama alanlarını genişleterek, popülerliğini sürdürmeye devam etmektedir. İnternet, bulut bilişimi, büyük veri, nesnelerin interneti ve diğer teknolojilerin entegrasyonu sayesinde, fiziksel ve sanal uzaylar arasında eşleme, kaynaşma ve ortak evrimleşmenin dahil olduğu birçok alanda DT uygulanabilir olmaktadır [13].

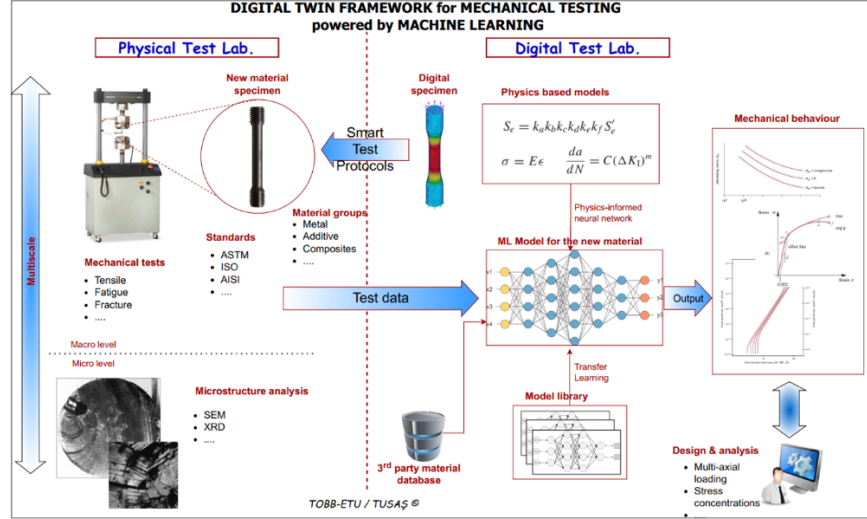


Şekil 2.3: Yıllara göre dijital ikiz alanında yapılan yayın sayıları [24].

Başlıca uygulama alanları, Uzay, Elektrik üretimi, Otomotiv, Rafineri, Sağlık ve İlaç, Denizcilik, Şehir Planlama, Tarım, İnşaat ve Çevre (koruma, güvenlik, acil durum)'dir [25]. Tao ve diğerlerinin 2018 yılında yaptıkları araştırmada, DT çalışılan makalelerde servis/ bakım %38 ile birinci, üretim %35 ile ikinci, tasarım ise %18 ile üçüncü sıradadır [12]. Lim ve diğerlerinin 60 yayını inceleyerek yaptıkları çalışmada ise ilk sırada üretim bulunurken, ikinci sırada servis/ bakım gelmektedir [26]. Rathore ve diğerlerinin 2015 yılından 2020 yılına kadar DT hakkında yazılmış 117 dergi ve konferans makaleleri üzerine yaptıkları araştırma incelendiğinde, üretim alanında yapılan çalışmalar ilk sırada, servis/ bakım çalışmaları ikinci, bunları güç ve enerji, otomotiv ve taşıma, sağlık hizmetleri, ağ ve iletişim izlemektedir [16]. Liu ve diğerlerinin 2020 yılında yayınlanan çalışmasında, 2010-2019'un dokuzuncu ayı arasında yayınlanan DT konulu makalelerin büyük çoğunluğunun üretim alanında olduğu görülmektedir [27]. Son olarak 2022 yılında yapılan bir araştırmada, DT alanında yapılan çalışmalar uygulama alanlarına göre ayrıldığında, %48 ile üretim başı çekmekte, enerji alanı %12 ile üretimi takip etmektedir [24]. Yapılan araştırmalar göstermektedir ki üretim çatısı altındaki çalışmalar ilk sıralardaki yerini bir süre daha devam ettirecektir.

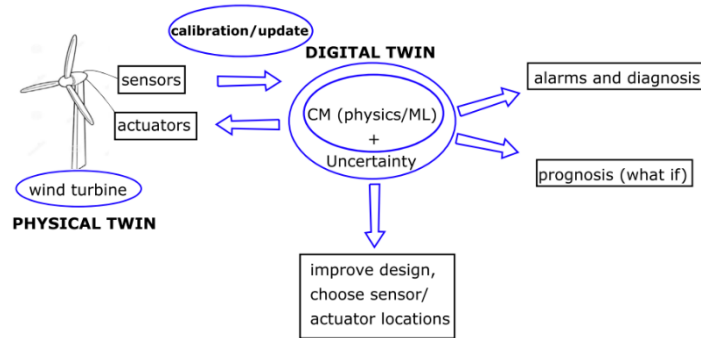
Son dönemlerde yapılan çalışmalara bakıldığında, Zang ve arkadaşları, çok ölçekli shop-floor uygulamalarına rehberlik etmesi amacıyla bir DT modelleme yapısı önermişlerdir [28]. Sonrasında, önerdikleri bu yapıyı DT shop-floor'da bulunan unsurlar arasındaki tutarlılığın nasıl kontrol edileceği çalışmasıyla desteklemişlerdir [29]. Yapılan başka bir çalışmada, 3-B DT modelinin sağlık, inşaat, lojistik, uzay ve enerji sektörlerine uyarlanabilecek referans bir mimari önerilmekte ve bu mimarinin yukarıdaki sektörler için doğrulama örnekleri paylaşılmaktadır [30]. Gene son dönemde yapılan ve bu tezin hazırlanma sürecinde ortaya çıkarılmış Şekil 2.4'te paylaşılan ML ile desteklenen mekanik testler için DT çatısı önerili çalışmada amaç, DT üzerinden yeni malzemelerin mekanik davranışlarının tutarlı ve düşük maliyetli bir şekilde ortaya çıkartılmasıdır [31]. DT ve Transfer Öğrenme (TL)'nin alan adaptasyonu yönteminin kullanıldığı başka bir araştırmada, dişli yüzeyindeki aşınmaların gerçek zamanlı tahmini üzerine çalışılmıştır [32].

DT'lerde yapısal parçaların incelenmesinde titreşim verileri sıklıkla kullanılmaktadır. Bu veriler anomalilerin tespiti ile parça sağlığı takibi ve kestirimci bakımların planlanmasında önemli roller oynarlar [33-36]. Ayrıca genel olarak sensör verileri,



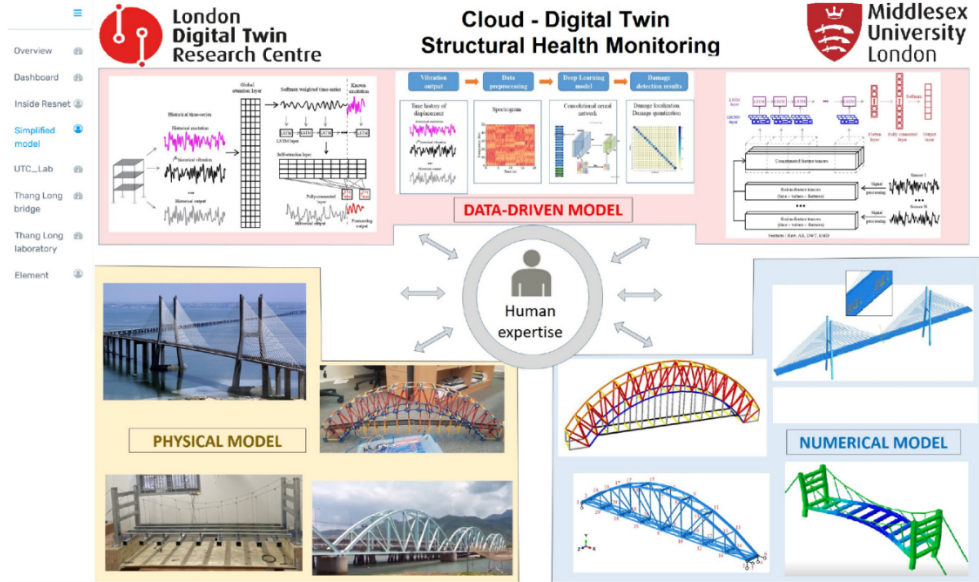
Şekil 2.4: Havacılık sektöründeki mekanik testler için dijital ikiz çerçevesi [31].

DT çatıyapıları altında FEM ile oluşturulmuş sanal kopyanın fiziksel modele yakınsamasında da etkilidir. Tuegel ve arkadaşları hava araçlarının yapısal yaşam tahmini çalışmalarında, FEM ve Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (CFD) ile oluşturulmuş DT'yi sensör verileri ile güçleyen bir model kurmuşlardır [37]. 2017 yılında yayınlanan bir araştırmada, uçak yapılarında emniyeti ve güvenilirliği arttırmak için DT'ler kullanılarak hasar sınıflandırması yapan bir metodoloji önerilmektedir [38]. Ye ve diğerleri de tekrar kullanılabilir uzay araçlarında yapısal parçaların sağlık takibi için titreşim verilerinden faydalanarak çatlak büyümelerini takip ettikleri bir DT üzerine çalışmışlardır [39]. Gene başka bir çalışmada, Şekil 2.5'te gösterilen DT çatıyapısında, fiziksel uzaydaki rüzgar türbininden alınan veriler ile rüzgar türbinine ait FEM yaklaşımı ile oluşturulmuş DT kalibre edilmekte, kalibre edilen model üstünden eğitilen ML modeli ise yapıdaki hasarları yakalamaktadır [2].



Şekil 2.5: Fizik tabanlı makine öğrenmesi ile hasar tespiti yapan dijital ikiz çatıyapısı [2].

Son olarak, yapılan bir araştırmada, anomali tespiti, yapısal sağlık takibi (Şekil 2.6) gibi konuları da kapsayan, farklı alanlarda yapılmış vaka çalışmaları paylaşılmıştır [40]. Burada paylaşılan ve Ref. [41]'deki makalenin kullandığı köprülerin sağlık takibinin yapıldığı DT yapısında da FEM yöntemi köprünün modellenmesinde kullanılmaktadır.



Şekil 2.6: Bulut dijital ikiz yapısal sağlık izleme web uygulaması [40].

FEM yöntemi buradaki örneklerden de anlaőılacağı gibi DT konseptinde yoğun bir Şekilde kullanılmaktadır. FEM alternatifi geliőtirilecek bir model, geniő bir kitlede yankı bulacaktır. Çizelge 2.1'de DT alanında yapılmış çalışmaların daha geniő bir listesi paylaşılmıştır.

Çizelge 2.1: Dijital ikiz alanında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar

Başlık	Yazar Adı	Yıl	Türü	Dergi Adı	Yayınevi	Alanı	Yapılan Çalışma
[37] Reengineering Aircraft Structural Life Prediction Using A Digital Twin	E. J. Tuegel vd.	2011	Araştırma	International Journal Of Aerospace Engineering	Hindawi	Sağlık Takibi	Uçuş koşullarına yanıt olarak yapısal sapmaların ve sıcaklıkların hesaplanmasıyla ortaya çıkan yerel hasar ve malzeme durumu tespit etmek için yüksek doğruluklu DT modeli kurgulanmıştır.
[11] The Digital Twin Paradigm For Future Nasa And U.S. Air Force Vehicles	E. Glaessgen, D. Stargel	2012	Konferans Makalesi	SSDMC Special Session On The Digital Twin	AIAA	Sağlık Takibi	DT'in havacılık ve uzay sanayisinde gelecekteki kullanım alanları üzerine yapılmış bir çalışmadır.
[6] Digital Twin: Manufacturing Excellence Through Virtual Factory Replication	M. Grieves	2014	Araştırma	N/A	N/A	Genel	Üç boyutlu DT konseptinden yazılı olarak ilk defa bahsedilmiştir.
[15] Shaping The Digital Twin For Design And Production Engineering	B. Schleich vd.	2017	Araştırma	CIRP Annals	Elsevier	Tasarım ve Üretim	Tasarım ve üretim alanında DT oluşturulması bir küp yapısı üzerinden anlatılmıştır.
[38] Structural Health Management Of Damaged Aircraft Structures Using Digital Twin Concept	B. R. Seshadri, T. Krishnamurthy	2017	Araştırma	AIAA/AHS Adaptive Structures Conference	AIAA	Sağlık Takibi	Hava araçlarında hasar boyutu ve yerinin tespiti çalışması DT konsepti ile sunulmuştur.
[10] The Role Of Data Fusion in Predictive Maintenance Using Digital Twin	Z. Liu vd.	2018	Konferans Makalesi	Aip Conference Proceedings	AIP	Sağlık Takibi	Hava araçlarında bakım, tamir ve takip için DT konseptinden bahsedilmiştir.
[12] Digital Twin Driven Prognostics And Health Management For Complex Equipment	F. Tao vd.	2018	Araştırma	CIRP Annals	Elsevier	Sağlık Takibi	Beş boyutlu DT mimarisinin tanınıldığı ve rüzgar türbini üzerine bir vaka çalışmasıyla örneklendiği çalışmadır.
[14] A Survey On Digital Twin: Definitions, Characteristics, Applications, And Design Implications	B. R. Barricelli vd.	2019	İnceleme	Access	IEEE	Genel	Bugüne kadar literatürde yayımlanan DT tanımları nelerdir? Bir DT uygulanması gereken temel özellikler nelerdir? DT uygulamalarının geliştirildiği alanlar nelerdir? Sorularının cevapları verilmiştir.
[23] CNC Machine Tools And Digital Twins	Y. G. Kabaldin vd.	2019	Araştırma	Russian Engineering Research	Springer	Üretim	CNC makinelerinde DT kullanımı üzerine çalışılmış, üretimdeki dar boğazların tespit edilebileceği gösterilmiştir.
[25] Digital Twin Driven Smart Manufacturing	F. Tao vd.	2019	Kitap	Academic Press	Elsevier	Üretim	Yazarların DT alanında yapmış oldukları çalışmaların ve uygulamaların bir özeti şeklindedir.
[26] A State-Of-The-Art Survey Of Digital Twin: Techniques, Engineering Product Lifecycle Management And Business İnnovation Perspectives	K. Y. H. Lim vd.	2019	İnceleme	Journal Of Intelligent Manufacturing	Springer	Genel	İş ve mühendislik alanlarında DT teknolojileri üzerine sistematik bir literatür taraması içermektedir.
[4] Digital Twin: Current Scenario And A Case Study On A Manufacturing Process	R. B. Roy vd.	2020	Araştırma	The International Journal Of Advanced Manufacturing Technology	Springer	Sağlık Takibi	DT hakkında genel bir inceleme yapılmış ve sürtünme karıştırma kaynağı (FSW) makinesinin DT konsepti çalışılmıştır.
[22] Digital Twin: Enabling Technologies, Challenges And Open Research	A.Fuller vd.	2020	İnceleme	Access	IEEE	Genel	DT'in IoT, IIoT ve veri analitiği ile olan ilişkisi ve muhtemel araştırma alanları incelenmiştir.
[33] Chatter Model For Enabling A Digital Twin in Machining	S. Afazov vd.	2020	Araştırma	The International Journal Of Advanced Manufacturing Technology	Springer	Üretim	Talaşlı imalatta tırlama tespitinin DT çatısı altında nasıl yapılacağına dair bir çerçeve sunulmuştur.

Çizelge 2.1: Dijital ikiz alanında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar (devam)

[34] A Hybrid Predictive Maintenance Approach For CNC Machine Tool Driven By Digital Twin	W. Luo vd.	2020	Araştırma	Robotics And Computer-Integrated Manufacturing	Elsevier	Sağlık Takibi	CNC makinelerinde kesici ucun aşınma takibinin yapıldığı çalışmada, DT yapısı kullanılarak gerçek çalışma koşulları izlenebilmiştir.
[39] Digital Twin For The Structural Health Management Of Reusable Spacecraft: A Case Study	Y. Ye vd.	2020	Araştırma	Engineering Fracture Mechanics	Elsevier	Sağlık Takibi	Tekrar kullanılabilir uzay araçlarında, yük rulmanına ait bir giriş yapısındaki çatlak büyümesinin dinamik takibi üstünden DT yapısı önerilmiştir.
[2] Digital Twin, Physics-Based Model, And Machine Learning Applied To Damage Detection in Structures	T.G. Ritto vd.	2021	Araştırma	Mechanical Systems And Signal Processing	Elsevier	Sağlık Takibi	Probleme ait fizik bilgisinin DT ile birleştirilmesiyle rüzgar türbinlerini gövdesinde hasar tespiti çalışılmıştır.
[5] Digital Twin-Enabled Smart Industrial Systems: A Bibliometric Review	M. P. Ciano vd.	2021	İnceleme	International Journal Of Computer Integrated Manufacturing	T&F	Genel	2019 yılına kadar yapılmış DT çalışmaları incelenmiştir.
[13] Enabling Technologies And Tools For Digital Twin	Q. Qi vd.	2021	İnceleme	Journal Of Manufacturing Systems	Elsevier	Genel	5 boyutlu DT yapısı ile DT oluşturmak için kullanılabilen, teknolojiler ve araçlar incelenmiştir.
[16] The Role Of AI, Machine Learning, And Big Data in Digital Twinning: A Systematic Literature Review, Challenges, And Opportunities	M. M. Rathore vd.	2021	İnceleme	Access	IEEE	Genel	DT konusunu kapsayan ve bununla entegre çalışan alanında öncü AI, ML ve büyük veri teknikleri incelenmiştir.
[27] Review Of Digital Twin About Concepts, Technologies, And Industrial Applications	M. Liu vd.	2021	İnceleme	Journal Of Manufacturing Systems	Elsevier	Genel	DT oluşturmak için gerekli teknolojiler araştırılmış, endüstrideki uygulamalar özetlenmiş ve muhtemelen gelecek çalışmalarından bahsedilmiştir.
[35] Anomaly Detection in Digital Twin Model	Y. Wang vd.	2021	Konferans Makalesi	Digital Twins And Parallel Intelligence	IEEE	Sağlık Takibi	Simulink ile oluşturulmuş dişli kutusu modelinde meydana gelen farklı hataların tespiti DT çatısı altında yapılmıştır.
[41] Cloud-Based Digital Twinning For Structural Health Monitoring Using Deep Learning	H. V. Dang vd.	2021	Araştırma	Transactions On Industrial Informatics	IEEE	Sağlık Takibi	Yapıların gerçek zamanlı yapısal sağlık takibi ve kestirimci bakım amacıyla kullanmak için bulut tabanlı DT konsepti sunulmuştur.
[42] A Review Of Digital Twin in Product Design And Development	C. K. Lo vd.	2021	İnceleme	Advanced Engineering Informatics	Elsevier	Tasarım	Ürün tasarımı ve geliştirilmesi aşamalarında DT kullanımı üzerine toplamda 52 çalışma incelenmiş, gelecek çalışmaları önerilerinde bulunulmuştur.
[3] Physics-Informed Neural Network Solution Of Point Kinetics Equations For A Nuclear Reactor Digital Twin	K. Prantikos vd.	2022	Araştırma	Energies	MDPI	Enerji	Nokta kinetik enerji denklemlerinin kullanıldığı PINN yapısı ile bir nükleer reaktöre ait DT yapısı sunulmuştur.
[24] Digital Twin Modeling	F. Tao vd.	2022	İnceleme	Journal Of Manufacturing Systems	Elsevier	Genel	2022 yılına kadar yapılmış çalışmalar taranmış, DT'in kullanıldığı alanlar farklı kategoriler değerlendirilerek incelenmiştir.
[28] A Multi-Scale Modeling Method For Digital Twin Shop-Floor	H. Zhang vd.	2022	Araştırma	Journal Of Manufacturing Systems	Elsevier	Üretim	Çok ölçekli fabrika ortamı uygulamalarında yol gösterici olması amacıyla yapılmış çalışmadır.

Çizelge 2.1: Dijital ikiz alanında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar (devam)

[29] A Consistency Evaluation Method For Digital Twin Models	H. Zhang vd.	2022	Araştırma	Journal Of Manufacturing Systems	Elsevier	Genel	Fiziksel ürün ile oluşturulan sanal ürünün tutarlılığının nasıl değerlendirilebileceği üzerine yapılmış çalışmadır.
[30] Three- Dimension Digital Twin Reference Architecture Model For Functionality, Dependability, And Life Cycle Development Across Industries	S. R. Newrzella Vd.	2022	Araştırma	Access	IEEE	Genel	3 boyutlu DT mimarisinin farklı sektörlerde nasıl kullanılabileceği anlatılmaktadır.
[31] A Digital Twin Framework For Mechanical Testing Powered By Machine Learning	M. Kahya vd.	2022	Konferans Makalesi	IMECE	ASME	Test	DT, ML ve TL kullanılarak mekanik testlerin takibi ve test sayılarının azaltılabileceği gösterilmiştir.
[36] Maintenance Digital Twin Using Vibration Data	R. Abbate vd.	2022	Araştırma	Procedia Computer Science	Elsevier	Sağlık Takibi	Simülasyon aracı ile geliştirilmiş titreşim analizine ve kontrol çizelgeleri gibi istatistiksel yaklaşıma dayalı elektrik motorları için bakım stratejilerinin iyileştirilmesine yönelik DT modeli önerilmiştir.
[40] Digital Twins: A Survey On Enabling Technologies, Challenges, Trends And Future Prospects	S. Mihai vd.	2022	İnceleme	Communications Surveys & Tutorials	IEEE	Genel	DT alanındaki yayınlar incelenmiş, pazar potansiyeli tartışılmış, DT yapısı oluşturmaya olanak sağlayan teknolojiler araştırılmış ve üç farklı vaka çalışması incelenmiştir.
[43] Digital Twin Of Functional Gating System in 3D Printed Molds For Sand Casting Using A Neural Network	A. Ktari, M. El Mansori	2022	Araştırma	Journal Of Intelligent Manufacturing	Springer	Tasarım	Üç boyutlu döküm kalıplarında fonksiyonel bir döküm ağız tasarımı DT konsepti kullanılarak yapılmıştır.
[44] A Digital Twin Framework For Product To-Be-Designed Analysis Based On Operation Data	S. Li vd.	2022	Konferans Makalesi	Procedia CIRP	Elsevier	Tasarım	Tünel açma makinesinden çalışma koşulları altında veriler toplanarak, hata modları tespit ediliyor ve bir sonraki tasarımda dikkat edilmesi gereken tasarım kriterlerinin belirlendiği bir DT çerçevesi önerilmektedir.
[45] A Comprehensive Review Of Digital Twin — Part 1: Modeling And Twinning Enabling Technologies	A. Thelen vd.	2022	İnceleme	Structural And Multidisciplinary Optimization	Springer	Genel	DT halihazırda kullanılan birçok yöntem ve modelleme tekniğini incelenmiş, analiz edilmiş ve veri akışının yönüne göre gruplara ayrılmıştır
[46] Digital Twin For Integration Of Design-Manufacturing-Maintenance: An Overview	Y. Fu vd.	2022	İnceleme	Chinese Journal Of Mechanical Engineering	Springer	Genel	DT'in kullanıldığı tasarım, üretim ve bakım alanındaki çalışmalar özetlenmiştir.
[47] Digital Twin And Its Applications: A Survey	R.Zhang vd.	2022	İnceleme	The International Journal Of Advanced Manufacturing Technology	Springer	Genel	DT araçları ve platformları tanıtılmış, DT ile alakalı teknolojiler incelenmiş, uygulama senaryoları paylaşılmıştır. DT'in gelecekteki gelişimi ve ihtiyaç alanları belirlenmiştir.
[17] Standardisation in Digital Twin Architectures in Manufacturing	E. Ferko vd.	2023	Konferans Makalesi	ICSA	IEEE	Üretim	Üretim alanında DT çerçevesi konulu ISO 23247 standardı ile güncel çalışmalar arasındaki farklılıklar çalışılmıştır.
[32] Digital Twin-Driven Intelligent Assessment Of Gear Surface Degradation	K. Feng vd.	2023	Araştırma	Mechanical Systems And Signal Processing	Elsevier	Sağlık Takibi	Dişli yüzeylerinde meydana gelen aşınmaların çekişme tabanlı TL ve DT yapısı kullanılarak tespit edilmesi çalışmasıdır.
[48] Deep-Learning-Enhanced Digital Twinning Of Complex Composite Structures And Real-Time Mechanical Interaction	X. Xu vd.	2023	Araştırma	Composites Science And Technology	Elsevier	Sağlık Takibi	DNN kullanılarak, kompozit bir yapı üstünden verimli bir DT'in nasıl oluşturulabileceği örneklerle gösterilmiş, bunun yolculu tahmininde kullanılabileceğinden bahsedilmiştir.

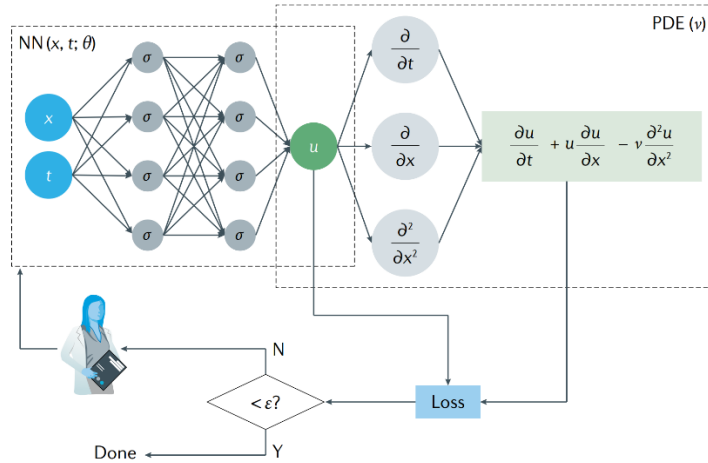
Çizelge 2.1: Dijital ikiz alanında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar (devam)

[49] Maketwin: A Reference Architecture For Digital Twin Software Platform	F. Tao vd.	2023	Araştırma	Chinese Journal Of Aeronautics	Elsevier	Genel	Bu çalışmada tasarlanan platform, DT'de sürekli gelişen ve değişen ihtiyaçları karşılamaya yönelik, başka sistemlerle birlikte çalışabilen, kullanılabilirliğin ön planda tutulduğu genişletilebilir bir ortamdır.
[50] Supersystem Digital Twin-Driven Framework For New Product Conceptual Design	P. Haynes, S. Yang	2023	Araştırma	Advanced Engineering Informatics	Elsevier	Tasarım	Fiziksel ürüne yerleştirilen çeşitli sensörlerden toplanan veriler kullanılarak, fiziksel ürüne eklenen yeni ekipmanın tasarımı kontrollü olarak yapılmaktadır.

2.2 Fizik-Bilgili Sinir Ağları

Son yıllarda popüler olmaya başlayan PINN geleneksel DL tekniklerinin limitlerini aşarak fiziksel sistemleri modellemek ve tahmin etmek için kullanılmaktadır. PINN modelleri, sadece veriyi kullanan yöntemlere kıyasla çözümün doğruluğunu artırmak için fiziksel problemin temel denklemlerini de içerir. Geleneksel Derin Sinir Ağı (DNN), probleme bağlı olarak modelin eğitimi sırasında aşırı miktarda veriye ihtiyaç duyabilmektedirler. Fiziksel sisteme ait temel denklemlerin çözüme konulması probleme dair bir öngörü sağlamakta ve DNN modellerinin veri açlığını azaltabilmektedir. Araştırmacılar, PINN'leri geliştirmeye ve araştırma sonuçlarını akışkanlar dinamiği, ısı ve yapısal mekanik gibi çeşitli problemlere uygulamaya odaklanmaktadır.

Bu bölümde, PINN'ler hakkında temel oluşturmak ve yöntemi daha iyi anlamak için PINN'lerin geleneksel biçimi kısaca özetlenmektedir. Raissi ve arkadaşları, Burgers, Schrodinger ve Navier-Stokes denklemleri gibi bazı iyi bilinen denklemler üstünden PDE'lerin PINN'ler ile çözümlerini ilk defa ortaya atmışlardır [51]. Şekil 2.7'de Karniakadis ve arkadaşlarının Burgers denklemi üzerinden tanımladıkları PINN'e ait jenerik bir mimari paylaşılmıştır [52]. Burada, zamansal ve uzamsal koordinatlar Tam Bağlı Sinir Ağı (FCNN)'na girdi olarak verilir ve FCNN çıktısı kayıp terimine eklenir. Ayrıca FCNN'in çıktısı, PDE'yi sağlayacak şekilde türevlenerek, kayıp terimine ikinci bir parametre olarak eklenir. PINN modeli, belirlenen tolerans değerini sağlayana kadar eğitilir.



Şekil 2.7: Geleneksel Fizik Bilgili Sinir Ağı Mimarisi [52]

Şekil 2.7'deki mimariye uygulanabilecek PINN ile PDE çözümünün genelleştirilmiş formülasyonuna bakılacak olursa; burada $u(t, x)$ gizli çözümüne sahip PDE'lerin genel formunu ele alalım.

$$u_t + \mathcal{N}[u] = 0, \quad t \in [0, T], \quad x \in \Omega \quad (2.1)$$

Burada $\mathcal{N}[\cdot]$, doğrusal olmayan diferansiyel operatörü, t, T aralığındaki zamansal ve x, Ω aralığındaki uzamsal koordinatlarıdır. PDE kalıntısı $f(t, x)$, $u_t + \mathcal{N}[u]$ 'ya karşılık gelir ve θ , Denklem 2.2'deki kayıp fonksiyonunun minimize edilmesiyle öğrenilen ağ parametrelerini gösterir.

$$\mathcal{L}(\theta) = \lambda_u \mathcal{L}_u(\theta) + \lambda_f \mathcal{L}_f(\theta) \quad (2.2)$$

Burada,

$$\mathcal{L}_u(\theta) = \frac{1}{2N_u} \sum_{i=1}^{N_u} |u(t_u^i, x_u^i; \theta) - u^i|^2 \quad \mathcal{L}_f(\theta) = \frac{1}{2N_f} \sum_{i=1}^{N_f} |f(t_f^i, x_f^i; \theta)|^2 \quad (2.3)$$

Burada, $\{t_u^i, x_u^i, u^i\}_{i=1}^{N_u}$ başlangıç ve sınır koşullarından gelen eğitim noktaları ve $\{t_f^i, x_f^i\}_{i=1}^{N_f}$ artık için kollokasyon noktalarıdır. Ağırlık sabitleri λ_u and λ_f , eğitim boyunca ön-tanımlı belirlenerek ya da otomatik olarak güncellenerek kayıp terimleri arasındaki dengeyi sağlarlar [52].

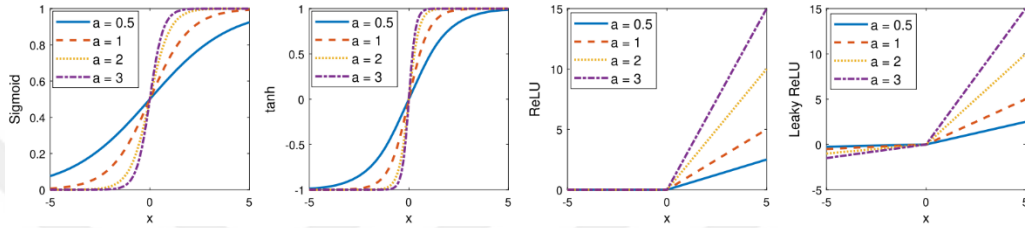
PINN'lerin tanıtılmasından sonra, PDE'ler ile ilgili farklı problemlerin üstesinden gelebilmek için PINN yapısını geliştiren yeni yayınlar ortaya çıkmaya başlamıştır. Jagtap ve arkadaşlarının yaptığı bir çalışma, adaptif aktivasyon fonksiyonlarının, çabuk yakınsamanın yanı sıra doğruluğu da geliştirdiğini ortaya koymuştur [53]. Adaptif aktivasyon fonksiyonunda, fonksiyonun Sinir Ağı (NN)'na bağlı eğitilebilir bir terimi bulunmaktadır ve aktivasyon fonksiyonunun eğimi, eğitim noktalarına göre model eğitimi süresince şekillenmektedir. Aşağıda Sigmoid, Hiperbolik Tanjant (tanh), Doğrultulmuş Doğrusal Ünite (ReLU) ve Sızıntılı Doğrultulmuş Doğrusal Ünite (Leaky ReLU) aktivasyon fonksiyonlarının adaptif ifadeleri, Şekil 2.8'de bu denklemlere karşılık gelen grafikler paylaşılmıştır [53].

$$\text{Sigmoid} : \frac{1}{1+e^{-ax}}$$

$$\text{tanh} : \frac{e^{ax}-e^{-ax}}{e^{ax}+e^{-ax}}$$

$$\text{ReLU} : \max(0, ax)$$

$$\text{Leaky ReLU} : \max(0, ax) - v \max(0, -ax)$$

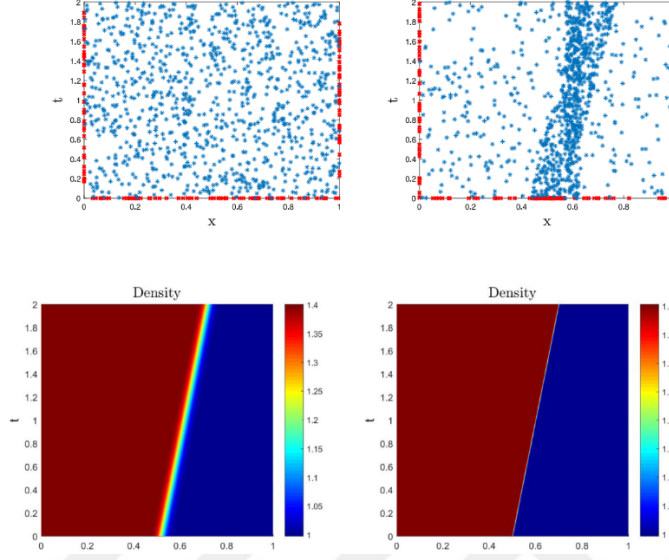


Şekil 2.8: Farklı a katsayılarında soldan sağa Sigmoid, tanh, ReLU ve Leaky ReLU aktivasyon fonksiyonlarının değişimi [53]

NN'lerin daha az karmaşık problemleri ve düşük frekans modlarını öğrenmeye daha yatkın olmaları spektral bias (yanlılık) olarak adlandırılmaktadır [54-55]. Bu nedenle PINN'lerde yüksek frekanslı PDE'lerin çözümü, düşük frekanslı olanlara göre daha zordur. Bu problemin üstesinden gelebilmek ve daha genellenebilir bir PINN modeli çıkartabilmek için birtakım çalışmalar yapılmıştır. Wang ve arkadaşları, yaptıkları ilk çalışmada [56] geri yayılım sırasında, gradyan akışındaki katılığın dengesiz gradyanlara yol açtığını tespit etmiş, adaptif öğrenme oranı tavlama algoritması ve daha az katı alternatif bir NN yapısı sunmuşlardır. Sonraki çalışmalarında [57] PINN'lerin neden bazı problemlerde başarısız olduklarına odaklanmış, NN dinamiklerini daha iyi anlamak için Neural Tangent Kernel teorisinden faydalanmışlardır. NTK teorisini kullanarak, NN'in gelişimine bağlı olan, adaptif çarpanları kayıp terimlerinin önüne ekleyerek eğitim ve tahmin doğruluklarını arttırmışlardır. Bu çalışmanın ayrıntıları Bölüm 2.2.1'de paylaşılmıştır. Daha sonra bu çalışmalarını bir adım daha ileri taşıyarak, çok boyutlu problemlere de çözüm olabilecek Fourier özellik eşlemesi yöntemini geliştirmişlerdir [58]. Bu çalışmanın da ayrıntıları Bölüm 2.2.2'de paylaşılmıştır.

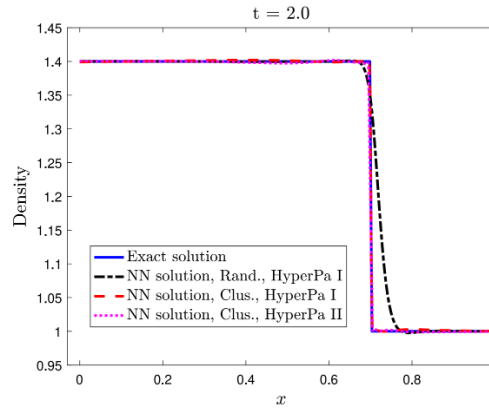
Diğer bir çalışmada, Mao ve arkadaşları, yüksek hızlı akışlar için PINN çözümleri sunmuş ve süreksizlik bölgelerinde kümelenmiş eğitim noktalarının ve kütle ve

momentumun korunumu gibi problem ile alakalı evrensel fizik yasalarının kayıp denkleminde yeni bir terim olarak eklenmesinin problem çözümünde daha iyi bir sonuç verdiğini paylaşmışlardır [59]. Şekil 2.9'da kümelenmiş eğitim noktalarının bir boyutlu Euler denkleminin PINN kullanılarak çözülmesi üzerindeki sonucu görülebilir.



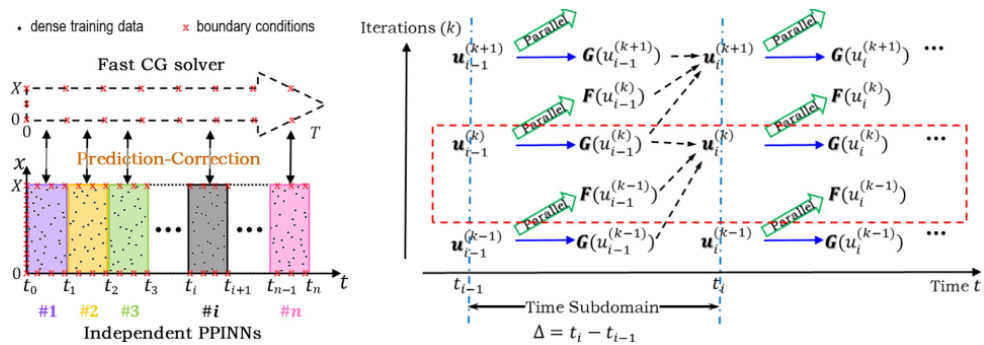
Şekil 2.9: Kümelenmiş eğitim noktaları etkisi: Üst: Rastgele seçilmiş eğitim ve artık noktalarının (solda) ve kümelenmiş eğitim ve artık noktalarının (sağda) dağılımları. Mavi noktalar artık noktaları, kırmızı noktalar ise başlangıç ve sınır şartlarını ifade etmektedir. Alt: rastgele seçilmiş noktaların kullanılmasıyla elde edilen PINN sonucu (sağda), kümelenmiş noktaların kullanılmasıyla elde edilen PINN sonucu (sağ) [59]

Kümelenmiş veri noktalarının kullanılmasının, çözümü daha iyi tahminlediği $t = 2.0$ sn 'de Şekil 2.10'da paylaşılan sonuçlarda görülebilmektedir.



Şekil 2.10: Kümelenmiş ve rastgele seçilmiş veri noktaları kullanılarak yapılan PINN çözümlerinin $t = 2.0$ sn anındaki karşılaştırması [59]

Yapılan diğer araştırmalarda, Kharazmi ve arkadaşları PINN'lerden farklı olarak PDE'lerin varyasyonel (zayıf) formunu kullanarak Varyasyonel Fizik Bilgilendirilebilir Sinir Ağları (VPINN) yöntemini önermiş ve bu yöntemi alt-domain Petrov-Galerkin yönteminden yararlanarak geliştirmişlerdir [60-61]. Başka bir araştırmada; Chakraborty, yüksek doğruluklu verilere ulaşma sorununu çözmek için TL tabanlı çok doğruluklu PINN'leri önermiştir [62]. Bu çalışmadan sonra, Penwarden ve arkadaşları ise hesaplama maliyetinden tasarruf etmek ve düşük-doğruluklu veri kullanımına kıyasla PINN model eğitimini iyileştirmek için düşük-doğruluklu ve yüksek-doğruluklu verileri birleştirmiştir [63]. Diğer tarafta, zamana bağlı PDE'lerde eğitim sürelerini kısaltmak için Meng ve arkadaşları, uzun-zamanlı bir problemi, ucuz ve hızlı olan basit bir çözücü denetiminde birden fazla bağımsız kısa-zamanlı probleme ayırarak çözen Parareal Fizik Bilgilendirilebilir Sinir Ağları (PPINN) yöntemini ortaya atmıştır [64]. Şekil 2.11'deki ilk resimde uzun-zamanlı bir problemin hızlı ve basit bir çözücü tarafından yönlendirilen birçok bağımsız kısa zamanlı probleme (küçük boyutlu verilerle PINN) bölüdüğü PPINN şeması, ikinci resimde ise PPINN 'de kullanılan paralel zamanlı algoritmanın grafiksel gösterimi paylaşılmıştır. Burada birçok PINN yapısı paralel bir şekilde çözümleri iteratif olarak düzeltmekte kullanılan $\mathcal{F}(u_i^k)$ 'i elde etmeye çalışırken, ucuz hızlı bir çözücü $\mathcal{G}(u_i^k)$ çözümünün yaklaşık bir tahminini yapmaktadır [64].



Şekil 2.11: Parareal fizik bilgisi sinir ağları algoritmasına genel bakış [64]

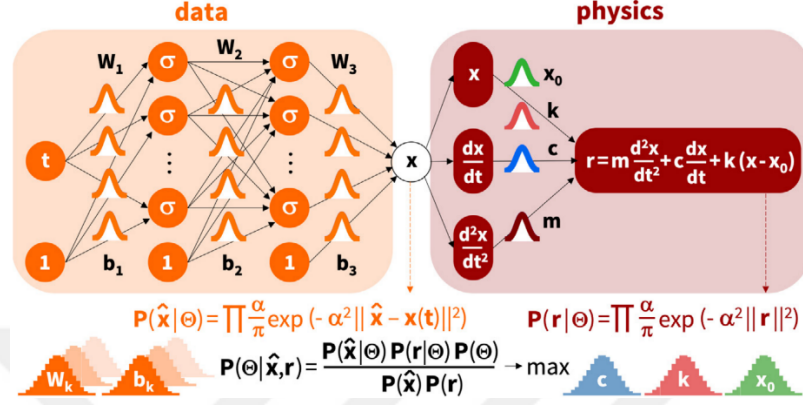
Son zamanlarda yapılan bazı çalışmalara bakılacak olursa, Wu ve arkadaşları artık tabanlı adaptif ve adaptif olmayan örnekleme yöntemlerini karşılaştırmış, artık-tabanlı adaptif dağılımın daha düşük L^2 bağlıl hatasına sahip olduğunu farklı örneklerle ispatlamışlardır [65]. McClenny ve arkadaşları ise sonrasında , tüm kayıp terimi yerine çeşitli kayıp terimindeki belirli eğitim noktalarında ağırlık çarpanları kullanan, kayıp teriminin normalde olduğu gibi ağ ağırlıklarına göre minimize

edildiği, ancak kendinden uyarlamalı ağırlıklara göre de maksimize edildiği bir PINN modeli önermişlerdir [66]. Bu çalışmadan sonra, Tang ve arkadaşları, çok boyutlu problemlerde derin adaptif örnekleme algoritmalarını önermişlerdir [67]. Bu çalışmalarda da görülmektedir ki, probleme adapte olabilen parametreler, model tahminlerinin doğruluklarını yükseltmektedir.

Özgün ve temel PINN yöntemlerinin yanında, literatürde bu yöntemlerin kullanıldığı uygulama çalışmaları da bulunmaktadır. Bu uygulamalardan bazıları eğilme ve titreşim gibi yapısal mekanik problemlere odaklanmaktadır. Gu ve arkadaşları, çözüm ağlarının inceliği nedeniyle ince-cidarlı yapılarda FEM kullanmanın pratik olmadığı fikrine dayanan bir çalışma sunarak, ince bir plakanın sapma ve gerilme problemini PINN'leri kullanarak çözmüştür [68]. Başka bir çalışmada, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş bir kirişin doğrusal olmayan eğilmesini tahminlemek ve çözümünü doğrulamak için Sonlu Farklar Yöntemi (FDM) sonuçlarını kullandıkları bir çerçeve sunulmuştur [69] Yapısal mekanik üzerine yapılan bir başka araştırmada, bir silindir, bir levha ve bir kirişin yer değiştirme ve gerilme bileşenleri PINN yöntemi kullanılarak tahmin edilmiş ve FEM sonuçlarıyla karşılaştırılarak doğrulanmıştır [70]. Benzer bir şekilde, Bai ve arkadaşları, 2-B ve 3-B katı şekiller üzerindeki eğilme problemlerini PINN kullanarak araştırmış, farklı olarak En Küçük Kareler Ağırlıklı Artık PINN kayıp fonksiyonunu önermiştir [71].

Konuya titreşim analizleri çerçevesinden bakıldığında, Renato ve arkadaşları iki serbestlik dereceli kütle-yay-damperden oluşan bir sistemdeki sönümleme sabitinin Devirsel Sinirsel Ağ (RNN) barındıran bir PINN yöntemi ile tahmin edilmesi üzerine çalışmışlardır [73]. Bu çalışmanın üstüne, diğer bir araştırmada dört serbestlik dereceli kütle-yay-damper sistemlerinde, sistem parametrelerinin tahmin edilmesi için bir PINN- Adi Diferansiyel Denklem (ODE) yapısı sunulmuştur [74]. Başka bir makalede, Konvolüsyonel Sinir Ağı (CNN) tabanlı bir PINN yöntemi yardımıyla, titreşim verisi kullanılarak rulmanların sağlık durumlarının izlenmesi ve hasar tespiti çalışması yapılmıştır [75]. 2022 yılında, model eğitim ve doğrulama için FEM ile üretilen sentetik verilerin kullanıldığı, eğilmenin ve titreşim modlarının gözlemlendiği bir çalışmada, plakaların ve kabuk yapıların doğrusal elastisite problemine odaklanılmıştır [76]. Aynı yıl içerisinde, vorteks tarafından hareketlendirilen basit bir kütle-yay-damper sisteminin titreşim problemi, TL ile

güçlendirilmiş bir PINN yöntemi ile çözülmüştür [77]. Başka bir çalışmada, Bayesian çıkarımı entegre edilmiş PINN yöntemi (Şekil 2.12), kütle-yay sisteminin sönümlü harmonik hareketinin ileri ve ters problemleri çözülmüş, literatürde kullanılan başka çözüm yöntemleri ile kıyaslama yapılarak avantajlarından ve dezavantajlarından bahsedilmiştir [72].



Şekil 2.12: Bayesian çıkarımlı fizik bilgili sinir ağı modeli [72]

Son zamanlarda ise, Fallah ve arkadaşları, Winkler-Pasternak temeli üzerindeki gözenekli bir kirişin serbest titreşiminin ileri ve ters problemlerini analiz etmişlerdir [78]. Çizelge 2.2'de önde gelen yayın evlerinin önde gelen dergilerinde yayınlanmış PINN'ler ile alakalı çalışmalar kapsamlı bir liste şeklinde sunulmuştur.

Çizelge 2.2: Fizik bilgisi sinir ağları hakkında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar

Başlık	Yazar Adı	Yıl	Türü	Dergi Adı	Yayınevi	Problem	Alanı	Yapılan Çalışma
[79] Learning Parameters And Constitutive Relationships With Physics Informed Deep Neural Networks	A. M. Tartakovsky vd.	2018	Araştırma	N/A	Arxiv	Ters	Isı-Akış	PDE çözümleri için DNN ve fizik bilgisinin beraber kullanıldığı, veri sayısının çözüm üzerine etkisinin de araştırıldığı bir çalışmadır.
[51] Physics-Informed Neural Networks: A Deep Learning Framework For Solving Forward And Inverse Problems Involving Nonlinear Partial Differential Equations	M. Raissi vd.	2018	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri ve Ters	Çeşitli PDE	PINN ilk olarak tanıtılmış ve Burger, Navier-Stokes gibi denklemler kullanılarak uygulamaları gösterilmiştir.
[80] Adversarial Uncertainty Quantification in Physics-Informed Neural Networks	Y. Yang, P. Perdikaris	2019	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Akış	Bu makale, doğrusal olmayan diferansiyel denklemler tarafından yönetilen sistemlerdeki belirsizliği ölçmek ve yaymak için PINN kullanan ve çekişmeli (adversarial) bir çıkarım prosedürü kullanan DL çerçevesi önermektedir.
[81] FPINNs: Fractional Physics-Informed Neural Networks	G. Pang vd.	2019	Araştırma	SIAM Journal on Scientific Computing	SIAM	İleri	Isı-Akış	Bu çalışmada kesirli üssel ifade bulunduran PDE'lerin çözümleri için kesirli PINN yöntemi önerilmiştir.
[60] Variational Physics-Informed Neural Networks For Solving Partial Differential Equations	E. Kharazmia vd.	2019	Araştırma	N/A	Arxiv	İleri	Eliptik PDE	PINN çözümlerinde PDE'lerin zayıf (variational) formunun kullanıldığı bir çalışmadır.
[59] Physics-Informed Neural Networks For High Speed Flows	Z. Mao vd.	2019	Araştırma	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering	Elsevier	İleri ve Ters	Akış	Çalışma yüksek hızlı akışlar üzerine odaklanmakta, eğitim noktalarının süreksizlik bölgelerinde kümelenmesinin model eğitimi iyileştirdiğini göstermektedir.
[64] PPINN: Parareal Physics-Informed Neural Network For Time-Dependent Pdes	X. Men vd.	2020	Araştırma	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering	Elsevier	İleri	Akış	Uzun PINN eğitim sürelerini kısaltmak amacıyla PPINN yöntemi sunulmuştur.
[53] Adaptive Activation Functions Accelerate Convergence in Deep And Physics-Informed Neural Networks	A. D. Jagtap vd.	2020	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri ve Ters	Çeşitli PDE	Aktivasyon fonksiyonu, PINN'e bağlı değişken bir fonksiyon haline getirilerek PINN'ün eğitimin erken safhalarında çözüme yakınsaması sağlanmıştır.
[73] A Tutorial On Solving Ordinary Differential Equations Using Python And Hybrid Physics-Informed Neural Network	R. G. Nascimento vd.	2020	Araştırma	Engineering Application of Artificial Intelligence	Elsevier	İleri ve Ters	Yapısal	ODE'ların RNN tabanlı PINN'ler ile çözümleri üzerine yapılmış bir çalışmadır.
[82] Conservative Physics-Informed Neural Networks On Discrete Domains For Conservation Laws: Applications To Forward And Inverse Problems	A. D. Jagtap vd.	2020	Araştırma	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering	Elsevier	İleri ve Ters	Akış	Korunum kanunları için ayrık alt-domainlerle çalışan korunumlu PINN modeli önerilmektedir.

Çizelge 2.2: Fizik bilgisi sinir ağları hakkında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar (devam)

[56] Understanding And Mitigating Gradient Pathologies in Physics-Informed Neural Networks	S. Wang vd.	2020	Araştırma	SIAM Journal on Scientific Computing	SIAM	İleri	Akış	PINN'lere ait gradyen akışları incelenerek, katı PDE'lerin öğrenilmesindeki zorluklar araştırılmıştır.
[52] Physics-Informed Machine Learning	G. E. Karniadakis vd.	2021	İnceleme	Nature	Springer	N/A	N/A	Fizik bilgisinin makine öğrenmesine nasıl dahil edilebileceğinden ve yapılan bazı çalışmalardan bahsedilmiştir.
[83] Physics-Informed Neural Networks For Heat Transfer Problems	S. Cai vd.	2021	Araştırma	Journal of Heat Transfer	ASME	Ters	Isı-Akış	PINN yöntemlerinin ısı ve akış problemlerine uygulanışı gösterilmektedir.
[58] On The Eigenvector Bias Of Fourier Feature Networks: From Regression To Solving Multi-Scale PDEs With Physics-Informed Neural Networks	S. Wang vd.	2021	Araştırma	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering	Elsevier	İleri ve Ters	Çeşitli PDE	Yüksek frekanslı PDE çözümlerinde yaşanan zorlukların, PINN modeline Fourier özellikleri eklenerek aşılabileceğinin paylaşılmıştır.
[84] A Physics-Informed Neural Network For Creep-Fatigue Life Prediction Of Components At Elevated Temperatures	X. Zhang vd.	2021	Araştırma	Engineering Fracture Mechanics	Elsevier	İleri	Yorulma	PINN kullanılarak 316 çeliğine ait sürünme yorgunluğu tahmini yapılmıştır.
[85] Physics-Informed Neural Networks (PINNs) For Fluid Mechanics: A Review	S. Cai vd.	2021	İnceleme	Acta Mechanica Sinica	Springer	N/A	Akış	Akışkanlar mekaniği üzerine yapılan PINN çalışmaları incelenmekte ve paylaşılmaktadır.
[62] Transfer Learning Based Multi-Fidelity Physics Informed Deep Neural Network	S. Chakraborty	2021	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Çeşitli PDE	Düşük doğruluklu (low-fidelity) verilerle eğitilmiş PINN modelindeki belli katmanların TL ile alınarak, az sayıdaki yüksek doğruluklu (high-fidelity) verilerin kullanıldığı PINN eğitiminin yapıldığı bir çalışmadır.
[61] hp-VPINNs: Variational Physics-Informed Neural Networks With Domain Decomposition	E. Kharazmia vd.	2021	Araştırma	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering	Elsevier	İleri	Çeşitli PDE	VPINN yönteminin domain ayrıştırması yöntemi kullanılarak geliştirilmiş versiyonudur.
[63] Multifidelity Modeling For Physics-Informed Neural Networks (PINNs)	M. Penwarden vd.	2021	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Çeşitli PDE	Yüksek doğruluklu (high-fidelity) ve düşük doğruluklu (low-fidelity) veriyi beraber kullanarak PINN tahminlerine etkisi incelenmektedir.
[75] A Physics-Informed Deep Learning Approach for Bearing Fault Detection	S. Shen vd.	2021	Araştırma	Engineering Application with Artificial Intelligence	Elsevier	İleri	Yapısal	PINN ve CNN yapıları beraber kullanılarak titreşim verisi ile rulmanlarda çalışma anında hata tespiti yapılmıştır.
[57] When And Why PINNs Fail To Train: A Neural Tangent Kernel Perspective	S. Wang vd.	2021	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Çeşitli PDE	PINN'nın katı PDE çözümlerinde neden sorun yaşadıklarından bahsedilmiş ve NTK teorisi ile çözüm yöntemi gösterilmiştir.

Çizelge 2.2: Fizik bilgisi sinir ağları hakkında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar (devam)

[86] Gradient-Enhanced Physics-Informed Neural Networks For Forward And Inverse Pde Problems	J. Yu vd.	2022	Araştırma	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering	Elsevier	İleri ve Ters	Çeşitli PDE	Kayıp fonksiyonuna PDE artıklarının türevi eklenerek, ayrıca artık hatasının yüksek olduğu noktalarda residual-based adaptive refinement (RAR) yöntemi ile örnek sayısı artırılarak hata azaltılmıştır.
[87] Stochastic Physics-Informed Neural Ordinary Differential Equations	J. O'Leary vd.	2022	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Lotka-Volterra	Probleme ait fizik bilgisi içeren ODE kurucu (consecutive) denklemlerin PINN ile çözümü için genellenebilir ve esnek bir çatı yapısı önerilmektedir.
[88] NH-PINN: Neural Homogenization-Based Physics-Informed Neural Network For Multiscale Problems	W. T. Leung vd.	2022	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Eliptik PDE	Bu çalışmada problem parçalara ayrılarak her bir parça tek tek PINN ile çözülmekte, son denklem parçası ise homojenize edilerek genel çözüme gidilmektedir.
[89] Physics-Informed Neural Networks For Learning The Homogenized Coefficients Of Multiscale Elliptic Equations	J. S. R. Park vd.	2022	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Eliptik PDE	PINN ile çok boyutlu eliptik denklemlerin G-limitlerinin tahmin edilmesi ve homojenize çözümlerinin bulunması çalışılmıştır.
[90] Physics-Informed Pointnet: A Deep Learning Solver For Steady-State Incompressible Flows And Thermal Fields On Multiple Sets Of Irregular Geometries	A. Kashefi vd.	2022	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Akış	Kararlı durumdaki sıkıştırılmaz akışların çözümünde PointNet DNN yapısı ve denkleme ait ortalama-karesel artıkların kayıp fonksiyonunda kullanılmasıyla oluşturulan PINN yöntemi anlatılmaktadır.
[72] Bayesian Physics Informed Neural Networks For Real-World Nonlinear Dynamical Systems	K. Linka vd.	2022	Araştırma	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering	Elsevier	İleri	Sönümlü Harmonik Hareket	PINN'lerin, Bayes çıkarımının ve bu ikisinin gerçek dünya verileri üzerine beraber kullanılarak performanslarının değerlendirildiği çalışmadır.
[91] Multi-Output Physics-Informed Neural Networks For Forward And Inverse PDE Problems With Uncertainties	M. Yang vd.	2022	Araştırma	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering	Elsevier	İleri ve Ters	Çeşitli PDE	Gürültülü verilerin işlenebilmesi için NN çıkışında birden fazla çıktı yaratılmaktadır.
[92] RPINNs: Rectified-Physics Informed Neural Networks For Solving Stationary Partial Differential Equations	P. Peng vd.	2022	Araştırma	Computers and Fluids	Elsevier	İleri	Akış	Durağan PDE'nin çözümü için düzeltilmiş PINN metodu önerilmektedir.
[93] HomPINNs: Homotopy Physics-Informed Neural Networks For Learning Multiple Solutions Of Nonlinear Elliptic Differential Equations	Y. Huang vd.	2022	Araştırma	Computers and Mathematics with Applications	Elsevier	İleri	Eliptik PDE	"Homotopy continuation" yöntemi kullanılıp birden fazla PINN'in bir araya getirilerek, doğrusal olmayan diferansiyel denklemlere ait birden fazla sonuç elde edildiği bir çalışmadır.
[94] Self-Adaptive Loss Balanced Physics-Informed Neural Networks	Z. Xiang vd.	2022	Araştırma	Neurocomputing	Elsevier	İleri	Çeşitli PDE	Kayıp fonksiyonuna ait terimlere bağlı ağırlıkların, her iterasyonda Gauss olasılık dağılım modeline göre güncellendiği, ağırlıkları kendinden uyum sağlayabilen bir PINN modelidir.

Çizelge 2.2: Fizik bilgisi sinir ağları hakkında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar (devam)

[95] Gradient-Optimized Physics-Informed Neural Networks (GOPINNs): A Deep Learning Method For Solving The Complex Modified KdV Equation	J. Li vd.	2022	Araştırma	Nonlinear Dynamics	Springer	İleri	Akış	Kayıp terimleri arasındaki dengesizliklerin, NN'in gradyenlerini hesaplanarak çözüme dahil edilmesiyle iyileştirildiği bir çalışmadır.
[76] A Framework Based On Physics-Informed Neural Networks And Extreme Learning For The Analysis Of Composite Structures	C. A. Yan vd.	2022	Araştırma	Computers and Structures	Elsevier	İleri ve Ters	Yapısal	Plakaların ve kabuk yapıların doğrusal elastisite problemine odaklanıldığı ve eğitim sürelerini kısaltmak için ekstrem öğrenme metodunun PINN'e dahil edildiği bir çalışmadır.
[68] Physics-Informed Neural Networks For Analysis Of 2D Thin-Walled Structures	Y. Gu vd.	2022	Araştırma	Engineering Analysis with Boundary Elements	Elsevier	İleri	Yapısal	Bu çalışmada numerik olarak çözülmesi çok zor ya da imkansız olan iki boyutlu ince cidarlı yapıların PINN ile çözümleri üzerine odaklanılmıştır.
[77] A Transfer Learning-Physics Informed Neural Network (TL-PINN) For Vortex-Induced Vibration	H. Tang vd.	2022	Araştırma	Ocean Engineering	Elsevier	İleri ve Ters	Yapısal	Problem çözümü zaman aralıklarına bölünerek, her adımda yapılan çözümün bir sonraki adıma TL metodu ile aktarılmasıyla kütle-yay-damper sisteminin çözümü gösterilmektedir.
[96] Multi-Variance Replica Exchange Sgmcmc For Inverse And Forward Problems Via Bayesian Pinn	G. Lin vd.	2022	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri ve Ters	Akış	Optimizasyon sırasında çoklu yerel optimumların ve ters problemdeki çoklu modal posterior dağılımındaki zorluklarının üstesinden gelmek için bir PINN metodu önerilmiştir.
[66] Self-Adaptive Physics-Informed Neural Networks	L.D. McClenny vd.	2023	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Çeşitli PDE	Bu çalışmadaki kendinden uyum sağlayan ağırlıklar, tüm kayıp terimlerine uygulanmak yerine, bireysel eğitim noktalarına uygulanmaktadır.
[97] A Physics-Informed Neural Network Approach To Fatigue Life Prediction Using Small Quantity Of Samples	D. Chen vd.	2022	Araştırma	International Journal of Fatigue	Elsevier	İleri	Yorulma	Düşük sayıdaki örnekler kullanılarak, yorulma ömrünün tahmin edildiği PINN çalışmasıdır.
[98] A Physically Consistent Framework For Fatigue Life Prediction Using Probabilistic Physics-Informed Neural Network	T. Zhou vd.	2022	Araştırma	International Journal of Fatigue	Elsevier	İleri	Yorulma	Olasısal PINN kullanılarak yorulma ömrünün tahmininin yapıldığı bir çatıyapısı sunulmaktadır.
[69] Physics-Informed Neural Networks For Nonlinear Bending Of 3D Functionally Graded Beam	M. Bazmara vd.	2023	Araştırma	Structures	Elsevier	İleri	Yapısal	Winkler-Pasternak temeli üzerine oturtulmuş üç boyutlu gözenekli kirişin doğrusal olmayan eğilmesinin PINN ile tahmini gerçekleştirilmektedir.
[70] Transfer Learning Based Physics-Informed Neural Networks For Solving Inverse Problems in Engineering Structures Under Different Loading Scenarios	C. Xu vd.	2023	Araştırma	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering	Elsevier	Ters	Yapısal	Doğrusal esneklik ve hiper esneklik problemlerinin PINN ile ters çözümlerine odaklanılmaktadır.
[71] A Physics-Informed Neural Network Technique Based On A Modified Loss Function For Computational 2D And 3D Solid Mechanics	J. Bai vd.	2023	Araştırma	Computational Mechanics	Springer	İleri	Yapısal	En küçük kareler ağırlıklı artık yöntemi ile kayıp fonksiyonu modifiye edilerek, hesaplamalı iki ve boyutlu katı mekanikine ait denklemlerin PINN ile çözümleri çalışılmıştır.
[65] A Comprehensive Study Of Non-Adaptive And Residual-Based Adaptive Sampling For Physics-Informed Neural Networks	C. Wu vd.	2023	Araştırma	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering	Elsevier	İleri ve Ters	Çeşitli PDE	PINN çözümlerinde, artık tabanlı adaptif ve adaptif olmayan örnekleme yöntemlerinin karşılaştırılması yapılmaktadır.

Çizelge 2.2: Fizik bilgili sinir ağı hakkında literatürde bulunan belli başlı çalışmalar (devam)

[67] DAS-PINNs: A Deep Adaptive Sampling Method For Solving High-Dimensional Partial Differential Equations	K. Tang vd.	2023	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Çeşitli PDE	Adaptif örnekleme yöntemi kullanarak PINN'lerin çözüme daha iyi yakınsamaları sağlanmıştır.
[99] A Physics-Informed Neural Network Based On Mixed Data Sampling For Solving Modified Diffusion Equations	Q. Fang vd.	2023	Araştırma	Nature	Springer	İleri ve Ters	Isı	Difüzyon denklemlerinin çözümü için Kartezyen kare ve Latin hiperküp karışımı bir örnekleme metodu geliştirilmiştir.
[100] Adaptive Transfer Learning For PINN	Y. Liu vd.	2023	Araştırma	Journal of Computational Physics	Elsevier	İleri	Çeşitli PDE	Minimum enerji yoluna dayanan, PINN'ler için adaptif TL yöntemi önerilmektedir.
[101] Physics-Informed Neural Networks Combined With Polynomial Interpolation To Solve Nonlinear Partial Differential Equations	S. Tang vd.	2023	Araştırma	Computers and Mathematics with Applications	Elsevier	İleri ve Ters	Isı	Kuvvet serileri cinsinden ifade edilen PINN'ler ile PDE'lerin çözümleri üzerine çalışılmaktadır.
[78] Physics-Informed Neural Network For Bending And Free Vibration Analysis Of Three-Dimensional Functionally Graded Porous Beam Resting On Elastic Foundation	A. Fallah, M. M. Aghdam	2023	Araştırma	Engineering with Computers	Springer	İleri ve Ters	Yapısal	PINN kullanılarak, elastik temele oturan gözenekli TDFG kirişin eğilme ve serbest titreşim analizi yapılmaktadır.

2.2.1 Neural tangent kernel

NTK [102], NN'ler tarafından yüksek frekanslı fonksiyonların öğrenilmesini kısıtlayan bir olgu olan "spektral yanlılığın" [54-55] incelemek için kullanılmaktadır [57]. NTK, Yapay Sinir Ağı (ANN)'nın eğitimi sırasında gradyan inişi yapılırken, ANN'nin yerel dinamiklerini açıklamaktadır [102]

Wang ve arkadaşları, yapay sinir ağlarının NTK'sını denetleyerek tavlama yapan, sinir ağlarına göre uyarlanabilen ağırlıklar yöntemini önermişlerdir [57]. PINN'e ait NTK'yı türetmek için, Eşitlik 2.2'deki kayıp fonksiyonu, Eşitlik 2.4'te gösterildiği gibi gradyan inişi ile minimize edilmektedir.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\nabla\mathcal{L}(\theta) \quad (2.4)$$

Burada $u(t) = \{t_u^i, x_u^i; \theta(t)\}_{i=1}^{N_u}$ ve $\mathcal{N}[u](t) = \{t_f^j, x_f^j; \theta(t)\}_{j=1}^{N_f}$ 'yi ifade etmektedir. Eşitlik 2.5, eğitim boyunca $u(t)$ ve $\mathcal{N}[u](t)$ 'nin ilerleyişini vermektedir.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{du(t_u, x_u; \theta(t))}{dt} \\ \frac{d\mathcal{N}[u](t_f, x_f; \theta(t))}{dt} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \frac{\lambda_u}{N_u} K_{uu}(t) & \frac{\lambda_f}{N_f} K_{uf}(t) \\ \frac{\lambda_u}{N_u} K_{fu}(t) & \frac{\lambda_f}{N_f} K_{ff}(t) \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} u(t_u, x_u; \theta(t)) - u^i \\ \mathcal{N}[u](t_f, x_f; \theta(t)) + u_t(x_f) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Burada $K_{fu}(t) = K_{uf}^T(t)$ ve $K_{uu}(t) \in R^{N_u \times N_u}$, $K_{uf}(t) \in R^{N_u \times N_f}$ ve $K_{ff}(t) \in R^{N_f \times N_f}$, buna ait (i, j) –inci girdiler şu şekilde ifade edilir,

$$\begin{aligned} (K_{uu})_{ij}(t) &= \left\langle \frac{du(t_u^i, x_u^i; \theta(t))}{d\theta}, \frac{du(t_u^j, x_u^j; \theta(t))}{d\theta} \right\rangle \\ (K_{uf})_{ij}(t) &= \left\langle \frac{du(t_u^i, x_u^i; \theta(t))}{d\theta}, \frac{d\mathcal{N}[u](t_f^j, x_f^j; \theta(t))}{d\theta} \right\rangle \\ (K_{ff})_{ij}(t) &= \left\langle \frac{d \cdot \mathcal{N}[u](t_f^i, x_f^i; \theta(t))}{d\theta}, \frac{d \cdot \mathcal{N}[u](t_f^j, x_f^j; \theta(t))}{d\theta} \right\rangle \end{aligned} \quad (2.6)$$

Burada $\langle \cdot, \cdot \rangle$ ifadesi tüm sinir ağı parametreleri arasında iç çarpım anlamına gelmektedir. $K_{uu}(t)$, $K_{ff}(t)$, $K_{uf}(t)$ ve $K_{fu}(t)$ yarı tanımlı pozitif matrislerdir ve $J_u(t)$ ve $J_f(t)$, $u(t)$ ve $\mathcal{N}[u](t)$ 'nin Jacobian matrisleridir. Böylelikle,

$$K(t) = \begin{bmatrix} K_{uu}(t) & K_{uf}(t) \\ K_{fu}(t) & K_{ff}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_u(t) \\ J_f(t) \end{bmatrix} [J_u^T(t), J_f^T(t)] = J(t)J^T(t) \quad (2.7)$$

$K(t)$ matrisi, gradyan inişinin t adımından sonra bir PINN'in NTK'sı anlamına gelmektedir. K_{uu} ve K_{ff} 'nin özdeğerleri, eğitim hatasının toplam yakınsama oranını ifade etmektedir [57].

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_u+N_f} \lambda_i(t) &= Tr(K(t)) = Tr(J_u(t), J_u^T(t)) + Tr(J_f(t), J_f^T(t)) \\ &= \sum_{i=1}^{N_u} \lambda_i^{uu}(t) + \sum_{i=1}^{N_f} \lambda_i^{ff}(t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Burada $\lambda_i(t)$, $\lambda_i^{uu}(t)$ ve $\lambda_i^{ff}(t)$, sırasıyla $K(t)$, $K_{uu}(t)$ ve $K_{ff}(t)$ 'nin özdeğerleridir. Buna istinaden, Eşitlik 2.2 dikkate alındığında, ağırlık güncelleme kuralı şu şekilde yazılmaktadır,

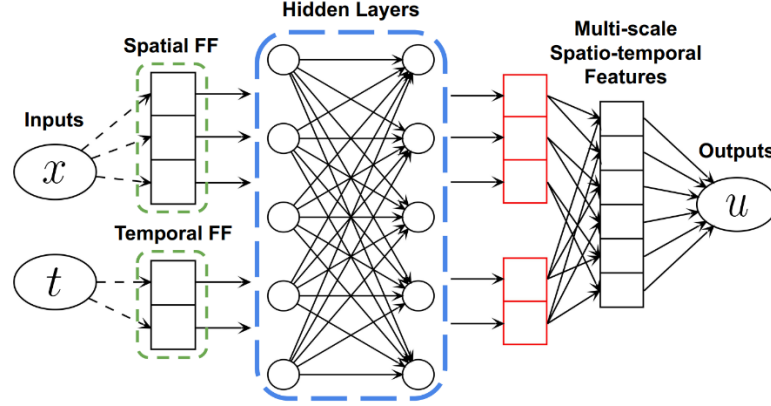
$$\begin{aligned} \lambda_u &= \frac{\sum_{i=1}^{N_u+N_f} \lambda_i(n)}{\sum_{i=1}^{N_u} \lambda_i^{uu}(n)} = \frac{Tr(\mathbf{K}(n))}{Tr(K_{uu}(n))} \\ \lambda_f &= \frac{\sum_{i=1}^{N_u+N_f} \lambda_i(n)}{\sum_{i=1}^{N_f} \lambda_i^{ff}(n)} = \frac{Tr(\mathbf{K}(n))}{Tr(K_{ff}(n))} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Burada $\lambda_i(n)$, $\lambda_i^{uu}(n)$ ve $\lambda_i^{ff}(n)$, sırasıyla n 'inci iterasyondaki $K(n)$, $K_{uu}(n)$ ve $K_{ff}(n)$ 'nin özdeğerleridir. λ_u ve λ_f eğitim sırasında güncellenen ağırlıklardır. Denklemlerin türetme adımları ve detayları bu çalışmalarda [57, 58, 102] bulunabilir.

2.2.2 Uzamsal-zamansal çok ölçekli Fourier özellik eşlemesi

Fourier özellik eşlemesi, girdileri FCNN'e beslemeden önce eşleyerek girdi boyutunu artırır, frekansı kontrol eder ve NTK'yı sabit ve ayarlanabilir hale getirir [103]. Şekil 2.13'te uzamsal-zamansal çok ölçekli Fourier özellik eşlemesine ait mimari görülmektedir [58]. Çoklu Fourier özellik eşlemesi (farklı σ değerleri ile başlatılan), uzamsal ve zamansal giriş koordinatlarına ayrı ayrı uygulanır ve aynı FCNN'den geçirilir [58]. Son çıktılar elde edilmeden önce, uzamsal ve zamansal

çıktılar noktasal çarpma işlemine tabi tutuldukları bir katmandan geçirilerek birleştirilirler ve doğrusal bir katmandan geçirilirler [58].



Şekil 2.13: Uzamsal-zamansal çok ölçekli Fourier özellik eşleme mimarisi [58]

Aşağıdaki formülasyon, Wang ve arkadaşları tarafından Fourier özellik eşlemesini uzamsal-zamansal alanlardaki çok ölçekli problemlere uygulamak için geliştirilmiştir [58].

$$\gamma_x^{(i)}(x) = \begin{bmatrix} \cos(2\pi B_x^{(i)} x) \\ \sin(2\pi B_x^{(i)} x) \end{bmatrix}, H_{x,1}^{(i)} = \phi(W_1 \cdot \gamma_x^{(i)}(x) + b_1), i = 1, 2, \dots, M_x, \quad (2.10)$$

$$\gamma_t^{(j)}(t) = \begin{bmatrix} \cos(2\pi B_t^{(j)} t) \\ \sin(2\pi B_t^{(j)} t) \end{bmatrix}, H_{t,1}^{(j)} = \phi(W_1 \cdot \gamma_t^{(j)}(t) + b_1), j = 1, 2, \dots, M_t, \quad (2.11)$$

$$H_{x,l}^{(i)} = \phi(W_l \cdot H_{x,l-1}^{(i)} + b_l), \quad l = 2, \dots, L \text{ ve } i = 1, 2, \dots, M_x, \quad (2.12)$$

$$H_{t,l}^{(j)} = \phi(W_l \cdot H_{t,l-1}^{(j)} + b_l), \quad l = 2, \dots, L \text{ ve } j = 1, 2, \dots, M_t, \quad (2.13)$$

$$H_L^{(i,j)} = H_{x,L}^{(i)} \odot H_{t,L}^{(j)}, \quad i = 1, 2, \dots, M_x \text{ ve } j = 1, 2, \dots, M_t, \quad (2.14)$$

$$f_\theta(x, t) = W_{L+1} \cdot [H_L^{(1,1)}, \dots, H_L^{(M_x, M_t)}] + b_{L+1} \quad (2.15)$$

Burada $\gamma_x^{(i)}$ ve $\gamma_t^{(j)}$ sırasıyla uzamsal ve zamansal Fourier özellik eşlemesini, \odot ise noktasal çarpımı ifade etmektedir. W_l ağırlık ve b_l biası göstermektedir. M_x ve M_t de uzamsal ve zamansal özniteliklere uygulanan Fourier özellik eşleme numaralarıdır. $B_x^{(i)}$ ve $B_t^{(j)}$ sırasıyla $\mathcal{N}(0, \sigma_i^x)$ ve $\mathcal{N}(0, \sigma_j^t)$ Gauss dağılımından örneklenmiştir ve $\sigma_i > 0$ ve $\sigma_j > 0$, kullanıcı tarafından belirlenen hiper-parametrelerdir.

2.3 Kirişlerin Çapraz Titreşim Teorisi

Bu bölümde, kirişlerin çapraz titreşimlerinin diferansiyel denklemlerinin çözümüne yer verilmiştir. Buradaki çözüm, [104] ve [105] referanslarındaki denklemlerden türetilmiştir.

2.3.1 Serbest titreşim denklemleri ve çözümleri

Harici bir uyarım olmaksızın, serbest titreşim koşulları altında, uniform sönümlü kiriş denklemini Eşitlik 2.16'daki gibi ifade edilebilir.

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x, t) + \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) + b \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 0 \quad (2.16)$$

Burada E Young modülü, I eylemsizlik momenti, ρ özkütle, A alan, b sönümleme katsayısı, t zamansal ve x uzamsal değişkenlerdir. Eşitlik 2.16 yeniden düzenlenmiş ve Eşitlik 2.17 türetilmiştir.

$$c^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x, t) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) + \gamma \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 0 \quad (2.17)$$

Burada,

$$c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad \gamma = \frac{b}{\rho A} \quad (2.18)$$

Eşitlik 2.17'nin serbest titreşim cevabını bulmak için değişkenlere ayırma yöntemi kullanılabilir.

$$u(x, t) = U(x)T(t) \quad (2.19)$$

Burada U ve T , sırasıyla x ve t 'nin fonksiyonlarıdır. Eşitlik 2.19, Eşitlik 2.17'de yerine konulup, değişkenlere ayırma uygulandığında Eşitlik 2.20 ve Eşitlik 2.21 elde edilir.

$$\frac{d^4 U(x)}{dx^4} - \beta^4 U(x) = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{d^2 T(t)}{dt^2} + \gamma \frac{dT(t)}{dt} + \omega^2 T(t) = 0 \quad (2.21)$$

Burada $a = \omega^2$ pozitif bir sabittir ve

$$\beta^4 = \frac{\omega^2}{c^2} \quad (2.22)$$

Eşitlik 2.20'nin genel çözümü Eşitlik 2.23'te paylaşılmıştır. $U(x)$, kirişin normal moduna ait karakteristik fonksiyonudur.

$$U(x) = C_1(\cos \beta x + \cosh \beta x) + C_2(\cos \beta x - \cosh \beta x) + C_3(\sin \beta x + \sinh \beta x) + C_4(\sin \beta x - \sinh \beta x) \quad (2.23)$$

Burada C_1, C_2, C_3 ve C_4 her mod için farklıdır ve sınır koşullarından bulunacaktır. Eşitlik 2.21'in genel çözümü ise

$$T(t) = e^{-\frac{1}{2}\gamma t} \left[A \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\omega^2 - \gamma^2} t + B \sin \frac{1}{2} \sqrt{4\omega^2 - \gamma^2} t \right] \quad (2.24)$$

Burada A ve B sabitleri başlangıç koşulları kullanılarak hesaplanabilir. Titreşen kirişin doğal frekansları Eşitlik 2.25'te ω_{n_i} ile gösterilmiştir ve bunlara karşılık gelen normal modları $U_i(x)$ ile ifade edilmektedir. Serbest titreşen kirişin toplam cevabı Eşitlik 2.26'daki gibi normal modların toplanması ile hesaplanabilmektedir.

$$\omega_{n_i} = \beta_i^2 \sqrt{\left(\frac{EI}{\rho A}\right)} \quad (2.25)$$

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} U_i(x) T_i(t) \quad (2.26)$$

2.3.2 Başlangıç koşulları altında serbest titreşim çözümü

Sistemin cevabını aşağıdaki gibi kabul edelim.

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} U_i(x) \eta_i(t) \quad (2.27)$$

Burada $U_i(x)$, i 'nci normal modu ve η_i zamana bağlı fonksiyonu temsil etmektedir. Eşitlik 2.27, Eşitlik 2.16'daki kirişlerin serbest titreşim hareketi denkleminde yerine koyulduğunda aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\sum_{i=1}^{\infty} EI \frac{d^4 U_i}{dx^4}(x) \eta_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \rho A U_i(x) \frac{d^2 \eta_i}{dt^2}(t) + \sum_{i=1}^{\infty} b U_i(x) \frac{d \eta_i}{dt}(t) = 0 \quad (2.28)$$

Eşitlik 2.28, $U_j(x)$ ile çarpılıp kirişin boyu boyunca integrali alınır, Eşitlik 2.29 elde edilir.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[EI \int_0^l U_j(x) \frac{d^4 U_i}{dx^4}(x) \eta_i(t) dx \right] + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\rho A \int_0^l U_j(x) U_i(x) \frac{d^2 \eta_i}{dt^2}(t) dx \right] + \sum_{i=1}^{\infty} \left[b \int_0^l U_j(x) U_i(x) \frac{d \eta_i}{dt}(t) dx \right] = 0 \quad (2.29)$$

Ortogonalite koşullarına göre (bkz. [104]) elde edilen Eşitlik 2.30 ve 2.31, Eşitlik 2.29'da yerlerine konulduğunda ve yeniden düzenlendiğinde,

$$\rho A \int_0^l U_j(x) U_i(x) dx = \delta_{ij} \quad (2.30)$$

$$EI \int_0^l U_j(x) \frac{d^4 U_i}{dx^4}(x) dx = \omega_i^2 \delta_{ij} \quad (2.31)$$

Eşitlik 2.32'deki modal denklem elde edilmiş olunur.

$$\frac{d^2 \eta_i}{dt^2}(t) + \gamma \frac{d \eta_i}{dt}(t) + \omega_i^2 \eta_i(t) = 0 \quad (2.32)$$

Burada $\eta_i(t)$ kirişin i 'nci modal yerdeğiştirmesi ve ω_i i 'nci doğal frekansdır. Eşitlik 2.32 tek serbestlik dereceli hareket denklemi ile benzerdir ve genel çözümünü aşağıdaki gibidir.

$$\eta_i(t) = e^{-\frac{1}{2}\gamma t} \left[A_i \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_i^2 - \gamma^2} t + B_i \sin \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_i^2 - \gamma^2} t \right] \quad (2.33)$$

A_i ve B_i sabitlerdir ve başlangıç koşulları kullanılarak bulunabilirler. Eğer,

$$\eta_i(t = 0) = \eta_i(0) \quad (2.34)$$

$$\frac{d \eta_i}{dt}(t = 0) = \dot{\eta}_i(0) \quad (2.35)$$

modal yer değiştirmenin ve modal hızın başlangıç koşulları ise Eşitlik 2.33 şu şekilde ifade edilir.

$$\eta_i(t) = e^{-\frac{1}{2}\gamma t} \left[\eta_i(0) \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_i^2 - \gamma^2} t + \frac{\eta_i(0)\gamma + 2\dot{\eta}_i(0)}{\sqrt{4\omega_i^2 - \gamma^2}} \sin \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_i^2 - \gamma^2} t \right] \quad (2.36)$$

Eğer kirişin başlangıç yer değiştirmesi ve hız dağılımı Eşitlik 2.37 ve 2.38'deki gibi ifade edilirse,

$$u(x, t = 0) = u_0(x) \quad (2.37)$$

$$\frac{du}{dt}(x, t = 0) = \dot{u}_0(x) \quad (2.38)$$

modal yer değiştirmenin ve modal hızın başlangıç değerleri aşağıdaki gibi elde edilir. Eşitlik 2.37 ve 2.38'in, Eşitlik 2.27'de yerine konulmasıyla,

$$u(x, t = 0) = \sum_{i=1}^{\infty} U_i(x)\eta_i(0) = u_0(x) \quad (2.39)$$

$$\frac{du}{dt}(x, t = 0) = \sum_{i=1}^{\infty} U_i(x)\dot{\eta}_i(0) = \dot{u}_0(x) \quad (2.40)$$

Eşitlikler 2.39 ve 2.40 ayrı ayrı $\rho AU_j(x)$ ile çarpılıp, kirişin boyu boyunca integralleri alınır ve Eşitlik 2.30'daki ortogonalite koşulu kullanılırsa Eşitlikler 2.41 ve 2.42 elde edilir.

$$\eta_i(0) = \rho A \int_0^l U_i(x)u_0(x) dx \quad (2.41)$$

$$\dot{\eta}_i(0) = \rho A \int_0^l U_i(x)\dot{u}_0(x) dx \quad (2.42)$$

$\eta_i(0)$ ve $\dot{\eta}_i(0)$ bilindikten sonra, kirişin başlangıç koşulları altındaki tepkisi hesaplanabilir.

2.3.3 İki ucu ankastre kiriş denklemi çözümü

Yer değiştirmeler ve yer değiştirmelerin eğimi, iki ucu ankastre kiriş için her iki uçta da sıfıra eşitir. Çizelge 2.3'te kirişlerin farklı mesnet tiplerine göre sınır koşulları paylaşılmıştır. Burada l kirişin boyunu göstermektedir. Çizelge 2.3'teki iki ucu ankastre kirişe ait sınır koşulları Eşitlik 2.23'e uygulandığında, kirişin i 'inci mod şekli şu şekilde ifade edilebilir,

$$U_i(x) = C_i \left[(\cos \beta_i x - \cosh \beta_i x) - \frac{(\cos \beta_i l - \cosh \beta_i l)}{\sin \beta_i l - \sinh \beta_i l} (\sin \beta_i x - \sinh \beta_i x) \right] \quad (2.43)$$

İki ucu ankastre kiriş için normalize modlar ortogonalite koşulundan Eşitlik 2.44 ile bulunabilir.

$$\rho A \int_0^{l/2} U_i^2(x) dx = 1 \quad (2.44)$$

Çizelge 2.3: Kirişlerin farklı mesnet tiplerine göre sınır koşulları

Kiriş Tipi	İki Ucu Ankastre Kiriş	Basit Mesnetli Kiriş	Ankastre Kiriş
Sınır Koşulları	$U(0) = 0$	$U(0) = 0$	$U(0) = 0$
	$\frac{dU}{dx}(0) = 0$	$\frac{d^2U}{dx^2}(0) = 0$	$\frac{dU}{dx}(0) = 0$
	$U(l) = 0$	$U(l) = 0$	$\frac{d^2U}{dx^2}(l) = 0$
	$\frac{dU}{dx}(l) = 0$	$\frac{d^2U}{dx^2}(l) = 0$	$\frac{d^3U}{dx^3}(l) = 0$

C_i sabiti ise Eşitlik 2.43'ün, Eşitlik 2.44'te yerine konulmasıyla ve C_i 'nin yalnız bırakılması ile hesaplanabilir.

İki ucu ankastre kirişe orta noktasından uygulanan bir kuvvetle verilen balangıç yerdeğiştirme $u_0(x)$ fonksiyonu Eşitlik 2.45'te paylaşılmıştır. Kirişin başlangıç hızı $\dot{u}_0(x) = 0$ 'dır.

$$u_0(x) = \frac{Fx^2}{48EI}(4x - 3l) \quad (2.45)$$

Eşitlikler 2.36, 2.41, 2.42, 2.43, ve 2.45 kullanılarak hesaplanan, iki ucu ankastre kirişin 1. modu için başlangıç koşulları altındaki titreşim cevabı Eşitlik 2.46'da verilmiştir. Burada $\beta_1 l = 4.7300$ 'dir.

$$u(x, t) = C_1 \left[(\cos \beta_1 x - \cosh \beta_1 x) - \frac{(\cos \beta_1 l - \cosh \beta_1 l)}{\sin \beta_1 l - \sinh \beta_1 l} (\sin \beta_1 x - \sinh \beta_1 x) \right] \cdot e^{-\frac{1}{2}\gamma t} \left[\eta_1(0) \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_1^2 - \gamma^2} t + \frac{\eta_1(0)\gamma}{\sqrt{4\omega_1^2 - \gamma^2}} \sin \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_1^2 - \gamma^2} t \right] \quad (2.46)$$

2.3.4 Basit mesnetli kiriş denkleminin çözümü

Basit mesnetli kirişte, destek noktalarında yer değiştirme ve eğilme momenti sıfıra eşittir ve sınır şartları Çizelge 2.3'te paylaşılmıştır.

Basit mesnetli kirişin i 'inci mod şekli, Çizelge 2.3'te basit mesnetli kirişe ait sınır koşullarının Eşitlik 2.23'e yerleştirilmesi ile bulunur ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$U(x) = C_i(\sin \beta_i x) \quad (2.47)$$

Basit mesnetli kiriş için normalize modlar ortogonalite koşulu kullanılarak Eşitlik 2.47'nin Eşitlik 2.44'te yerine konulmasıyla ve C_i 'nin yalnız bırakılmasıyla bulunur.

Basit mesnetli kirişin orta noktasına uygulanan bir kuvvet sonucundaki başlangıç yer değiştirmesi $u_0(x)$ fonksiyonu Eşitlik 2.48'de paylaşılmıştır. Kirişin başlangıç hızı $\dot{u}_0(x) = 0$ 'dır.

$$u_0(x) = \frac{Fx}{48EI} (4x^2 - 3l^2) \quad (2.48)$$

Eşitlikler 2.36, 2.41, 2.42, 2.47, ve 2.48 kullanılarak oluşturulan, basit mesnetli kirişin 1. modu için başlangıç koşulları altındaki titreşim cevabı Eşitlik 2.49'da verilmiştir. Burada $\beta_1 l = 3.1416$ 'dır.

$$u(x, t) = C_1 (\sin \beta_1 x) \cdot e^{-\frac{1}{2}\gamma t} \left[\eta_1(0) \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_1^2 - \gamma^2} t + \frac{\eta_1(0)\gamma}{\sqrt{4\omega_1^2 - \gamma^2}} \sin \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_1^2 - \gamma^2} t \right] \quad (2.49)$$

2.3.5 Ankastre kiriş denkleminin çözümü

Ankastre kiriş denkleminde, yer değiştirme ve yer değiştirmenin eğimi, kirişin ankastre ucunda sıfıra eşittir. Serbest uçta ise burulma momenti ve kesme kuvveti sıfırdır. Sınır şartları Çizelge 2.3'te paylaşılmıştır.

Çizelge 2.3'teki ankastre kirişe ait sınır şartları Eşitlik 2.23'e uygulandığında, kirişin i 'inci mod şekli aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$U(x) = C_i \left[(\cos \beta_i x - \cosh \beta_i x) - \frac{(\cos \beta_i l + \cosh \beta_i l)}{\sin \beta_i l + \sinh \beta_i l} (\sin \beta_i x - \sinh \beta_i x) \right] \quad (2.50)$$

Ankastre kirişin normalize modları ortogonalite koşullarından Eşitlik 2.51 kullanılarak bulunur. C_i sabiti de Eşitlik 2.50'nin, Eşitlik 2.51'de yerine konulmasıyla ve C_i değerinin yalnız bırakılmasıyla hesaplanır.

$$\rho A \int_0^l U_i^2(x) dx = 1 \quad (2.51)$$

Ankastre kirişin serbest ucuna uygulanan kuvvete karşılık kirişin boylu boyunca başlangıç yer değiştirmesi $u_0(x)$ fonksiyonu Eşitlik 2.52'de paylaşılmıştır.

$$u_0(x) = \frac{Fx^2}{6EI} (x - 3l) \quad (2.52)$$

Eşitlikler 2.36, 2.41, 2.42, 2.50, ve 2.52 kullanılarak oluşturulan, ankastre kirişin 1. modu için başlangıç koşulları altındaki titreşim cevabı 2.53'te verilmiştir. Burada $\beta_1 l = 1.8751$ 'dir.

$$u(x, t) = C_1 \left[(\cos \beta_1 x - \cosh \beta_1 x) - \frac{(\cos \beta_1 l + \cosh \beta_1 l)}{\sin \beta_1 l + \sinh \beta_1 l} (\sin \beta_1 x - \sinh \beta_1 x) \right] \cdot e^{-\frac{1}{2}\gamma t} \left[\eta_1(0) \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_1^2 - \gamma^2} t + \frac{\eta_1(0)\gamma}{\sqrt{4\omega_1^2 - \gamma^2}} \sin \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_1^2 - \gamma^2} t \right] \quad (2.53)$$

3. DENEYSEL YÖNTEM

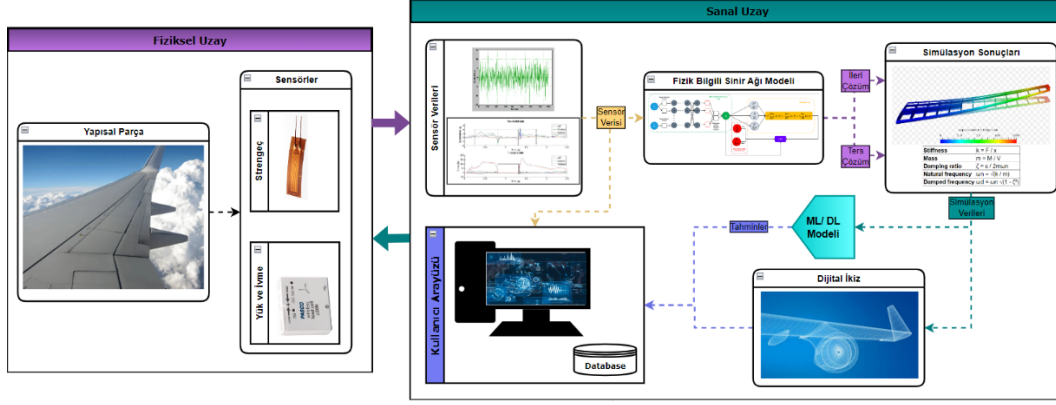
Bu tez kapsamında PINN ile güçlendirilmiş yapısal parçaların takibi önerisi DT çatı yapısı altında sunulmuştur. Bu yapıda kullanılması önerilen yaklaşımın etkinliğini göstermek amacıyla da yapısal kirişlerin PINN ile çözümlenmesine yer verilmiştir.

Bu çalışmada öncelikle DT çatı yapısı ve yapısal kirişlerin çözümü için PINN yöntemi açıklanmıştır. Sonrasında deney verilerinin toplanması için kurulan deney düzeneğinden ve toplanan verilerin NN eğitime hazır hale getirilmesi için yapılan çalışmalardan bahsedilmiştir. Bundan sonra Bölüm 2.3'te paylaşılan analitik çözümler kullanılarak üretilen sentetik veriler, PINN modeline eğitim verisi olarak verilmiş ve farklı kiriş tiplerine ait PINN çözümleri oluşturulmuştur. Daha sonra ankastre kirişe ait sentetik veriler kullanılarak, sisteme ait sönümleme katsayısının bulunması çalışması tamamlanmıştır. Karşılaştırma için Sonlu Elemanlar Analizi (FEA) ile üretilen sonuçlar kullanılmıştır. Sentetik verilerle yapılan çalışmaların tamamlanmasıyla beraber, hazırlanan deney verileri ile ileri problem çözümleri tekrarlanarak elde edilen sonuçlar incelenmiştir.

3.1 Dijital İkiz Çatı yapısı ve Titreyen Kirişler için Uzamsal-Zamansal Çok Ölçekli Fourier Özellik Eşlemeli Fizik Bilgili Sinir Ağı

Yapısal parçaların için oluşturulmuş konsept bir DT çatı yapısı Şekil 3.1'de gösterilmektedir. Çatı yapısı; Fiziksel Uzay (PS), Sanal Uzay (VS) ve yapısal parçaların takibinin yapıldığı Kullanıcı Arayüzü (HMI)'nden oluşmaktadır. PS olarak bahsedilen bölümde, takibi yapılacak yapılacak yapısal parçalar ve bunlara bağlı sensörlerden (strengçe, ivme ölçer vb.) oluşmaktadır. VS'de, PS'de bulunan yapısal parçaların anlık ya da biraz gecikmeli çalışan dijital ikizi ve yapısal parçanın takip edilmek istenen durumuna ait bir ML/ DL modeli bulunmaktadır. Simülasyonlar ve çıktılar HMI'de görselleştirilmektedir.

Burada paylaşılan DT yapısında, PS'de bulunan yapısal parçaya bağlı sensörlerden toplanan veriler VS'ye aktarılmaktadır. VS'de bulunan ve yapısal parçanın denklemlerini içeren PINN modeli, aldığı bu verilerle PS'de bulunan yapısal parçanın gerçeğe çok yakın bir kopyasını oluşturur. Bu aşamada, gerçek durumun takibinin yanı sıra, fiziksel parçanın çalışma koşullarının değiştiği durumların da



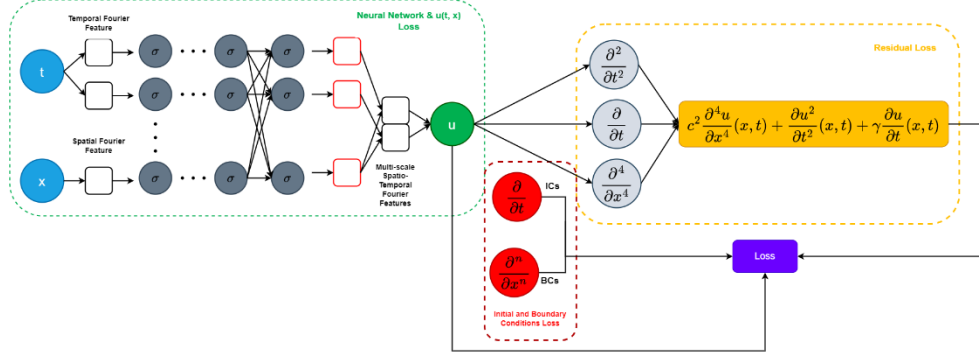
Şekil 3.1: Yapısal kirişlerin takibi için fizik-bilgili sinir ağları ile güçlendirilmiş dijital ikiz çatıyapısı

simülasyonları oluşturularak, karşılaşılabilecek farklı senaryolara hazırlık yapılabilmektedir. Tüm bu işlemlerde PINN'in az veri kullanması sayesinde gerçeğe çok yakın DT'ler oluşturulabilmektedir.

DT oluşturulduktan sonra, elde edilen ve üretilen veriler, yapısal parçanın sağlığının takibinin yapılabilmesi için farklı ML/ DL modellerine beslenebilir ve sonuçlar ile yapısal parçanın kullanım durumu güncellenebilir. PS ve VS arasındaki bu veri akışı, karşılıklı olarak yapısal parçanın çalışma süresi boyunca sağlanmaktadır. İki taraf da birbirini sürekli olarak güncellemektedir. DT simülasyon ve analiz sonuçları veri tabanına kaydedilmekte, HMI üstünden ilgili taraflarla paylaşılmaktadır.

Önerilen DT çatıyapısında kullanılan PINN yönteminin detaylarına bakıldığında; kiriş tipi yapılarda, yüksek frekanslarda çalışma ihtimali her zaman vardır. Dolayısıyla model seçiminde bu sınırlamanın etkili olması gerektiği düşünülmektedir. Wang ve arkadaşları [58], yüksek frekanslardaki çıkarım ve tanımlama problemleri için çeşitli (örn. Isı denklemi, 1D dalga denklemi, vb.) denklemler üzerinde uzay-zamansal çok ölçekli Fourier özellikli PINN'i uygulamıştır. Şekil 3.2, bu özgün çalışmaya dayanan kiriş denklemleri için geliştirilmiş bir uygulama ağı göstermektedir.

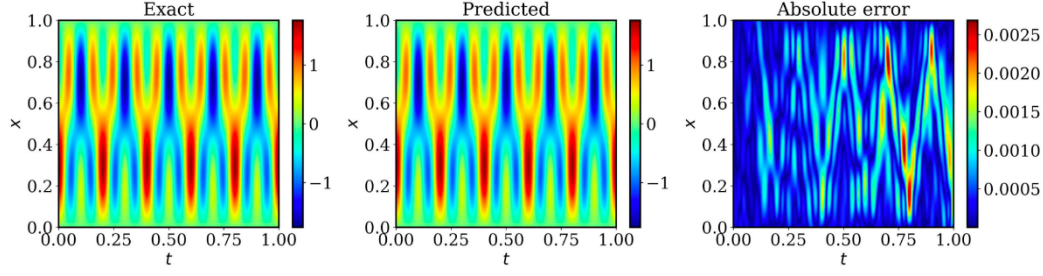
Bu çalışmadaki iki ucu ankastre, basit mesnetli ve ankstre kirişlerin PINN çözümleri, <https://github.com/PredictiveIntelligenceLab/MultiscalePINNs> adresinden erişilebilecek olan kaynak kodun, problem denklemlerine ve Bölüm 2.3'teki başlangıç ve sınır koşullarına göre PyTorch [106] kütüphanesi kullanılarak güncellenmesiyle elde edilmiştir.



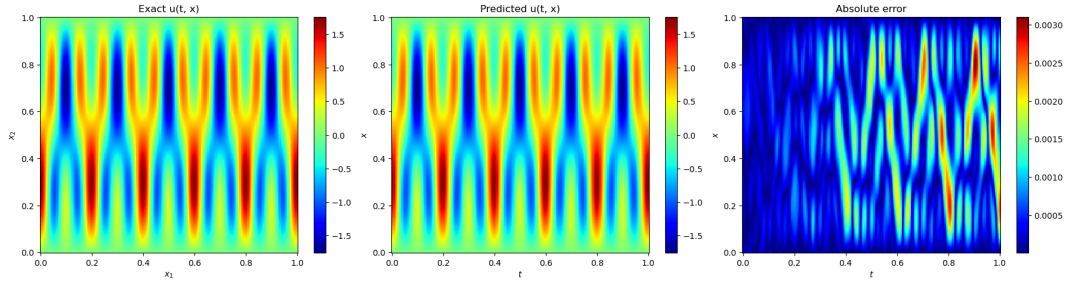
Şekil 3.2: Kiriş denklemleri için genelleştirilmiş uzamsal-zamansal çok ölçekli Fourier özellik eşlemeli fizik bilgili sinir ağı

$\sigma_1^x = 1$ ile başlatılan uzamsal koordinatlara bir Fourier özellik eşlemesi uygulanır ve $\sigma_1^t = 1$ ve $\sigma_2^t = 10$ ile başlatılan zamansal koordinatlara iki Fourier özellik eşlemesi uygulanır. Uygulanan Fourier özelliklerinin sayısı ve başlangıç ağırlıkları birçok deneme sonucunda belirlenmiştir. FCNN, katman başına 200 nöron içeren 4-gizli katmandan ve katmanlar arasında tanh aktivasyon fonksiyonlarından oluşmaktadır. Öğrenme oranı $1e - 4$ ile başlamakta ve her 1000 epokta %10 azaltılmaktadır. NN'ün ağırlıkları başlangıçta Xavier metodu ile belirlenerek, bias değerleri de sıfır olarak başlatılmaktadır. Başlangıç ve sınır koşullarından gelen modelin eğitim kaybı fonksiyonu, giriş denkleminin destek tipine göre değişmektedir.

Çalışmalara başlamadan önce Referans [58]'de de kullanılan ve <https://github.com/PredictiveIntelligenceLab/MultiscalePINNs> adresinden erişilebilen kodun PyTorch [106] kütüphanesi ile yeniden yazılmış hali Referans [58]'deki dalga denklemi için aynı hiper-parametreler ile tekrar eğitilmiş ve sonuçlar kıyaslanmıştır. Kodun yeniden yazılmış halinin eğitimi sonucunda gerçek çözüm ile PINN tahmini arasından $1.15e - 3$ 'lük bir hata bulunmuştur. Bu hata Referans [58]'de paylaşılan $9.83e - 4$ değerine çok yakındır ve düzenlenen kodun doğru çalıştığını göstermektedir. Düzenlenen kodun eğitim sonuçları Şekil 3.3'te paylaşılmıştır.



(a)

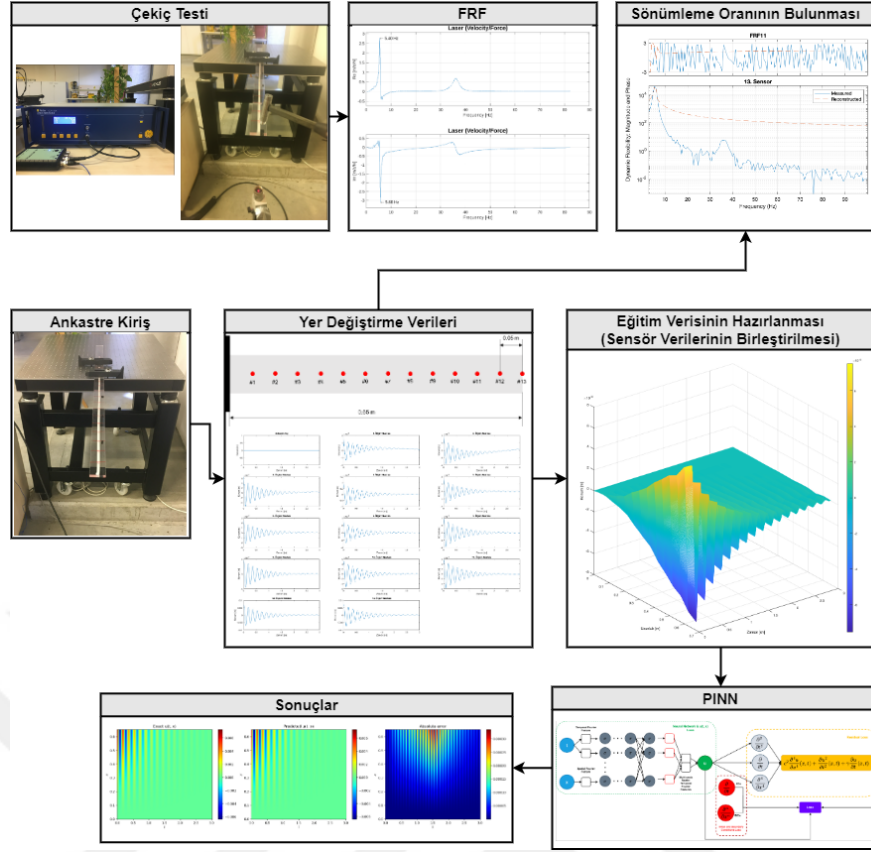


(b)

Şekil 3.3: Dalga denklemi sonuçları: (a): Orjinal kod (TensorFlow) ile çözüm. Hata $9.83e - 4$. (b): Düzenlenen kod (PyTorch) ile çözüm. Hata $1.15e - 3$.

3.2 Deney Düzeneği Kurulumu ve Veri Toplama Sistemi

Bu tez kapsamında ankastre kiriş yapısı kullanılarak deneyler yapılmıştır ve sentetik verilerle yapılan çalışmalar gerçek veriler ile test edilmektedir. Şekil 3.4'te veri toplama ve eğitim süreçlerine ait akış diyagramı paylaşılmıştır. Diyagramdan görüleceği üzere öncelikle ankastre kiriş üstünden lazer titreşim ölçer ve çekiç ile sisteme ait FRF grafikleri çıkartılmıştır ve sistemin frekansı bulunmuştur. Daha sonra ankastre kiriş üstündeki 13 noktadan hız-zaman sinyalleri toplanmış ve MATLAB'da trapezoidal yöntemi ile nümerik integralleri alınarak her noktaya ait konum-zaman verileri elde edilmiştir. Elde edilen konum-zaman grafikleri kullanılarak MATLAB modalfrf fonksiyonu ile sisteme ait modal Frekans Tepki Fonksiyonu (FRF) elde edilmiştir ve elde edilen modal FRF verisi MATLAB 'daki modalfit fonksiyonuna beslenerek sistemin sönümlenme oranı bulunmuştur. Sonra 13 noktanın konum-zaman verileri birleştirilerek kirişin tamamına ait konum-zaman grafiği oluşturulmuştur ve PINN yapısına ileri problem çözümlerini sağlamak için girdi olarak verilmiştir.



Şekil 3.4: Gerçek verilerin toplanmasında ve işlenmesinde takip edilen akış diyagramı

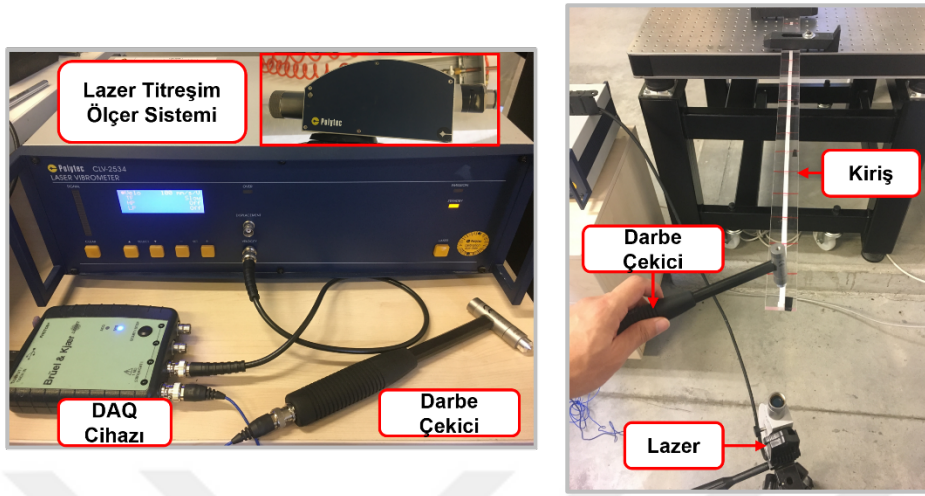
Deney sırasında kullanılan pleksiglastan yapılmış kirişe ait parametreler Çizelge 3.1'de paylaşılmıştır. Ankastre bağlantı sonrasında 0.65 m uzunluğunda, 0.04 m genişliğinde ve 0.0084 m kalınlığında bir pleksiglas tercih edilmiştir.

Çizelge 3.1: Pleksiglas kirişin parametreleri: E : Young Modülü, ρ : yoğunluk, L : uzunluk, a : genişlik, b : yükseklik, A : kesit alanı, I : eylemsizlik momenti

Parametreler	Malzeme	$E(\text{Pa})$	$\rho(\text{kg/m}^3)$	$L(\text{m})$	$a(\text{m})$	$b(\text{m})$	$A(\text{m}^2)$	$I(\text{m}^4)$
	Pleksiglas	$3.5e9$	1185.0	0.65	0.04	0.0084	$3.36e-4$	$1.9757e-9$

Veri toplama düzeneği incelendiğinde; hız ölçümü için 10 V/m/s hassasiyete sahip Polytech CLV-2534 lazer titreşim ölçer kullanılmıştır. Sinyal işleme ve analizler Brüel & Kjaer Photon+ dinamik sinyal analizörü ve RT Pro yazılımı kullanılarak yapılmıştır. Brüel & Kjaer Photon+ DAQ sistemi maksimum 84 kHz 'lik bir örneklemeye sahiptir. Sistem parametrelerinin bulunması aşamasında yapılan çekiç darbe testinde, PCB Piezotronics marka 1.1 mV/N hassasiyete sahip 086C04 model çekiç sisteme dahil edilmiştir. Ankastre kirişin serbest ucuna başlangıçta $F =$

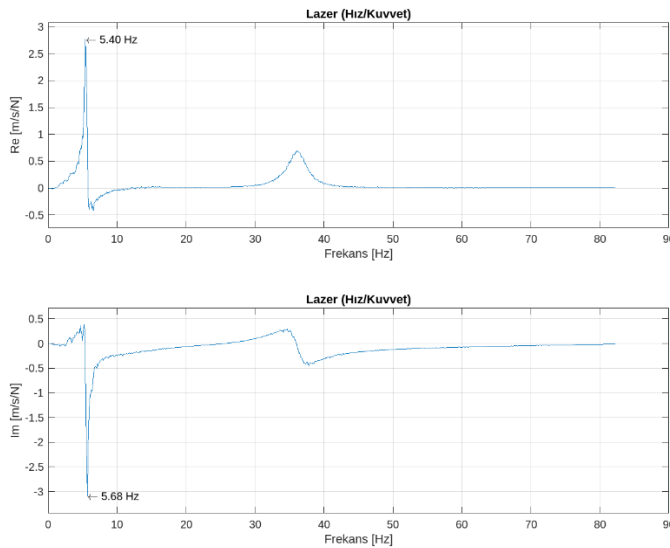
0.57N'luk bir kuvvet uygulanmasıyla başlangıç yer değişimi sağlanmıştır. Deney düzeneği ve kullanılan ekipmanlar Şekil 3.5'te paylaşılmıştır.



Şekil 3.5: Deney Düzeneği ve Ekipmanlar

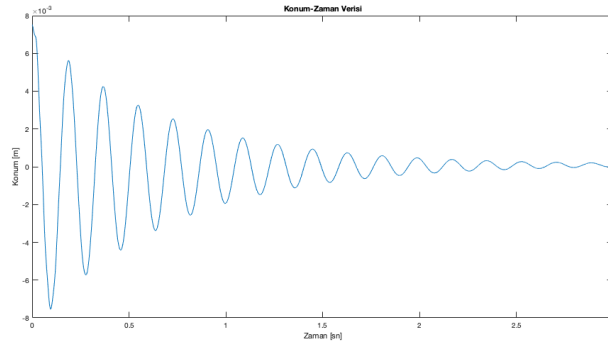
3.2.1 Sistemin dinamik özelliklerinin elde edilmesi

Sistemin PINN ile çözümlenebilmesi için belli bir frekansın altında olması ve ters problem çözümünde gerçek sönümlenme sabitinin karşılaştırma için bilinmesi gerekmektedir. Frekansını bulmak için çekiç darbe testi yapılarak sisteme ait FRF diyagramı Brüel & Kjaer Photon+ dinamik sinyal analizörü ve RT Pro yazılımı kullanılarak elde edilmiştir. 1. modun frekansı 5.54 Hz olarak bulunmuştur. Şekil 3.6'da sistemin gerçek ve sanal kısımlarına ait FRF diyagramları paylaşılmıştır.

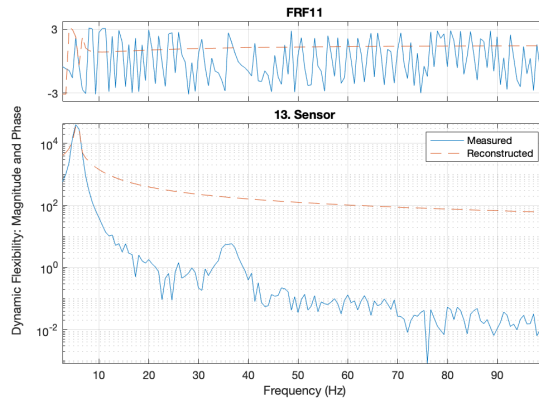


Şekil 3.6: Ankastre kiriş düzeneğine ait FRF diyagramı

Sönümlenme sabiti ise veri toplanan 13. noktadan (serbest uç) elde edilen hız-zaman grafiğinden konum-zaman grafiğine trapezoidal yöntemi ile nümerik integral alınarak geçilerek konum-zaman verileri üstünden modal frf ve modal fit fonksiyonları kullanılarak MATLAB ile hesaplanmıştır. modal fit fonksiyonu uygulanırken içindeki seçeneklerden en küçük kare rasyonel fonksiyonu seçilerek hesaplamalar yapılmıştır. Şekil 3.7 serbest uca ait konum-zaman grafiği ve modal FRF grafiği paylaşılmıştır. Hesaplama sonucu sisteme ait sönümlenme oranı $\zeta = 0.0418$ olarak bulunmuş ve sönümlenme katsayısı da $b = 0.755 \text{ Ns/m}$ olarak hesaplanmıştır.



(a)



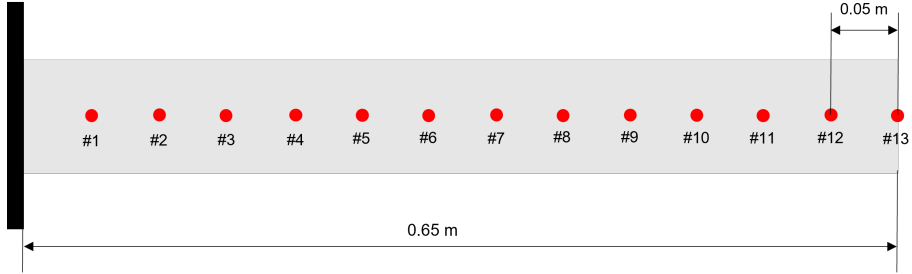
(b)

Şekil 3.7: Ankastre kirişin serbest ucuna ait veriler: (a): Konum-zaman grafiği. (b): Konum-zaman verisinden elde edilen modal FRF grafiği

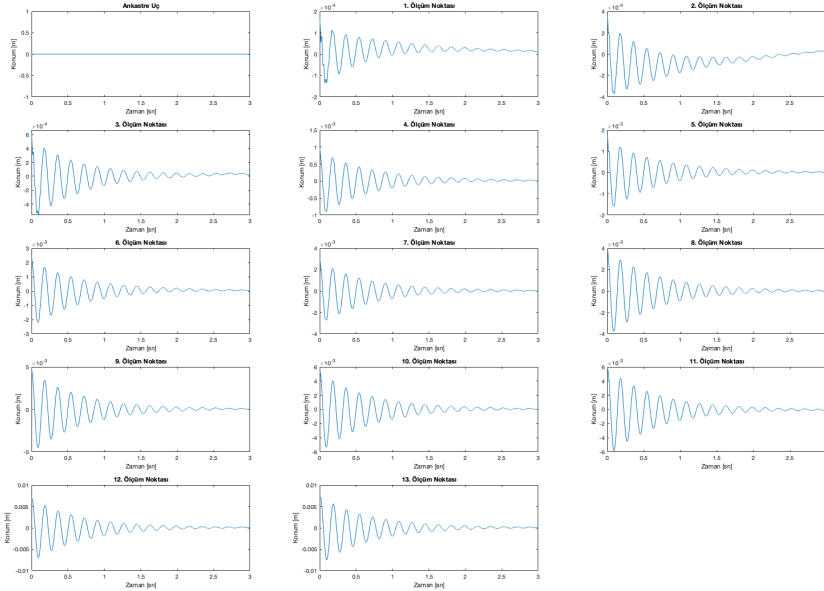
3.2.2 Eğitim verilerinin toplanması ve hazırlanması

Sistem parametrelerinin elde edilmesiyle paralel olarak, ankastre kiriş üzerinden Şekil 3.8'de belirtilen, 0.05 m aralıklarla 13 noktadan hız verileri, 5120 Hz örnekleme frekansı ile toplanmıştır. Toplanan hız verilerinin nümerik integralleri alınarak konum-zaman verileri elde edilmiştir. Hız ve yer değiştirmesi sıfır olan sabit

uç da dahil edildiğinde, toplamda 14 noktadaki konum-zaman sinyalleri lineer interpolasyon ile birleştirilerek konumdaki veriler arttırılmış ve kirişe ait eğitim verisi oluşturulmuştur. Elde edilen konum-zaman sinyalleri Şekil 3.9'da paylaşılmıştır.

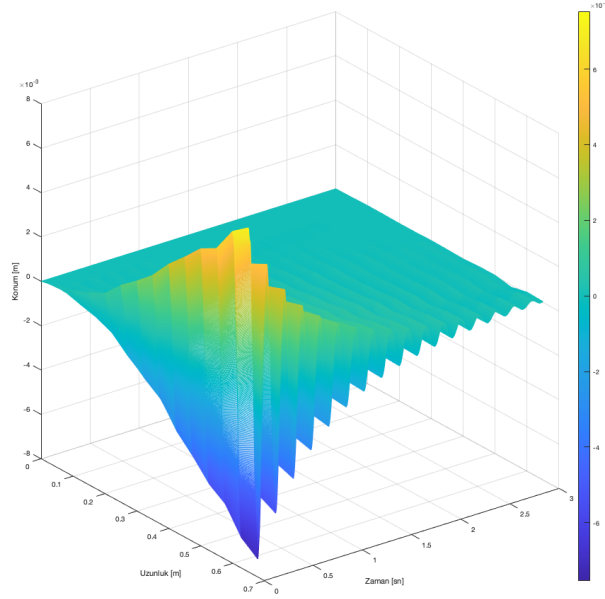


Şekil 3.8: Veri toplanan noktalar



Şekil 3.9: 14 ölçüm noktasına ait konum-zaman verileri

Daha sonra konum sinyalleri birleştirilerek kirişin bütününe ait zamana bağlı üç boyutlu yer değiştirme grafiği Şekil 3.10'da gösterildiği gibi elde edilmiştir.



Şekil 3.10: Ankastre kirişe ait konum zaman grafiği

3.3 Sentetik Veriler Kullanılarak Yapılan Çalışmalar

Sentetik eğitim verileri, 2.75 m ve 4 m uzunluğunda, 0.03 m genişliğinde ve yüksekliğinde AISI 1040 karbon çeliği kirişler için üretilmiştir. Detaylı fiziksel ve mekanik özellikler bir sonraki alt bölümde paylaşılmıştır. Bu bölümdeki tüm özellikler keyfi bir şekilde belirlenmiştir.

Bölüm 2.3'teki kesin çözümü ve türevlerini tanımlamak ve eğitim verisi oluşturmak için MATLAB kullanılmıştır. Python kullanılarak eğitilen ve PINN tarafından tahmin edilen çözümlerin karşılaştırılmaları için ise Abaqus ile üretilen FEA sonuçları kullanılmıştır. Doğrulama ve test verileri alan çözüm sınırları içinde rastgele oluşturulmuştur. Tüm çözümlerde, kirişlerin ilk modu seçilmiştir. İleri ve ters problemlerin PINN eğitiminin gerçekleştirildiği bilgisayarlardan birisi NVidia Geforce RTX A6000 ekran kartı, Intel Core Gold 5218R CPU @ 2.10GHz işlemci ve 256GB RAM, diğeri NVidia Geforce RTX 2080-TI ekran kartı, Intel Core i7-8700 CPU @ 3.20GHz işlemci ve 32GB RAM'e sahiptir.

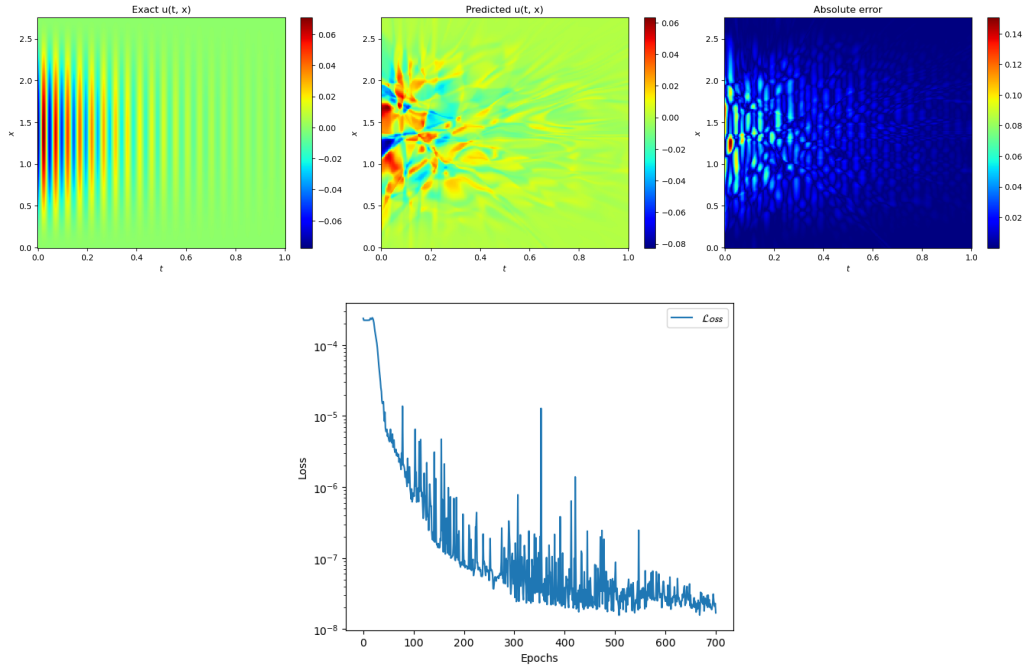
3.3.1 Tam bağlı sinir ağı ile iki ucu ankastre kiriş denklemi sonuçları

PINN ile yapılan çalışmalara başlamadan önce fizik bilgisinin olmadığı FCNN modeli kullanılarak iki ucu ankastre kiriş probleminin sönümlü durumu için çözümü incelenecektir. FCNN'de konum ve zaman (x, t) bilgisini girdi olarak alan bir giriş,

her bir katmanı 200 nörondan oluşan dört gizli ve tahminlerin verildiği bir de çıkış katmanından oluşan, katmanlar arasında tanh aktivasyon fonksiyonu kullanılan, PINN'e ait NN ile benzer bir yapı kullanılmıştır. NN'ün ağırlıkları başlangıçta Xavier metodu ile belirlenerek, bias değerleri de sıfır olarak başlatılmaktadır. Öğrenme oranı $1e - 4$ ile başlamakta ve her 1000 epokta %10 azalmaktadır. Eğitim sırasında mini-yığınlar 32 olarak seçilmiştir.

Eğitim verileri Çizelge 3.2'de sönümlü durum için paylaşılan parametrelerden oluşturulan kirişin ortasına $F = 10000N$ kuvvet uygulanıp başlangıç yerdeğişimi verilerek ve kuvvet bir anda çekilerek üretilmiştir. Eğitim setinde gerçek çözüme ait 960 nokta bulunmaktadır.

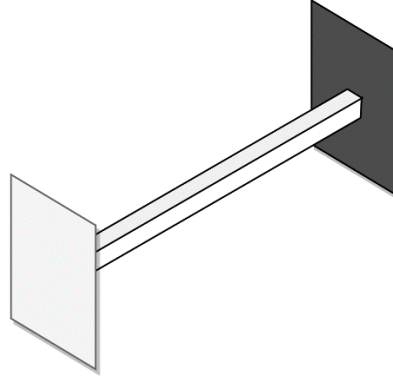
Şekil 3.11'de paylaşılan sonuçlar incelendiğinde gerçek sonuç ile tahmin sonucu arasındaki bağıl hatanın 70000 epok sonrasında 1.19 olduğu, oluşturulan FCNN yapısının problemin çözümüne yakınsayamadığı görülmektedir.



Şekil 3.11: Tam bağlı sinir ağı sonuçları: (a): Kesin çözüm ve tahmini çözümün karşılaştırılması. Bağıl L^2 hatası 1.19'dur. (b): Kayıp fonksiyonunun gelişimi.

3.3.2 Fizik-bilgili sinir ağı ile iki ucu ankastre kiriş denkleminin sonuçları

Bu örnekte iki ucu ankastre kirişin (Şekil 3.12) sönümsüz ve sönümlü durumlardaki PINN sonuçları incelenmektedir.



Şekil 3.12: İki ucu ankastre kiriş

Çizelge 3.2’de sönümlü ve sönümsüz durumlarda kiriş parametrelerinden E : Young Modülü, ρ : yoğunluk, L : uzunluk, a : yükseklik ve genişlik, A : kesit alanı, I : eylemsizlik momenti, b : sönüm katsayısı, W_n : doğal frekans paylaşılmıştır.

Çizelge 3.2: İki ucu ankastre kirişin sönümsüz ve sönümlü durumlar için fiziksel ve mekaniksel özellikleri

Parametreler	Malzeme	$E(Pa)$	$\rho(kg/m^3)$	$L(m)$	$a(m)$	$A(m^2)$	$I(m^4)$	$b(Ns/m)$	$W_n(Hz)$
Sönümsüz	1040 Steel	$2.0e11$	7845.0	2.75	0.030	$9.0e-4$	$6.75e-8$	0	2.594
Sönümlü								50.0	

Karşılaştırma için FEA sonuçları Abaqus programında üretilmiştir. İki ucu ankastre kiriş oluşturulurken iki boyutlu düzlemde deforme olabilen $2.75m$ 'lik bir tel oluşturulur. Model özellikleri olarak $\rho, E, Poisson$ oranı (0.3) ve "Damping" için $Alpha$ ($\gamma = \frac{b}{\rho A}$) değerleri 3.2’deki gibi girilir. Sonra "Create Part" sekmesinden yapının bir kiriş olduğu seçilir ve dikdörtgen profil olduğu belirtilerek kenar uzunlukları a değeri girilerek yapıya atanır. "Assembly" modülünde "Parts" ve "Independent" seçenekleri seçilir. Bir sonraki adımda "Step" modülünde "Static, General" seçilerek başlangıç yerdeğiştirmesi verileceği belirtilir. Sonra "Create Field" sekmesinden "Stress" ve "Displacement/ Velocity/ Acceleration" seçenekleri onaylanarak hesaplanacak veriler seçilir. Daha sonra "Mesh" modülünde "Local Seeds" sekmesinden "By number" seçeneği onaylanır ve "Number of elements" değişkeni 10000 olarak seçilir ve uygulanır. "Element Type" sekmesinden "Hybrid formulation" seçeneği aktif edilir. Sisteme uygulanacak kuvveti belirlemek için "Load" modülünden "Create Load" sekmesi seçilir ve "Concentrated force"

uygulanıp ilernenir ve kuvvet uygulanacak nokta seçilir. Gelen "Edit Load" sekmesinde ise "CF2" kutucuğuna kirışe uygulanan kuvvet yazılır.

İki ucu ankastre kirışin sınır koşullarını belirlemek için "Boundary Condition Manager" sekmesinden "Encastrate" belirlenir ve oluşturulan kirışin ankastre uçlarından biri seçilir. Ekranaya gelen "Edit Boundary Condition" sekmesinden de "ENCASTRE" seçeneği seçilir. Aynı işlem diğere uç için de yapılır. Sonrasında "Job" modülünden bir statik çözüm yaptırılır ve dinamik çözüm ayarlarını yapmak için "Step" modülüne geri dönülür. "Step" modülünde "Dynamic, Implicit" seçilir ve "Continue" denilerek "Edit Step" seçeneğinde "Basic" sekmesi altında "Time period" seçeneği kısmına simülasyon süresi girilir. "Incrementation" sekmesinden ise "Fixed" seçeneği işaretlenerek "Maximum number of increments" değeri 1000, "Increment size" 0.01 olarak belirlenir. Sonrasında tekrar "Load" modülünden "Load Manager" semesi açılarak daha önce belirlenen yük "Deactivate" edilir. Böylece ilk yer değıştirme verildikten sonra yük kaldırılmış olur. Daha sonra "Step" modülüne geri dönülerek "History Output Request Manager" sekmesinde "Create" denerek "Create History" sekmesi açılır veserbest titreşim için oluşturulan "Step" seçilerek ilerlenir. Burada ekranaya gelen "Edit Output Request" sekmesinden "Domain" kısmında takip edilecek uç için "Set" değeri seçilir ve kirışin hangi ucunun takip edileceği belirlenir. "Output Variables" kısmından ise "Displacement/Velocity/Acceleration" seçilir ve onaylanır. Son olarak "Job" modülüne tekrar gelinerek "Create" denilir ve açılan "Create Job" kısmında dinamik modelleme için oluşturulan model seçilir ve onaylandıktan sonra "Submit" edilerek analiz başlatılır.

3.3.2.1 Sönümsüz durum

Denklemin sönümsüz formu ($\gamma = 0$) başlangıç ve sınır koşulları sırasıyla şöyledir,

$$43.73^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x, t) + \frac{\partial u^2}{\partial t^2}(x, t) = 0$$
$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 2.75] \quad (3.1)$$
$$u(0, t) = u(2.75, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(2.75, t) = 0, \quad t \in [0, 1]$$

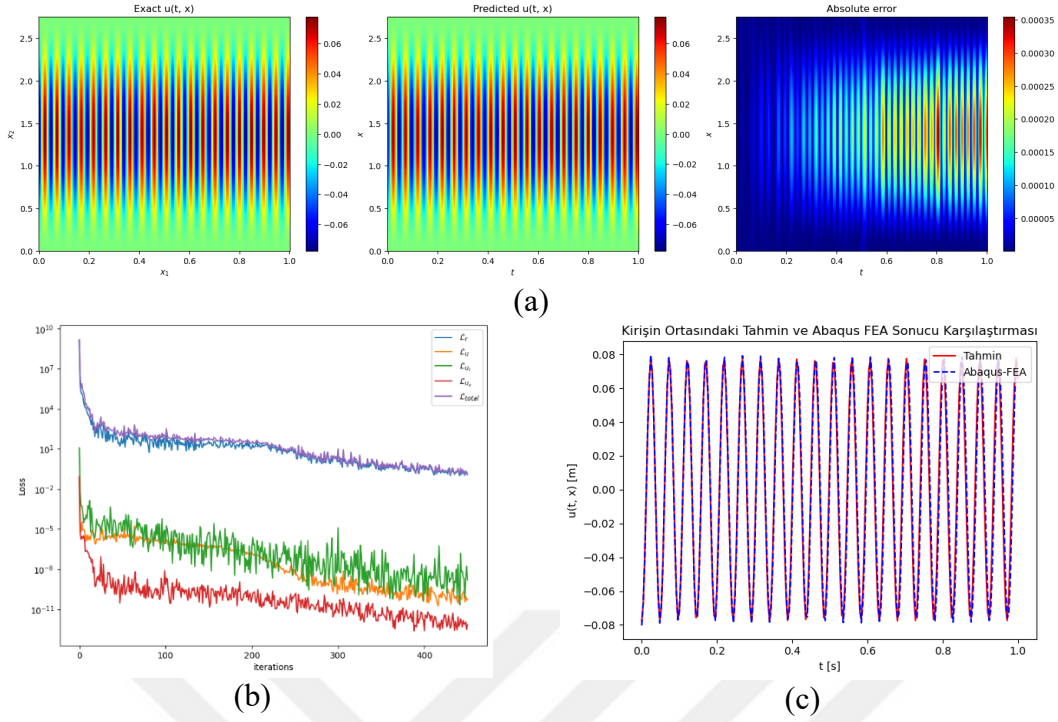
Burada $u_0(x)$, kirişin Eşitlik 2.45'te paylaşılan başlangıç yerdeğişimi fonksiyonuna $F = 10kN$ kuvvet uygulanması ile sağlanmıştır. Başlangıç hızı 0'dır. Sınır koşulları, ankastre uçlardaki yer değişiminin ve yer değiştirmemin eğiminin 0'a eşit olduğunu ifade etmektedir. Sonuca yakınsarken, sönümsüz iki ucu ankastre kiriş denkleminin NN'i, Eşitlik 2.56'daki kayıp fonksiyonun Adam optimizasyon yöntemi kullanılarak minimize edilmektedir.

$$\mathcal{L}(\theta) = \lambda_{u\mathcal{L}_u}(\theta) + \lambda_{u_t\mathcal{L}_{u_t}}(\theta) + \lambda_{u_x\mathcal{L}_{u_x}}(\theta) + \lambda_{u_f\mathcal{L}_{u_f}}(\theta) \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\theta) = & \frac{\lambda_u}{2N_u} \sum_{i=1}^{N_u} |u(t_u^i, x_u^i; \theta) - g(t_u^i, x_u^i)|^2 + \frac{\lambda_{u_t}}{2N_{u_t}} \sum_{i=1}^{N_{u_t}} |u_t(t_{u_t}^i, x_{u_t}^i; \theta)|^2 \\ & + \frac{\lambda_{u_x}}{2N_{u_x}} \sum_{i=1}^{N_{u_x}} |u_x(t_{u_x}^i, x_{u_x}^i; \theta)|^2 + \frac{\lambda_f}{2N_f} \sum_{i=1}^{N_f} |\mathcal{N}[u](t_f^i, x_f^i; \theta)|^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Burada $\{t_u^i, x_u^i\}_{i=1}^{N_u}$, $\{t_{u_t}^i, x_{u_t}^i\}_{i=1}^{N_{u_t}}$, $\{t_{u_x}^i, x_{u_x}^i\}_{i=1}^{N_{u_x}}$, $\{t_f^i, x_f^i\}_{i=1}^{N_f}$ eğitim verisi noktaları, $N_u = N_{u_t} = N_{u_x} = N_{u_f} = 640$ analitik çözümden örneklenen tüm veri noktalarına karşılık gelen yığın (batch) boyutlarıdır. λ_u , λ_{u_t} , λ_{u_x} ve λ_{u_f} kayıp fonksiyonunun otomatik olarak güncellenen ağırlıklarıdır. Aşırı öğrenmeyi önlemek için eğitim sırasında doğrulama kaybı kullanılır.

Şekil 3.13'teki sonuçlar, 45000 epok sonucunda elde edilmiştir. Şekil 3.13a'daki tahmin edilen sonuç ve kesin çözüm sonucu, PINN'in kesin çözüme çok yaklaşabildiğini ve $2.70e - 3$ hata ile verilere uyduğunu göstermektedir. Kayıp değişimi Şekil 3.13b'de gösterilmektedir. Ayrıca, maksimum hata simülasyon süresinin sonlarında meydana gelmektedir. Şekil 3.13c'de, kirişin merkezinden bir kesit alındığında PINN ve FEA çözümleri L^2 hatası olan $9.71e - 3$ ile çakışmaktadır. Bu deneyin sonuçları, PINN'in sabit uçlu sönümsüz kiriş denklemlerini çözmek için potansiyel olarak etkili bir yöntem olduğuna işaret etmektedir.



Şekil 3.13: İki ucu ankastre kiriş sönümsüz durum çözümü sonuçları: (a): Kesin çözüm ve tahmini çözümün karşılaştırılması. Bağlı L^2 hatası $2.70e - 3$ 'tür. (b): Kayıp fonksiyonunun gelişimi farklı kayıp terimlerinden oluşmaktadır. (c): Kirişin merkezindeki FEA ve tahmin sonuçları arasındaki karşılaştırma. Bağlı L^2 hatası $9.71e - 3$ 'tür.

3.3.2.2 Sönümlü durum

Sönümlü form için denklemin başlangıç ve sınır koşulları sırasıyla şöyledir,

$$43.73^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x, t) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) + 7.08 \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 0$$

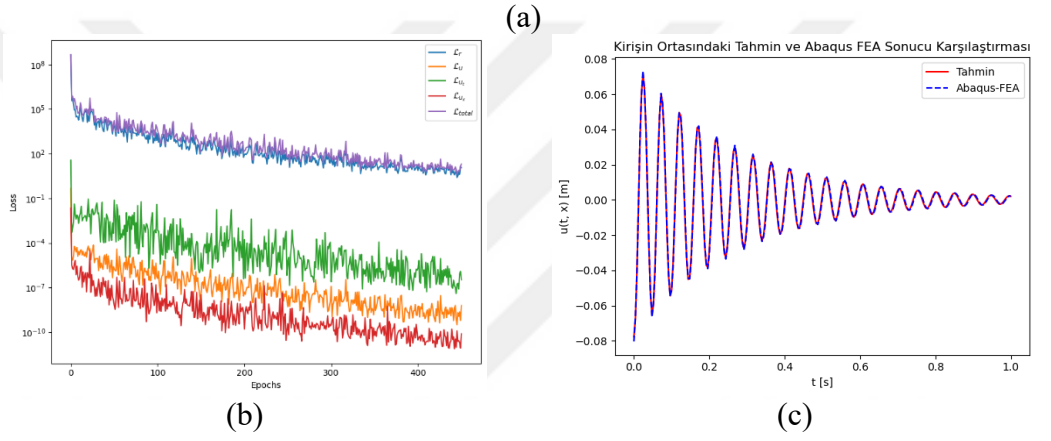
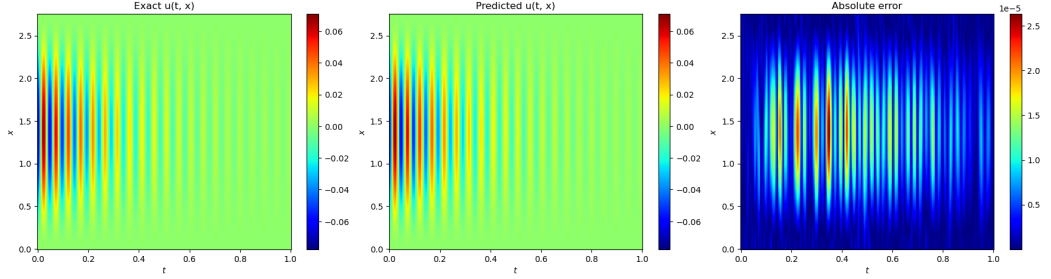
$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 2.75] \quad (3.4)$$

$$u(0, t) = u(2.75, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(2.75, t) = 0, \quad t \in [0, 1]$$

Burada, başlangıç ve sınır şartları sönümsüz durumdakine benzer koşulları temsil etmektedir. Sönümsüz durumdaki sinir ağı modeli ve hiper parametreler sönümlü durum için de kullanılmıştır. Örneklem sayısı bu problemde de 640 olarak seçilmiştir. Sönümlü iki ucu ankastre kiriş denkleminin sinir ağı, sönümsüz durumla aynı olan Eşitlik 3.3'teki kayıp fonksiyonunun minimize edilmesiyle eğitilir.

Şekil 3.14'teki eğitim sonuçları 45000 epok sonrasında paylaşılmıştır. Şekil 3.14'a da gösterildiği gibi, önerilen yöntem $4.64e - 4$ hata ile çözümü tahmin edebilmektedir. Şekil 3.14b, eğitim sırasındaki kayıp fonksiyonu değişimini göstermektedir. Ayrıca, Şekil 3.14c'de PINN sonucu, kirişin merkezindeki $1.36e - 3$ hata ile FEA çözümü

ile tutarlıdır. FEA sonuçlarında sönümsüz durumdan farklı olarak $Alpha \left(\gamma = \frac{b}{\rho A} \right) = 7.08m/sn$ olarak verilmiştir. Sönümlü durumdaki L^2 hatasının daha düşük olması, sönümsüz durumdaki problemin spektral yanlılığının daha yüksek olduğunu, dolayısıyla daha zor bir problem olduğunu göstermektedir.

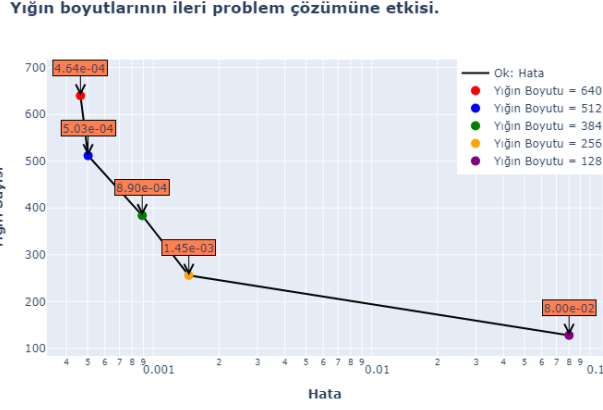


Şekil 3.14: İki ucu ankastre kiriş sönümlü durum çözümü sonuçları: (a): Kesin çözüm ile tahmin edilen çözümün karşılaştırılması. Bağlı L^2 hatası $4.64e - 4$ 'dir. (b): Kayıp fonksiyonunun gelişimi farklı kayıp terimlerinden oluşmaktadır. (c): Kirişin merkezindeki FEA ve tahmin sonuçları arasındaki karşılaştırma. Bağlı L^2 hatası $1.36e - 3$ 'dir.

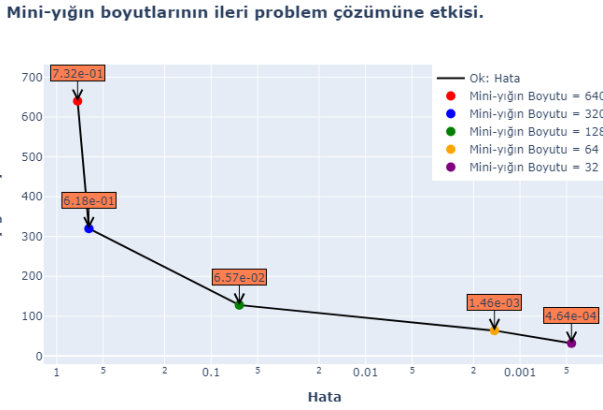
Yığın ve mini yığın boyutlarının ileri problem çözümüne etkisini incelemek için bazı eğitimler de yapılmıştır. Yığın boyutlarının problem çözümüne etkisi Şekil 3.15'te görülmektedir. Mini-yığın boyutunun 32 seçildiği durumda, yığın boyutları 640'tan 128'e doğru azaldıkça, gerçek çözüm ile PINN'nin tahmini arasındaki hata artmaktadır. 640 yığın boyutunda $4.64e - 4$ 'lük bir hata varken, 128 yığın boyutunda bu hata $8.00e - 2$ 'dir.

Mini-yığın boyutlarının ileri problem çözümüne etkisi ise Şekil 3.16'da paylaşılmıştır. Yığın boyutunun 640 olarak seçildiği bu çalışmada, mini-yığın boyutları 640'tan başlayarak 32'ye kadar düşürülmüştür. 640 mini-yığın boyutunda gerçek sonuç ile PINN'in tahmini arasındaki hatanın $7.32e - 1$ olduğu

görülmektedir. 32 mini-yığın boyutunda ise bu hatanın düştüğü ve $4.64e - 4$ olduğu bulunmuştur. Bu da göstermektedir ki problem çözümünde mini-yığın boyutu önemli bir parametredir.



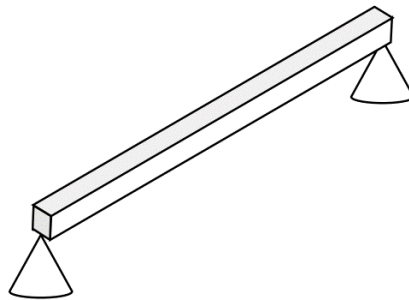
Şekil 3.15: Yığın boyutlarının ileri problem çözümüne etkisi



Şekil 3.16: Mini-yığın boyutlarının ileri problem çözümüne etkisi

3.3.3 Fizik-bilgili sinir ağı ile basit mesnetli kiriş denklemleri sonuçları

İkinci örnekte, basit mesnetli bir kirişin (Şekil 3.17'de) sönümsüz ve sönümlü durumları incelenmiştir.



Şekil 3.17: Basit mesnetli kiriş

Çizelge 3.3'te basit mesnetli kirişe ait keyfi belirlenen parametreler sönümsüz ve sönümlü durumlar için paylaşılmıştır.

Çizelge 3.3: Sönümsüz ve sönümlü basit mesnetli kirişin parametreleri

Parametreler	Malzeme	$E(Pa)$	$\rho(kg/m^3)$	$L(m)$	$a(m)$	$A(m^2)$	$I(m^4)$	$b(Ns/m)$	$W_n(Hz)$
Sönümsüz	1040							0	
	Steel	2.0e11	7845.0	2.75	0.030	9.0e-4	6.75e-8		9.085
Sönümlü								50.0	

3.3.3.1 Sönümsüz durum

Sönümsüz form, denklemin başlangıç ve sınır koşulları Eşitlik 3.5'te sırasıyla paylaşılmıştır.

$$43.73^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x, t) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) = 0$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 2.75] \quad (3.5)$$

$$u(0, t) = u(2.75, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(2.75, t) = 0, \quad t \in [0, 1]$$

Başlangıç koşullarına bakıldığında, Eşitlik 2.48'de basit mesnetli kiriş için paylaşılan başlangıç yerdeğişimi fonksiyonuna $F = 2kN$ 'luk bir kuvvet uygulanarak kirişe ilk yerdeğiştirme verilmiştir. Kirişin ilk hızı 0'dır. Sınır koşulları 0'a eşit olan yer değiştirmeyi ve eğilme momentini temsil etmektedir. Basit mesnetli kiriş denkleminin sönümsüz formu için hiper-parametreler ve model Bölüm 3.3.2'deki ile tamamen aynıdır. Sönümsüz basit mesnetli kiriş denkleminin sınır ağı, Eşitlik 3.7'deki kayıp fonksiyonu minimize edilerek eğitilir.

$$\mathcal{L}(\theta) = \lambda_{u\mathcal{L}_u}(\theta) + \lambda_{u_t\mathcal{L}_{u_t}}(\theta) + \lambda_{u_{xx}\mathcal{L}_{u_{xx}}}(\theta) + \lambda_{u_f\mathcal{L}_{u_f}}(\theta) \quad (3.6)$$

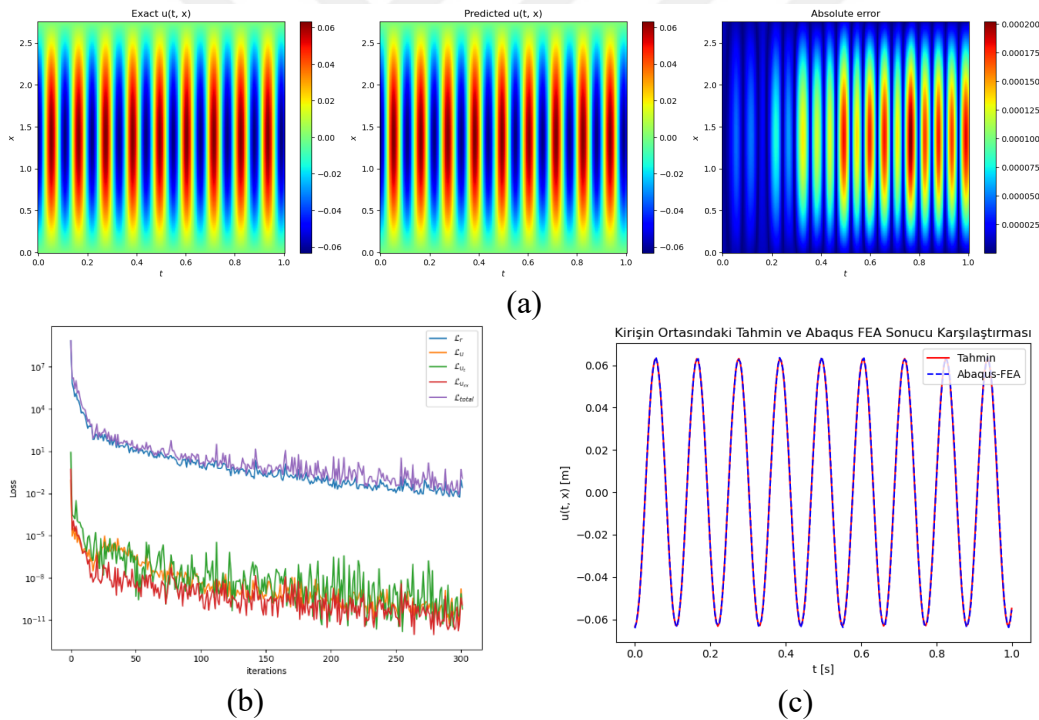
$$\mathcal{L}(\theta) = \frac{\lambda_u}{2N_u} \sum_{i=1}^{N_u} |u(t_u^i, x_u^i; \theta) - g(t_u^i, x_u^i)|^2 + \frac{\lambda_{u_t}}{2N_{u_t}} \sum_{i=1}^{N_{u_t}} |u_t(t_{u_t}^i, x_{u_t}^i; \theta)|^2$$

$$+ \frac{\lambda_{u_{xx}}}{2N_{u_{xx}}} \sum_{i=1}^{N_{u_{xx}}} |u_{xx}(t_{u_{xx}}^i, x_{u_{xx}}^i; \theta)|^2 + \frac{\lambda_f}{2N_f} \sum_{i=1}^{N_f} |\mathcal{N}[u](t_f^i, x_f^i; \theta)|^2 \quad (3.7)$$

Burada MATLABtarafından oluşturulan eğitim verisi noktaları $\{t_u^i, x_u^i\}_{i=1}^{N_u}, \{t_{u_t}^i, x_{u_t}^i\}_{i=1}^{N_{u_t}}, \{t_{u_{xx}}^i, x_{u_{xx}}^i\}_{i=1}^{N_{u_{xx}}}, \{t_f^i, x_f^i\}_{i=1}^{N_f}$ şeklindedir ve örneklenen tüm

veri noktalarına karşılık gelen yığın (batch) boyutları $N_u = N_{u_t} = N_{u_{xx}} = N_{u_{xxx}} = N_{u_f} = 960$ 'dır. λ_u , λ_{u_t} , $\lambda_{u_{xx}}$ ve λ_{u_f} kayıp fonksiyonunun otomatik olarak güncellenen ağırlıklarıdır. Aşırı uyumu önlemek için modele doğrulama kaybı eklenir.

Şekil 3.18'deki sonuçlar 30000 epok sonrasında belirlenmiştir ve Şekil 3.18'a da modelin, $2.30e - 3$ 'lük L^2 hatası ile çözümü öğrenmeyi başardığı gösterilmektedir. Kayıp grafiği Şekil 3.18b'de paylaşılmıştır. FEA modeli, Şekil 3.18c'de gösterildiği gibi kirişin merkezinde $8.82e - 4$ 'lük L^2 hatası ile PINN yaklaşımının etkinliğini desteklemektedir. FEA sonuçları elde edilirken iki ucu ankastre kirişten farklı olarak sınır koşulları ankastreden basit mesnete çevrilmiş ve uygulanan kuvvet $2kN$ 'a düşürülmüştür.



Şekil 3.18: Basit mesnetli kiriş sönümsüz durum çözümü sonuçları: (a): Kesin çözüm ile tahmin edilen çözümün karşılaştırılması. Bağlı L^2 hatası $2.30e - 3$ 'dür. (b): Farklı kayıp terimlerinden oluşan kayıp fonksiyonunun gelişimi. (c): Kirişin merkezinde FEA ve tahmin sonuçları arasındaki karşılaştırmayı göstermektedir. Bağlı L^2 hatası $8.82e - 4$ 'tür.

3.3.3.2 Sönümlü durum

Denklemin sönümlü formu, başlangıç ve sınır koşulları sırasıyla şöyledir,

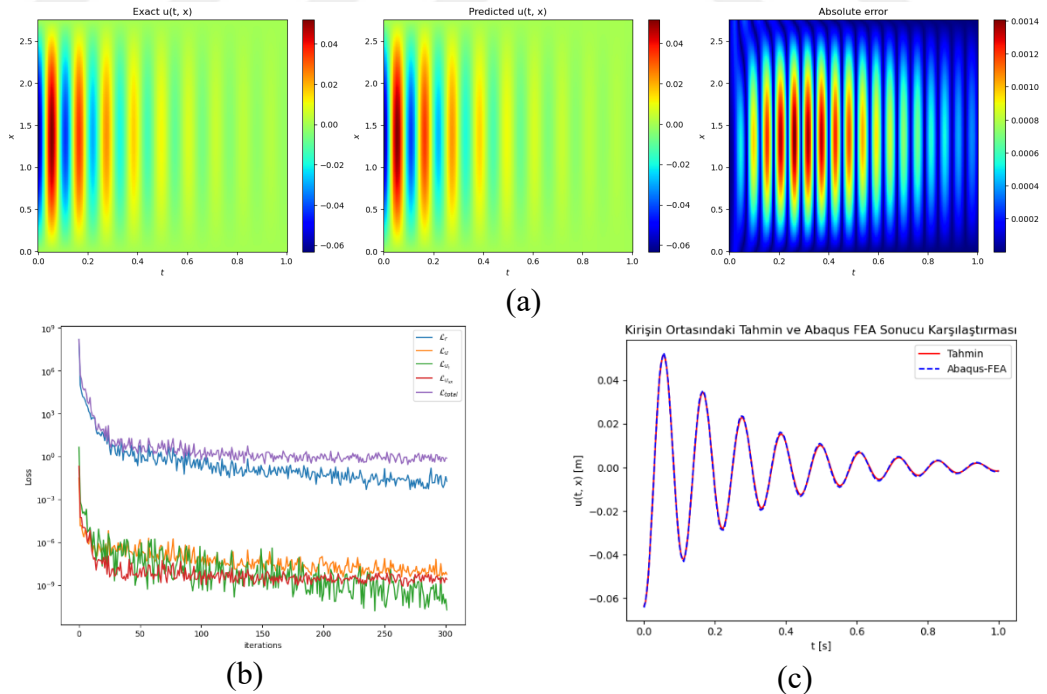
$$43.73^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x, t) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) + 7.08 \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 0$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 2.75] \quad (3.8)$$

$$u(0, t) = u(2.75, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(2.75, t) = 0, \quad t \in [0, 1]$$

Burada, yer değiştirme ve eğilme momentleri olan sınır koşulları 0'a eşittir. Sınır ağı yapısı ve hiper-parametreler, serbest uçlu kiriş denkleminin sönümsüz durumuna benzerdir. Sönümlü durum, Eşitlik 3.7'deki sönümsüz durumla aynı kayıp fonksiyonunu paylaşmaktadır.

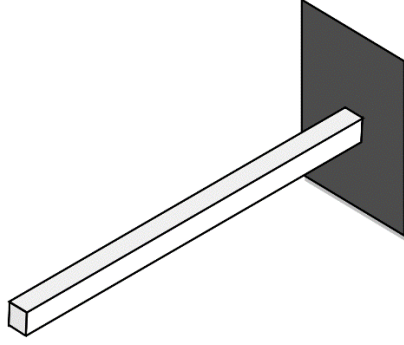
Sönümlü durumun kesin ve tahmin edilen çözümleri arasındaki L^2 hatası, 30000 epoktan sonra Şekil 3.19a'da gösterildiği gibi $4.07e - 2$ 'dir. Hata sönümsüz durumdan daha yüksek olmasına rağmen, önerilen yöntem kesin çözüme yakınsayabilmektedir. Kayıp değişimi Şekil 3.19b'de gösterilmiştir. Ayrıca, FEM, L^2 hatası $6.12e - 4$ ile kirişin merkezi dikkate alındığında PINN ile paralel bir sonuç verir. FEA sonuçlarında sönümsüz durumdan farklı olarak $Alpha \left(\gamma = \frac{b}{\rho A} \right) = 7.08m/sn$ olarak verilmiştir.



Şekil 3.19: Basit mesnetli kiriş sönümlü durum çözümleri sonuçları: (a): Kesin çözüm ile tahmini çözümün karşılaştırılması. Bağlı L^2 hatası $4.07e - 2$ 'dir. (b): Farklı kayıp terimlerinden oluşan kayıp fonksiyonunun gelişimi. (c): Kirişin merkezindeki FEA ve tahmin sonuçları arasındaki karşılaştırma. Bağlı L^2 hatası $6.12e - 4$ 'tür.

3.3.4 Fizik-bilgili sınır ağı ile ankastre kiriş denklemi sonuçları

Bu örnekte Şekil 3.20'deki ankastre kirişe ait denklemin analizi yapılacaktır.



Şekil 3.20: Ankastre kiriş

Çizelge 3.4'te ankastre kirişin sönümsüz ve sönümlü durumlarına ait parametreler paylaşılmıştır.

Çizelge 3.4: Sönümlü ve sönümsüz durum için ankastre kiriş parametreleri

Parametreler	Malzeme	$E(Pa)$	$\rho(kg/m^3)$	$L(m)$	$a(m)$	$A(m^2)$	$I(m^4)$	$b(Ns/m)$	$W_n(Hz)$
Sönümsüz	1040							0	
	Steel	$2.0e11$	7845.0	4.0	0.030	$9.0e-4$	$6.75e-8$		1.529
Sönümlü								5.0	

Abaqus analizi yapılırken, Bölüm 3.3.2'deki adımlardan, kiriş özellikleri, yük uygulanan nokta, sınır şartları ve simülasyon süresi bilgileri ankastre kiriş için değiştirilerek FEAsuçları elde edilir. Kiriş özellikleri için Çizelge 3.4'teki bilgiler kullanılır.

3.3.4.1 Sönümsüz durum

Denklemin sönümsüz formu ($\gamma = 0$), başlangıç ve sınır koşulları Eşitlik 3.9'da sırasıyla paylaşılmıştır.

$$43.73^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x, t) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) = 0$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 4] \quad (3.9)$$

$$u(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(4, t) = \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(4, t) = 0, \quad t \in [0, 1]$$

Burada başlangıç koşullarına bakıldığında, ilk yer değiştirme için Eşitlik 2.52'de paylaşılan fonksiyondaki F değeri $100N$ olarak uygulanmış ve ilk yer değiştirme

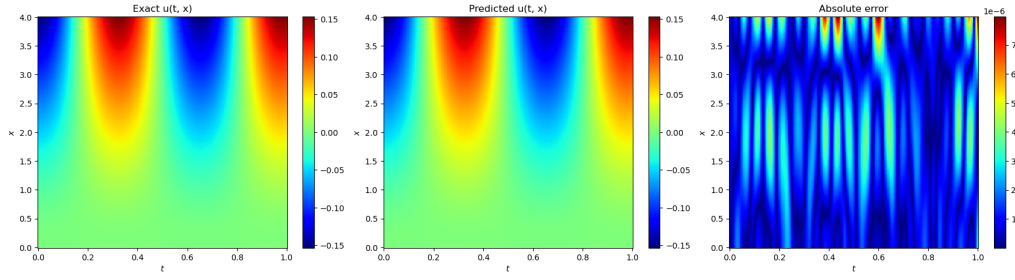
verilmiştir. Kirişin ilk hızı 0'dır. Sınır koşullarına bakıldığında, sabit uçtaki sehim ve sehimin eğimini, serbest uçtaki eğilme momenti ve kesme kuvvetini sembolize eder ve hepsi 0'a eşittir. Ankastre kirişin sönümsüz durumu için hiper-parametreler Bölüm 3.3.2'deki hiper-parametrelerle benzerdir. Sönümsüz ankastre kiriş denkleminin sınır ağı, Eşitlik 3.11'deki kayıp fonksiyonu minimize edilerek eğitilir.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\theta) = & \lambda_{u\mathcal{L}_u}(\theta) + \lambda_{u_t\mathcal{L}_{u_t}}(\theta) + \lambda_{u_x\mathcal{L}_{u_x}}(\theta) + \lambda_{u_{xx}\mathcal{L}_{u_{xx}}}(\theta) \\ & + \lambda_{u_{xxx}\mathcal{L}_{u_{xxx}}}(\theta) + \lambda_{u_f\mathcal{L}_{u_f}}(\theta) \end{aligned} \quad (3.10)$$

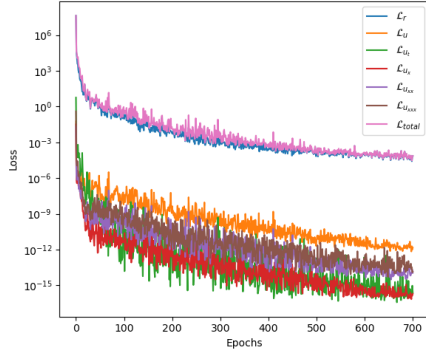
$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\theta) = & \frac{\lambda_u}{2N_u} \sum_{i=1}^{N_u} |u(t_u^i, x_u^i; \theta) - g(t_u^i, x_u^i)|^2 + \frac{\lambda_{u_t}}{2N_{u_t}} \sum_{i=1}^{N_{u_t}} |u_t(t_{u_t}^i, x_{u_t}^i; \theta)|^2 \\ & + \frac{\lambda_{u_x}}{2N_{u_x}} \sum_{i=1}^{N_{u_x}} |u_x(t_{u_x}^i, x_{u_x}^i; \theta)|^2 + \frac{\lambda_{u_{xx}}}{2N_{u_{xx}}} \sum_{i=1}^{N_{u_{xx}}} |u_{xx}(t_{u_{xx}}^i, x_{u_{xx}}^i; \theta)|^2 \\ & + \frac{\lambda_{u_{xxx}}}{2N_{u_{xxx}}} \sum_{i=1}^{N_{u_{xxx}}} |u_{xxx}(t_{u_{xxx}}^i, x_{u_{xxx}}^i; \theta)|^2 + \frac{\lambda_f}{2N_f} \sum_{i=1}^{N_f} |\mathcal{N}[u](t_f^i, x_f^i; \theta)|^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Burada $\{t_u^i, x_u^i\}_{i=1}^{N_u}, \{t_{u_t}^i, x_{u_t}^i\}_{i=1}^{N_{u_t}}, \{t_{u_x}^i, x_{u_x}^i\}_{i=1}^{N_{u_x}}, \{t_{u_{xx}}^i, x_{u_{xx}}^i\}_{i=1}^{N_{u_{xx}}}, \{t_{u_{xxx}}^i, x_{u_{xxx}}^i\}_{i=1}^{N_{u_{xxx}}}$, ve $\{t_f^i, x_f^i\}_{i=1}^{N_f}$ eğitim veri noktalarını ifade etmektedir. $N_u = N_{u_t} = N_{u_x} = N_{u_{xx}} = N_{u_{xxx}} = N_{u_f} = 640$ yığın boyutlarıdır. $\lambda_u, \lambda_{u_t}, \lambda_{u_x}, \lambda_{u_{xx}}, \lambda_{u_{xxx}}$ ve λ_{u_f} kayıp fonksiyonunun kendinden uyarlamalı ağırlıklarına karşılık gelmektedir. Doğrulama kaybı aşırı öğrenmeyi elimine etmek için kullanılmıştır.

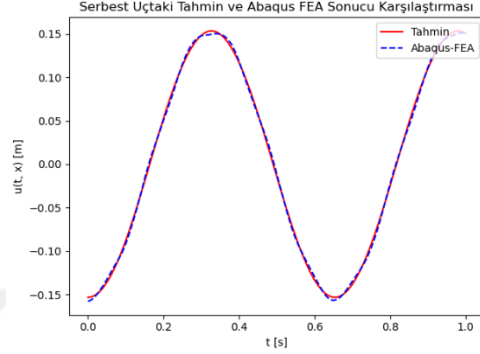
70000 epoktan sonra, modelin elde ettiği L^2 hatası Şekil 3.21a'da gösterildiği gibi sönümsüz durum için $3.07e - 5$ 'tir. L^2 'nin mertebesi $O(10^{-5})$ olup, sabit uçlu ve basit mesnetli sönümsüz sonuçtan 100 kat daha küçüktür. Bunun nedeni ankastre kiriş frekansının diğer örneklerden çok daha düşük olmasıdır. Şekil 3.21b'de kayıp-epok grafiği paylaşılmıştır. Kirişin serbest ucundaki FEM ve PINN çözümleri arasındaki bağıl hata $2.74e - 3$ ike kabul edilebilir bir değerdir. FEM sonuçları elde edilirken iki ucu ankastre kirişte uygulanan yöntemden farklı olarak, tek bir ucu ankastre mesnet uygulanmış, kuvvet merkezden serbest ucu kaydırılmış ve F değeri $100N$ olarak değiştirilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.21: Ankastré kiriş sönümsüz durum çözümü sonuçları: (a): Kesin çözüm ile tahmin edilen çözümün karşılaştırılması. Bağlı L^2 hatası $3.07e - 5$ 'tir. (b): Farklı kayıp terimlerinden oluşan kayıp fonksiyonunun gelişimi. (c): Kirişin serbest ucundaki FEA ve tahmin sonuçları arasındaki karşılaştırma. Bağlı L^2 hatası $2.74e - 3$ 'tür.

3.3.4.2 Sönümlü durum

Sönümlü ankastré kirişe ait denklem, başlangıç ve sınır koşulları şöyledir,

$$43.73^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x, t) + \frac{\partial u^2}{\partial t^2}(x, t) + 0.708 \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 0$$

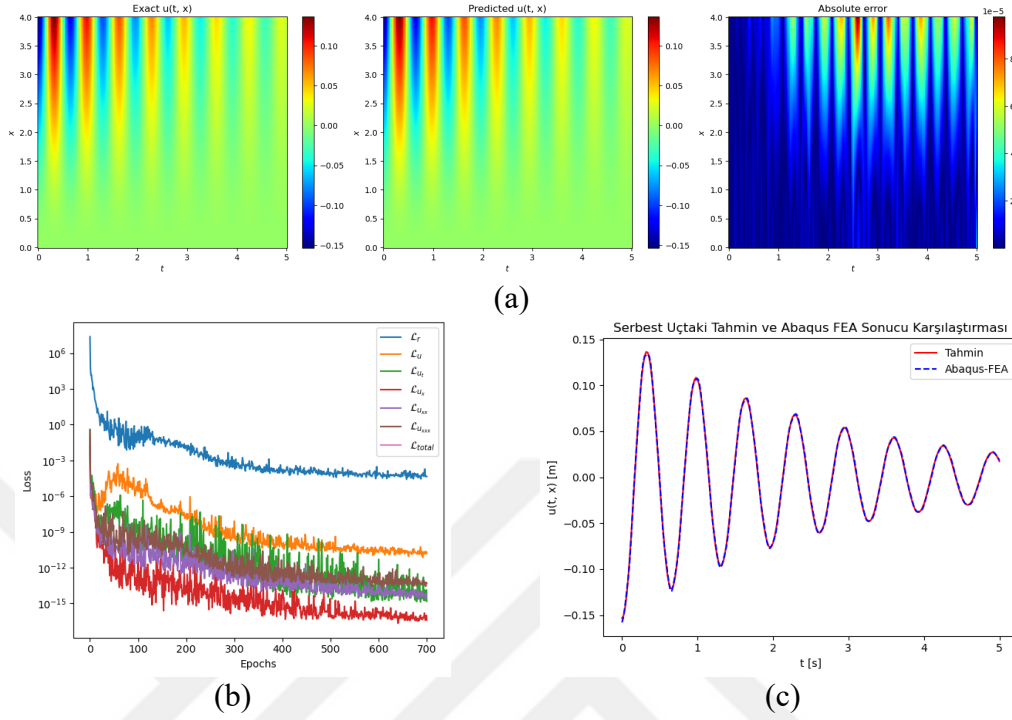
$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 4] \quad (3.12)$$

$$u(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(4, t) = \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(4, t) = 0, \quad t \in [0, 5]$$

Burada, sınır koşullarının tanımları ankastré kirişin sönümsüz durumundaki ile aynıdır. Sönümlü durum için hiper-parametreler Bölüm 3.3.2 ile benzerdir ve minimize edilmiş kayıp fonksiyonu Eşitlik 3.11'de verilmiştir.

Eğitim sonuçları 70000 epoktan sonra Şekil 3.22'de gösterilmiştir. Şekil 3.22'a da kesin ve tahmin edilen çözümler paylaşılmıştır ve aralarındaki L^2 hatası $7.20e - 4$ 'tür. Bu da göstermektedir ki sönümsüz durumdaki problemin spektral yanlılığı, sönümlü duruma göre daha düşüktür. Kayıp fonksiyonunun ilerlemesi 3.22'b'de paylaşılmaktadır. Kirişin serbest ucunda, PINN sonucu Şekil 3.22c'de gösterildiği gibi $1.64e - 3$ L^2 hatası ile FEA sonucu ile tatmin edici bir şekilde tutarlıdır. FEA

sonuçlarında sönümsüz durumdan farklı olarak $Alpha \left(\gamma = \frac{b}{\rho A} \right) = 0.708m/sn$ olarak verilmiştir.



Şekil 3.22: Ankastre kiriş sönümlü durum çözümü sonuçları: (a):Kesin çözüm ile tahmini çözümün karşılaştırılması. Bağlı L^2 hatası $7.20e - 4$ tür. (b): Farklı kayıp terimlerinden oluşan kayıp fonksiyonunun gelişimi. (c): Kirişin serbest ucundaki FEA ve tahmin sonuçları arasındaki karşılaştırma. Bağlı L^2 hatası $1.64e - 3$ tür.

3.3.5 Fizik-bilgili sinir ağı ile ters problem sonuçları

Bu bölümde, Eşitlik 2.3'te temsil edilen γ formundaki b sönümleme katsayısını belirlemek için sönümlü ankastre kiriş denkleminin ters problemi çözülmektedir. Problemin denklemi şu şekildedir,

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial u^2}{\partial t^2} + b \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (3.13)$$

Eğitim verisi seti, Çizelge 3.4'teki sönümlü parametreler kullanılarak Eşitlik 2.53'teki analitik çözümden sentetik olarak oluşturulur. $b = 5.0Ns/m$ keyfi olarak belirlenmiştir. Periyodik sınır koşulları varsayıldığında, başlangıç koşulları,

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x \in [0,4] \quad (3.14)$$

Ters problem, uzamsal-zamansal çok ölçekli Fourier özellik eşlemeli PINN modeli ile Eşitlik 3.16'daki ilgili kayıp fonksiyonu minimize edilerek eğitilir. Model yapısı,

zamansal koordinatlarda bir Fourier özelliğini ve uzamsal koordinatlarda iki Fourier özelliğini, diğer modellerle aynı şekilde 200 nörona sahip 4 gizli katmanla eşler.

$$\mathcal{L}(\theta) = \mathcal{L}_u(\theta) + \mathcal{L}_{f^u}(\theta) \quad (3.15)$$

$$\mathcal{L}(\theta) = \frac{1}{2N_u} \sum_{i=1}^{N_u} |u_\theta(t^i, x^i) - u^i|^2 + \frac{1}{2N_f} \sum_{i=1}^{N_f} |r_\theta(t_f^i, x_f^i)|^2 \quad (3.16)$$

Burada PDE'nin kalıntıları şunlardır

$$f_\theta = EI \frac{\partial^4 u_\theta}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial u_\theta^2}{\partial t^2} + b \frac{\partial u_\theta}{\partial t} \quad (3.17)$$

Yığın (batch) boyutları eğitim için $N_u = N_{f^u} = 3200$ noktada rastgele örneklenir.

$\frac{b}{\rho A} = 0.708 \text{ m/sn}$ değerine eşit olan γ , $\gamma = e^{\epsilon_1}$ üstel fonksiyonu ile parametrelendirilir ve ϵ_1 değeri -0.2 değerinden başlatılır.

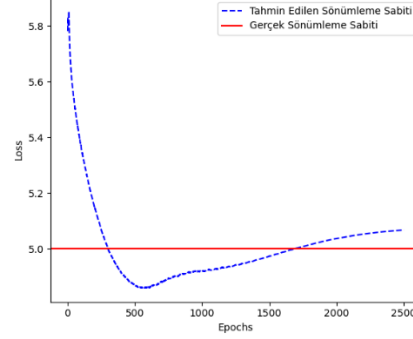
Şekil 3.23a'da b sönümlenme katsayısının evrimi görülebilir ve 250000 epoktan sonra kesin değere yakın olan 5.07 Ns/m olarak elde edilir. Kesin değer ile öğrenilen γ arasındaki bağıl L^2 hatası 1.41% 'dir. Tahmin edilen çözümün genel durumu Şekil 3.25b'de gösterilmiştir. Kesin çözüm ile tahmin edilen çözüm arasındaki L^2 hatası $6.35e - 2$ 'dir. Sonuçların kompakt bir formu Çizelge 3.5'te bulunabilir. Ters problem çözümünde bulunmak istenen değer başlangıç değeri eldeki PINN yapılarında önemlidir. Bu nedenle her başlangıç değerinden doğru sonuca ulaşılamamaktadır.

Çizelge 3.5: Kesin parametreler ile tahmin edilen parametrelerin kıyaslanması

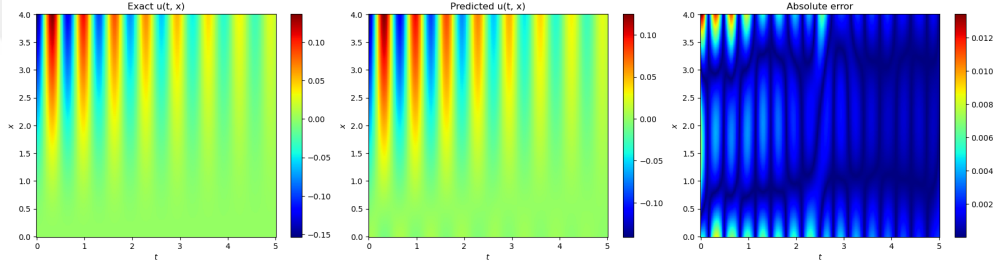
Parametre	Kesin Değer	Tahmin Değeri	Bağol L^2 Hatası
$b(\text{Ns/m})$	5.0	5.07	%1.41

Farklı yığın boyutlarının ters problemin çözümüne etkisi de araştırılmıştır. Araştırmada PINN eğitiminin gerçekleştirildiği bilgisayar Nvidia Geforce RTX 2080-TI ekran kartı, Intel Core i7-8700 CPU @ 3.20GHz işlemci ve 32GB RAM'e sahiptir. Mini-yığın boyutu 128 olarak seçilmiştir. Yığın boyutunun artışıyla birlikte, doğal olarak problemin çözüm süresi uzamaktadır. Bunun yanında yığın boyutu 3200'e ulaştığında, hem sönümlenme katsayısı hatası ve gerçek ile tahmin edilen çözüm arasındaki hata değerleri de sırasıyla 0.71% ve $7.45e - 2$ 'ye ulaşılmıştır.

Tahmin edilen sönümleme oranı ve hata birlikte en düşük kombinasyonu sağladığından, 3200 yığın boyutu ters problemin çözümü için yeterli görülmüştür. Sonuçlar Şekil 3.24'te paylaşılmıştır.



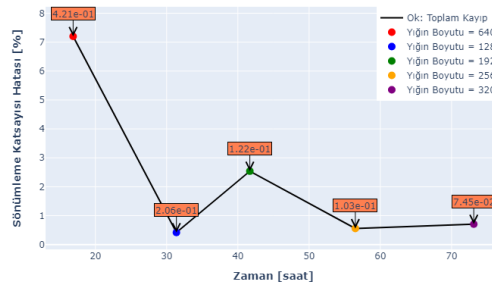
(a)



(b)

Şekil 3.23: Ankastre kiriş sönümlü durum ters problem çözümü sonuçları: (a): b sönümleme katsayısının değişimi (b): Kesin çözümün ve b belirlendikten sonra tahmin edilen çözümün karşılaştırılması. Bağlı L^2 hatası $6.35e - 2$ 'dir.

Yığın boyutlarının ters problem çözümüne etkisi.

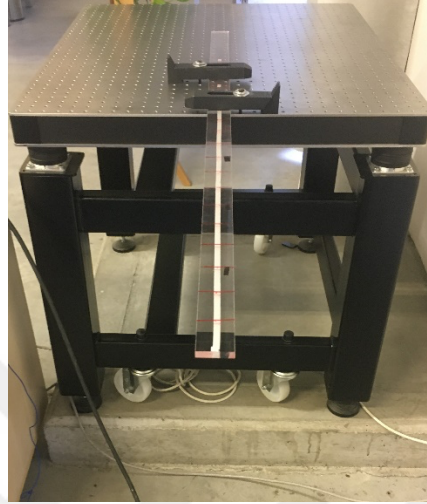


Şekil 3.24: Yığın boyutunun ters problem çözümüne etkisi

3.4 Deney Verileri Kullanılarak Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde Çizelge 3.1'de sistem parametreleri paylaşılan ve Şekil 3.25'te gösterilen ankastre kiriş sistemi üzerinden toplanan veriler kullanılarak PINN eğitimi

gerçekleştirilmiş, PINN tahminleri kullanılarak da sisteme ait sönümlenme oranı modalfit yöntemi ile FRF değerinden elde edilmiş ve gerçek sönümlenme oranı ile karşılaştırılmıştır. Lazer titreşim ölçer ile toplanan verilerin eğitim sonucuna etkisinin incelenmesi için deney düzeneğine ait sentetik olarak oluşturulan verilerle PINN eğitimleri tekrarlanmıştır.



Şekil 3.25: Pleksiglas ankastre kiriş

Deneyde kullanılan ankastre kirişe ait denklemin başlangıç koşulları ve sınır koşulları Eşitlik 3.18’de’de görülebilmektedir.

$$4.17^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x, t) + \frac{\partial u^2}{\partial t^2}(x, t) + 1.90 \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 0$$

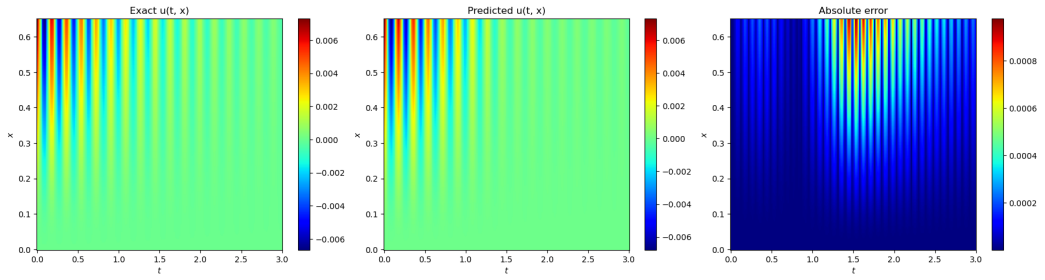
$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 0.65] \quad (3.18)$$

$$u(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0.65, t) = \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(0.65, t) = 0, \quad t \in [0, 3]$$

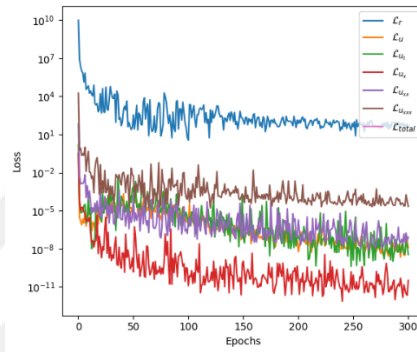
Sentetik ve deney verileri kullanılarak yapılan çalışmalarda PINN'e ait hiperparametreler Bölüm 3.1'de paylaşılmıştır. PINN'ler Eşitlik 3.11'deki kayıp fonksiyonunun minimize edilmesi ile eğitilmiştir. Eğitimler sırasında yığın boyutları $N_u = N_{u_t} = N_{u_x} = N_{u_{xx}} = N_{u_{xxx}} = N_{u_f} = 960$ olacak şekilde seçilmiştir.

Şekil 3.26'da paylaşılan sentetik deney verileri ile yapılmış eğitimin sonuçları incelendiğinde, Şekil 3.26a'daki gerçek değerler ile tahmin edilen değerler arasındaki

L^2 hatası 30000 epok sonrası $1.64e - 1$ olarak bulunmuştur. Kayıp fonksiyonunun değişimi Şekil 3.26b'de görülebilmektedir.



(a)



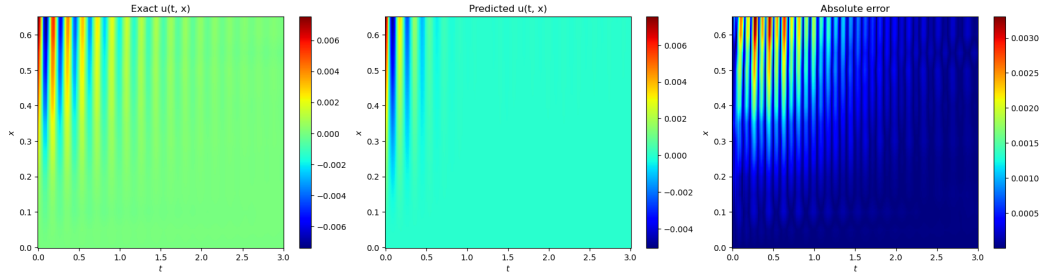
(b)

Şekil 3.26: Sentetik veri sonuçları: s(a): Kesin çözüm ile tahmini çözümün karşılaştırılması. Bağlı L^2 hatası $1.64e - 1$ 'dir. (b): Farklı kayıp terimlerinden oluşan kayıp fonksiyonunun gelişimi.

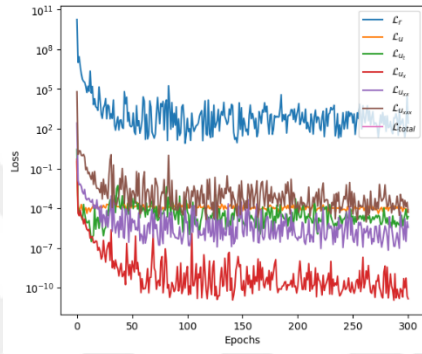
Deney düzeneği üzerinden toplanan verilerle yapılan eğitimin sonuçları Şekil 3.27'de paylaşılmıştır. Şekil 3.27a'da görülen gerçek sonuçlar ile tahmin sonuçları karşılaştırıldığında 30000 epok sonrası L^2 hatası $5.84e - 1$ olarak bulunmuştur. Kayıp fonksiyonunun değişimi Şekil 3.27b'de görülebilmektedir.

Deney verisi, sentetik veri ve bu veriler kullanılarak gerçekleştirilen PINN eğitimleri sonuçlarından elde edilen tahmin verilerine ait FRF grafiği Şekil 3.28'de paylaşılmıştır. Çizelge 3.6'da ise bu sistemlere ait doğal frekans ve sönümlenme oranı bilgilerine erişilebilir. Elde edilen sonuçlara bakıldığında, tüm sistemlere ait FRF sonuçlarında, deney verisine ait doğal frekansa yakın frekans sonuçları elde edilmiştir. PINN tahminlerine ait genlikler, eğitim sonucu hataları ile orantılı olarak, deney verisinden ve sentetik veriden daha düşüktür. Sentetik veri ve sentetik veri kullanılarak yapılan PINN eğitimi arasındaki hata $1.64e - 1$ olduğundan, sönümlenme sabiti tahminleri de birbirine yakındır. Ancak deney verisi kullanılarak

yapılan çalışmada, PINN hatası $5.84e - 1$ daha yüksek olduğundan sönümlenme sabiti tahminleri arasında fark oluşmaktadır.

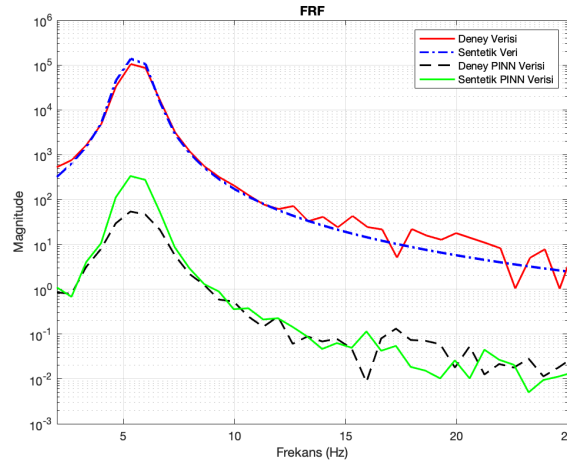


(a)



(b)

Şekil 3.27: Deneysel sonuçları: (a): Kesin çözüm ile tahmini çözümün karşılaştırılması. Bağlı L^2 hatası $5.84e - 1$ 'dir. (b): Farklı kayıp terimlerinden oluşan kayıp fonksiyonunun gelişimi.



Şekil 3.28: Deneysel verisi, sentetik veri ve PINN çözümlerine ait FRF grafikleri

Çizelge 3.6: Deney verisi, sentetik veri ve PINN çözümlerine ait karşılaştırma tablosu

	$W_n(Hz)$	Sönümlenme Oranı (ζ)
Deney	5.56	0.0418
Sentetik (Analitik)	5.52	0.0275
Deney PINN Çözümü	5.61	0.101
Sentetik (Analitik) PINN Çözümü	5.54	0.0295



4. SONUÇ

Yapısal parçaların dinamik modellemelerinde fiziki deneyler ve FEM uzun zamandır kullanılmaktadır. Gerçek sonuçlara ulaşabilmek; deneylerde toplanan verilerin sayısına ve niteliğine göre, yapısal analiz programlarında ise parçanın kompleksliğine, mesh detayına ya da nod sayısına göre değişmektedir. Bunun sonucunda, çözüm sürelerinde ve maliyetlerinde artış meydana gelmektedir. DT konseptinde, fiziksel parçanın sanal ikizinin oluşturulması aşamasında da zamanın ve maliyetin dikkate alınması gerekir. DT'lerde PINN'in kullanımı, modelin doğası gereği barındırdığı fizik bilgisi ile daha az veri kullanarak daha kısa sürelerde yüksek doğruluklu bir ikiz oluşturulmasında alternatif olma yolunda bir adaydır.

Bu yüksek lisans tezi kapsamında, DT çatıyapısı altında yapısal kirişlerin fizik bilgisi sinir ağları ile dinamik modellenmesi yöntemi önerilmiştir. Analitik çözümler kullanılarak, farklı kiriş tiplerine ait sentetik veriler üretilmiştir. Bu veriler önerilen PINN modeline girdi olarak verilerek, yöntemin yapısal kiriş problemlerini çözme kabiliyetleri incelenmiştir. Çizelge 4.1'de gösterildiği üzere, yaptığımız çalışmada diğerlerinden farklı olarak, zaman ve konum uzayında beraber çalışılmış dördüncü dereceden bir PDE ile ileri ve ters problemler çözümlenmiştir. Ayrıca sentetik verilerin yanında, yapılan deneyden toplanan gerçek veriler de kullanılarak PINN'in gerçek verilerle problem çözme ve sistem parametrelerini tahminleme etkinliği gösterilmiştir. Yapılan çalışmalardan aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

Çizelge 4.1: Titreşim ve sistem modellemesi alanında yapılmış PINN çalışmaları

	Makale	Problem Türü	Veri Kaynağı	PINN Yapısı	Problem Denklemleri	Çözüm Uzayı	Frekans	Hata	Katkı
1	[73] (2020)	İleri ve Ters	Sentetik	RNN + PINN	2-DOF kütle-yay-damper denklemi (ODE)	Zaman + Konum	N/A	9.20e-2 - 7.50e-1	RNN yapısı ile oluşturulmuş PINN modelinde ODE'lerin nasıl kullanılabileceği gösterilmiştir.
2	[74] (2022)	Ters	Sentetik ve Deneysel	PINN + ODE	4-DOF kütle-yay-damper denklemi (ODE)	Zaman + Konum	N/A	N/A	Dinamik sistemler için geliştirilmiş bu PINN-ODE modeli, ODE kullanarak dinamik sistem parametrelerinin tahmin edilebileceğini göstermektedir.
3	[77] (2022)	İleri ve Ters	Sentetik	TL + PINN	2. dereceden Navier-Stokes (PDE) 1-DOF kütle-yay-damper denklemi (ODE)	Zaman + Konum	N/A	2.48e-3 - 5.60e-2	TL ile geliştirilmiş geleneksel PINN yapısı ile model eğitim için gerekli veri sayısı hata oranı değiştirilmeden düşürülmüştür.
4	[76] (2022)	İleri ve Ters	Sentetik	PINN + ELM	4. Dereceden statik/dinamik kabuk denklemi (PDE)	Konum	3kHz	1.50e-5 - 1.46e-2	ELM yapısı ile güçlendirilmiş PINN geliştirilerek plakalarda ve kabuk-tipi yapılarda doğrusal elastisite problemi çözülmüştür.
5	[78] (2022)	İleri ve Ters	Sentetik	PINN	4. dereceden elastik bir temel üzerine oturan TDFG gözenekli kiriş denklemi (PDE)	Konum	4.5 Hz	2.00e-4 - 9.50e-3	Geleneksel PINN yapısının elastik temele oturan TDFG gözenekli kirişlerde farklı sınır koşulları için eğilme ve frekans tahmini yapabildiği gösterilmiştir.
6	Bizim Çalışmamız (2022)	İleri ve Ters	Sentetik ve Deneysel	Multi-Scale Fourier Feature PINN	4. dereceden Euler-Bernoulli kiriş denklemi (PDE)	Zaman + Konum	20.5 Hz	3.07e-5 - 5.84e-1	Çok ölçekli Fourier özellik eşlemesi ve NTK teorisinin kullanıldığı PINN yapısı ile yüksek frekanslı kiriş denklemlerinin çözülebileceği ve sistem parametrelerinin tespit edilebileceği gösterilmiştir.

- Literatürde paylaşılan geleneksel PINN yapısı, yüksek metrebeden doğrusal olmayan ve yüksek frekanslara sahip PDE'lerin çözümlerinde yeterli olamamaktadır. Yapısal kiriş problemleri de bu sınıfa örnektir ve bu nedenle kısmen yüksek frekanslarda ve katı PDE'lerde çözüm yapabilen Fourier özellik eşlemeli PINN yapısı tercih edilmiştir.
- Problemlerin sönümlü ve sönümsüz durumlarındaki tahmin hataları, problemin frekansından ve şeklinden doğrudan etkilenmektedir.
- Literatürdeki problemlerde PINN yapılarında mini-yığınlar yerine yığınlar kullanılmaktadır. Mini-yığınlar kullanıldığında tahmin performansının arttığı yapılan karşılaştırmalar sonucu görülmüştür.
- Kullanılan PINN modeli 20 Hz civarındaki ileri problemleri çözebilmektedir. Daha yüksek frekanslı problemlerin çözümünde zorlanılmakta, aynı veri sayısı ile hatalar düşürülememektedir.
- Model eğitimleri sırasında tahmin edilecek değerin mertebesi $O(10^{-2})$ 'nin altına indiğinde, modelin öğrenmede zorluk yaşadığı tespit edilmiştir. Bu nedenle tahmin edilecek sonuçlar normalize edilerek eğitime sokulmalıdır.
- Deney düzeneğinden toplanan verilerle yapılan çalışmada, sentetik verilerle yapılan çalışmalar kadar iyi olmasa da PINN yönteminin düşük veri yığınlarında uygun verilerle DToluşturabilme potansiyeli vardır. Ancak her problem için ileri ve geri çözümlerde genellenebilir bir PINN yapısı ihtiyacı devam etmektedir.
- İleri problem çözümü üstünden sönümleme oranının doğru tahmin edilmesinde PINN çözümü doğrudan etkilidir.

KAYNAKLAR

- [1] **Lovely Sabat and Chinmay Kumar Kundu.** History of finite element method: a review. Recent Developments in Sustainable Infrastructure: Select Proceedings of ICRDSI 2019, pages 395–404, 2020.
- [2] **TG Ritto and FA Rochinha.** Digital twin, physics-based model, and machine learning applied to damage detection in structures. Mechanical Systems and Signal Processing, 155:107614, 2021.
- [3] **Konstantinos Prantikos, Lefteri H Tsoukalas, and Alexander Heifetz.** Physics- informed neural network solution of point kinetics equations for a nuclear reactor digital twin. Energies, 15(20):7697, 2022.
- [4] **Rohan Basu Roy, Debasish Mishra, Surjya K Pal, Tapas Chakravarty, Satanik Panda, M Girish Chandra, Arpan Pal, Prateep Misra, Debashish Chakravarty, and Sudip Misra.** Digital twin: current scenario and a case study on a manufacturing process. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 107:3691–3714, 2020.
- [5] **Maria Pia Ciano, Rossella Pozzi, Tommaso Rossi, and Fernanda Strozzi.** Digital twin-enabled smart industrial systems: a bibliometric review. International journal of computer integrated manufacturing, 34(7-8):690–708, 2021.
- [6] **Michael Grieves.** Digital twin: manufacturing excellence through virtual factory replication. White paper, 1(2014):1–7, 2014.
- [7] **Kaset Panetta.** Gartners top 10 technology trends 2017, Oct 2016.
- [8] **Christy Pettey.** Gartner identifies the top 10 strategic technology trends for 2018, Oct 2017.
- [9] **Jennifer Garfinkel.** Gartners top 10 technology trends 2017, Oct 2018.
- [10] **Zheng Liu, Norbert Meyendorf, and Nezhir Mrad.** The role of data fusion in predictive maintenance using digital twin. In AIP conference proceedings, volume 1949. AIP Publishing, 2018.
- [11] **Edward Glaessgen and David Stargel.** The digital twin paradigm for future nasa and us air force vehicles. In 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference 20th AIAA/ASME/AHS adaptive structures conference 14th AIAA, page 1818, 2012.

- [12] **Qinglin Qi, Fei Tao, Tianliang Hu, Nabil Anwer, Ang Liu, Yongli Wei, Lihui Wang, and AYC Nee.** Enabling technologies and tools for digital twin. *Journal of Manufacturing Systems*, 58:3–21, 2021.
- [13] **Barbara Rita Barricelli, Elena Casiraghi, and Daniela Fogli.** A survey on digital twin: Definitions, characteristics, applications, and design implications. *IEEE access*, 7:167653–167671, 2019.
- [14] **Benjamin Schleich, Nabil Anwer, Luc Mathieu, and Sandro Wartzack.** Shaping the digital twin for design and production engineering. *CIRP annals*, 66(1):141–144, 2017.
- [15] **Fei Tao, Meng Zhang, Yushan Liu, and Andrew YC Nee.** Digital twin driven prognostics and health management for complex equipment. *Cirp Annals*, 67(1):169–172, 2018.
- [16] **M Mazhar Rathore, Syed Attique Shah, Dharendra Shukla, Elmahdi Bentafat, and Spiridon Bakiras.** The role of ai, machine learning, and big data in digital twinning: A systematic literature review, challenges, and opportunities. *IEEE Access*, 9:32030–32052, 2021.
- [17] **Enxhi Ferko, Alessio Bucaioni, Patrizio Pelliccione, and Moris Behnam.** Standardisation in digital twin architectures in manufacturing. In *2023 IEEE 20th International Conference on Software Architecture (ICSA)*, pages 70–81. IEEE, 2023.
- [18] **Automation systems and integration — digital twin framework for manufacturing — part 1: Overview and general principles.** Standard ISO 23247-1:2021, International Organization for Standardization, Geneva, CH, 2021.
- [19] **Industrial automation systems and integration — product data representation and exchange — part 242: Application protocol: Managed model-based 3d engineering.** Standard ISO 10303-242:2022, International Organization for Standardization, Geneva, CH, 2022.
- [20] **MTConnect standard.** Standard MTConnect 2.1, The Association for Manufacturing Technology, Virginia, USA, 2023.
- [21] **OPC Foundation.** The OPC Unified Architecture (UA) <https://opcfoundation.org/about/opc-technologies/opc-ua/>, 2023.
- [22] **Aidan Fuller, Zhong Fan, Charles Day, and Chris Barlow.** Digital twin: Enabling technologies, challenges and open research. *IEEE access*, 8:108952–108971, 2020.

- [23] **Yu G Kabaldin, DA Shatagin, MS Anosov, PV Kolchin, and AM Kuz'mishina.** Cnc machine tools and digital twins. *Russian Engineering Research*, 39:637–644, 2019.
- [24] **Fei Tao, Bin Xiao, Qinglin Qi, Jiangfeng Cheng, and Ping Ji.** Digital twin modeling. *Journal of Manufacturing Systems*, 64:372–389, 2022.
- [25] **Fei Tao, Meng Zhang, and Andrew Yeh Chris Nee.** Digital twin driven smart manufacturing. Academic press, 2019.
- [26] **Kendrik Yan Hong Lim, Pai Zheng, and Chun-Hsien Chen.** A state-of-the-art survey of digital twin: techniques, engineering product lifecycle management and business innovation perspectives. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 31:1313–1337, 2020.
- [27] **Mengnan Liu, Shuiliang Fang, Huiyue Dong, and Cunzhi Xu.** Review of digital twin about concepts, technologies, and industrial applications. *Journal of Manufacturing Systems*, 58:346–361, 2021.
- [28] **He Zhang, Qinglin Qi, and Fei Tao.** A multi-scale modeling method for digital twin shop-floor. *Journal of Manufacturing Systems*, 62:417–428, 2022.
- [29] **He Zhang, Qinglin Qi, and Fei Tao.** A consistency evaluation method for digital twin models. *Journal of Manufacturing Systems*, 65:158–168, 2022.
- [30] **Sebastian Richard Newrzella, David W Franklin, and Sultan Haider.** Three-dimension digital twin reference architecture model for functionality, dependability, and life cycle development across industries. *IEEE Access*, 10:95390–95410, 2022.
- [31] **Müge Kahya, Cem Söyleyici, Mete Bakır, and Hakkı Özgür Ünver.** A digital twin framework for mechanical testing powered by machine learning. In *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, volume 86656, page V003T04A008. American Society of Mechanical Engineers, 2022.
- [32] **Ke Feng, JC Ji, Yongchao Zhang, Qing Ni, Zheng Liu, and Michael Beer.** Digital twin-driven intelligent assessment of gear surface degradation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 186:109896, 2023.
- [33] **Shukri Afazov and Daniele Scrimieri.** Chatter model for enabling a digital twin in machining. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 110:2439–2444, 2020.

- [34] **Weichao Luo, Tianliang Hu, Yingxin Ye, Chengrui Zhang, and Yongli Wei.** A hybrid predictive maintenance approach for cnc machine tool driven by digital twin. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 65:101974, 2020.
- [35] **Yutong Wang, Yansong Cao, and Fei-Yue Wang.** Anomaly detection in digital twin model. In *2021 IEEE 1st International Conference on Digital Twins and Parallel Intelligence (DTPI)*, pages 208–211. IEEE, 2021.
- [36] **Raffaele Abbate, Mario Caterino, Marcello Fera, and Francesco Caputo.** Maintenance digital twin using vibration data. *Procedia Computer Science*, 200:546– 555, 2022.
- [37] **Eric J Tuegel, Anthony R Ingraffea, Thomas G Eason, S Michael Spottswood, et al.** Reengineering aircraft structural life prediction using a digital twin. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2011, 2011.
- [38] **Banavara R Seshadri and Thiagarajan Krishnamurthy.** Structural health management of damaged aircraft structures using digital twin concept. In *25th aiaa/ahs adaptive structures conference*, page 1675, 2017.
- [39] **Yumei Ye, Qiang Yang, Fan Yang, Yanyan Huo, and Songhe Meng.** Digital twin for the structural health management of reusable spacecraft: a case study. *Engineering Fracture Mechanics*, 234:107076, 2020.
- [40] **Stefan Mihai, Mahnoor Yaqoob, Dang V Hung, William Davis, Praveer Towakel, Mohsin Raza, Mehmet Karamanoglu, Balbir Barn, Dattaprasad Shetve, Raja V Prasad, et al.** Digital twins: A survey on enabling technologies, challenges, trends and future prospects. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2022.
- [41] **Hung V Dang, Mallik Tatipamula, and Huan X Nguyen.** Cloud-based digital twinning for structural health monitoring using deep learning. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 18(6):3820–3830, 2021.
- [42] **CK Lo, CH Chen, and Ray Y Zhong.** A review of digital twin in product design and development. *Advanced Engineering Informatics*, 48:101297, 2021.
- [43] **Ahmed Ktari and Mohamed El Mansori.** Digital twin of functional gating system in 3d printed molds for sand casting using a neural network. *Journal of Intelligent Manufacturing*, pages 1–13, 2022.

- [44] **Siqi Li, Junfeng Wang, Jin Rong, and Wei Wei.** A digital twin framework for product to-be-designed analysis based on operation data. *Procedia CIRP*, 109:179–184, 2022.
- [45] **Adam Thelen, Xiaoge Zhang, Olga Fink, Yan Lu, Sayan Ghosh, Byeng D Youn, Michael D Todd, Sankaran Mahadevan, Chao Hu, and Zhen Hu.** A comprehensive review of digital twin—part 1: modeling and twinning enabling technologies. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 65(12):354, 2022.
- [46] **Yang Fu, Gang Zhu, Mingliang Zhu, and Fuzhen Xuan.** Digital twin for integration of design-manufacturing-maintenance: an overview. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 35(1):80, 2022.
- [47] **Rui Zhang, Fang Wang, Jun Cai, Yan Wang, Hongfei Guo, and Jingsha Zheng.** Digital twin and its applications: A survey. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 123(11-12):4123–4136, 2022.
- [48] **Xiaoyao Xu, Guowen Wang, Han Yan, Laibin Zhang, and Xuefeng Yao.** Deep learning-enhanced digital twinning of complex composite structures and realtime mechanical interaction. *Composites Science and Technology*, 241:110139, 2023.
- [49] **TAO Fei, SUN Xuemin, Jiangfeng CHENG, ZHU Yonghuai, LIU Weiran, WANG Yong, XU Hui, HU Tianliang, LIU Xiaojun, LIU Tingyu, et al.** maketwin: A reference architecture for digital twin software platform. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2023.
- [50] **Patrick Haynes and Sheng Yang.** Supersystem digital twin-driven framework for new product conceptual design. *Advanced Engineering Informatics*, 58:102149, 2023.
- [51] **Maziar Raissi, Paris Perdikaris, and George E Karniadakis.** Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational physics*, 378:686–707, 2019.
- [52] **George Em Karniadakis, Ioannis G Kevrekidis, Lu Lu, Paris Perdikaris, Sifan Wang, and Liu Yang.** Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*, 3(6):422–440, 2021.
- [53] **Ameya D Jagtap, Kenji Kawaguchi, and George Em Karniadakis.** Adaptive activation functions accelerate convergence in deep and physics-informed neural networks. *Journal of Computational Physics*, 404:109136, 2020.

- [54] **Yuan Cao, Zhiying Fang, Yue Wu, Ding-Xuan Zhou, and Quanquan Gu.** Towards understanding the spectral bias of deep learning. arXiv preprint ar- Xiv:1912.01198, 2019.
- [55] **Nasim Rahaman, Aristide Baratin, Devansh Arpit, Felix Draxler, Min Lin, Fred Hamprecht, Yoshua Bengio, and Aaron Courville.** On the spectral bias of neural networks. In International Conference on Machine Learning, pages 5301–5310. PMLR, 2019.
- [56] **Sifan Wang, Yujun Teng, and Paris Perdikaris.** Understanding and mitigating gradient flow pathologies in physics-informed neural networks. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 43(5):A3055–A3081, 2021.
- [57] **Sifan Wang, Xinling Yu, and Paris Perdikaris.** When and why pinns fail to train: A neural tangent kernel perspective. *Journal of Computational Physics*, 449:110768, 2022.
- [58] **Sifan Wang, Hanwen Wang, and Paris Perdikaris.** On the eigenvector bias of fourier feature networks: From regression to solving multi-scale pdes with physics-informed neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 384:113938, 2021.
- [59] **Zhiping Mao, Ameya D Jagtap, and George Em Karniadakis.** Physics-informed neural networks for high-speed flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 360:112789, 2020.
- [60] **Ehsan Kharazmi, Zhongqiang Zhang, and George Em Karniadakis.** Variational physics-informed neural networks for solving partial differential equations. ar- Xiv preprint arXiv:1912.00873, 2019.
- [61] **Ehsan Kharazmi, Zhongqiang Zhang, and George Em Karniadakis.** hp-vpinns: Variational physics-informed neural networks with domain decomposition. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 374:113547, 2021.
- [62] **Souvik Chakraborty.** Transfer learning based multi-fidelity physics informed deep neural network. *Journal of Computational Physics*, 426:109942, 2021.
- [63] **Michael Penwarden, Shandian Zhe, Akil Narayan, and Robert M Kirby.** Multifidelity modeling for physics-informed neural networks (pinns). *Journal of Computational Physics*, 451:110844, 2022.
- [64] **Xuhui Meng, Zhen Li, Dongkun Zhang, and George Em Karniadakis.** Ppinn: Parareal physics-informed neural network for time-dependent

- pdes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 370:113250, 2020.
- [65] **Chenxi Wu, Min Zhu, Qinyang Tan, Yadhu Kartha, and Lu Lu.** A comprehensive study of non-adaptive and residual-based adaptive sampling for physicsinformed neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 403:115671, 2023.
- [66] **Levi D McClenny and Ulisses M Braga-Neto.** Self-adaptive physics-informed neural networks. *Journal of Computational Physics*, 474:111722, 2023.
- [67] **Kejun Tang, XiaoliangWan, and Chao Yang.** Das-pinns: A deep adaptive sampling method for solving high-dimensional partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 476:111868, 2023.
- [68] **Yan Gu, Chuanzeng Zhang, and Mikhail V Golub.** Physics-informed neural networks for analysis of 2d thin-walled structures. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 145:161–172, 2022.
- [69] **Maziyar Bazmara, Mohammad Silani, Mohammad Mianroodi, et al.** Physicsinformed neural networks for nonlinear bending of 3d functionally graded beam. In *Structures*, volume 49, pages 152–162. Elsevier, 2023.
- [70] **Chen Xu, Ba Trung Cao, Yong Yuan, and Günther Meschke.** Transfer learning based physics-informed neural networks for solving inverse problems in engineering structures under different loading scenarios. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 405:115852, 2023.
- [71] **Jinshuai Bai, Timon Rabczuk, Ashish Gupta, Laith Alzubaidi, and Yuantong Gu.** A physics-informed neural network technique based on a modified loss function for computational 2d and 3d solid mechanics. *Computational Mechanics*, 71(3):543–562, 2023.
- [72] **Kevin Linka, Amelie Schäfer, Xuhui Meng, Zongren Zou, George Em Karniadakis, and Ellen Kuhl.** Bayesian physics informed neural networks for realworld nonlinear dynamical systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 402:115346, 2022.
- [73] **Renato G Nascimento, Kajetan Fricke, and Felipe AC Viana.** A tutorial on solving ordinary differential equations using python and hybrid physics-informed neural network. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 96:103996, 2020.

- [74] **Zhilu Lai, Charilaos Mylonas, Satish Nagarajaiah, and Eleni Chatzi.** Structural identification with physics-informed neural ordinary differential equations. *Journal of Sound and Vibration*, 508:116196, 2021.
- [75] **Sheng Shen, Hao Lu, Mohammadkazem Sadoughi, Chao Hu, Venkat Nemani, Adam Thelen, Keith Webster, Matthew Darr, Jeff Sidon, and Shawn Kenny.** A physics-informed deep learning approach for bearing fault detection. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 103:104295, 2021.
- [76] **CA Yan, R Vescovini, and L Dozio.** A framework based on physics-informed neural networks and extreme learning for the analysis of composite structures. *Computers & Structures*, 265:106761, 2022.
- [77] **Hesheng Tang, Yangyang Liao, Hu Yang, and Liyu Xie.** A transfer learning physics informed neural network (tl-pinn) for vortex-induced vibration. *Ocean Engineering*, 266:113101, 2022.
- [78] **Ali Fallah and Mohammad Mohammadi Aghdam.** Physics-informed neural network for bending and free vibration analysis of three-dimensional functionally graded porous beam resting on elastic foundation. *Engineering with Computers*, pages 1–18, 2023.
- [79] **Alexandre M Tartakovsky, Carlos Ortiz Marrero, Paris Perdikaris, Guzel D Tartakovsky, and David Barajas-Solano.** Learning parameters and constitutive relationships with physics informed deep neural networks. arXiv preprint ar- Xiv:1808.03398, 2018.
- [80] **Yibo Yang and Paris Perdikaris.** Adversarial uncertainty quantification in physics-informed neural networks. *Journal of Computational Physics*, 394:136– 152, 2019.
- [81] **Guofei Pang, Lu Lu, and George Em Karniadakis.** fpinns: Fractional physics-informed neural networks. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 41(4):A2603–A2626, 2019.
- [82] **Ameya D Jagtap, Ehsan Kharazmi, and George Em Karniadakis.** Conservative physics-informed neural networks on discrete domains for conservation laws: Applications to forward and inverse problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 365:113028, 2020.
- [83] **Shengze Cai, Zhicheng Wang, Sifan Wang, Paris Perdikaris, and George Em Karniadakis.** Physics-informed neural networks for heat transfer problems. *Journal of Heat Transfer*, 143(6), 2021.

- [84] **Xiao-Cheng Zhang, Jian-Guo Gong, and Fu-Zhen Xuan.** A physics-informed neural network for creep-fatigue life prediction of components at elevated temperatures. *Engineering Fracture Mechanics*, 258:108130, 2021.
- [85] **Shengze Cai, Zhiping Mao, Zhicheng Wang, Minglang Yin, and George Em Karniadakis.** Physics-informed neural networks (pinns) for fluid mechanics: A review. *Acta Mechanica Sinica*, 37(12):1727–1738, 2021.
- [86] **Jeremy Yu, Lu Lu, Xuhui Meng, and George Em Karniadakis.** Gradientenhanced physics-informed neural networks for forward and inverse pde problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 393:114823, 2022.
- [87] **Jared O’Leary, Joel A Paulson, and Ali Mesbah.** Stochastic physics-informed neural ordinary differential equations. *Journal of Computational Physics*, 468:111466, 2022.
- [88] **Wing Tat Leung, Guang Lin, and Zecheng Zhang.** Nh-pinn: Neural homogenization-based physics-informed neural network for multiscale problems. *Journal of Computational Physics*, 470:111539, 2022.
- [89] **Jun Sur Richard Park and Xueyu Zhu.** Physics-informed neural networks for learning the homogenized coefficients of multiscale elliptic equations. *Journal of Computational Physics*, 467:111420, 2022.
- [90] **Ali Kashefi and Tapan Mukerji.** Physics-informed pointnet: A deep learning solver for steady-state incompressible flows and thermal fields on multiple sets of irregular geometries. *arXiv preprint arXiv:2202.05476*, 2022.
- [91] **Mingyuan Yang and John T Foster.** Multi-output physics-informed neural networks for forward and inverse pde problems with uncertainties. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, page 115041, 2022.
- [92] **Pai Peng, Jiangong Pan, Hui Xu, and Xinlong Feng.** Rpinns: Rectified-physics informed neural networks for solving stationary partial differential equations. *Computers & Fluids*, 245:105583, 2022.
- [93] **Yao Huang, Wenrui Hao, and Guang Lin.** Hompinns: Homotopy physicsinformed neural networks for learning multiple solutions of nonlinear elliptic differential equations. *Computers & Mathematics with Applications*, 121:62– 73, 2022.

- [94] **Zixue Xiang, Wei Peng, Xu Liu, and Wen Yao.** Self-adaptive loss balanced physics-informed neural networks. *Neurocomputing*, 496:11–34, 2022.
- [95] **Jiaheng Li, Junchao Chen, and Biao Li.** Gradient-optimized physics-informed neural networks (gopinns): a deep learning method for solving the complex modified kdv equation. *Nonlinear Dynamics*, 107(1):781–792, 2022.
- [96] **Guang Lin, Yating Wang, and Zecheng Zhang.** Multi-variance replica exchange sgcmc for inverse and forward problems via bayesian pinn. *Journal of Computational Physics*, 460:111173, 2022.
- [97] **Dong Chen, Yazhi Li, Ke Liu, and Yi Li.** A physics-informed neural network approach to fatigue life prediction using small quantity of samples. *International Journal of Fatigue*, 166:107270, 2023.
- [98] **Taotao Zhou, Shan Jiang, Te Han, Shun-Peng Zhu, and Yinan Cai.** A physically consistent framework for fatigue life prediction using probabilistic physicsinformed neural network. *International Journal of Fatigue*, 166:107234, 2023.
- [99] **Qian Fang, Xuankang Mou, and Shibei Li.** A physics-informed neural network based on mixed data sampling for solving modified diffusion equations. *Scientific Reports*, 13(1):2491, 2023.
- [100] **Yang Liu, Wen Liu, Xunshi Yan, Shuaiqi Guo, and Chen-an Zhang.** Adaptive transfer learning for pinn. *Journal of Computational Physics*, page 112291, 2023.
- [101] **Siping Tang, Xinlong Feng, Wei Wu, and Hui Xu.** Physics-informed neural networks combined with polynomial interpolation to solve nonlinear partial differential equations. *Computers & Mathematics with Applications*, 132:48–62, 2023.
- [102] **Arthur Jacot, Franck Gabriel, and Clément Hongler.** Neural tangent kernel: Convergence and generalization in neural networks. *Advances in neural information processing systems*, 31, 2018.
- [103] **Matthew Tancik, Pratul Srinivasan, Ben Mildenhall, Sara Fridovich-Keil, Nithin Raghavan, Utkarsh Singhal, Ravi Ramamoorthi, Jonathan Barron, and Ren Ng.** Fourier features let networks learn high frequency functions in low dimensional domains. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 33:7537–7547, 2020.
- [104] **Singiresu S Rao.** *Vibration of continuous systems*. John Wiley & Sons, 2019.

- [105] **S Floyd.** Free and forced vibrations of cantilever beams with viscous damping. NASA Technical Note, National Aeronautics and Space Administration, Washington DC, 1965.
- [106] **Adam Paszke, Sam Gross, Francisco Massa, Adam Lerer, James Bradbury, Gregory Chanan, Trevor Killeen, Zeming Lin, Natalia Gimelshein, Luca Antiga, et al.** Pytorch: An imperative style, high-performance deep learning library. Advances in neural information processing systems, 32, 2019.





