

**TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**RASSAL KAYNAK GEREKSİNİMLİ PARALEL PROJE ÇİZELGELEME VE  
İNSAN KAYNAĞI ATAMA PROBLEMİ İÇİN KAYNAK MALİYET  
MİNİMİZASYONU MODELİ GELİŞTİRİLMESİ VE ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**Ekin TANIR**

**Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kadir ERTOĞRAL**

**NİSAN 2023**



## **TEZ BİLDİRİMİ**

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, alıntı yapılan kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, referansların tam olarak belirtildiğini ve ayrıca bu tezin TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Ekin TANIR





## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### RASSAL KAYNAK GEREKSİNİMLİ PARALEL PROJE ÇİZELGELEME VE İNSAN KAYNAĞI ATAMA PROBLEMİ İÇİN KAYNAK MALİYET MİNİMİZASYONU MODELİ GELİŞTİRİLMESİ VE ANALİZİ

Ekin TANIR

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kadir ERTOĞRAL

Tarih: Nisan 2023

Etkili proje yönetimi, günümüzde neredeyse tüm şirketler için önemli bir konudur. Proje yönetiminin en önemli iki aşaması da proje çizelgeleme ve insan kaynağının bu çizelgeye göre atanmasıdır. Bu çalışma kapsamında, paralel proje çizelgeleme ve kaynak atama problemlerini içeren iki aşamalı bir stokastik optimizasyon problemi ele alınmıştır. İlk aşamada, gerektireceği iş gücü stokastik kabul edilen proje aktivitelerinin, proje planlama ufku boyunca çizelgelenmesi yapılırken ikinci aşamada ise bu aktivitelere insan kaynağı atamaları gerçekleştirilmektedir. Oluşturulan matematiksel model ile, iç kaynakların atamalarının yetersiz kaldığı durumlarda gereken yeteneklere bağlı olarak dışarıdan alınan kaynakların maliyetinin minimizasyonu hedeflenmektedir. Problem kapsamında, ilk senaryoda proje aktivitelerinin kısmi atanmasına, yani aktivitelerin birden fazla periyoda bölünmesine izin verilmezken incelenen ikinci senaryoda ise kısmi atamaya izin verilmektedir. Bu sebeple, proje aktivitelerinin belirli bir periyotta atanıp atanmadığını kontrol eden karar değişkeni, hem ikili hem de sürekli tipte karar değişkeni olarak kabul edilerek iki ayrı ek kaynak maliyet minimizasyon modeli geliştirilmiştir. Her iki senaryo için de proje aktivitelerinin gerektireceği iş miktarları rassal olarak kabul edilmekte ve bu parametrenin dağılımı hem düzgün hem de üçgen dağılım olarak kabul edilmektedir. MATLAB ile oluşturulan veri setleri, IBM CPLEX OPL CP Optimizer (Kısıt Programlama Motoru) kullanılarak oluşturulan matematiksel model ile test edilmiştir ve iki modelle ilgili farklı hassasiyet analizleri yapılarak çıkarımlar yapılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Stokastik programlama, Çoklu proje çizelgeleme, Kaynak atama, Kısıt programlama



## ABSTRACT

Master of Science

### DEVELOPMENT AND ANALYSIS OF A RESOURCE COST MINIMIZATION MODEL FOR PARALLEL PROJECT SCHEDULING AND HUMAN RESOURCE ALLOCATION PROBLEM

Ekin TANIR

TOBB University of Economics and Technology  
Institute of Natural and Applied Sciences  
Department of Industrial Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Kadir ERTOĞRAL

Date: April 2023

In today's world, effective project management is an important subject matter for almost all companies. The two most important aspects of project management are project scheduling and allocation of human resources. In this study, a two-staged stochastic optimization problem, including simultaneous project scheduling and resource allocation problems is discussed. In the first stage, the project activities, whose workforce are considered stochastic, are scheduled along the project planning horizon, while in the second stage, resource assignments are made to these activities. If the required workforce for certain activities exceeds the capacities of internal resources, external human resources are used. With the proposed mathematical model, it is aimed to minimize the expected costs of the external human resources used. Within the scope of the problem, two scenarios are considered. In the first scenario, partial assignment of activities are not accepted. Thus, the decision variable that controls whether the project activities are assigned in a certain period is accepted as binary. In the second scenario, partial assignment of activities are accepted. In this case, corresponding decision variable is accepted as float. For both cases, the required workforce for activities are considered stochastic and the probability distributions are considered as both uniform and triangular. The data set designed in MATLAB, is tested with Constraint Programming (CP) Optimizer in CPLEX OPL environment and different sensitivity analyses for both mathematical models are presented.

**Keywords:** Stochastic programming, Multiple project scheduling, Resource allocation, Constraint programming





## TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca kıymetli tecrübelerinden faydalandığım, değerli yardımları ve katkılarıyla bana yol gösteren sayın hocam Doç. Dr. Kadir ERTOĞRAL'a danışmanlığı için teşekkürü bir borç bilirim.

Yüksek lisans çalışmalarım boyunca araştırma bursu ile eğitim imkanı sunan TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi'ne, kıymetli tecrübelerinden faydalandığım Endüstri Mühendisliği Bölümü öğretim üyelerine ve değerli zamanlarını ayırarak tezimi okuyan sayın tez jüri üyelerine çok teşekkür ederim.

En büyük teşekkürü hayatım boyunca desteklerini ve sevgilerini hiçbir zaman eksik etmeyen, haklarını asla ödeyemeyeceğim, bana duydukları güvenden güç aldığım annem Gül TANIR, babam Mete TANIR, en değerlim, kardeşim Kaan TANIR ve melek anneannem Gülay İHTİYAROĞLU hak ediyor. İyi ki vardınız, iyi ki varsınız.

Bu tezin hazırlanma sürecinde eksik etmedikleri gülyüzleri, dostlukları ve destekleri için başta sevgili dostlarım Salih AKSOY, Mahmut Anıl ÖZCAN ve Özge ÇALIŞKAN olmak üzere ASELSAN'daki tüm saygıdeğer yöneticilerime ve çalışma arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Mesafelerin bizi ayıramadığı dostlarım Gülce GÜLER, Şafak SAYIN, Mert ÇETİN, Cansu BOZKAYA, Deniz ŞİMŞEK, Yaren ÇAYIROĞLU ve Kaan KALAYCIOĞLU'na, yüksek lisanstaki en büyük destekçilerimden sevgili takım arkadaşım Aycan BAŞBOZKURT AKYOL'a ne kadar teşekkür etsem azdır.

Son olarak, her düştüğümde beni daha güçlü bir şekilde ayağa kaldıran, anlayışı, sevgisi ve desteği ile 16 yıldır beraber büyüdüğüm, daima en yakınım ve ilham kaynağım olan en iyi arkadaşım ve sevgili nişanlım Kemal PARLAKTUNA'ya sonsuz kere teşekkür ederim.



<b>İÇİNDEKİLER</b>	<b>Sayfa</b>
<b>ÖZET</b> . . . . .	v
<b>ABSTRACT</b> . . . . .	vii
<b>TEŞEKKÜR</b> . . . . .	ix
<b>İÇİNDEKİLER</b> . . . . .	xi
<b>ÇİZELGE LİSTESİ</b> . . . . .	xv
<b>KISALTMALAR</b> . . . . .	xvii
<b>SEMBOL LİSTESİ</b> . . . . .	xix
<b>1. GİRİŞ</b> . . . . .	1
1.1 Tezin Amacı . . . . .	2
<b>2. PROBLEM TANIMI</b> . . . . .	3
<b>3. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI</b> . . . . .	5
3.1 Proje Çizelgeleme ve Kaynak Atama Problemleri . . . . .	5
3.2 Stokastik Programlama . . . . .	7
3.3 Kısıt Programlama . . . . .	8
<b>4. MATEMATİKSEL MODELLER</b> . . . . .	11
4.1 Setler ve Parametreler . . . . .	11
4.1.1 Projeler ve aktiviteler . . . . .	11
4.1.2 Kaynaklar . . . . .	12
4.2 Karar Değişkenleri . . . . .	13
4.3 Amaç Fonksiyonu . . . . .	13
4.3.1 Düzgün dağılım modeli . . . . .	14
4.3.2 Üçgen dağılım modeli . . . . .	14
4.4 Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Model . . . . .	15
4.5 Kısmi Atamaya İzin Verilen Model . . . . .	15
<b>5. SAYISAL ANALİZ VE YORUMLAR</b> . . . . .	19
5.1 Veri Setlerinin Oluşturulması . . . . .	19
5.2 Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Modelin Çözülmesi . . . . .	22
5.2.1 Proje sayısının etkisi . . . . .	22
5.2.2 Kaynakların sahip olduğu yetenek sayısının etkisi . . . . .	23
5.2.3 Projelerin atanabileceği zaman aralığının etkisi . . . . .	24
5.3 Kısmi Atamaya İzin Verilen Modelin Çözülmesi . . . . .	24
5.3.1 Proje sayısının etkisi . . . . .	25
5.3.2 Projelerin atanabileceği zaman aralığının etkisi . . . . .	26
5.3.3 İç kaynakların kapasitesinin etkisi . . . . .	26
5.3.4 Atanan kısımların büyüklüğünün etkisi . . . . .	27
<b>6. SONUÇ VE ÖNERİLER</b> . . . . .	29
<b>KAYNAKLAR</b> . . . . .	31
<b>EKLER</b> . . . . .	33



## ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 3.1: Proje İçerisinde Kaynak Atama Problemlerinin Planlama Aşamaları .	5
Şekil 5.1: Temel Veri Setine Ait bir Örneğin 2. Dakikadaki Amaç Fonksiyonu Grafiği . . . . .	20
Şekil 5.2: Temel Veri Setine Ait bir Örneğin 5. Dakikadaki Amaç Fonksiyonu Grafiği . . . . .	21
Şekil 5.3: Temel Veri Setine Ait Bir Örneğin 1 Saatteki Amaç Fonksiyonu Grafiği	21
Şekil 5.4: Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Modelde Proje Sayısının Maliyete Etkisi . . . . .	23
Şekil 5.5: Kısmi Atamaya İzin Verilen Modelde Kaynakların Yetenek Sayısının Maliyete Etkisi . . . . .	24
Şekil 5.6: Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Modelde Projelerin Atanabileceği Zaman Aralığının Maliyete Etkisi . . . . .	25
Şekil 5.7: Kısmi Atamaya İzin Verilen Modelde Proje Sayısının Maliyete Etkisi	26
Şekil 5.8: Kısmi Atamaya İzin Verilen Modelde Atanan Kısımların Büyüklüğünün Maliyete Etkisi . . . . .	27
Şekil 5.9: Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen ve İzin Verilen Modellerde Temel Veri Seti ile Denenen Örneklerin Gantt Çizelgesi . . . . .	28



## ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 5.1: Temel Veri Seti . . . . .	19
Çizelge 5.2: Duyarlılık Analizi için Değişirilen Parametreler . . . . .	20







## KISALTMALAR

<b>CP</b>	:	Kısıt Programlama (Constraint Programming)
<b>CPM</b>	:	Kritik Yol Metodu (Critical Path Method)
<b>MMRCPSP</b>	:	Çok Modlu Kaynak Kısıtlı Proje Çizelgeleme Problemi (Multi Mode Resource Constrained Project Scheduling Problem)
<b>PERT</b>	:	Program Değerlendirme ve Gözden Geçirme Tekniği (Program Evaluation and Review Technique)
<b>RCPSP</b>	:	Kaynak Kısıtlı Proje Çizelgeleme Problemi (Resource Constrained Project Scheduling Problem)
<b>SAA</b>	:	Örneklem Ortalama Yakınsaması (Sample Average Approximation)
<b>SP</b>	:	Stokastik Programlama





## SEMBOL LİSTESİ

Bu çalışmada kullanılmış olan simgeler açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
$P$	Proje seti
$Q$	Aktivite seti
$S$	Yetenek seti
$K$	İç kaynak seti
$T$	Proje çizelgeleme ufku
$ES_p$	p projesinin başlayabileceği en erken periyot
$LS_p$	p projesinin başlayabileceği en geç periyot
$LF_p$	p projesinin bitebileceği en geç periyot
$ES_{pq}$	p projesinin q aktivitesinin başlayabileceği en erken periyot
$LS_{pq}$	p projesinin q aktivitesinin başlayabileceği en geç periyot
$LF_{pq}$	p projesinin q aktivitesinin bitebileceği en geç periyot
$c_s^e$	s yeteneğine sahip dış kaynağın birim maliyeti
$S_k$	k iç kaynağının sahip olduğu yetenek seti ( $S_k \subseteq S$ )
$K_s$	s yeteneğine sahip olan iç kaynak seti ( $k \in K \mid S_k \subseteq S$ )
$D_{psq}$	p projesinin q aktivitesinde s yeteneğinin gerektirdiği iş miktarı
$\eta_{sk}$	s yeteneğine sahip k iç kaynağının verimliliği
$\tau_{pt}$	t periyodu ve p projesi için kaynak ihtiyacına yol açabilecek olası tüm aktiviteler
$d_p$	p projesinin sahip olduğu aktivite sayısı
$a_{kt}$	k iç kaynağının t periyodundaki kapasitesi
$x_{pt,sk}$	t periyoduna atanan p projesinde s yeteneğine sahip k iç kaynağının tamamlayacağı iş miktarı
$z_{pqt}$	Kısmi atamaya izin verilmeyen modelde eğer p projesinin q aktivitesi t periyoduna atanmışsa 1, değilse 0
$z'_{pqt}$	Kısmi atamaya izin verilen modelde p projesinin q aktivitesinin t periyoduna atanan kısmı



## 1. GİRİŞ

Günümüzde proje yönetimi, çoğu organizasyon için vazgeçilmez ve kritik bir konsepttir. Organizasyonlar ister tek, ister eşzamanlı birden çok projeye sahip olsun, proje yönetim sürecinin düzgün bir şekilde yürütülmesi, projelerin amacına ulaşması için belki de en önemli unsurdur. Proje planlama kapsamında yer alan en önemli konulardan biri ise proje çizelgelemedir. Proje yönetimi, bir projeye ait tüm unsurlarla ilgili iken proje çizelgeleme, yalnızca projenin aktivitelerinin proje planlama ufku boyunca sıralanmasıyla ve aktivitelerin birbirleri ile olan ilişkilerinden sorumludur.

Proje çizelgeleme, yöneylem araştırması ve yönetim biliminin merkezinde yer alan önemli bir konudur. Proje çizelgeleme probleminin amacı, proje tamamlanma maliyeti ile proje tamamlanma süresi arasındaki dengeyi koruyarak proje aktivitelerinin belirli kısıtlar altında sıralanmasıdır [1]. Proje çizelgeleme konusu, ilk olarak Gantt Çizelgesi'nin geliştirilmesi ile görünür kılınmıştır. Henry Gantt'ın 1910 yılında oraya çıkardığı bu çizelge ile birlikte proje yönetiminde zaman planlaması amaçlanmıştır. İlk geliştirildiğinde sadece proje aktivitelerinin başlangıç ve bitiş zamanlarını göstererek proje planı oluşturmaya yarayan Gantt Çizelgesi'ne, daha sonradan aktivitelerin birbiri ile olan öncül ve ardıl ilişkilerinin de eklenmesi ile çizelgenin daha görünür olması sağlanmıştır.

Etkisiz proje planları yüzünden artan proje maliyetleri sebebi ile 1957 yılında Morgan R. Walker ve James E. Kelley Jr. tarafından geliştirilen Kritik Yol Metodu (CPM), proje çizelgesindeki en kritik aktivitelerin belirlenerek aktiviteler arasındaki ilişkilerin daha rahat gözlemlenmesine imkan sağlamıştır. Kritik yol, projenin tamamlanması için tamamlanması gereken en uzun aktivite ya da görev dizisidir. Bu yöntemin amacı, kritik yol üzerinde yer alan aktivitelerin sürelerinin kısaltılarak toplam proje tamamlanma süresini en aza indirmektir. Yine 1950'lerin sonunda geliştirilen Program Değerlendirme ve Gözden Geçirme Tekniği (PERT) ile birlikte proje çizelgeleme konusu önem kazanmıştır. Bu metodlar, binlerce aktivite içeren projeler için bile proje yöneticileri için kritik yolun hesaplanmasına olanak sağlamıştır [2].

Kaynak atama problemi ise, mevcut kaynakları proje kısıtları altında mümkün olan en etkili ve ekonomik şekilde, belirlenen proje çizelgesine atama ve programlama sürecidir. Projelerin tek ya da birden çok olması veya sırayla ya da eşzamanlı yönetiliyor olmasından bağımsız, tüm projelerde önemli bir diğer başarı faktörü ise kaynakların etkili bir şekilde atanma sürecidir. Kaynak atama sürecinde ortaya çıkan zorluklar, ge-

nellikle kaynakların kısıtlı oluşundan, proje süre ya da maliyet kısıtlarından ya da proje yönetimindeki diğer belirsiz faktörlerden kaynaklı olabilmektedir. Çoğu şirket için birincil doğrudan maliyet bileşenini iş gücü maliyetleri oluşturmaktadır. Doğru çizelgeleme ya da kaynak atama kararları ile iş gücü maliyetini azaltmak, maliyet açısından şirketlere fayda sağlayabilir. Fakat bu kararları özellikle heterojen yetenek setine sahip kaynaklar için uygulamak, geniş iş gücü yöneten şirketler için zorluk oluşturmaktadır [3].

## 1.1 Tezin Amacı

Tez kapsamında, proje çizelgeleme ve kaynak atama problemlerinin kaynak gereksinimi belirsizliği altında eşzamanlı çözülerek maliyet minimizasyonunu hedefleyen matematiksel modellerin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Literatür incelemesinde çoğu çizelgeleme ve kaynak atama probleminin deterministik varsayımlarla çözüldüğü görülmektedir. Bu tez çalışması ile birlikte, proje çizelgeleme ve kaynak atama problemlerini rassal olarak ele alan çalışmalara bir katkı sağlanması hedeflenmiştir.

Çalışmamıza en yakın makale, Felberbauer ve ark. [4] çalışmasıdır ve tez çalışmasında bu makale temel referans olarak alınmıştır. Referans alınan makalede, aktivitelerin sadece tek bir periyotta tamamlanacağı, birden fazla periyoda bölünemeyeceği varsayımı altında bir çözüm geliştirilmiştir. Ayrıca referans alınan makalede, çözüm yaklaşımı olarak Örneklem Ortalama Yakınsaması (SAA) ve sezgisel optimizasyon kullanılarak çözüm yaklaşımları önerilmiştir. Tez çalışmamızda ise iki model geliştirilmiştir. Bu modeller, atama kararlarını ikili tipte değişken alan, yani kısmi atamaya izin vermeyen ve atama kararlarını sürekli tipte değişken alan, yani kısmi atamaya izin veren iki modeldir. Ek olarak, geliştirilen modeller beklenen dış kaynak maliyetlerini düzgün ve üçgen dağılım altında analitik olarak içermektedir. Geliştirilen modeller, beklenen dış kaynak maliyetlerini hem analitik olarak ele alması, hem de kısmi atamaya izin vermesi açısından referans alınan makaleden farklılık göstermektedir. Oluşturulan modeller, farklı veri setleri altında incelendikten sonra duyarlılık analizleri sunulmuştur.

Bu tez çalışması toplam altı bölümden oluşmaktadır. Giriş bölümünün ardından ikinci bölümde tez çalışmasında ele alınan problemler detaylı olarak açıklanmıştır. Üçüncü bölümde, açıklanan problemlere ilişkin literatür araştırmalarından bahsedilmiştir. Dördüncü bölümde tez çalışması kapsamında geliştirilen matematiksel modelden ve ele alınan senaryolardan bahsedilmiştir. Beşinci bölümde geliştirilen modelin sayısal analizi ve çözülen farklı modellerin karşılaştırılması yapılmıştır. Son bölümde ise elde edilen sonuçlar değerlendirilmiş ve gelecekte yapılabilecek çalışma önerilerinden bahsedilmiştir.

## 2. PROBLEM TANIMI

Giriş kısmında kısaca bahsedildiği üzere, bu tez çalışması eşzamanlı proje çizelgeleme ve kaynak atama problemlerinin çözümü ile proje maliyet minimizasyonunu hedefleyen modellerin geliştirilmesini hedeflemektedir. Oluşturulan matematiksel modeller, Felberbauer ve ark. [4] tarafından oluşturulan matematiksel modeli temel almaktadır fakat temel alınan modellerden farklı olarak ek varsayımlar altında bu modellere esneklik kazandırılması hedeflenmektedir.

Tez çalışmasında ele alınan problem, iki aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada problemin başında belirli olan proje aktiviteleri için belirli bir proje ufunda bir çizelge oluşturulmaktadır. Proje çizelgesi oluşturulurken birkaç varsayım göz önünde bulundurulmuştur. İlk olarak, her aktivite proje planlama ufku boyunca bir kere atanmaktadır ve bir aktivite, bir periyot içerisinde tamamlanmaktadır. Temel alınan çalışmadan farklı olarak, bir aktivitenin bir periyot içerisinde tamamlanması gerektiği kısıtı esnetilerek bir periyot içerisinde bir aktivitenin kısmi olarak atanabileceği varsayımı ile ilenmiştir. Bunun nedeni, planlamaya esneklik kazandırmak ve daha gerçekçi bir model oluşturmaktır. Pratikte de bir aktivitenin tek bir periyotta tamamlanamadığı durumlara rastlamak zor değildir. Özellikle planlama ufkundaki periyot uzunluklarının küçük kabul edildiği durumlarda bu durum oluşabilmektedir.

İkinci olarak, Felberbauer ve ark. çalışmasında [4] olduğu gibi aynı projenin aktiviteleri arasındaki hiyerarşik sıralanma kısıtı bulunmaktadır, kısacası bir aktivite tamamlanmadan bir sonraki aktivite başlayamamaktadır. Dolayısı ile aynı projenin aktiviteleri arasında paralelleyerek çalışma mümkün olmamaktadır. Her aktivitenin başlayabileceği en erken ve en geç zamana bağlı olarak, proje aktiviteleri birbirini direkt olarak takip edebilmekte ya da öncül-ardıl ilişkilerinde bekleme zamanları oluşabilmektedir.

Üçüncü olarak, aktivitelerin tamamlanması için gereken iş miktarı rassal olarak kabul edilmektedir. Dolayısı ile matematiksel modelde, aktivitelerin tamamlanması gereken iş miktarlar, olasılıksal dağılımlarla ifade edilmektedir. Bu tez çalışmasında kullanılan olasılıksal dağılımlar ise düzgün ve üçgen dağılımlardır.

Problemin ikinci aşamasında ise, ilk aşamada oluşturulan proje çizelgesine iç kaynakların ataması gerçekleştirilmektedir. Kaynak atama sürecinde, kaynakların sahip olduğu yetenekler ve verimlilikleri göz önünde bulundurulmaktadır. Her kaynak her yeteneğe sahip değildir ve her aktivitenin gerektirdiği yetenek seti değişmektedir. Ve-

rimlilikler ise kaynakların sahip olduğu yetenekler bazında farklılık göstermektedir.

Oluşturulan proje çizelgesine atanan iç kaynakların değişkenlik gösteren yetenekleri ve verimlilikleri sebebiyle, iç kaynakların bu aktivitelerin tamamlanması için yetersiz kaldığı durumlar söz konusu olabilmektedir. Bu sebeple, iç kaynakların yetersiz kaldığı durumlarda, tamamlanmayan aktivitelerin gerektirdiği yeteneklere bağlı olarak dışarıdan kaynak alımı yapılmaktadır. Matematiksel modelin amaç fonksiyonu, dışarıdan alınan kaynakların gerektireceği ek maliyetin minimizasyonunu hedeflemektedir. Oluşan ek maliyetlerin minimizasyonunu hedefleyen amaç fonksiyonu, düzgün ve üçgen dağılım gösteren rassal kaynak gereksinimi altında analitik olarak geliştirilmiştir.

Problem kapsamında kabul edilen varsayımlar aşağıda özetlenmiştir:

1. Kısmi atamaya izin verilen ve verilmeyen iki modelde de farklı projelere ait aktiviteler aynı periyoda atanabilirken aynı projeye ait aktiviteler aynı periyoda atanmamaktadır, bu da aktivitelerin hiyerarşik bir şekilde sıralanması anlamına gelmektedir.
2. Kısmi atamaya izin verilmeyen modelde aktiviteler başladığı zaman bölünememektedir. Fakat hem kısmi atamaya izin verilmeyen hem de verilen senaryo için aktiviteler birbirinin katı olarak takip etmek zorunda değildir, yani aktiviteler arası boş süreler olabilmektedir.
3. Aktivitelerin gerektirdiği iş miktarı rassal olarak kabul edilmekte olup problemin başında sadece dağılımı bilinmektedir.
4. Bir periyoda atanan aktivitelerin toplam gereksiniminin, mevcut iç kaynakların kapasitesini aştığı durumlarda dış kaynak kullanımına başvurulmaktadır.
5. İç kaynakların maliyetleri, yetenek bazında ayrışmamaktadır ve modele dahil edilmemektedir. Öte yandan, dış kaynakların maliyetleri, sahip olduğu yeteneklere göre değişmektedir.
6. Proje planlama ufku boyunca iç kaynakların verimlilikleri sabit kalmaktadır, dolayısı ile öğrenme ve unutma eğrileri problem kapsamına dahil edilmemektedir.
7. İç kaynaklar için fazla mesai kabul edilmemektedir.
8. Dış kaynak kullanımı limitsizdir.
9. Aynı kaynak, aynı periyotta kapasite kısıtı içerisinde birden fazla projede çalışabilmektedir.



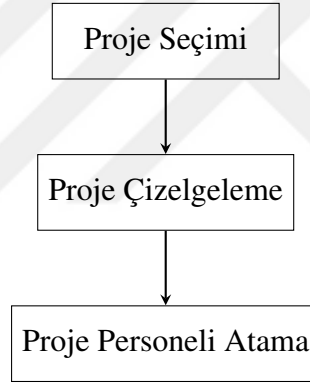
### 3. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Proje planlama sürecinin doğası gereği çizelgeleme ve kaynak atama problemleri, birbirinden ayrı iki süreç olarak değerlendirilmemelidir. Belirli bir aktivitenin bir periyot içerisinde gerektirdiği yetenek ve bu yetenekten kalan kapasite, geri kalan proje çizelgesine bağlı olmaktadır. Bu nedenle, her iki problem iç içe geçmiştir ve aynı anda çözülmelidir [5]. Bu bölümde, tez çalışmasında eşzamanlı ele alınan proje çizelgeleme ve kaynak atama problemlerinin literatürde yer alan örnek çalışmalarından ve tez çalışmasında kullanılan çözüm yöntemlerinden bahsedilmiştir.

#### 3.1 Proje Çizelgeleme ve Kaynak Atama Problemleri

Literatürde yer alan proje planlama problemlerini, Şekil 3.1'deki gibi gruplamak mümkündür:

Gutjahr ve Froeschl, çalışmalarında üç ana planlama aşamasını da göz önünde bu-



Şekil 3.1: Proje İçerisinde Kaynak Atama Problemlerinin Planlama Aşamaları

lundurarak bir matematiksel model geliştirmişlerdir [6]. Problem başında belirli olan bir proje setinden, çizelgeleme süreci başlamadan seçilen bir proje, şirkete belirli bir miktarda getiri sağlamaktadır. Bu getiri değerleri ise rassal kabul edilmekte ve problem başında sadece olasılıksal dağılımının bilindiği varsayılmaktadır. Ek olarak, her iş paketinin belirli yetenekte gerektirdiği iş gücü de rassal olarak kabul edilmiştir. Çalışmada yer alan matematiksel model, seçilen projelerin getirilerinin toplamından, iç ve dış kaynaklarının toplam maliyetini çıkararak toplam beklenen getiriye maksimize etmektedir. Yine Gutjahr ve Reiter, çalışmalarında üç aşamayı da göz önünde bulundurarak iki amaçlı bir optimizasyon modeli geliştirmişlerdir [7]. Sadece proje seçimi ve kaynak atama aşamalarını ele alınan çalışmalarda, tek periyotlu bir çizelgede planlama yapılacağı kabul edilmektedir. Yoshimura ve arkadaşları, tahmini toplam getiriye maksimize edecek bir proje seçim algoritması sunarak, daha sonra kaynakların yeteneklerini ve verimliliklerini dikkate alan bir kaynak atama yöntemi geliştirmişlerdir [8].

Molavi ve Nik, çalışmalarında proje seçimi ve proje çizelgeleme adımlarını ele alarak iki amaçlı bir optimizasyon modeli geliştirmişlerdir ve problemi Hedef Programlama ile çözmüşlerdir [9]. Campbell ise çalışmasında, bu tez çalışmasında olduğu gibi proje çizelgeleme ve personel atama aşamalarını dahil ederek iki aşamalı bir optimizasyon modeli oluşturmuştur. İlk aşamada, sınırlı bir planlama ufkunda çapraz eğitilmiş kaynaklar için bir çizelge oluşturulurken ikinci aşamada ise bu kaynakların ilgili departmanlara ataması yapılmaktadır. Her departmanın günlük gerektirdiği iş gücü miktarı ise, bu tez çalışmasındaki gibi rassal kabul edilmektedir [10].

Tez çalışmasında bahsi geçen problem, literatürde Kaynak Kısıtlı Proje Çizelgeleme Problemi (RCPS) ana başlığında yer almaktadır. Giriş bölümünde de bahsedildiği üzere, Kritik Yol Metodu (CPM) ve Program Değerlendirme ve Gözden Geçirme Tekniği (PERT), bir projede yer alan aktivitelerin öncelik ilişkileri göz önünde bulundularak önerilmiştir. RCPS problemleri ile, öncelik ilişkilerinin yanında, proje çizelgeleme probleminin en önemli kısıtlarından biri olan kaynak kısıtı da ele alınmaktadır. RCPS problemleri, literatürde NP-zor problem olarak kabul edilmektedir [5, 11, 12]. Literatürde klasik RCPS problemlerine ek olarak, bir de stokastik RCPS problemleri bulunmaktadır. Klasik RCPS problemlerinde aktivite süreleri deterministik ve birbirinden bağımsız kabul edilirken, stokastik RCPS problemlerinde, problemin başında kaynak gereksinimlerinin sadece olasılık dağılımları bilinmektedir [11]. Ek olarak, klasik RCPS problemlerinde kaynaklar sadece tek tip yeteneğe sahiptir. Tez çalışmasında ele alınan problemde olduğu gibi kaynakların birden fazla yeteneğe sahip olduğu senaryo, literatürde Çok Modlu Kaynak Kısıtlı Proje Çizelgeleme Problemi (MMRCPS) olarak geçmektedir [5].

Proje çizelgeleme probleminde olduğu gibi kaynak atama problemlerinde de karşımıza birçok kısıt çıkmaktadır. Van den Bergh ve ark. literatür araştırmasını incelediğimizde, kaynak atama problemlerinin başlıca kaynak karakteristiklerine (yetenek, öğrenme eğrisi, bağlı oldukları kontrat vs.) bağlı olduğu görülmektedir [13]. Yetenek konusu ele alınacak olursa, proje çizelgeleme ve kaynak atama problemlerinde varsayılan yetenek setleri literatürde 3 farklı başlık altında incelenmektedir: (1) Kaynakların belirli bir yetenek setinden sadece bir yeteneğe sahip olması (2) Kaynakların belirli bir yetenek setinden tüm yeteneklere sahip olması (3) Kaynakların belirli bir yetenek setinin alt kümelerinden oluşan yetenek setlerine sahip olması. Literatürde yer alan çalışmalarda genellikle (3) numaralı durum görülmektedir ve ilk iki durum genellikle özel durum olarak kabul edilmektedir [5]. Bu tez çalışmasında ele alınan problemde de (3) numaralı durum söz konusudur. Kaynakların sahip olduğu heterojen bir yetenek seti bulunmaktadır, kısacası her kaynak her yeteneğe sahip değildir ve kaynakların sahip olduğu yetenek sayısı da değişmektedir. Ek olarak, kaynakların sahip olduğu yetenekler statik

olarak kabul edilmektedir, yani öğrenme ya da unutma eğrileri dikkate alınmamaktadır.

Bu tez çalışmasına önemli ölçüde katkı sağlayan ve oluşturulan modellerin temel alındığı çalışmalar, [4–6, 14] referans numaralı çalışmalardır. Bu çalışmalarda ortak olarak, problemin başında belirli bir proje setinin aktivitelerinin çizelgesini oluşturup daha sonra heterojen ve statik bir yetenek setine sahip iç kaynakların bu aktivitelere ataması yapılmaktadır. Atanan iç kaynakların, aktivitelerin toplam gereksinimini karşılamada yetersiz kaldığı durumlarda ise dış kaynaklara başvurulmaktadır. Heimerl ve Kolisch [5, 14], bu tez çalışmasında ele alınan problemde farklı olarak iç kaynakların fazla mesai çalışmasına olanak sağlayan bir model geliştirmiştir. Bu sebeple, matematiksel modelin amaç fonksiyonunda iç kaynakların hem normal hem de fazla mesai maliyetleri ile dışarıdan alınan kaynakların maliyetinin toplamı minimize edilmeye çalışılmıştır. Ek olarak, iç kaynakların tamamlaması gereken minimum bir iş miktarı oranı bir kısıt olarak tanımlanmıştır. Böylece, şirketin temel yetkinliklerinin iç kaynaklar arasında tutulması ve proje yönetiminin şirket içerisinde kalması hedeflenmiştir. Felberbauer ve ark. [4], bu çalışmaya çok benzer bir matematiksel model geliştirerek yine dış kaynak kullanım maliyetini minimize etmeye çalışmışlardır. Bölüm 2’de de bahsedildiği üzere bu tez çalışmasında, Felberbauer ve ark. çalışmasındaki modelden daha esnek bir model geliştirilmesi hedeflenmiştir.

### **3.2 Stokastik Programlama**

Stokastik programlama (SP), ya da stokastik optimizasyon, belirsizlik altında karar verme sürecini modellemek için kullanılan matematiksel bir sistemdir. SP’nin tarihçesi, Simpleks algoritmasını geliştiren George B. Dantzig’in 1955 yılında yazmış olduğu "Belirsizlik Altında Lineer Programlama" makalesine dayanmaktadır [15]. Dantzig bu çalışmasında, belirsiz parametreleri katsayı olarak ve doğrusal programlama probleminde eşitliğin sağ tarafı olarak tanıtmıştır ve bu metodu geliştirme motivasyonlarından bir tanesini, "öngörülen bir talep dağılımını karşılamak için bir taşıyıcı filonun havayolu rotalarına en uygun şekilde tahsis edilmesi sorununa yönelik belirsiz talep durumunu dahil etmek" olarak tanımlamıştır [15–17].

Gerçek hayattaki problemler göz önüne alındığında, proje çizelgeleme problemleri genellikle birden çok kısıt içermektedir. Bu kısıtlar; zaman, maliyet, kaynak, belirsizlik gibi ana başlıklarla karşımıza çıkmaktadır. Örnek vermek gerekirse, bu tez çalışmasında ele alınan problem, belirli bir çizelgeleme periyodu içerisinde, sınırlı kaynaklarla, belirsiz iş paketi büyüklükleri ile çözülmeye çalışılmıştır. Özellikle belirsizlik kısıtı incelendiğinde, literatürdeki çoğu çalışma çizelgeleme problemlerini deterministik yaklaşımlarla çözmeye çalışmıştır. Yine Van den Bergh ve ark. literatür araştırmasına göre, incelenen 306 makalenin 210 tanesinde deterministik çözüm yöntemleri kulla-

nılırken sadece 45 tanesi problemleri rassal yaklaşımlarla ele almıştır [13]. Yine aynı çalışmada belirsizlik kısıtası, 3 ana başlıkta kategorize edilmiştir:

1. Talepteki belirsizlik: Öngörülemeyen iş yükünü ifade etmektedir. (Çağrı merkezlerine gelen aramaların uzunluğu, hastahanelerdeki hasta sayısı vb.)
2. Kapasitedeki belirsizlik: Planlanan ve gerçekleşen iş gücü arasındaki sapmaları ifade etmektedir.
3. Varyasyonlardaki belirsizlik: İş yükünün öngörülemeyen varyasyon dağılımını ifade etmektedir. (Çağrı merkezlerine gelen aramaların sıklığı, bir makinenin zaman içerisindeki arızaları vb.)

Deterministik yaklaşımlarda, yoğunlukla projelerin ya da aktivitelerin gerektirdiği iş miktarları proje başında belli olarak kabul edilmektedir. Fakat bu yaklaşım, çoğu zaman gerçekçi olmamaktadır. Belirsizlik altında ele alınan ve amaç fonksiyonu minimizasyon olan karar verme problemleri, çözüm yöntemi olarak genellikle dört grupta incelenmektedir:

1. *En küçük en büyük ölçütü (minimax)*: Ortaya çıkabilecek en kötü gerçekleşmeyi minimuma indirmek
2. *En küçük en küçük ölçütü (minimin)*: Ortaya çıkabilecek en iyi sonucu minimuma indirmek (minimax senaryosunun tam tersi)
3. *En küçük en büyük zarar ölçütü (minimax regret)*: Seçilen politikada ortaya çıkacak sonuçla optimal tamamlanma süresi arasındaki en büyük farkı minimuma indirmek
4. Beklenen değerde yer alan amaç fonksiyonunu minimuma indirmek

Klasik RCPS problemleri, genellikle 1 ve 2 numaralı kategori ile ele alınırken bu tez çalışması, 4 numaralı kategoriye girmektedir.

### **3.3 Kısıt Programlama**

Kısıt Programlama (CP), başta yapay zeka ve yöneylem araştırması alanları olmak üzere kombinasyonel optimizasyon problemlerinin çözümü için kullanılan güçlü bir algoritmadır [18, 19]. Kısıt Programlama algoritması, özellikle matematiksel optimizasyon yöntemlerinin yetersiz kaldığı çizelgeleme, sıralama ve atama problemleri için etkin çözümler sağlamaktadır. Bunun sebebi ise matematiksel optimizasyon yöntemlerinin doğrusal olmayan amaç fonksiyonları ve kısıtlar için yetersiz kalmasıdır [20]. Temel bir Kısıt Programlama problemi, karar değişkenlerinden ve bu değişkenler üzerinde tanımlanan kısıtlardan oluşmaktadır. Elde edilen çözümün, problemin başında

tanımlanan tüm kısıtlara uyması gerekmektedir.

Bölüm 4’te detaylı açıklanan matematiksel model, amaç fonksiyonu ve kısıtlar itibarıyla doğrusal olmadığından Kısıt Programlama ile çözülmüştür. Problemin çözümü içinse IBM ILOG CP Optimizer kullanılmıştır. CP Optimizer, Kısıt Programlama problemleri için kısıt yayma (constraint propagation) tekniğini kullanmaktadır. Bu teknikte ilk olarak, herhangi bir çözümde yer almayacak değerler kaldırılarak çözüm alanı daraltılmaktadır. İlk kısıt yayma adımından sonra, kalan çözüm alanındaki değerler için etkin bir arama stratejisi kullanılmaktadır. Algoritma, çözüm alanındaki herhangi bir değeri deneyerek çözüme ulaşıp ulaşmayacağını kontrol etmektedir [20, 21].





## 4. MATEMATİKSEL MODELLER

Problem Tanımı bölümünde bahsedildiği üzere çalışma, rassal işgücü gerektiren projelerin ve proje aktivitelerinin çizelgelenip kaynakların bu aktivitelere atanmasından oluşmaktadır. Çalışma kapsamında oluşturulan maliyet minimizasyon modeli, hem Felberbauer ve ark. çalışmasında olduğu gibi aktivitelerin sadece tek bir periyotta bitmesini gerektiren, yani kısmi atamaya izin vermeyen varsayımı dikkate alırken hem de farklı olarak aktivitelerin çizelgelenmesinde kısmi atama yapılmasına izin vererek bir önceki kısıtı esnetmektedir. Matematiksel modellerin oluşturulmasında ve notasyonunda Felberbauer ve ark. [4] çalışmasından yararlanılmıştır.

### 4.1 Setler ve Parametreler

Maliyet minimizasyon probleminin başında bilinen setler ve parametreler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

#### 4.1.1 Projeler ve aktiviteler

Problemden yer alan projeler,  $(P = 1..p)$  seti olarak tanımlanmıştır. Her proje  $p \in P$ ,  $d_p$  sayıda aktiviteye sahiptir. Bu aktiviteler de  $(Q = 1..d_p)$  seti ile tanımlanmıştır. Her bir projede yer alan aktiviteler, belirli bir hiyerarşik düzene sahiptir ve ilk ve son aktivite haricinde öncül-ardıl ilişkileri ile proje çizelgeleme ufku (T) süresince bağlanmaktadır. Ek olarak, bir projede yer alan tüm aktiviteler tamamlanmadan ilgili proje de tamamlanmamış kabul edilmektedir. Bir aktivite, aynı projede yer alan bir önceki aktivite bitmeden başlayamaz. Bu sebeple projeler birbirine paralellenebilirken, aynı projede yer alan aktiviteler paralellenebilmemektedir.

İlgili notasyon aşağıda listelenmiştir:

- $P$  : Proje seti ( $p \in 1 \dots P$ )
- $d_p$  :  $p$  projesinin aktivite sayısı
- $Q$  : Aktivite seti ( $q \in 1 \dots d_p$ )
- $\tau_{pt}$  :  $t$  periyodu ve  $p$  projesi için kaynak ihtiyacına yol açabilecek olası tüm aktiviteler, ( $q \in 1 \dots d_p$ ,  $ES_{pq} \leq t \leq LS_{pq}$ )
- $T$  : Proje çizelgeleme ufku

Projelerin ve aktivitelerin başlayabileceği ve bitebileceği en erken ve en geç zamanlar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

- $ES_p$  :  $p$  projesinin başlayabileceği en erken periyot  
 $LS_p$  :  $p$  projesinin başlayabileceği en geç periyot  
 $LF_p$  :  $p$  projesinin bitebileceği en geç periyot  
 $ES_{pq}$  :  $p$  projesinin  $q$  aktivitesinin başlayabileceği en erken periyot  
 $LS_{pq}$  :  $p$  projesinin  $q$  aktivitesinin başlayabileceği en geç periyot  
 $LF_{pq}$  :  $p$  projesinin  $q$  aktivitesinin bitebileceği en geç periyot  
 $\gamma$  : Projelerin en geç ve en erken başlayabileceği periyotlar arasındaki fark

Projelerin ve aktivitelerin başlangıç zamanlarının formülasyonu ise aşağıdaki gibidir:

$$\gamma = LS_p - ES_p \quad (4.1)$$

$$ES_{pq} = ES_p + q - 1 \quad (4.2)$$

$$LS_{pq} = LS_p + q - 1 \quad (4.3)$$

Her aktivitenin gerektirdiği iş miktarı  $D_{psq}$  olarak tanımlanmıştır. Matematiksel modeli rassal yapan durum,  $D_{psq}$  parametresinin problemin başında sadece olasılıksal dağılımının bilinmesidir.

$D_{psq}$  :  $p$  projesinin  $q$  aktivitesinde  $s$  yeteneğinin gerektirdiği iş gücü

#### 4.1.2 Kaynaklar

Aktivitelerin, dolayısı ile projelerin tamamlanması için belirli yeteneklere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yetenekler ise iç kaynaklar ve dışarıdan alınan kaynaklarla sağlanmaktadır. ( $K = 1..k$ ) seti, matematiksel modelde iç kaynak seti olarak tanımlanmaktadır.  $K_s$  seti,  $s$  yeteneğine sahip kaynakları gösterirken,  $S_k$  seti ise  $k$  kaynağının sahip olduğu yetenekleri ifade etmektedir. İki farklı iç kaynak, aynı  $s$  yeteneğine sahip olsalar bile, bu yeteneklerdeki verimlilikleri farklılık gösterebilmektedir. Bu verimlilikler, matematiksel modelde  $\eta_{sk}$  olarak tanımlanmıştır. Bir birim işin ne kadar sürede tamamlanması gerektiği ise  $1 / \eta_{sk}$  olarak ifade edilmektedir. Eğer  $\eta_{sk} > 1$  ise bir kaynak yüksek verimliliğe sahip kabul edilmektedir, yani işin tamamlanması için planlanandan daha az süre gerekmektedir. Eğer  $\eta_{sk} < 1$  ise bir önceki durumun tam tersi olarak kaynağın düşük verimliliğe sahip olduğu söylenebilir, yani işin tamamlanması için planlanandan daha çok zaman gerekmektedir. Dış kaynaklar içinse verimlilik değeri  $\eta = 1$  kabul edilmektedir. Her  $k$  iç kaynağının,  $t$  periyodunda belirli bir kapasitesi bulunmaktadır. Bu kapasiteler de  $a_{kt}$  parametresi ile ifade edilmektedir. Aktivitelerin iç kaynaklar kullanılarak kapasite ve verimlilik kısıtları göz önünde bulundurularak tamamlanamadığı durumlarda, dışarıdan kaynak alınmaktadır. Her  $s \in S$  yeteneği için,  $c_s^e$  kadar bir ücret karşılığında sınırsız dış kaynak alınabileceği varsayılmaktadır. Bahsedilen setler ve parametrelerin notasyonu aşağıda verilmiştir:



- $S$  : Yetenek seti ( $S = 1..s$ )  
 $K$  : İç kaynak seti ( $K = 1..k$ )  
 $S_k$  :  $s$  yeteneğine sahip olan iç kaynak seti ( $S_k \subseteq S$ )  
 $K_s$  :  $k$  iç kaynağının sahip olduğu yetenek seti ( $k \in K \mid S_k \subseteq S$ )  
 $\eta_{sk}$  :  $s$  yeteneğine sahip  $k$  iç kaynağının verimliliği  
 $a_{kt}$  :  $k$  iç kaynağının  $t$  periyodundaki kapasitesi  
 $c_s^e$  :  $s$  yeteneğine sahip dış kaynağın birim maliyeti

## 4.2 Karar Değişkenleri

Matematiksel modelde iki karar değişkeni yer almaktadır. İlk karar değişkeni,  $s$  yeteneğine sahip  $k$  kaynağının  $p$  projesi için  $t$  periyodunda harcayacağı efor ya da tamamlayacağı iş miktarı olarak tanımlanan  $x_{ptsk}$  sürekli karar değişkenidir. İkinci karar değişkeni ise, aktivitelerin tek bir periyotta tamamlanacağı varsayımı altında  $p$  projesinin  $q$  aktivitesinin  $t$  periyodunda tamamlanıp tamamlanmadığını kontrol eden  $z_{pqt}$  karar değişkenidir. Bu karar değişkeni, kısmi atamaya izin verilmeyen modelde ikili karar değişkeni kabul edilirken, kısmi atamaya izin verilmeyen modelde ise sürekli karar değişkeni olarak ifade edilmektedir.  $x_{ptsk}$  karar değişkeni ise her iki modelde de sürekli olarak kabul edilmiştir. Modelde yer alan  $z_{pqt}$  karar değişkeni çizelgeleme problemine ait iken,  $x_{ptsk}$  karar değişkeni ise kaynak atama problemine aittir.

$x_{ptsk} = t$  periyoduna atanan  $p$  projesinde  $s$  yeteneğine sahip  $k$  iç kaynağının harcayacağı efor

$$z_{pqt} = \begin{cases} 1, & p \text{ projesinin } q \text{ aktivitesi } t \text{ periyoduna atanmışsa} \\ 0, & d.d \text{ (diğer durumda)} \end{cases}$$

## 4.3 Amaç Fonksiyonu

Maliyet minimizasyon modelinin amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{t=ES_p}^{LS_p} \sum_{s \in S} c_s^e \mathbb{E}([\sum_{q \in \tau_{pt}} D_{psq} z_{pqt} - \sum_{k \in K_s} x_{ptsk}]^+) \quad (4.4)$$

$$= \sum_{p \in P} \sum_{t=ES_p}^{LS_p} \sum_{s \in S} c_s^e (\sum_{q \in \tau_{pt}} \mathbb{E}(D_{psq} z_{pqt}) - \sum_{k \in K_s} x_{ptsk})^+ \quad (4.5)$$

$$= \sum_{p \in P} \sum_{t=ES_p}^{LS_p} \sum_{s \in S} c_s^e (\sum_{q \in \tau_{pt}} \mathbb{E}(D_{psq}) z_{pqt} - \sum_{k \in K_s} x_{ptsk})^+ \quad (4.6)$$

Beklenen değer içinde yer alan " $D_{psq} z_{pqt}$ " ifadesi, eğer  $p$  projesinin  $q$  aktivitesi  $t$  periyoduna tanımlanmışsa bu aktivite için  $s$  yeteneğinin gerektirdiği iş miktarını göstermektedir.  $k$  seti üzerinden toplanan  $x_{ptsk}$  ifadesi ise aktivitelere atanan iç kaynakların

tamamladığı toplam iş miktarını ifade etmektedir. Bu iki teriminin arasındaki farkın pozitif olması, tamamlanamayan iş miktarı olduğunu ifade etmektedir. Amaç fonksiyonu (4.4), tamamlanamayan iş miktarı ile  $s$  yeteneğine sahip dış kaynakların birim maliyeti ile çarparak dış kaynak kullanımını maliyetini minimize etmektedir.

Tez çalışması kapsamında,  $D_{psq}$  parametresinin dağılımları düzgün dağılım ve üçgen dağılım olarak ele alınmış, bu sayede eşitlik (4.4)'te yer alan amaç fonksiyonundaki beklenen değer ifadesi açık halde ifade edilebilmiş ve model analitik olarak çözülebilmıştır. Çalışmada düzgün ve üçgen dağılımların tercih edilme sebebi, literatürde proje tamamlanma sürelerinin tahmin edilebilmesi için CPM ve PERT gibi düzgün ve üçgen dağılımı baz alan yöntemlerin sık olarak tercih edilmesidir.

Düzgün dağılım ve üçgen dağılım altında incelenen modeller Bölüm 4.3.1 ve Bölüm 4.3.2'de detaylı olarak açıklanmıştır.

#### 4.3.1 Düzgün dağılım modeli

$D_{psq}$  parametresinin olasılık dağılımı alt limiti  $a_{psq}$ , üst limiti  $b_{psq}$  olan bir düzgün dağılım olarak kabul edildiğinde amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\sum_{p \in P} \sum_{t=ES_p}^{LS_p} \sum_{s \in S} c_s^e \left( \sum_{q \in \tau_{pt}} \mathbb{E}(D_{psq}) z_{pqt} - \sum_{k \in K_s} x_{ptsk} \right)^+ \quad (4.7)$$

$$= \sum_{p \in P} \sum_{t=ES_p}^{LS_p} \sum_{s \in S} c_s^e \left( \sum_{q \in \tau_{pt}} z_{pqt} \left( \frac{b_{psq} + a_{psq}}{2} \right) - \sum_{k \in K_s} x_{ptsk} \right)^+ \quad (4.8)$$

$$D_{psq} \sim U(a_{psq}, b_{psq})$$

#### 4.3.2 Üçgen dağılım modeli

$D_{psq}$  parametresinin dağılımı alt limiti  $a_{psq}$ , üst limiti  $b_{psq}$  ve mod değeri  $c_{psq}$  olan bir sürekli üçgen dağılım olarak kabul edildiğinde amaç fonksiyonundaki beklenen değer ifadesi eşitlik (4.7) ile aynı olup sadece  $D_{psq}$  parametresinin beklenen değeri modele eklenmektedir:

$$\sum_{p \in P} \sum_{t=ES_p}^{LS_p} \sum_{s \in S} c_s^e \left( \sum_{q \in \tau_{pt}} \mathbb{E}(D_{psq}) z_{pqt} - \sum_{k \in K_s} x_{ptsk} \right)^+ \quad (4.9)$$

$$= \sum_{p \in P} \sum_{t=ES_p}^{LS_p} \sum_{s \in S} c_s^e \left( \sum_{q \in \tau_{pt}} z_{pqt} \left( \frac{a_{psq} + b_{psq} + c_{psq}}{3} \right) - \sum_{k \in K_s} x_{ptsk} \right)^+ \quad (4.10)$$

$$D_{psq} \sim T(a_{psq}, b_{psq}, c_{psq})$$

#### 4.4 Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Model

Kısmi atamaya izin verilmeyen, diğer bir deyişle proje aktivitelerinin periyotlara atanıp atanmadığını kontrol eden karar değişkeninin ikili değişken olarak ifade edildiği maliyet minimizasyon modelinin kısıtları aşağıda sunulmuştur:

##### Kısıtlar

$$\sum_{t=ES_{pq}}^{LS_{pq}} z_{pqt} = 1 \quad \begin{array}{l} p \in P \\ q = 1 \dots d_p \end{array} \quad (4.11)$$

$$\sum_{t=ES_{pq}}^{LS_{pq}} tz_{pqt} < \sum_{t=ES_{p,q+1}}^{LS_{p,q+1}} tz_{p,q+1,t} \quad \begin{array}{l} p \in P \\ q = 1 \dots (d_p - 1) \end{array} \quad (4.12)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{s \in S} \frac{1}{\eta_{sk}} x_{ptsk} \leq a_{kt} \quad \begin{array}{l} k \in K \\ t = 1 \dots T \end{array} \quad (4.13)$$

$$x_{ptsk} \geq 0 \quad \begin{array}{l} p \in P \\ t = ES_p \dots LF_p \\ s \in S \\ k \in K_s \end{array} \quad (4.14)$$

$$z_{pqt} \in \{0, 1\} \quad \begin{array}{l} p \in P \\ q = 1 \dots d_p \\ t = ES_{pq} \dots LS_{pq} \end{array} \quad (4.15)$$

Eşitlik (4.11)'de verilen kısıt,  $p$  projesinin  $q$  aktivitesinin proje planlama ufku boyunca sadece bir kere atanmasını sağlamaktadır. Eşitlik (4.12)'te verilen kısıt, aktivitelerin hiyerarşik olarak sıralanmasını, aynı proje içerisinde bir aktivite bitmeden bir sonraki aktivitenin atanmamasını sağlamaktadır. Eşitlik (4.13), her bir iç kaynak  $k$  ve her bir periyot  $t$  için kapasite kısıtını ifade etmektedir.  $\eta_{sk}$  verimliliğe sahip bir kaynak için,  $x_{ptsk}$  kadar bir etkin çalışma süresi için  $x_{ptsk} / \eta_{sk}$  kadar gerçek çalışma süresi gerektirdiği kabul edilmektedir. Son olarak, sürekli karar değişkeni  $x_{ptsk}$  ve ikili karar değişkeni  $z_{pqt}$ , sırası ile eşitlik (4.14) ve (4.15)'te tanımlanmıştır.

#### 4.5 Kısmi Atamaya İzin Verilen Model

Felberbauer ve ark. [4] çalışmalarında bir aktivitenin sadece tek bir periyotta tamamlanacağı varsayımı altında bir model geliştirmişlerdir. Kısmi atamaya izin verilen senaryo ile bir aktivite tek bir periyotta tamamlanmak zorunda olmayıp, birden fazla periyotta tanımlanabilmektedir. Dolayısı ile  $z_{pqt}$  karar değişkeninin tanımı,  $p$  projesinin

$q$  aktivitesinin herhangi bir kısmının  $t$  periyoduna atanan kısmı olarak değişmektedir ve ikili karar değişkeni yerine sürekli karar değişkeni olarak tanımlanmaktadır. Fakat CPLEX CP Optimizer kapsamında sürekli tipte karar değişkeni tipi tanımlanamadığı için ilgili karar değişkeni CPLEX ortamında tam sayı olarak tanımlanmış, amaç fonksiyonu ve kısıtların güncellenmesi ile kesikli hale getirilmiştir.

Kısmi atamaya izin verilen modele eklenen yeni kısıtlar eşitlik (4.17)-(4.19)'da verilmiştir. Eşitliğin sol tarafında yer alan toplam 1 olduğunda, yani  $p$  projesinin  $q$  aktivitesinin bütün kısımlarının ataması  $t$  periyoduna kadar tamamlanmamışsa, bir sonraki aktivitenin ataması yapılamamaktadır, dolayısı ile bir sonraki  $q+1$  aktivitesi için atamayı kontrol eden karar değişkeni 0 değerini almaktadır.

### Yeni Amaç Fonksiyonu

$$\sum_{p \in P} \sum_{t=ES_p}^{LS_p} \sum_{s \in S} c_s^e \left( \sum_{q \in \tau_{pt}} \mathbb{E}(D_{psq}) \alpha z'_{pqt} - \sum_{k \in K_s} x_{ptsk} \right)^+ \quad (4.16)$$

### Yeni Kısıtlar

$$\sum_{t=ES_{pq}}^{t'} z'_{pqt} < 1 \Rightarrow \sum_{t=ES_{p,q+1}}^{t'+1} z'_{p,q+1,t} = 0 \quad \begin{array}{l} p \in P \\ q = 1 \dots (d_p - 1) \end{array} \quad (4.17)$$

$$\sum_{t=ES_{pq}}^{LF_{pq}} z'_{pqt} = 1 / \alpha \quad \begin{array}{l} p \in P \\ q = 1 \dots d_p \end{array} \quad (4.18)$$

$$z'_{pqt} \geq 0 \ \& \ z'_{pqt} \leq 1 / \alpha \quad \begin{array}{l} p \in P \\ q = 1 \dots d_p \\ t = ES_{pq} \dots LS_{pq} \end{array} \quad (4.19)$$

Yukarıda da bahsedildiği üzere CPLEX CP Optimizer ortamında karar değişkenleri sürekli olarak tanımlanamamaktadır. Bu sebeple tam sayı olarak tanımlanan  $z'_{pqt}$  karar değişkeni,  $\alpha$  parametresi ile çarpılarak sürekli tipte karar değişkeni haline getirilmektedir. Kısmi atamaya izin verilen senaryoda incelenen temel veri setinde, aktivitelerin %25'lik kısımlarla atanabileceği varsayımı kabul edildiğinden  $\alpha$  parametresi 0.25 olarak alınmıştır.

Eşitlik (4.17), eğer  $p$  projesinin  $q$  aktivitesinin tüm parçaları atanmamışsa, yine aynı proje içerisindeki  $q+1$  aktivitesinin atanmamasını sağlamaktadır. Eşitlik (4.18) ve eşitlik (4.19),  $z'_{pqt}$  karar değişkeninin sürekli tipte tanımlanmasını sağlamaktadır.

Özetle, yukarıda tanımlanan matematiksel model, iki aşamalı bir rassal optimizasyon problemi olarak ele alınmaktadır. Proje aktivitelerinin çizelgesi problemin ilk aşamasını oluştururken, ortaya çıkan çizelgeye kaynakların atanıp yetersiz kalınan durumlarda dış kaynaklara başvurulması ikinci aşama olarak tanımlanmaktadır.





## 5. SAYISAL ANALİZ VE YORUMLAR

Bu tez çalışmasında ele alınan problem kapsamında oluşturulan matematiksel model, CPLEX OPL 22.1 versiyonunda ve CPLEX CP Optimizer kullanılarak ve Intel(R) Core(TM) i7-1065G7 CPU @ 1.30GHz 1.50 GHz işlemciye sahip bir bilgisayar kullanılarak test edilmiştir. Matematiksel modelde kullanılan veri setleri ise MATLAB R2021a versiyonunda oluşturulmuştur. Oluşturulan CPLEX OPL ve MATLAB kodları sırası ile Ek-7 ve Ek-8'de verilmiştir.

### 5.1 Veri Setlerinin Oluşturulması

Oluşturulan matematiksel modelin doğrulanması için, ilk aşamada Felberbauer ve ark. [4] çalışmasında yer alan veri seti birebir kullanılmıştır. Örnek olarak, aktivitelerin gerektirdiği iş gücü değerleri, Felberbauer ve ark. çalışmasında verilen veri tabanında yer alan değerlerle aynı kabul edilmiştir. Test edilen temel veri seti, Çizelge 5.1'de özetlenmiştir.

Çizelge 5.1: Temel Veri Seti

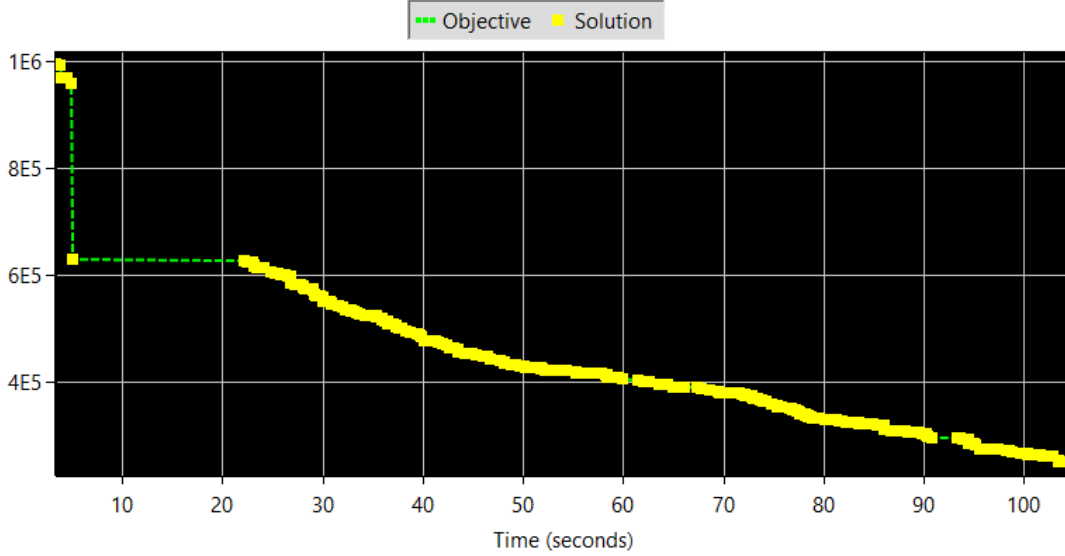
$ P  = 10$	$ S^p  \leq 3$
$ES_p \sim U(1,7)$	$ K  = 10$
$d_p = 6$	$ S_k  = 2$
$T = 12$	$\eta_{sk} \sim TN_{0.5,1.5}(1,0.25)$
$ S  = 10$	$a_{kt} = 20$
$ S^{p,q}  = 2$	$c_s^e \sim TN_{600,1000}(800,100)$

Temel veri setinin içerisindeki örnekler oluşturulurken "ceteris paribus" (diğer tüm durumlar sabitken) varsayımı göz önünde bulundurulmuştur. Örnek olarak, problemde yer alan proje sayısı artırılırken diğer tüm parametreler sabit tutulmuştur. Felberbauer ve ark. [4] çalışmasında test edilen 14 ana durumdan seçilen 8 tanesi bu tez çalışması kapsamında oluşturulan matematiksel model ile test edilmiştir. Oluşturulan veri setleri ise,  $D_{psq}$  parametresinin olasılıksal dağılımı ve  $z_{pqt}$  karar değişkeninin türüne göre gruplanmıştır. Veri setlerinde değiştirilen parametreler, Çizelge 5.2'de özetlenmiştir.

Çizelge 5.2: Duyarlılık Analizi için Değiştirilen Parametreler

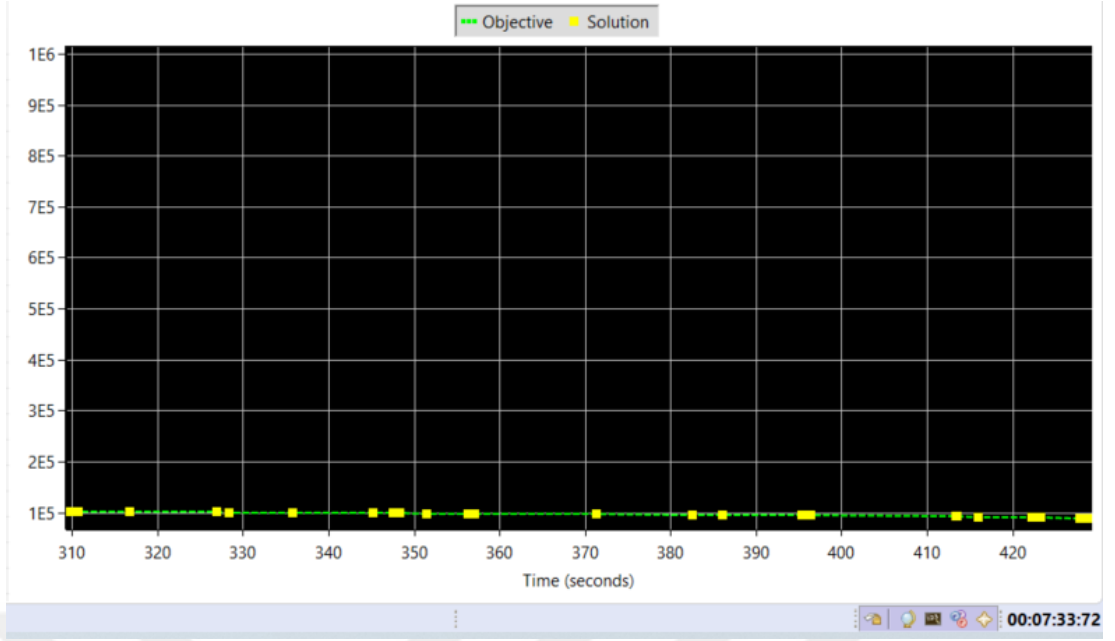
Proje sayısı ( $P$ )	Kaynakların sahip olduğu yetenek sayısı ( $S_k$ )	$LS_p - ES_p = \gamma$
10	2	1
15	2	1
25	2	1
10	2	1
10	2	3
10	1	1
10	6	1
10	10	1

Temel veri seti ile denenen bir örnekte, CPLEX OPL üzerinde yaklaşık 10. dakikadan sonra amaç fonksiyonunda azalma neredeyse durmaktadır. Bu sebeple çözüm süresi 10 dakika olarak limitlenmiştir. Temel veri seti ile çözülen bir örneğin çözüm süresi ve amaç fonksiyonundaki değişimin karşılaştırması Şekil 5.1, Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'te gösterilmiştir.

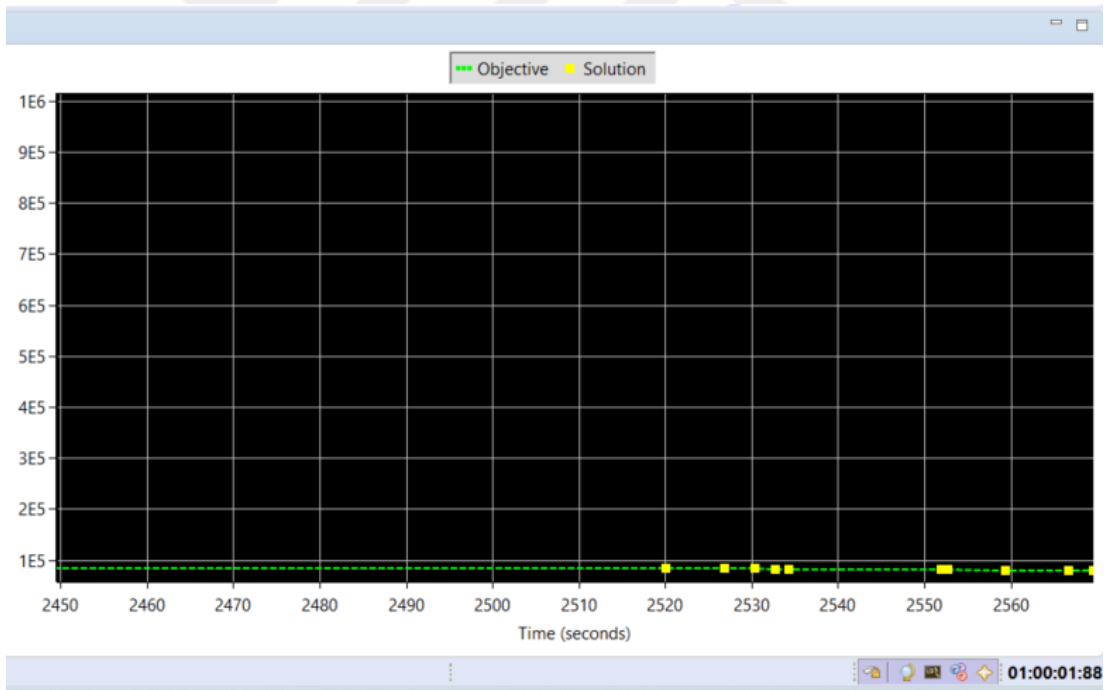


Şekil 5.1: Temel Veri Setine Ait bir Örneğin 2. Dakikadaki Amaç Fonksiyonu Grafiği





Şekil 5.2: Temel Veri Setine Ait bir Örneğin 5. Dakikadaki Amaç Fonksiyonu Grafiği



Şekil 5.3: Temel Veri Setine Ait Bir Örneğin 1 Saatteki Amaç Fonksiyonu Grafiği

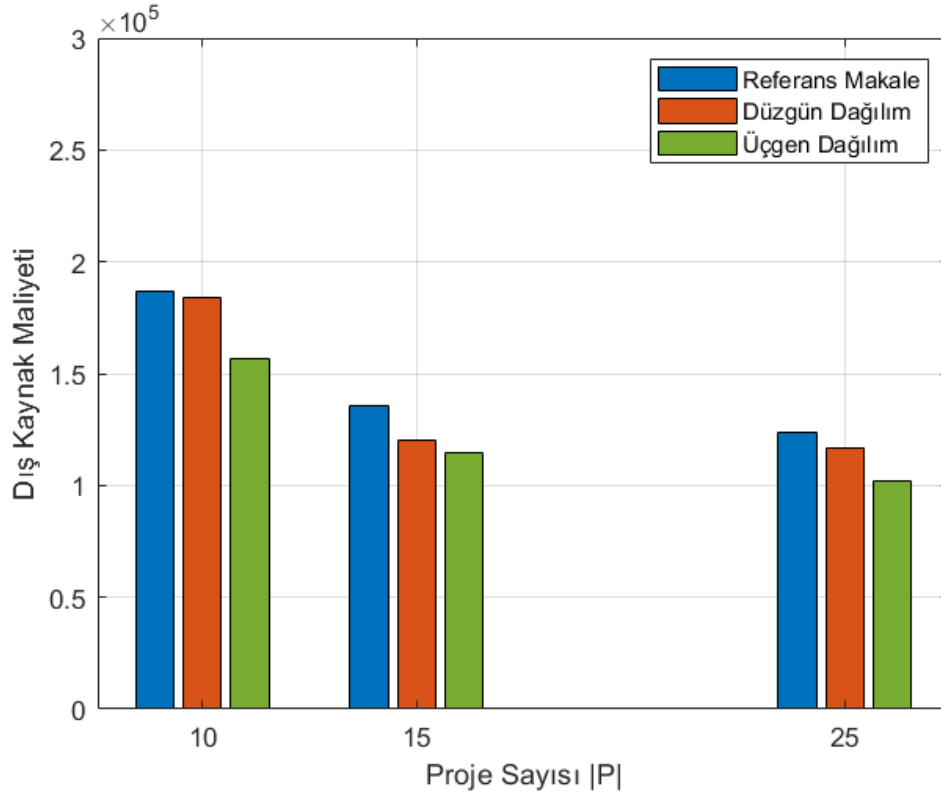
## 5.2 Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Modelin Çözülmesi

Maliyet minimizasyon modelinde kısmi atamaya izin verilmeyen, yani  $z_{pqt}$  karar değişkeninin ikili karar değişkeni kabul edildiği model için yukarıda belirtildiği üzere öncelikle Felberbauer ve ark. çalışmasında yer alan değerler denenmiştir. Makalede, gereken iş gücü değerleri için simetrik üçgen dağılım kullanılmaktadır ve simetrik üçgen dağılımın mod değeri olan  $D_{mod}$ , normal dağılım ile belirlenmektedir. Simetrik üçgen dağılımın alt ve üst limitleri ise, belirsizlik katsayıları  $[c_{min}, c_{max}]$  ile çarpılarak,  $D_{min} = D_{mod} \cdot c_{min}$  ve  $D_{max} = D_{mod} \cdot c_{max}$  formülasyonları ile belirlenmektedir. Makalede yer alan değerler kullanılarak oluşturulan veri setleri ve karşılık gelen amaç fonksiyonu değerleri Ek-2’de verilmiştir.

Daha sonra, Felberbauer ve ark. çalışmasında matematiksel modelin çözümü için kullanılan normal dağılım parametreleri, bu tez çalışmasında oluşturulan düzgün dağılım ve simetrik üçgen dağılım modellerine entegre edilmiştir. Düzgün ve üçgen dağılımların parametreleri, makalede yer alan normal dağılımın beklenen değeri ve standart sapma değerine denk gelecek şekilde oluşturulmuştur. Hesaplanan parametre değerleri Ek-1’de verilmiştir. Kısmi atamaya izin verilmeyen model kapsamında düzgün dağılım ve üçgen dağılımla oluşturulan veri setleri ve karşılık gelen amaç fonksiyonu değerleri sırası ile Ek-3 ve Ek-4’te verilmiştir.

### 5.2.1 Proje sayısının etkisi

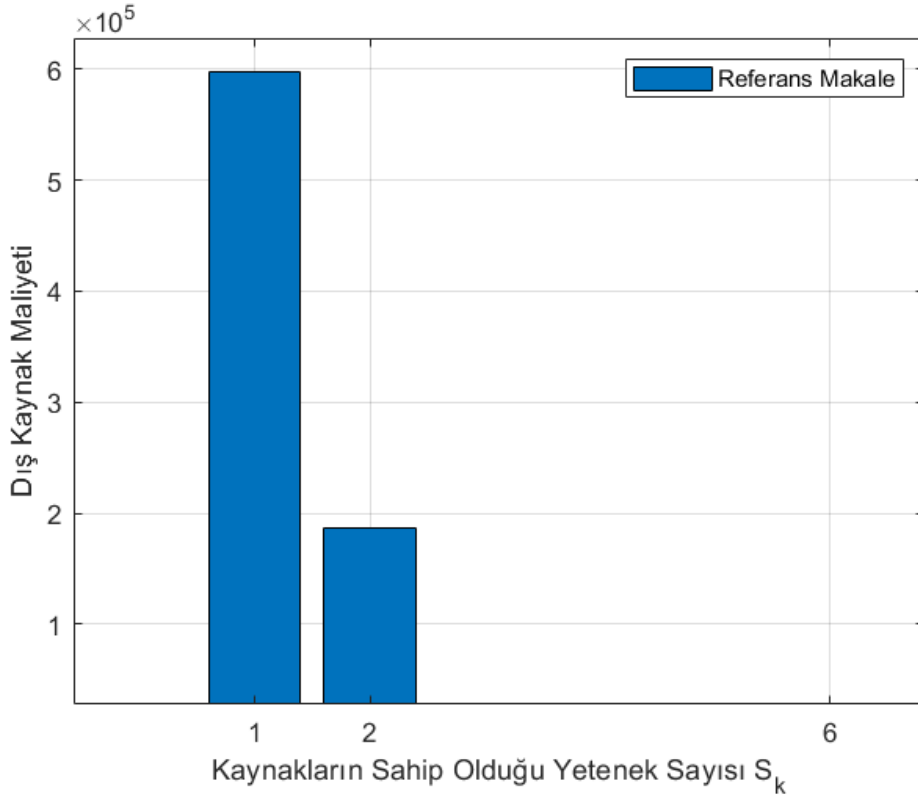
Model çözülürken, ilk olarak proje sayısının beklenen dış kaynak kullanım maliyetine olan etkisi gözlemlenmiştir. Proje sayısı artırılırken, Felberbauer ve ark. çalışmasında olduğu gibi tüm projeler için toplam iş gücü gereksinimi sabit tutulmuştur. Yani, gereken iş gücü değerlerini oluşturulan dağılımların parametreleri, proje sayısının artış oranı kadar düşürülmüştür. Bu sebeple, proje sayısı artarken yapılması gereken iş paketleri küçüldüğünden proje planlaması daha esnek hale gelmiştir. Böylece, proje sayısı artarken dış kaynak kullanım gereksinimi azalmış ve maliyetler düşmüştür. Dolayısıyla ile planlama ufku boyunca daha fazla sayıda daha küçük iş paketini dengelemenin, daha büyük ve daha az iş paketinden daha kolay olduğu varsayımı doğrulanmıştır. Proje sayısı, iç kaynakların tamamlayabileceği sayıda olduğu sürece maliyetteki azalışın devam etmesi beklenmektedir. Proje sayısının değişimine bağlı olarak değişen maliyetler Şekil 5.4’te özetlenmiştir.



Şekil 5.4: Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Modelde Proje Sayısının Maliyete Etkisi

### 5.2.2 Kaynakların sahip olduğu yetenek sayısının etkisi

Temel veri setinde, her kaynağın sahip olduğu yetenek sayısı 2 olarak kabul edilmiştir. Oluşturulan örneklerde kaynakların sahip olduğu yetenek sayısı hem 1'e düşürülerek, hem de 6'ya yükseltilerek model test edilmiştir. Yetenek sayısının 1'e düşürüldüğü durumda, dışarıdan alınan kaynakların maliyeti yaklaşık %220 artış gösterirken, yetenek sayısı 6'ya ve daha üzerine çıkarıldığında ise dışarıdan kaynak kullanımına başvurulmadığı için ek maliyet sıfır olarak gözlemlenmiştir. Kaynakların sahip olduğu yetenek sayısına bağlı olarak değişen maliyetler Şekil 5.5'te özetlenmiştir.



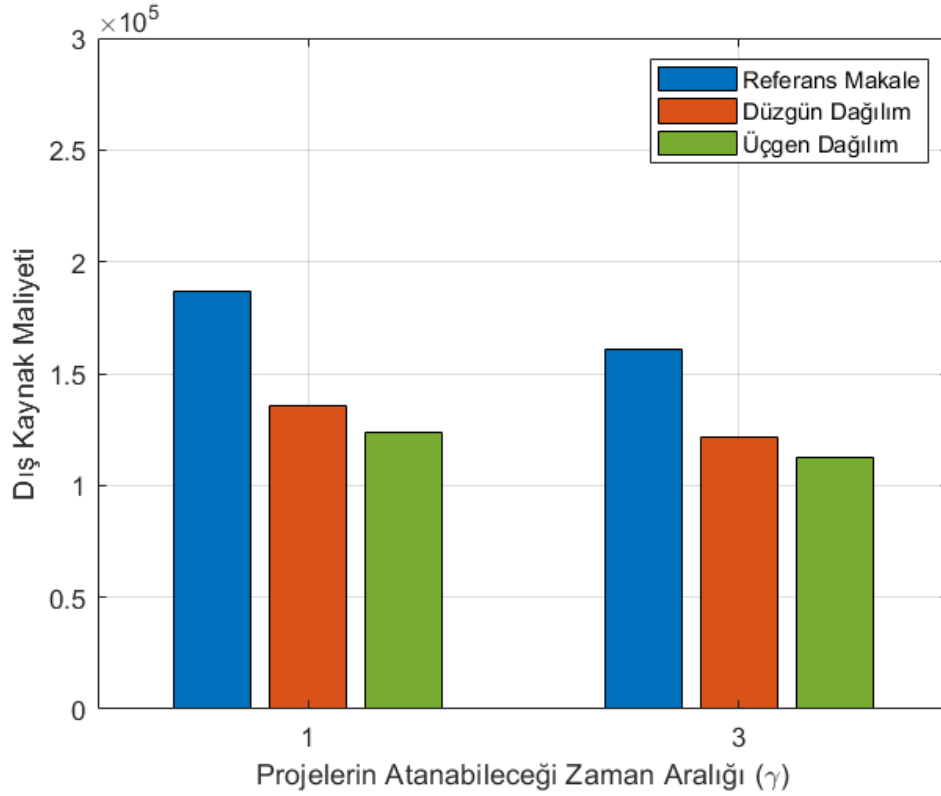
Şekil 5.5: Kısmi Atamaya İzin Verilen Modelde Kaynakların Yetenek Sayısının Maliyete Etkisi

### 5.2.3 Projelerin atanabileceği zaman aralığının etkisi

Temel veri setinde, projelerin başlayabileceği en geç zaman ve en erken zaman farkı olarak tanımlanan  $\gamma$ , 1 periyot olarak kabul edilmiştir. Oluşturulan örneklerde zaman aralığı 1'den 3'e çıkarıldığında her 3 örnekte de maliyetlerde beklediği gibi düşüş olmuştur fakat maliyet azalışının çok önemli olmadığı gözlemlenmiştir. Projelerin atanabileceği zaman aralığına bağlı olarak değişen maliyetler Şekil 5.6'te özetlenmiştir.

### 5.3 Kısmi Atamaya İzin Verilen Modelin Çözülmesi

Maliyet minimizasyon modelinde kısmi atamaya izin verilen, yani  $z_{pqt}$  karar değişkeninin sürekli karar değişkeni kabul edildiği model için, kısmi atamaya izin verilmeden senaryoda kullanılan düzgün dağılım ve üçgen dağılım ile oluşturulan veri setleri birebir kullanılmıştır. Böylece aynı parametreler kapsamında iki model birbiri ile kıyaslanabilmiştir. Bu modelde ek bir varsayım olarak aktivitelerin %25'lik kısımlarla atanabileceği kabul edilmiştir. Yani bir aktivitenin 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 oranlarında atanmasına izin verilmektedir.



Şekil 5.6: Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Modelde Projelerin Atanabileceği Zaman Aralığının Maliyete Etkisi

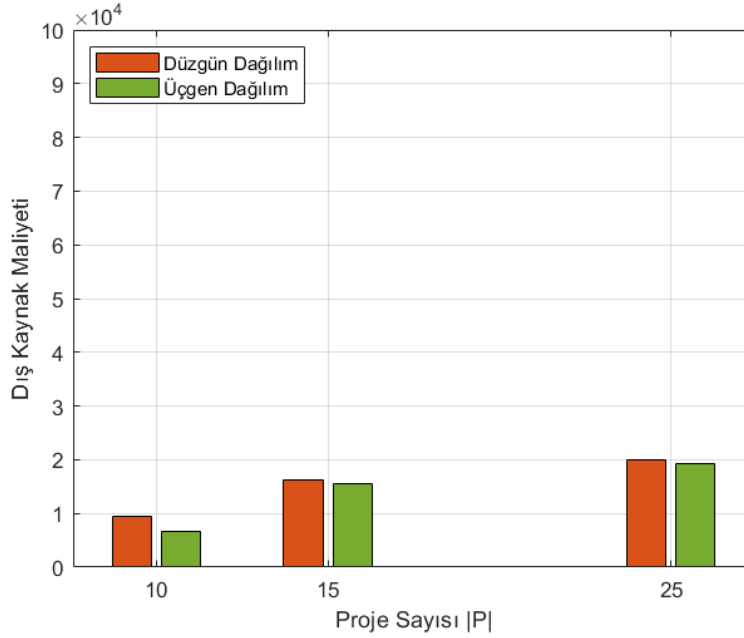
İki senaryonun da temel setleri incelendiğinde kısmi atamaya izin verilen senaryo için 10 örneğin ortalamasının çok daha düşük olduğu gözlemlenmiştir. Bu da kısmi atamaya izin vermenin maliyet açısından önemli bir fark yarattığı anlamına gelmektedir. Çoğu örnekte dışarıdan kaynak kullanımına başvurulmadığı için maliyet sıfır çıkmıştır. Bunun sebebi kısmi atamaya izin verilen model, bir önceki modele kıyasla daha esnek çözüm bulabilmesidir. Maliyeti sıfır çıkmayan örnekler incelendiğinde, iç kaynakların her yeteneğe sahip olmadığı fakat aktivitelerin, kaynakların sahip olmadığı yetenekleri de gerektirdiği gözlemlenmiştir. Dolayısı ile sahip olunmayan yetenekler için dış kaynak kullanımına başvurulmuştur. Bu senaryoda da bir önceki senaryoda olduğu gibi aynı parametre değişiklikleri test edilmiştir.

Kısmi atamaya izin verilen senaryoda düzgün dağılım ve üçgen dağılım altında oluşturulan veri setleri ve karşılık gelen amaç fonksiyonu değerleri sırası ile Ek-5'te ve Ek-6'da verilmiştir.

### 5.3.1 Proje sayısının etkisi

Kısmi atamaya izin verilen modelde de, bir önceki modelde olduğu gibi proje sayısının etkisi gözlemlenmiştir. Şekil 5.7'de görülebileceği üzere kısmi atamaya izin verilen

modelde, bir önceki modelden farklı olarak proje sayısı arttıkça maliyetler de artış göstermiştir. Bunun sebebi, proje sayısı artarken gereksinimlerin küçülmesi ve aktivitelerin %25'lik kısımlarla atanabileceği varsayımında bir süre sonra kaynakların %25'lik atamalara yetişememesidir.



Şekil 5.7: Kısmi Atamaya İzin Verilen Modelde Proje Sayısının Maliyete Etkisi

### 5.3.2 Projelerin atanabileceği zaman aralığının etkisi

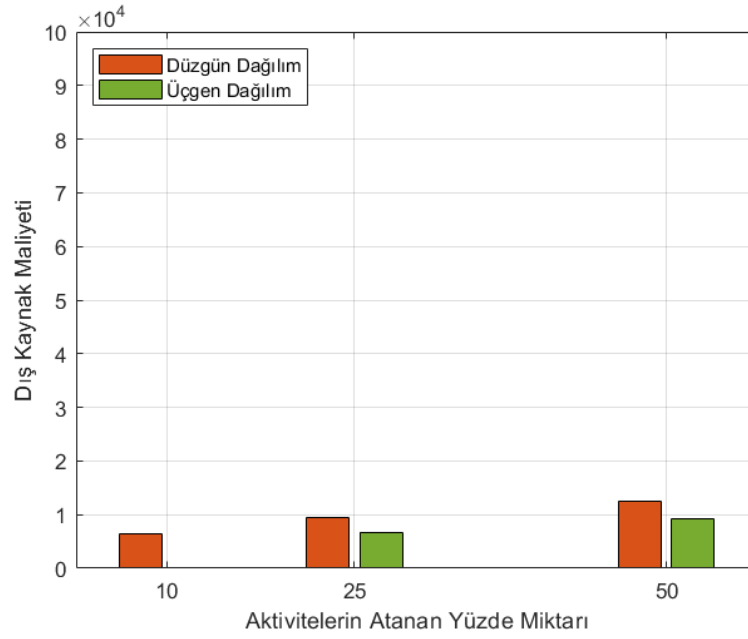
Kısmi atamaya izin verilen modelde projelerin başlayabileceği en geç zaman ve en erken zaman farkı  $\gamma$ , 1'den 3'e çıkarıldığında hem düzgün hem de üçgen dağılım altında incelenen örnekler için hiç dış kaynak kullanımı ihtiyacı doğmamıştır, dolayısı ise maliyetler sıfır çıkmıştır. Sonuçlar kontrol edildiğinde kısmi atamaların hepsinin, kapasite ve hiyerarşik sıralama kısıtlarına uygun olarak yapıldığı gözlemlenmiştir.

### 5.3.3 İç kaynakların kapasitesinin etkisi

Modelin farklı bir varsayım altında doğruluğunu test etmek adına kısmi atamaya izin verilen modelde, dış kaynak kullanım maliyeti sıfır elde edilen bir örnek için iç kaynakların kapasite değerleri ( $a_{kt}$ ) düşürülmüştür. Bu aşamada beklenti, kapasiteler düştüğü için iç kaynakların işleri yeterli sürede tamamlayamaması ve dışarıdan kaynak kullanımına başvurulması olmuştur. Model test edildiği zaman, bu varsayım doğrulanmıştır.

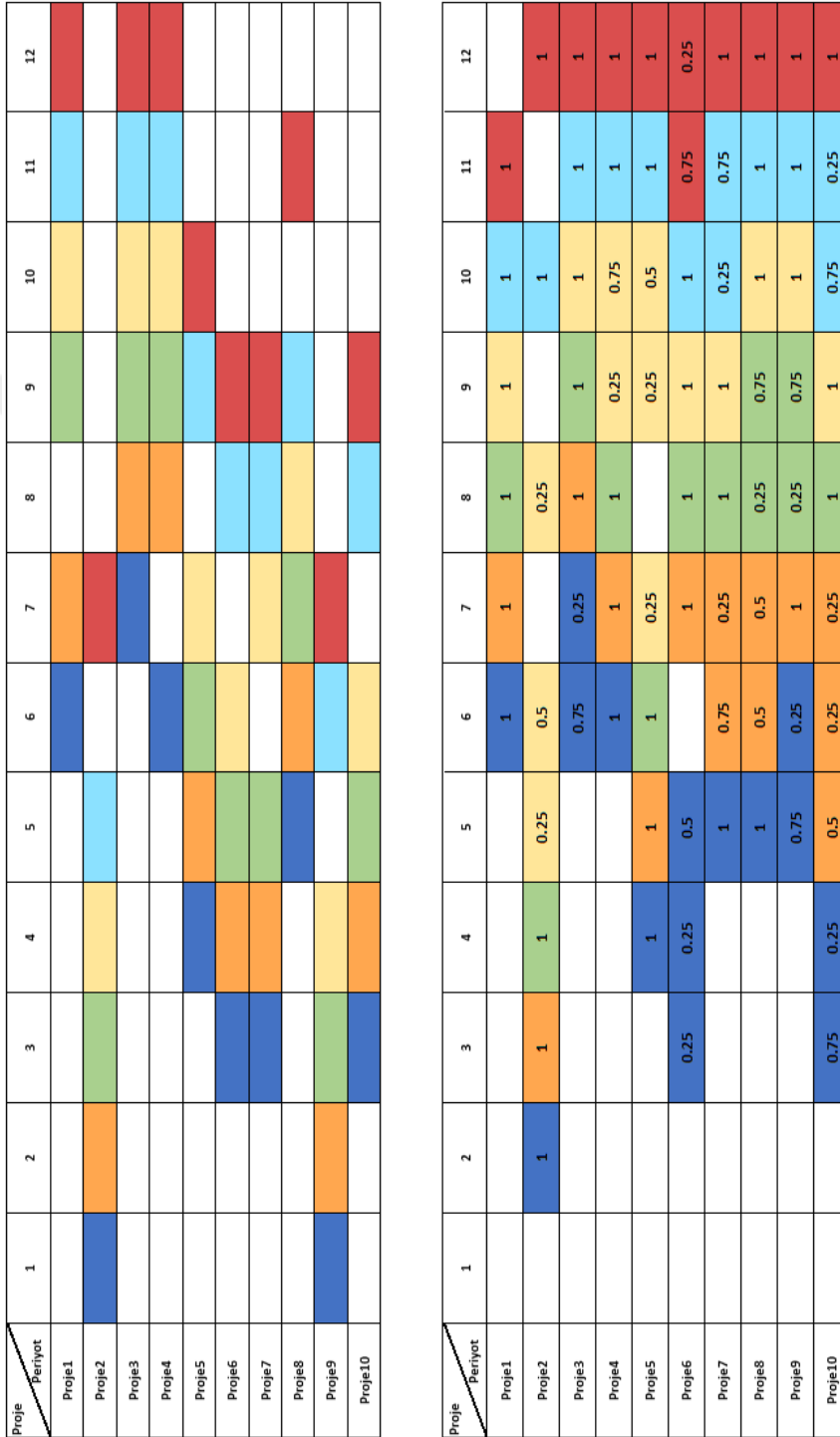
### 5.3.4 Atanan kısımların büyüklüğünün etkisi

Kısmi atamaya izni verilen modelin başında aktivitelerin %25'lik oranlarla bölünebileceği kabul edilmiştir. Bu oran azaltıldığında, aktiviteler daha küçük parçalarla atanabileceğinden modelin esnekliğinin artması, dolayısı ile maliyetlerin düşmesi öngörülmüştür. Bu sebeple, bu oran hem %10'a düşürülerek, hem de %50'ye çıkarılarak model test edilmiştir. Şekil 5.8'de görülebileceği üzere aktivitelerin atama yüzdesi düşürüldüğünde, daha esnek bir atama modeli oluşturulduğundan dış kaynak maliyetinde düşüş gözlenirken yüzde artırıldığında dış kaynak maliyetinde de artış gözlemlenmiştir.



Şekil 5.8: Kısmi Atamaya İzin Verilen Modelde Atanan Kısımların Büyüklüğünün Maliyete Etkisi

Hem kısmi atamaya izin verilmeyen modelde, hem de kısmi atamaya izin verilen modelde aynı temel veri seti ile denenen örneklerin sonuçları Şekil 5.9'da yer alan Gantt çizelgelerinde gösterilmiştir.



Akt1	
Akt2	
Akt3	
Akt4	
Akt5	
Akt6	

Şekil 5.9: Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen ve İzin Verilen Modellerde Temel Veri Seti ile Denenen Örneklerin Gantt Çizelgesi



## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında farklı yetenek setlerine sahip olan iç kaynakların proje aktivitelerini tamamlamadığı durumda dışarıdan kaynak kullanım maliyetinin minimize edilmesi modeli farklı durumlarda incelenmiştir. Felberbauer ve ark. [4] çalışmasında, eşzamanlı proje çizelgeleme ve kaynak atama problemine, hem sezgisel optimizasyon, hem de Örneklem Ortalama Yakınsaması (SAA) yöntemleri kullanılarak çözüm geliştirilmiştir. Bu tez çalışmasında ise düzgün dağılım ve üçgen dağılım kullanılarak bahsi geçen yöntemlere gerek duymaksızın problem analitik olarak ifade edilebilmiştir. Geliştirilen model, öncelikle her bir aktivitenin tek bir periyotta tamamlanabildiği varsayımı altında farklı veri setleriyle incelenerek duyarlılık analizleri yapılmıştır. Daha sonrasında aktivitelerin tek bir periyotta tamamlanması varsayımı esnetilerek bir aktivitenin farklı periyotlarda farklı yüzdelerle tamamlanabildiği kabul edilerek yeni bir matematiksel model oluşturulmuş ve CPLEX OPL CP Optimizer ortamında test edilmiştir.

Geliştirilen model ile öncelikle referans makalede yer alan iş gücü gereksinimi değerleri, kısmi atamaya izin verilmeyen senaryo için oluşturulan matematiksel modelde birebir kullanılmış ve modelin doğruluğu test edilmiştir. Daha sonra, bu sefer referans makaledeki normal dağılım parametreleri, düzgün ve üçgen dağılım parametrelerine entegre edilmiş ve modeller bu şekilde çalıştırılmıştır.

Model oluşturulmadan önce kısmi atamaya izin verilen senaryonun, izin verilmeyen senaryoya göre daha esnek bir model olacağı varsayımı ile hareket edilmiştir. Modellerin sonuçları incelendiğinde, kısmi atamaya izin verilen senaryo sonuçlarının ortalamasının kısmi atamaya izin verilmeyen senaryo sonuçlarından %87 daha düşük olduğu gözlemlenmektedir. Böylece kısmi atamaya izin verilerek daha esnek bir model yaratılacağı varsayımı doğrulanmıştır.

Düzgün dağılım ve üçgen dağılım değerleri karşılaştırıldığında üçgen dağılımla elde edilen sonuçların düzgün dağılıma göre daha düşük olduğu gözlemlenmektedir. Bunun sebebi, düzgün dağılımın parametreleri ile daha fazla varyasyon yaratılabileceği için örneklerde elde edilen değerlerin farkı daha fazla değişkenlik göstermektedir. Üçgen dağılım ise birbirine daha yakın ve istikrarlı değerler verdiği için varyasyon düşük olmaktadır.

Felberbauer ve ark. [4], çalışmalarında riske duyarlı bir model geliştirmişlerdir. Riske

duyarlı bir senaryoda iç kaynakların yetersiz kaldığı durumlarda dış kaynakların kullanımını söz konusu olmayacaktır. Gelecek çalışmalarda, iç kaynaklar, verimlilikleri doğrultusunda proje aktivitelerine atanıp proje aktivitelerinin bitmemesi riskinin minimize edildiği bir matematiksel model kurulabilir. Ek olarak, böyle bir senaryoda Heimerl ve Kolisch'in çalışmalarında olduğu gibi [5, 14] iç kaynaklar için "fazla mesai" kavramı tanımlanabilir.



## KAYNAKLAR

- [1] **Ke, Hua and Liu, Baoding**, “Project scheduling problem with stochastic activity duration times,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 168, no. 1, p. 342–353, 2005.
- [2] **Pich, Michael T. and Loch, Christoph H. and Meyer, Arnoud De**, “On uncertainty, ambiguity, and complexity in project management,” *Management Science*, vol. 48, no. 8, p. 1008–1023, 2002.
- [3] **Felberbauer, Thomas and Doerner, Karl F. and Gutjahr, Walter J.**, “Hybrid metaheuristics for project scheduling and staffing, considering project interruptions and labor contracts,” *Dynamic Modeling and Econometrics in Economics and Finance*, p. 349–377, 2016.
- [4] **Felberbauer, Thomas and Gutjahr, Walter J. and Doerner, Karl F.**, “Stochastic project management: Multiple projects with multi-skilled human resources,” *Journal of Scheduling*, vol. 22, no. 3, p. 271–288, 2018.
- [5] **Christian Heimerl and Rainer Kolisch**, “Scheduling and staffing multiple projects with a multi-skilled workforce,” *OR Spectrum*, vol. 32, pp. 343–368, 2 2010.
- [6] **Gutjahr, Walter J. and Froeschl, Karl A.**, “Project portfolio selection under uncertainty with outsourcing opportunities,” *Flexible Services and Manufacturing Journal*, vol. 25, no. 1-2, p. 255–281, 2011.
- [7] **Gutjahr, Walter J. and Reiter, Peter**, “Bi-objective project portfolio selection and staff assignment under uncertainty,” *Optimization*, vol. 59, no. 3, p. 417–445, 2010.
- [8] **Yoshimura, M. and Fujimi, Y. and Izui, K. and Nishiwaki, S.**, “Decision-making support system for human resource allocation in product development projects,” *International Journal of Production Research*, vol. 44, no. 5, p. 831–848, 2006.

- [9] **Molavi, F. and Rezaee Nik, E.**, “A stochastic model for project selection and scheduling problem,” *Journal of Industrial Engineering and Management Studies*, vol. 3, no. 1, pp. 77–88, 2016.
- [10] **Campbell, G M**, “A two-stage stochastic program for scheduling and allocating cross-trained workers,” *Journal of the Operational Research Society*, vol. 62, no. 6, p. 1038–1047, 2011.
- [11] **Artigues, Christian and Leus, Roel and Talla Nobibon, Fabrice**, “Robust optimization for resource-constrained project scheduling with uncertain activity durations,” *Flexible Services and Manufacturing Journal*, p. 175–205, 2013.
- [12] **Stork, Frederik**, *Stochastic Resource-Constrained Project Scheduling*. PhD thesis.
- [13] **Van den Bergh, Jorne and Beliën, Jeroen and De Bruecker, Philippe and Demeulemeester, Erik and De Boeck, Liesje**, “Personnel scheduling: A literature review,” *European Journal of Operational Research*, vol. 226, no. 3, p. 367–385, 2013.
- [14] **Kolisch, Rainer and Heimerl, Christian**, “An efficient metaheuristic for integrated scheduling and staffing it projects based on a generalized minimum cost flow network,” *Naval Research Logistics (NRL)*, vol. 59, no. 2, p. 111–127, 2012.
- [15] **Can Li and Ignacio E. Grossmann**, “A review of stochastic programming methods for optimization of process systems under uncertainty,” *Frontiers in Chemical Engineering*, vol. 2, 1 2021.
- [16] **Dantzig, George B.**, “Linear programming under uncertainty,” *Management Science*, vol. 1, no. 3-4, p. 197–206, 1955.
- [17] **Infanger, Gerd and Dantzig, George Bernard**, *Stochastic programming: The state of the art: In honor of George B. Dantzig*. Springer, 2011.
- [18] **Baptiste, Philippe and Le Pape, Claude and Nuijten, Wim**, *1.1 Introduction to Constraint Programming*. Springer, 2013.
- [19] **Rossi, Francesca, van Beek, Peter and Walsh, Toby**, *1.1 Introduction*. Elsevier, 1 ed., 2006.
- [20] *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio OPL Language CP Optimizer User’s Manual*.
- [21] *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio OPL Language User’s Manual*.

## **EKLER**

EK-1 : Düzgün Dağılım ve Üçgen Dağılım Parametreleri

EK-2 : Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Model için Referans Makaleye Ait Veri Seti ve Sonuçları

EK-3 : Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Model için Düzgün Dağılım Veri Seti ve Sonuçları

EK-4 : Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Model için Üçgen Dağılım Veri Seti ve Sonuçları

EK-5 : Kısmi Atamaya İzin Verilen Model için Düzgün Dağılım Veri Seti ve Sonuçları

EK-6 : Kısmi Atamaya İzin Verilen Model için Üçgen Dağılım Veri Seti ve Sonuçları

EK-7 : Kısmi Atamaya İzin Verilen Model için Örnek CPLEX OPL Kodu

EK-8 : Örnek MATLAB Veri Seti Kodu

**EK-1**

ÇizelgeEk.1: Düzgün Dağılım ve Üçgen Dağılım Parametreleri

Proje sayısı ( $P$ )	$D_{psq}$ Dağılımı	$a_{psq}$	$b_{psq}$	$c_{psq}$
10	Düzgün Dağılım	9.64597	13.6874	-
15	Düzgün Dağılım	6.43065	9.12495	-
20	Düzgün Dağılım	4.82297	6.84369	-
25	Düzgün Dağılım	3.8584	5.475	-
10	Üçgen Dağılım	8.16669	15.1667	11.6667
15	Üçgen Dağılım	5.44446	10.1111	7.7778
20	Üçgen Dağılım	4.083331	7.58329	5.8333
25	Üçgen Dağılım	3.26669	6.06671	4.6667

**EK-2**

Çizelge Ek.2: Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Senaryo için Referans Makaleye Ait Veri Seti ve Sonuçları

Veri No.	$z_{ptk}$	P	$S_k$	$\gamma$	Sonuç
1	İkili	10	2	1	246.028,10
2	İkili	10	2	1	43.908,27
3	İkili	10	2	1	146.182,50
4	İkili	10	2	1	133.384,80
5	İkili	10	2	1	261.165,50
6	İkili	10	2	1	233.523,40
7	İkili	10	2	1	122.142,90
8	İkili	10	2	1	94.014,51
9	İkili	10	2	1	370.237,40
10	İkili	10	2	1	217.025,90
11	İkili	15	2	1	130.975,20
12	İkili	15	2	1	186.064,50
13	İkili	15	2	1	149.292,10
14	İkili	15	2	1	196.846,80
15	İkili	15	2	1	78.194
16	İkili	15	2	1	321.747
17	İkili	15	2	1	78.328,97
18	İkili	15	2	1	123.349,20
19	İkili	15	2	1	374.624,80
20	İkili	15	2	1	200.118,00
21	İkili	25	2	1	212.779,80
22	İkili	25	2	1	118.006,50
23	İkili	25	2	1	68.393,05
24	İkili	25	2	1	164.736,30
25	İkili	25	2	1	85.465,19
26	İkili	25	2	1	218.741,80
27	İkili	25	2	1	54.379,99
28	İkili	25	2	1	94.158,78
29	İkili	25	2	1	339.555,30
30	İkili	25	2	1	208.394,40
31	İkili	10	2	3	219.072,20
32	İkili	10	2	3	90.469,08
33	İkili	10	2	3	248.304,00
34	İkili	10	2	3	224.533,20
35	İkili	10	2	3	80.150,02
36	İkili	10	2	3	148.088,80
37	İkili	10	2	3	93.557,10
38	İkili	10	2	3	156.153,40
39	İkili	10	2	3	223.654,00
40	İkili	10	2	3	126.432,90

**EK-3****ÇizelgeEk.3 : Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Senaryo için Düzgün Dağılım Veri Seti ve Sonuçları**

Veri No.	$z_{ptk}$	$D_{psq}$	P	$S_k$	$\gamma$	Sonuç
1	İkili	Düzgün D.	10	2	1	83.258,34
2	İkili	Düzgün D.	10	2	1	27.569,49
3	İkili	Düzgün D.	10	2	1	188.030,80
4	İkili	Düzgün D.	10	2	1	122.705,00
5	İkili	Düzgün D.	10	2	1	117.954,70
6	İkili	Düzgün D.	10	2	1	296.018,00
7	İkili	Düzgün D.	10	2	1	101.354,60
8	İkili	Düzgün D.	10	2	1	95.334,57
9	İkili	Düzgün D.	10	2	1	236.144,50
10	İkili	Düzgün D.	10	2	1	84.710,10
11	İkili	Düzgün D.	15	2	1	224.421,90
12	İkili	Düzgün D.	15	2	1	104.630,00
13	İkili	Düzgün D.	15	2	1	195.591,10
14	İkili	Düzgün D.	15	2	1	94.173,60
15	İkili	Düzgün D.	15	2	1	48.919,91
16	İkili	Düzgün D.	15	2	1	79.704,00
17	İkili	Düzgün D.	15	2	1	112.717,60
18	İkili	Düzgün D.	15	2	1	96.734,69
19	İkili	Düzgün D.	15	2	1	101.683,10
20	İkili	Düzgün D.	15	2	1	142.714,70
21	İkili	Düzgün D.	25	2	1	114.900,30
22	İkili	Düzgün D.	25	2	1	218.037,70
23	İkili	Düzgün D.	25	2	1	102.408,70
24	İkili	Düzgün D.	25	2	1	124.257,00
25	İkili	Düzgün D.	25	2	1	159.622
26	İkili	Düzgün D.	25	2	1	120.066,50
27	İkili	Düzgün D.	25	2	1	112.839,50
28	İkili	Düzgün D.	25	2	1	48.156,80
29	İkili	Düzgün D.	25	2	1	31.020,00
30	İkili	Düzgün D.	25	2	1	114.446,60
31	İkili	Düzgün D.	10	2	3	175.875,10
32	İkili	Düzgün D.	10	2	3	44.693,24
33	İkili	Düzgün D.	10	2	3	167.256,10
34	İkili	Düzgün D.	10	2	3	114.299,10
35	İkili	Düzgün D.	10	2	3	88.474,90
36	İkili	Düzgün D.	10	2	3	106.799,10
37	İkili	Düzgün D.	10	2	3	128.257,50
38	İkili	Düzgün D.	10	2	3	133.167,60
39	İkili	Düzgün D.	10	2	3	192.430,40
40	İkili	Düzgün D.	10	2	3	62.134,20



**EK-4**

Çizelge Ek.4 : Kısmi Atamaya İzin Verilmeyen Senaryo için Üçgen Dağılım Veri Seti ve Sonuçları

Veri No.	$z_{ptk}$	$D_{psq}$	P	$S_k$	$\gamma$	Sonuç
1	İkili	Üçgen D.	10	2	1	84.457,89
2	İkili	Üçgen D.	10	2	1	28.150,71
3	İkili	Üçgen D.	10	2	1	141.200,40
4	İkili	Üçgen D.	10	2	1	167.714,30
5	İkili	Üçgen D.	10	2	1	163.302,70
6	İkili	Üçgen D.	10	2	1	183.333,00
7	İkili	Üçgen D.	10	2	1	102.837,80
8	İkili	Üçgen D.	10	2	1	128.290,50
9	İkili	Üçgen D.	10	2	1	129.357,90
10	İkili	Üçgen D.	15	2	1	105.424,50
11	İkili	Üçgen D.	15	2	1	25.477,58
12	İkili	Üçgen D.	15	2	1	167.096,80
13	İkili	Üçgen D.	15	2	1	70.285,54
14	İkili	Üçgen D.	15	2	1	192.643,40
15	İkili	Üçgen D.	15	2	1	188.334,10
16	İkili	Üçgen D.	15	2	1	144.493,50
17	İkili	Üçgen D.	15	2	1	161.026,20
18	İkili	Üçgen D.	15	2	1	72.142,53
19	İkili	Üçgen D.	15	2	1	61.921,50
20	İkili	Üçgen D.	15	2	1	86.264,90
21	İkili	Üçgen D.	25	2	1	144.197,20
22	İkili	Üçgen D.	25	2	1	94.835,60
23	İkili	Üçgen D.	25	2	1	96.295,60
24	İkili	Üçgen D.	25	2	1	95.012,47
25	İkili	Üçgen D.	25	2	1	150.736,90
26	İkili	Üçgen D.	25	2	1	111.783,10
27	İkili	Üçgen D.	25	2	1	80.706,70
28	İkili	Üçgen D.	25	2	1	94.193,20
29	İkili	Üçgen D.	25	2	1	74.456,10
30	İkili	Üçgen D.	25	2	1	75.338,80
31	İkili	Üçgen D.	10	2	3	188.042,40
32	İkili	Üçgen D.	10	2	3	83.727,71
33	İkili	Üçgen D.	10	2	3	122.200,70
34	İkili	Üçgen D.	10	2	3	127.153,40
35	İkili	Üçgen D.	10	2	3	117.998,30
36	İkili	Üçgen D.	10	2	3	112.288,00
37	İkili	Üçgen D.	10	2	3	88.817,30
38	İkili	Üçgen D.	10	2	3	45.501,70
39	İkili	Üçgen D.	10	2	3	147.453,80
40	İkili	Üçgen D.	10	2	3	91.234,60

**EK-5**

ÇizelgeEk.5 : Kısmi Atamaya İzin Verilen Senaryo için Düzgün Dağılım  
Veri Seti ve Sonuçları

Veri No.	$Z_{ptk}$	$D_{psq}$	P	$S_k$	$\gamma$	Sonuç
1	Sürekli	Düzgün D.	10	2	1	12.300,96
2	Sürekli	Düzgün D.	10	2	1	0,00
3	Sürekli	Düzgün D.	10	2	1	43.745,71
4	Sürekli	Düzgün D.	10	2	1	19.353,01
5	Sürekli	Düzgün D.	10	2	1	0,00
6	Sürekli	Düzgün D.	10	2	1	19.330,50
7	Sürekli	Düzgün D.	10	2	1	0,00
8	Sürekli	Düzgün D.	10	2	1	0,00
9	Sürekli	Düzgün D.	10	2	1	0,00
10	Sürekli	Düzgün D.	10	2	1	0,00
11	Sürekli	Düzgün D.	15	2	1	0,00
12	Sürekli	Düzgün D.	15	2	1	25.451,41
13	Sürekli	Düzgün D.	15	2	1	0,00
14	Sürekli	Düzgün D.	15	2	1	30.308,01
15	Sürekli	Düzgün D.	15	2	1	38.743,34
16	Sürekli	Düzgün D.	15	2	1	14.168,36
17	Sürekli	Düzgün D.	15	2	1	39.290,76
18	Sürekli	Düzgün D.	15	2	1	0,00
19	Sürekli	Düzgün D.	15	2	1	0,00
20	Sürekli	Düzgün D.	15	2	1	14.588,72
21	Sürekli	Düzgün D.	20	2	1	0,00
22	Sürekli	Düzgün D.	20	2	1	0,00
23	Sürekli	Düzgün D.	20	2	1	57.283,46
24	Sürekli	Düzgün D.	20	2	1	22.304,02
25	Sürekli	Düzgün D.	20	2	1	27.067,80
26	Sürekli	Düzgün D.	20	2	1	0,00
27	Sürekli	Düzgün D.	20	2	1	14.489,14
28	Sürekli	Düzgün D.	20	2	1	0,00
29	Sürekli	Düzgün D.	20	2	1	37.186,73
30	Sürekli	Düzgün D.	20	2	1	12.239,92
31	Sürekli	Düzgün D.	25	2	1	0,00
32	Sürekli	Düzgün D.	25	2	1	17.690,64
33	Sürekli	Düzgün D.	25	2	1	0,00
34	Sürekli	Düzgün D.	25	2	1	88.396,62
35	Sürekli	Düzgün D.	25	2	1	0,00
36	Sürekli	Düzgün D.	25	2	1	0,00
37	Sürekli	Düzgün D.	25	2	1	30.660,38
38	Sürekli	Düzgün D.	25	2	1	62.193,57
39	Sürekli	Düzgün D.	25	2	1	0,00
40	Sürekli	Düzgün D.	25	2	1	0,00

ÇizelgeEk.5 (devamı)

Veri No.	Z <sub>ptk</sub>	D <sub>psq</sub>	P	S <sub>k</sub>	$\gamma$	Sonuç
41	Sürekli	Düzgün D.	10	2	3	0,00
42	Sürekli	Düzgün D.	10	2	3	0,00
43	Sürekli	Düzgün D.	10	2	3	0,00
44	Sürekli	Düzgün D.	10	2	3	0,00
45	Sürekli	Düzgün D.	10	2	3	0,00
46	Sürekli	Düzgün D.	10	2	3	0,00
47	Sürekli	Düzgün D.	10	2	3	0,00
48	Sürekli	Düzgün D.	10	2	3	0,00
49	Sürekli	Düzgün D.	10	2	3	0,00
50	Sürekli	Düzgün D.	10	2	3	0,00

**EK-6**

ÇizelgeEk.6 : Kısmi Atamaya İzin Verilen Senaryo için Üçgen Dağılım Veri Seti ve Sonuçları

Veri No.	$z_{ptk}$	$D_{psq}$	P	$S_k$	$\gamma$	Sonuç
1	Sürekli	Üçgen D.	10	2	1	15.896,00
2	Sürekli	Üçgen D.	10	2	1	0,00
3	Sürekli	Üçgen D.	10	2	1	14.436,59
4	Sürekli	Üçgen D.	10	2	1	18.712,89
5	Sürekli	Üçgen D.	10	2	1	0,00
6	Sürekli	Üçgen D.	10	2	1	18.338,08
7	Sürekli	Üçgen D.	10	2	1	0,00
8	Sürekli	Üçgen D.	10	2	1	0,00
9	Sürekli	Üçgen D.	10	2	1	0,00
10	Sürekli	Üçgen D.	10	2	1	0,00
11	Sürekli	Üçgen D.	15	2	1	0,00
12	Sürekli	Üçgen D.	15	2	1	25.721,68
13	Sürekli	Üçgen D.	15	2	1	0,00
14	Sürekli	Üçgen D.	15	2	1	30.857,91
15	Sürekli	Üçgen D.	15	2	1	19.166,53
16	Sürekli	Üçgen D.	15	2	1	14.263,42
17	Sürekli	Üçgen D.	15	2	1	38.983,05
18	Sürekli	Üçgen D.	15	2	1	0,00
19	Sürekli	Üçgen D.	15	2	1	0,00
20	Sürekli	Üçgen D.	15	2	1	26.094,20
21	Sürekli	Üçgen D.	20	2	1	0,00
22	Sürekli	Üçgen D.	20	2	1	0,00
23	Sürekli	Üçgen D.	20	2	1	54.813,05
24	Sürekli	Üçgen D.	20	2	1	22.535,02
25	Sürekli	Üçgen D.	20	2	1	26.997,64
26	Sürekli	Üçgen D.	20	2	1	0,00
27	Sürekli	Üçgen D.	20	2	1	14.588,12
28	Sürekli	Üçgen D.	20	2	1	0,00
29	Sürekli	Üçgen D.	20	2	1	39.658,21
30	Sürekli	Üçgen D.	20	2	1	26.920,74
31	Sürekli	Üçgen D.	25	2	1	0,00
32	Sürekli	Üçgen D.	25	2	1	46.805,54
33	Sürekli	Üçgen D.	25	2	1	58.384,58
34	Sürekli	Üçgen D.	25	2	1	0,00
35	Sürekli	Üçgen D.	25	2	1	0,00
36	Sürekli	Üçgen D.	25	2	1	0,00
37	Sürekli	Üçgen D.	25	2	1	47.010,86
38	Sürekli	Üçgen D.	25	2	1	40.392,79
39	Sürekli	Üçgen D.	25	2	1	0,00
40	Sürekli	Üçgen D.	25	2	1	0,00

ÇizelgeEk.6 (devamı)

Veri No.	$z_{ptk}$	$D_{psq}$	P	$S_k$	$\gamma$	Sonuç
41	Sürekli	Üçgen D.	10	2	3	0,00
42	Sürekli	Üçgen D.	10	2	3	0,00
43	Sürekli	Üçgen D.	10	2	3	0,00
44	Sürekli	Üçgen D.	10	2	3	0,00
45	Sürekli	Üçgen D.	10	2	3	0,00
46	Sürekli	Üçgen D.	10	2	3	0,00
47	Sürekli	Üçgen D.	10	2	3	0,00
48	Sürekli	Üçgen D.	10	2	3	0,00
49	Sürekli	Üçgen D.	10	2	3	0,00
50	Sürekli	Üçgen D.	10	2	3	0,00

## EK-7: Kısmi Atamaya İzin Verilen Model için Örnek CPLEX OPL Kodu

```
1 using CP;
2 int P = 10;
3 range projectRange = 1..P;
4 {int} projectSet = asSet(1..P);
5 int Q = 6;
6 range activityRange = 1..Q;
7 {int} activitySet = asSet(1..Q);
8 int S = 10;
9 range skillRange = 1..S;
10 {int} sSet = asSet(1..S);
11 int K = 10;
12 range resourceRange = 1..K;
13 {int} resourceSet = asSet(1..K);
14 int T = 12;
15 range periodRange = 1..T;
16 int LF_pq[projectRange][activityRange];
17 int skillSet[resourceRange][1..3] = ...;
18 float plannedEffort[1..P*Q*2][1..5] = ...;
19 float externalCost[skillRange] = ...;
20 int ES_p[projectRange] = ...;
21 int LS_p[projectRange] = ...;
22 int LF_p[projectRange];
23 int ES_pq[projectRange][activityRange];
24 int LS_pq[projectRange][activityRange];
25 int a_kt[resourceRange][periodRange] ;
26 float n_sk[resourceRange][1..2]=...;
27 {int} S_k[k in resourceSet] = {skillSet[k][2], skillSet[k][3]};
28 {int} K_s[s in sSet] = {k|k in resourceSet:s in S_k[k]};
29 {float} activitySkill[p in projectRange][q in activityRange] = {
    plannedEffort[12*(p-1)+2*q-1][3], plannedEffort[12*(p-1)+2*q
    ][3]};
30 float mean[projectRange][activityRange][skillRange];
31 float eff[resourceRange][skillRange];
32 {int} tau[p in projectRange][t in periodRange] = {q | q in
    activitySet: t in ES_pq[p][q]..LS_pq[p][q]};
33 float part = 0.25;
34
35 execute{
36     for(var k in resourceSet){
37         eff[k][Opl.item(S_k[k], 0)] = n_sk[k][1];
38         eff[k][Opl.item(S_k[k], 1)] = n_sk[k][2];}}
39 execute{
40     for( var p in projectRange){
41         for (var q in activityRange){
42             mean[p][q][Opl.item(activitySkill[p][q], 0)] =
```

```

    plannedEffort [12*(p-1)+2*q-1] [4];
43     mean[p][q][Op1.item(activitySkill[p][q], 1)] =
        plannedEffort [12*(p-1)+2*q] [4];}}
44 execute{
45     for (var p in projectRange){
46         LF_p[p] = LS_p[p] + Q-1;}}
47 execute{
48     for (var p in projectRange){
49         for(var q in activityRange){
50             ES_pq[p][q] = ES_p[p] + q -1;
51             LS_pq[p][q] = LS_p[p] + q -1;
52             LF_pq[p][q] = 12-Q+q;} }
53 writeln(LF_pq);
54 }
55 {int} startSet[p in projectRange][q in activityRange] = {ES_pq[p
    ][q], LS_pq[p][q]};
56 execute{
57     for (var k in resourceRange){
58         for(var t in periodRange){
59             a_kt[k][t] = 20; } }}
60 execute{
61     cp.param.timelimit=600;}
62
63 //DECISION VARIABLES
64 dvar int+ x[projectRange][periodRange][skillRange][resourceRange
    ];
65 dvar int+ z[p in projectSet][q in activitySet][periodRange];
66
67 //OBJECTIVE FUNCTION
68 dexpr float cost = sum(p in projectSet)
69     sum(t in ES_p[p]..LF_p[p])
70     sum(s in sSet)
71     (externalCost[s]
72     *max1(sum(q in tau[p][t]:mean[p][q][s] != 0)mean[p][q][s
    ]*part*z[p][q][t]
73     -sum(k in K_s[s]) x[p][t][s][k], 0));
74 minimize cost;
75 subject to {
76 constraint1:
77 forall (p in projectSet, q in activitySet)
78     sum(t in ES_pq[p][q]..LF_pq[p][q]) z[p][q][t] == 1/part;
79 constraint2:
80 forall(p in projectSet, q in 1..(Q-1), t in ES_pq[p][q]..LF_pq[p
    ][q])
81     sum(tprime in ES_pq[p][q]..t)z[p][q][tprime] < 1/part => sum(
    tprime in ES_pq[p][q+1]..t+1) z[p][q+1][tprime] == 0;
82 constraint3:

```

```

83 forall (k in resourceRange, t in periodRange)
84     sum(p in projectSet, s in sSet : eff[k][s]!=0) (1/eff[k][s
85     ]) * x[p][t][s][k] <= a_kt[k][t];
86 constraint4:
87 forall (p in projectSet, t in ES_p[p]..LF_p[p], s in sSet, k in
88     K_s[s]) //non-negativity
89     x[p][t][s][k] >= 0;
90 constraint5:
91 forall (p in projectSet, q in activitySet, t in periodRange)
92     z[p][q][t] >= 0 && z[p][q][t] <= 1/part;
93 constraint6:
94 forall(p in projectRange, q in activityRange, t in periodRange: t
95     <ES_pq[p][q])
96     z[p][q][t] == 0;
97 constraint7:
98 forall(p in projectRange, q in activityRange, t in periodRange: t
99     >LF_pq[p][q])
100     z[p][q][t] == 0;}

```



## EK-8 : Örnek MATLAB Veri Seti Kodu

```
1 clc; clear; close;
2 project = 10;
3 dProject = 6;
4 planningHorizon = 12;
5 resource = 10;
6 skill = 10;
7 nSkillPerResource = 2;
8 nSkillPerActivity = 2;
9 maxSkillPerProject = 3;
10 effPD = truncate(makedist('Normal','mu',1,'sigma',0.25)
    , 0.5, 1.5);
11 costPD = truncate(makedist('Normal','mu', 800, 'sigma',
    100), 600, 1000);
12 earlyStartProject = randi(6, project, 1);
13 gamma = 1;
14 lateStartProject = earlyStartProject + gamma;
15 cost1 = [];
16 for s = 1:skill
17     cost1 = [cost1; s, random(costPD)];
18 end
19 header = {'Skill', 'External_Cost'};
20 cost = [header; num2cell(cost1)];
21 skillSet = [];
22 for k = 1:resource
23     skillSet = [skillSet; k, randperm(skill,
        nSkillPerResource), random(effPD), random(effPD)];
24 end
25 cPD = makedist("Triangular","a",8.16669,"b",11.6667,"c
    ",15.1667);
26 skillArray = [];
27 numberOfProjectSkills = [];
28 for p = 1:project
29     numberOfSkills = randi([2, 3]);
30     projectSkills = randperm(skill, numberOfSkills);
31     numberOfProjectSkills = [numberOfProjectSkills;
        numberOfSkills];
32     for q = 1:dProject
```

```
33     skillActivityLoc = randperm(numberofSkills, 2);
34     skillList = projectSkills(skillActivityLoc);
35     for s = 1:2
36         skillArray = [skillArray; p, q, skillList(s
37             ), unifrnd(3.8584,5.475), random(cPD)];
38     end
39 end
40 header = {'Project', 'Period', 'Skill_ID', 'Uniform
41     Expectancy', 'Triangular Expectancy'};
42 plannedEffort = [header; num2cell(skillArray)];
```

