

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**MEKANİK SİSTEMLERİN GÜVENİLİRLİK TAHMİNİ İÇİN YENİ
BİR GÜVENİLİRLİK EKSTRAPOLASYON YÖNTEMİ
GELİŞTİRİLMESİ**

DOKTORA TEZİ

Gamze BAYRAK

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Erdem ACAR

NİSAN 2023

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, alıntı yapılan kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, referansların tam olarak belirtildiğini ve ayrıca bu tezin TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Gamze BAYRAK

ÖZET

Doktora Tezi

MEKANİK SİSTEMLERİN GÜVENİLİRLİK TAHMİNİ İÇİN YENİ BİR GÜVENİLİRLİK EKSTRAPOLASYON YÖNTEMİ GELİŞTİRİLMESİ

Gamze BAYRAK

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Erdem ACAR

Tarih: Nisan 2023

Asimtotik örnekleme (ing. asymptotic simulation, AS), yüksek güvenilirlikli yapıların küçük hasar olasılıklarını tahmin etmek için kullanılan simülasyon tabanlı verimli bir tekniktir. AS rassal değişkenlerin standart sapmalarına göre güvenilirlik indislerinin asimtotik davranışını kullanır. Bu yöntemde, rassal değişkenlerin standart sapmaları, bir dizi ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisi elde etmek için bir ölçek parametresi kullanılarak kademeli olarak artırılır. Standart sapma ölçek parametreleri ve bunlara karşılık gelen ölçeklendirilmiş güvenilirlik indislerine destek noktaları denir. Daha sonra bu destek noktaları kullanılarak, ölçek parametresi ile ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisleri arasında bir ilişki kurmak için regresyon gerçekleştirilir. Son olarak, oluşturulan regresyon modeli kullanılarak gerçek güvenilirlik indisini tahmin etmek için ekstrapolasyon yapılır.

AS yönteminin doğruluğu ve performansı; kullanılan örnekleme yöntemi, ölçek parametrelerinin değerleri, destek noktalarının sayısı ve ekstrapolasyon modellerinin formülasyonu gibi çeşitli faktörlere bağlıdır. Bu çalışmanın amaçlarından biri, yüksek güvenilirlikli sistemler için AS yönteminin performansının kritik bir değerlendirmesini yapmak ve AS yönteminin performansını iyileştirmek için bazı

öneriler sunmaktır. Örnekleme yöntemi olarak Sobol dizisi kullanımının Latin hiperküp örnekleme (ing. Latin hypercube sampling) kullanımından daha etkin olduğu, başlangıç ölçek parametresinin en uygun değerinin 0,4 olduğu, 4 destek noktasının kullanılmasının doğruluk ve verimlilik açısından en iyi sonuçları verdiği ancak çok yüksek güvenilirlik değerleri için 5 destek noktası kullanılmasının daha uygun olduğu ve 6 modelli ortalama ekstrapolasyon formülünün 10 modelli ortalama ekstrapolasyon formülünden daha doğru sonuçlar verdiği bulunmuştur.

Yöntemin performansını etkileyen diğer bir etken de regresyon türüdür. Önceki çalışmalarda, güvenilirlik indisleri ile destek noktaları arasındaki ilişki doğrusal olmayan regresyon kullanılarak kurulmuştur. Bu çalışmada ise regresyon için, daha gelişmiş makine öğrenme (Gauss süreci, destek vektör regresyonu) ve vekil model (Kriging) tekniklerinin kullanımı araştırılmış ve bu tekniklerin doğrulukları farklı örnek problemler üzerinden doğrusal olmayan regresyon ile karşılaştırılmıştır. Doğrusal olmayan regresyon tekniği ile yapılan ekstrapolasyonun Gauss süreci, destek vektör regresyonu ve Kriging vekil modelinden daha doğru sonuçlar verdiği bulunmuştur.

AS yönteminin doğruluğunu arttırmak için literatürde farklı ekstrapolasyon modellerinin ortalama değerinin kullanıldığı bir ortalama ekstrapolasyon formülasyonu önerilmiştir. Bu formülasyon, yanlış ekstrapolasyon modelinin kullanılmasına karşı koruma sağlasa da, mevcut en iyi ekstrapolasyon modelinden daha iyi bir güvenilirlik tahminini garanti etmemektedir. Bu çalışmada ise, ağırlık faktörlerinin optimize edildiği bir ağırlıklı ortalama AS formülasyonu önerilmiştir. Ağırlık faktörleri optimizasyonunda bootstrap (yeniden örnekleme) yöntemiyle hesaplanan, güvenilirlik indisi tahmininin varyans değeri en aza indirilmiştir. Ağırlık faktörlerinin optimizasyonunda hem dışbükey (ing. convex) hem de afin (ing. affine) formülasyonlar kullanılmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Önerilen yöntemin performansı, farklı örnek problemler kullanılarak değerlendirilmiştir. Önerilen ağırlıklı ortalama formülasyonunun, ortalama ekstrapolasyon formülasyonundan daha yüksek doğruluğa sahip olduğu bulunmuştur. Ağırlık faktörlerinin optimizasyonu için, çoğu durumda afin formülasyonun dışbükey formülasyondan daha doğru sonuçlar verdiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Ağırlık faktörü, Asimtotik davranış, Ekstrapolasyon modelleri, Makine öğrenme, Güvenilirlik indisi, Optimizasyon, Vekil model, Yeniden örnekleme, Yüksek güvenilirlik.



ABSTRACT

Doctor of Philosophy

DEVELOPMENT OF A NEW RELIABILITY EXTRAPOLATION METHOD FOR THE RELIABILITY ESTIMATION OF MECHANICAL SYSTEMS

Gamze BAYRAK

TOBB University of Economics and Technology

Institute of Natural and Applied Sciences

Mechanical Engineering Science Programme

Supervisor: Prof. Dr. Erdem ACAR

Date: April 2023

Asymptotic sampling (AS) is an efficient simulation-based technique for estimating the small failure probabilities of structures. AS utilizes the asymptotic behavior of the reliability index with respect to the standard deviations of random variables. In this method, the standard deviations of random variables are progressively inflated using a scale parameter to obtain a set of scaled reliability indices. The collection of the standard deviation scale parameters and corresponding scaled reliability indices are called support points. Then, least squares regression is performed using these support points to establish a relationship between the scale parameter and scaled reliability indices. Finally, extrapolation is performed to estimate the actual reliability index.

The accuracy and performance of the AS method are affected by various factors including the sampling method used, the values of the scale parameters, the number of support points, and the formulation of extrapolation models. One of the purpose of this study is to make a critical evaluation of the performance of the asymptotic sampling method for highly safe structures, and to provide some guidelines to improve the performance of the AS method. It is found that generating the random variables by Sobol sequences and using the 6-model mean extrapolation formulation give slightly

more accurate results rather than Latin hypercube sampling (LHS) and 10-model mean extrapolation formulation. Besides, the optimum initial scale parameter is approximately around 0.4, and the optimum number of support points is typically 4 for all problems. As the reliability level increases, the optimum initial scale parameter value decreases, and the optimum number of support points increases.

Another factor affecting the performance of the method is the regression type. In the previous studies, the relationship between reliability indices and support points has been established using nonlinear regression. In this study, we explored the use of more advanced machine learning (e.g., Gaussian process, support vector regression) and surrogate modeling (e.g., Kriging) techniques, and compared the accuracies of these techniques to that of the nonlinear regression on various example problems. It is found that using nonlinear regression yields more accurate results than machine learning and surrogate modeling techniques evaluated within the scope of this study.

Various extrapolation models have been used in AS to improve accuracy. Moreover, a mean extrapolation formulation using the average value of different extrapolation models was proposed to further improve its accuracy. Although the mean extrapolation formulation protects against using the wrong extrapolation model, it did not guarantee a reliability estimation better than that of the best available extrapolation model. In this study, we propose a weighted average AS formulation in which the weight factors are optimized to minimize the variance of the reliability index estimation through the bootstrapping method. In the weight factor determination, both convex and affine formulations are considered and the results are compared. The performance of the proposed method is evaluated using various example problems. It is found that the proposed weighted average formulation has higher accuracy than the mean extrapolation formulation. For weight factor optimization, the affine formulation yields more accurate results than the convex formulation in most cases.

Keywords: Asymptotic behavior, Bootstrap, Extrapolation models, High reliability, Machine learning, Optimization, Reliability index, Surrogate model, Weight factor.

TEŞEKKÜR

Eğitimim boyunca hiçbir konuda yardım ve desteğini esirgemeyen, değerli bilgi ve deneyimleri ile bu çalışmanın gerçekleŐmesini sağlayan saygıdeğer hocam Prof. Dr. Erdem Acar'a, beni bu günlere getiren ve üzerimdeki emeklerini asla göz ardı edemeyeceğim sevgili annem Meral Bayrak, anneannem Emine FerlibaŐ ve dedem Mehmet FerlibaŐ'a, bu süreçte bana destek olan eŐim Cansın Bayrak'a ve diğer tüm asistan arkadaşlarıma, sağladıkları desteklerden dolayı TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi'ne ve BVS Bülbüloğlu Vinç Sanayi A.Ő.'ye, ayrıca 22AG001 numaralı program altında 22AG024 numaralı proje kapsamında beni destekleyen TÜBİTAK'a çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
TEZ BİLDİRİMİ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vii
TEŞEKKÜR	ix
ŞEKİL LİSTESİ	xii
ÇİZELGE LİSTESİ	xiii
KISALTMALAR	xiv
SEMBOL LİSTESİ	xv
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı.....	4
1.2 Tezin İçeriği	5
2. LİTERATÜR TARAMASI	7
2.1 Klasik Güvenilirlik Tahmin Yöntemleri.....	7
2.1.1 Monte Carlo simülasyonu (MCS)	8
2.2 Yüksek Güvenilirlikli Problemler için Tahmin Yöntemleri	8
2.3 Asimtotik Örneklem Yöntemi	12
2.3.1 Latin hiperküp örnekleme (LHS).....	15
2.3.2 Sobol dizisi ile örnekleme.....	15
2.4 Ortalama Ekstrapolasyon Tekniği.....	10
2.5 Regresyon Yöntemleri.....	12
2.5.1 Gauss süreci regresyonu (GPR)	13
2.5.2 Destek vektör regresyonu (SVR)	20
2.5.3 Kriging (KR)	23
3. ASİMTOTİK ÖRNEKLEMENİN PERFORMANSINI ETKİLEYEN PARAMETRELERİN İNCELENMESİ	25
3.1 Örneklem Yönteminin Etkisinin İncelenmesi	20
3.2 Ekstrapolasyon Model Formüllerinin Etkisinin İncelenmesi	21
3.3 Başlangıç Ölçek Parametresinin Etkisinin İncelenmesi	23
3.4 Destek Noktası Sayısının Etkisinin İncelenmesi.....	30
4. ASİMTOTİK ÖRNEKLEME İÇİN EN İYİ REGRESYON YÖNTEMİNİN BELİRLENMESİ	33
5. TEZ KAPSAMINDA GELİŞTİRİLEN AĞIRLIKLI ORTALAMA YÖNTEMİ	31
5.1 Ağırlık Faktörlerinin Belirlenmesi	31
5.2 Bootstrap Yöntemini Kullanarak Varyans Tahmini.....	33
6. ÖRNEK PROBLEMLER	41
6.1 Bağlantı Elemanı (Connecting Rod) Problemi	41
6.2 Ankastre Kiriş (Cantilever Beam) Problemi.....	42
6.3 Merkezi Çatlaklı Plaka (Central Crack Plate) Problemi.....	43
6.4 Fortini'nin Kavrama (Fortini's Clutch) Problemi	44
6.5 Çatı Makası (Roof Truss) Problemi	45
6.6 I Kiriş (I-Beam) Problemi.....	40
7. SONUÇLAR	43
7.1 Sayısal Yöntem	43

7.2 Geliştirilen Ağırlıklı Ortalama Yönteminde Ekstrapolasyon Modellerinin Karşılaştırılması.....	50
7.3 Ankastre Kiriş Problemi için Sonuçlar.....	50
7.4 Diğer Örnek Problemler için Sonuçlar.....	54
8. GELİŞTİRİLEN YÖNTEMİN BİR MÜHENDİSLİK PROBLEMİNE UYGULANMASI	51
8.1 Vinç Köprüsü Problemi.....	51
8.2 Vinç Köprüsü Problemi için Sonuçlar	60
9. DEĞERLENDİRME	63
KAYNAKLAR.....	61
EKLER	75
ÖZGEÇMİŞ.....	93



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1: Hiper dairesel sınır durum fonksiyonu için güvenilirlik indisi ile standart sapma ölçek parametresi f arasındaki ilişki	13
Şekil 2.2: Asimtotik örnekleme	14
Şekil 2.3: Bağlantı elemanı probleminde (a) normal modeller ve (b) üssel modeller için elde edilen regresyon eğrileri	17
Şekil 2.4: Destek vektör regresyonu	22
Şekil 3.1: Farklı güvenilirlik seviyelerinde LHS ve Sobol örneklemesinin (a) 10 modelli ve (b) 6 modelli ekstrapolasyon için ortalama RMSE değerleri	20
Şekil 3.2: (a) en iyi bireysel ekstrapolasyon modellerinin RMSE değerleri ve (b) 6 modelli ve 10 modelli ortalama ekstrapolasyon formüllerinin farklı güvenilirlik seviyeleri için RMSE değerleri	22
Şekil 3.3: Çoklu tahmin modellerinin ortalamaları ve medyanlarının (a) 10 modelli ve (b) 6 modelli ekstrapolasyon için ortalama $RMSE_{nor}$ değerleri	23
Şekil 3.4: Ankastre giriş probleminin $\beta = 4,03$ güvenilirlik seviyesinde (a) $f_0=0,2$ ve $f_0=1$ ve (b) $f_0=0,3$, $0,4$ ve $0,5$ değerleri için asimtotik örnekleme performanslarının karşılaştırılması	30
Şekil 3.5: Ankastre giriş probleminde farklı N_s değerleri için asimtotik örnekleme yönteminin performansının karşılaştırılması	31
Şekil 4.1: (a) Destek vektör regresyonu ve (b) Gauss süreç regresyonu ve Kriging modelleri için regresyon çizgileri	34
Şekil 4.2: Ekstrapolasyon yöntemlerine karşılık gelen RMSE değerleri	35
Şekil 5.1: Bootstrap yönteminin adımları	33
Şekil 6.1: Eksenel yükleme altındaki bağlantı çubuğu	41
Şekil 6.2: Dikey ve yatay eğilme altındaki ankastre giriş	42
Şekil 6.3: Merkezi çatlaklı plaka	43
Şekil 6.4: Fortini'nin kavraması	44
Şekil 6.5: Çatı makası	45
Şekil 6.6: Basit mesnetli I girişi için kesit ve yükleme	40
Şekil 7.1: 6 modelli ve 10 modelli ortalama ekstrapolasyon formüllerinin farklı güvenilirlik seviyelerinde (a) dışbükey ağırlıklı ortalama ve (b) afin ağırlıklı ortalama modeli için RMSE değerleri	50
Şekil 8.1: Gezer köprüsü vincin yapısal özellikleri	52
Şekil Ek. 1: Ankastre giriş problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri	73
Şekil Ek. 2: Merkezi çatlaklı plaka problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri	80
Şekil Ek. 3: Bağlantı elemanı problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri	81
Şekil Ek. 4: Fortini'nin kavrama problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri	82
Şekil Ek. 5: I giriş problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri	83
Şekil Ek. 6: Çatı makası problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri ..	84

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1: Farklı güvenilirlik seviyelerinde farklı problemler için optimum bireysel ekstrapolasyon modelleri.....	22
Çizelge 3.2: Çeşitli güvenilirlik seviyelerindeki tüm örnek problemler için optimum f_0 değerleri.....	30
Çizelge 3.3: Tüm örnek problemler için optimum N_s değerleri	31
Çizelge 6.1: Çalışmada kullanılan örnek problemlerin boyutları.....	41
Çizelge 6.2: Bağlantı elemanı probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri.....	42
Çizelge 6.3: Ankastre kiriş probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri.....	43
Çizelge 6.4: Merkezi çatlaklı plaka probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri.....	44
Çizelge 6.5: Fortini'nin kavrama probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri.....	45
Çizelge 6.6: Çatı makası probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri...46	46
Çizelge 6.7: I kiriş probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri	47
Çizelge 7.1: Ankastre kiriş probleminde 4.0 güvenilirlik indisi için bootstrapping tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.....	51
Çizelge 7.2: Ankastre kiriş probleminde 4.0 güvenilirlik indisi için bootstrapping tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.....	52
Çizelge 7.3: Ankastre kiriş probleminde 5.0 güvenilirlik indisi için bootstrapping tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.....	53
Çizelge 7.4: Ankastre kiriş probleminde 6.0 güvenilirlik indisi için bootstrapping tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.....	54
Çizelge 7.5: RMSE değerlerine göre ağırlıklı ortalama asimtotik örnekleme genel sonuçları.	55
Çizelge 8.1: Kirişler için katsayılar ve optimum geometrik parametreler.....	60
Çizelge 8.2: Vinç köprüsü probleminde 4.58 güvenilirlik indisi için bootstrapping tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.....	61
Çizelge 8.3: Vinç köprüsü probleminde 5.82 güvenilirlik indisi için bootstrapping tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.....	61
Çizelge Ek. 1: Örnek problemler için güvenilirlik seviyeleri	77
Çizelge Ek. 2: Tüm güvenilirlik seviyeleri için ankastre kiriş probleminin sonuçları.....	85
Çizelge Ek. 3: Tüm güvenilirlik seviyeleri için merkezi çatlaklı plaka probleminin sonuçları	80
Çizelge Ek. 4: Tüm güvenilirlik seviyeleri için bağlantı elemanı probleminin sonuçları	81
Çizelge Ek. 5: Tüm güvenilirlik seviyeleri için Fortini'nin kavrama probleminin sonuçları	82
Çizelge Ek. 6: Tüm güvenilirlik seviyeleri için I kiriş probleminin sonuçları.....	83
Çizelge Ek. 7: Tüm güvenilirlik seviyeleri için çatı makası probleminin sonuçları ..90	90
Çizelge Ek. 8: Tüm güvenilirlik seviyeleri için vinç köprüsü probleminin sonuçları91	91

KISALTMALAR

AS	: Asimtotik Örnekleme (ing. Asymptotic Simulation)
CDF	: Kümülatif Dağılım Fonksiyonu (ing. Cumulative Distribution Function)
GPD	: Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı
GPR	: Gauss Süreci Regresyonu (ing. Gaussian Process Regression)
KKT	: Karush-Kuhn-Tucker
KR	: Kriging
LSF	: Sınır Durum Fonksiyonu (ing. Limit State Function)
LHS	: Latin Hiperküp Örnekleme (ing. Latin Hypercube Sampling)
MCS	: Monte Carlo Simülasyonu
MPP	: En Olası Hasar Noktası (ing. Most Probable Point)
NFE	: Sınır Durum Fonksiyonu Hesabı (ing. Number of Function Evaluation)
PDF	: Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (ing. Probability Density Function)
RMSE	: Karekök Ortalama Hata Karesi (ing. Root Mean Square Error)
SVR	: Destek Vektör Regresyonu (ing. Support Vector Regression)

SEMBOL LİSTESİ

Bu çalışmada kullanılmış olan simgeler açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
A	Yüzey alanı
C_N	Kovaryans matrisi
d	Boyut parametresi
E	Young modülü
f	Ölçek parametresi
f_0	Başlangıç ölçek parametresi
$F(x)$	Kümülatif dağılım fonksiyonu
$f(x)$	Birleşik olasılık yoğunluk dağılımı
$g(x)$	Sınır durum fonksiyonu
I	Eylemsizlik momenti
L	Logaritmik olasılık fonksiyonu
M	Eğilme momenti
N	Toplam örneklem sayısı
N_0	Hasara uğraması gereken örneklem sayısı
N_f	Hasara uğrayan örneklem sayısı
N_s	Destek noktası sayısı
n_{var}	Rassal değişken sayısı
p	Örneklem kümesi sayısı
P_f	Hasar olasılığı
q	Ekstrapolasyon modeli üssü
$RMSE_{avg}$	Ortalama RMSE değeri
$RMSE_{nor}$	Normalleştirilmiş RMSE değeri
v	Poisson oranı
w_i	Ağırlık faktörü
W	Kesit modülü
x	Veri vektörü
Y_s	Akma dayanımı
α	Adım büyüklüğü
β	Güvenilirlik indisi
β_{act}	Analitik yöntemlerle elde edilen güvenilirlik indisi
ε	Kayıp fonksiyonu
θ	Bilinen parametre değerleri kümesi
μ	Ortalama değer
σ	Standart sapma
σ_{allow}	İzin verilen gerilme değeri
σ_f	Ölçeklendirilmiş standart sapma
σ_s	Statik gerilme fonksiyonu
Φ	Standart normal değişkenin olasılık dağılım fonksiyonu

1. GİRİŞ

Güvenilirlik, bir sistemin belirli bir zaman diliminde ve belirli koşullar altında yapması gereken işlemi yerine getirme olasılığıdır [1]. Bir sistemin yapısal güvenilirliği, sistemin hasar durumunu veya parçaların ortaya çıkmaması istenen davranışlarını belirlemek için kullanılan sınır durum fonksiyonları yardımıyla hesaplanır. Sınır durum fonksiyonu (limit state function, LSF), sistem kapasitesi ile sistem cevabı arasındaki fark olarak tanımlanır. Güvenilirlik tahmini yapılırken kullanılan parametrelerin belirsizliklerinin dikkate alınması gerekmektedir. Bu belirsizlikler; geometrik özelliklerin toleransları, malzeme özelliklerinin dağılımları ve çevresel faktörler olarak ifade edilebilir. Bu faktörler rassal değişkenler olarak modellenebilir ve bu değişkenler kullanılarak yapısal hasar olasılığı tahmin edilebilir. Rassal değişkenler, belirli bir değer yerine olasılık dağılımı ile ifade edilen değişkenlerdir. Rassal örnekleme yöntemi, bir popülasyondan veya evrensel bir kümeden rastgele seçilen bir örneklem grubunun kullanılması yoluyla belirli bir problemi veya soruyu çözmeye yönelik bir istatistiksel yöntemdir. Evrensel bir kümeden örneklem alınarak zaman ve maliyet tasarrufu sağlar. Ayrıca, örnekleme doğru bir şekilde yapıldığında, evrensel kümenin özelliklerini iyi bir şekilde yansıtan örneklem verileri elde edilir.

Hasar olasılığı tahmini yapılırken, hasar bölgesi üzerindeki tüm rassal değişkenlerin birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonunun çok boyutlu integrali hesaplanır.

$$P_f = \Pr[g(\mathbf{x}) \leq 0] = \int I[g(\mathbf{x}) \leq 0] f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1.1)$$

Burada; I ilgili koşul sağlandığında 1 değerini sağlanmadığında ise 0 değerini alan gösterge fonksiyonunu, $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ rassal değişkenler kümesinin birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonunu, $g(\mathbf{x}) \leq 0$ hasar bölgesini ve $g(\mathbf{x})=0$ sınır durum fonksiyonunu temsil etmektedir. Gerçek hayattaki yapısal problemlerin çoğu için, bu çok boyutlu fonksiyonun integralinin analitik olarak hesaplanması mümkün değildir, bu nedenle hasar olasılığını tahmin etmek için analitik (birinci derece güvenilirlik yöntemi [2], ikinci derece güvenilirlik yöntemi [3], vb.) ve simülasyon tabanlı yöntemler (Monte Carlo Simülasyonu, MCS [4], önem örnekleme (ing. importance sampling) [5], vb.) kullanılmaktadır.

Güvenilirlik indisi, bir sistemin hasar olasılığını belirtmek için kullanılan bir terimdir. Güvenilirlik indisinin, hasar olasılığı ile ilişkisi aşağıda verilmiştir [1].

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (1.2)$$

Burada, Φ^{-1} standart normal kümülatif dağılım fonksiyonunun (ing. cumulative distribution function, CDF) tersidir. CDF bir rassal değişkenin belirli bir değere eşit veya o değerden daha az olma olasılığını verir. Bu fonksiyon, rassal değişkenin olası tüm değerlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonu (ing. probability density function, PDF) kullanılarak toplanmasıyla elde edilir. PDF, genellikle sürekli rassal değişkenler için, belirli bir bölgedeki olasılığı hesaplamak için kullanılan bir fonksiyondur. Kümülatif dağılım fonksiyonu, olasılık yoğunluk fonksiyonunun integrali şeklinde ifade edilmektedir [4].

Örnek olarak; aksenal yükleme altındaki bir bağlantı çubuğunun yapısal güvenilirliği, çubuğun dayanımı ve tasarımı için belirli parametrelerin belirlenmesi ve bu parametrelerin belirsizliklerinin dikkate alınması ile hesaplanabilir. Bu belirsizlikler, geometrik özelliklerin toleransları, yükleme durumundaki varyasyon ve malzeme özelliklerinin dağılımları ile ifade edilebilir. Öncelikle, bağlantı çubuğunun geometrik özellikleri (uzunluk, çap vb.), yükleme koşulları ve malzeme özellikleri (çubuk malzemesinin elastikiyet modülü, kesme modülü, akma mukavemeti vb.) belirlenir. Daha sonra öngörülen yükleme altında çubuğun davranışı, gerilme-deformasyon ilişkisi ve deformasyon özellikleri gibi parametreler analitik veya sayısal yöntemlerle hesaplanır.

Eksenal yükleme altındaki bağlantı çubuğunun sınır durum fonksiyonu, malzeme mukavemeti ile eleman üzerinde oluşan gerilme arasındaki farka karşılık gelmektedir. Bu eleman için, üzerindeki kuvvet ve çubuğun geometrik parametreleri rassal değişkenlerdir. Bu rassal değişkenler kullanılarak eleman üzerindeki gerilme değeri bulunur ve sınır durum fonksiyonu değerleri elde edilir. Eleman üzerindeki gerilme değerlerinin, mukavemet değerinden büyük olduğu durumlar belirlenerek hasar olasılığı hesaplanır.

Hassas tasarıma sahip gelişmiş karmaşık teknoloji sistemleri, küçük hasar olasılıklarının tahmini ile ilgilenmektedir. Uçaklar ve nükleer santraller dahil olmak üzere çeşitli yüksek teknoloji sistemleri, çok küçük hasar olasılıkları için tasarlanmıştır

ve bu küçük olasılıkların tahmini, hesaplama yükü (veya maliyeti) açısından oldukça zordur. Yüksek güvenilirlikli sistemlerde hasar olasılığının doğru şekilde tahmin edilebilmesi için gereken hesaplama maliyeti, çok sayıda simülasyon yapılmasını gerektirdiği için oldukça yüksektir. Yüksek güvenilirlikli sistemlerde hasar olasılığının doğru tahmini için çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bu yaklaşımlar, örnekleme dayalı yaklaşımlar, vekil model tabanlı yaklaşımlar ve ekstrem uçlara dayalı yaklaşımların istatistikleri olarak üç kategoriye ayrılmaktadır [6]. Yüksek güvenilirliğe sahip sistemlerde hasar olasılığı tahmini çok fazla sayıda örneklem kullanılmasını gerektirdiği için Monte Carlo simülasyonu etkinliğini kaybetmektedir. Bu sistemlerde önem örnekleme, altküme (ing. subset) simülasyonu [7] ve asimtotik örnekleme [8] gibi gelişmiş örnekleme dayalı yaklaşımların, Monte Carlo Simülasyonundan daha doğru ve verimli tahminler sağladığı kanıtlanmıştır.

Yüksek güvenilirlikli sistemlerde güvenilirlik tahmini için kullanılan vekil model tabanlı yaklaşımlar; Kriging [9-11], destek vektör regresyonu [12] ve sinir ağları [13,14] gibi geleneksel metamodelleri ve makine öğrenme modellerini içermektedir.

Düşük hasar olasılıklarının tahmini için ekstrem istatistiklerin kullanımı ise genellikle genelleştirilmiş Pareto dağılımı [15], ekstrem değer dağılımı [16,17] veya diğer asimtotik dağılımlar kullanılarak gerçekleştirilmektedir.

Diğer yöntemlerin, yüksek güvenilirliğe sahip sistemlerde karşılaşılan dezavantajlarının üstesinden gelebilmek için ekstrapolasyon tabanlı yöntemler kullanılmaktadır. Asimtotik örnekleme (ing. asymptotic sampling, AS), küçük hasar olasılıklarını tahmin etmek için geliştirilmiş ekstrapolasyona dayalı bir yöntemdir [8]. Bu yöntem, değişkenlerin standart sapmasına göre hasar olasılığının asimtotik davranışına dayalı olarak, düşük güvenilirlik indislerinden yüksek güvenilirlik indislerine ekstrapolasyon yapmaktadır. Bir ölçek parametresi kullanılarak, rassal değişkenlerin standart sapmaları, az sayıda örnekle doğru bir şekilde tahmin edilebilen (daha küçük) ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisleri elde etmek için aşamalı olarak arttırılır. Ardından, standart sapma ölçek parametresi ile ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisleri değerleri arasında bir ilişki kurmak için doğrusal olmayan regresyon analizi kullanılır. Son olarak, oluşturulan regresyon modeli kullanılarak gerçek güvenilirlik indisini tahmin etmek için ekstrapolasyon yapılır. Bu yöntem, yüksek güvenilirlik indisinin tahmini için kullanılan hesaplama maliyetini azaltmaktadır. Zhangchun vd.

[18,19] çeşitli ekstrapolasyon modellerinin ortalama tahminini kullanarak AS yönteminin doğruluğunu iyileştirmiştir. Acar [20] ayrılabilir sınır durum fonksiyonlarına sahip yüksek güvenilirlikli yapılar için ekstrapolasyon formülünü yeniden düzenleyerek AS yönteminin etkinliğini arttırmıştır. Kaveh ve Eslamlou [21], sınır durum fonksiyonunun kullanım sayısını azaltmak için AS yönteminde üniform dağılımı kullanan ağırlıklı simülasyon yöntemini kullanmıştır.

1.1 Tezin Amacı

Bu tez kapsamında, AS yönteminin performansının kritik bir değerlendirmesi yapılmış ve AS yönteminin performansını iyileştirmek için bazı öneriler sunulmuştur. AS yönteminin performansının değerlendirilmesinde, farklı sayıda rassal değişkene ve farklı tip olasılık dağılımlarına sahip örnek problemler kullanılmıştır.

Ayrıca, Bucher'ın AS yönteminde ekstrapolasyon için kullandığı doğrusal olmayan regresyon tekniği yerine daha gelişmiş makine öğrenmesi teknikleri (Gauss süreç regresyonu (ing. Gaussian process regression, GPR), destek vektör regresyonu (ing. Support vector regression, SVR)) ve bazı vekil model teknikleri (Kriging (KR)) kullanılmış ve bu tekniklerin doğrulukları doğrusal olmayan regresyonla karşılaştırılmıştır. Regresyon yöntemlerinin doğruluklarının değerlendirilmesinde, farklı sayıda rassal değişkene ve farklı tip olasılık dağılımlarına sahip örnek problemler kullanılmıştır.

Zhangchun vd. tarafından öne sürülen ortalama ekstrapolasyon tekniğinin yanlış ekstrapolasyon modelinin kullanılmasına karşı koruma sağlamasına rağmen, mevcut ekstrapolasyon modelleri arasında en iyi ekstrapolasyon modelinden daha iyi güvenilirlik tahminini garanti etmediği görülmektedir. Diğer bir deyişle, mevcut olan tüm ekstrapolasyon modellerine eşit ağırlığın verilmesi doğruluğun azalmasına neden olabilir. Bu nedenle bu tez kapsamında, ağırlık faktörlerinin optimize edildiği bir ağırlıklı ortalama formülasyonu önerilmiştir. Ağırlık faktörlerinin optimizasyonunda, bootstrap (yeniden örnekleme) yöntemiyle tahmin edilen güvenilirlik indisi varyans değeri enküçüklenmiştir. Ağırlık faktörleri belirlenirken hem dışbükey (ing. convex) hem de afin (ing. affine) formülasyonlar göz önünde bulundurulmuş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Optimize edilmiş ağırlık faktörleri ile geliştirilen yöntemin performansını değerlendirmek için, farklı nümerik örnekler ve karmaşık bir

mühendislik problemi kullanılmıştır. Mühendislik problemi olarak, ilk kez 1986 yılında Farkas tarafından kullanılan çift kirişli gezer köprülü vinç problemi seçilmiştir.

1.2 Tezin İçeriği

Tez çalışmasının içeriği şu şekildedir. Birinci bölümde, güvenilirlik kavramından ve güvenilirlik tahmininde kullanılan yöntemlerden genel olarak bahsedilmiş ve tezdeki çalışmalar hakkında bilgiler verilmiştir.

İkinci bölüm, klasik güvenilirlik tahmini yöntemleri ve yüksek güvenilirliğe sahip sistemlerde kullanılan güvenilirlik tahmini yöntemleri hakkındaki literatür araştırmalarını sunmaktadır. Ayrıca bu çalışmada kullanılan AS yöntemi ile ortalama ekstrapolasyon tekniğini ve bu yöntemlerin adımlarını içermektedir. Bu bölümde ayrıca; AS yönteminde ekstrapolasyon için kullanılan Gauss süreç regresyonu, destek vektör regresyonu ve Kriging yöntemleri hakkındaki bilgiler de yer almaktadır.

Üçüncü bölümde AS yönteminin performansını etkileyen; örnekleme yöntemi, ekstrapolasyon modellerinin formülleri, başlangıç ölçek parametresi ve destek noktalarının sayısı gibi faktörlerden bahsedilmiş ve bu parametrelerin kritik bir değerlendirilmesi yapılarak AS yönteminin performansını iyileştirmek için elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Ayrıca, bulunan optimum parametreler kullanılarak karmaşık bir problem için güvenilirlik tahmini yapılmıştır.

Dördüncü bölüm, AS yöntemi ile gerçek güvenilirlik indisini tahmin etmek için yapılan ekstrapolasyonda Bucher'ın kullandığı parametrik model yerine, makine öğrenme teknikleri (Gauss süreç regresyonu, destek vektör regresyonu) ve Kriging vekil modeli kullanılması sonucu elde edilen sonuçların tüm örnek problemler için karşılaştırmasını içermektedir.

Beşinci bölümde, tez kapsamında geliştirilen ağırlıklı ortalama yöntemi anlatılmaktadır. Ağırlıklı ortalama yönteminde kullanılan optimum ağırlık faktörlerinin belirlenmesi ve bootstrap yöntemi ile bu yöntemi kullanarak varyans değerinin nasıl tahmin edileceği açıklanmıştır.

Altıncı bölümde, optimize edilmiş ağırlık faktörleri ile geliştirilen yöntemin performansını test etmek için, kullanılan değişken sayıları farklı örnek problemler açıklanmıştır. Rassal değişkenleri ve sınır durum fonksiyonları verilen bu

problemlerin ağırlıklı ortalama AS yöntemi ile yapılan güvenilirlik tahmini sonuçlarını içeren çizelgeler Ek 3'te verilmiştir.

Yedinci bölümün ilk kısmında, tez kapsamında geliştirilen ağırlıklı ortalama yönteminde izlenen sayısal yöntemin adımları verilmiştir. Ağırlıklı ortalama yönteminde 10 modelli ve 6 modelli ekstrapolasyon formülasyonlarının doğruluklarının tüm sayısal örnek problemler için karşılaştırıldığı grafikler ile ankastre kiriş problemi için sonuçları içeren çizelgeler sunulmuştur. Diğer örnek problemler için ise, ayrıntılı olarak Ek 3'te bulunan sonuçlar özet halinde verilmiştir.

Sekizinci bölüm, geliştirilen yöntemin bir mühendislik problemi olan vinç köprüsü problemine uygulanmasını içermektedir. Bu bölümde, çift kirişli gezer köprülü vincin yapısal özellikleri ve sınır durum fonksiyonu yer almaktadır. Son olarak, geliştirilen ağırlıklı ortalama AS yöntemi ile vinç köprüsü problemi için yapılan güvenilirlik tahmininin sonuçları verilmiştir.

Son bölüm olan dokuzuncu bölümde, tez kapsamında elde edilen genel sonuçlar açıklanmış, irdelenmiş ve bu tez çalışmasına devam niteliğinde yapılabilecek çalışmalardan bahsedilerek tez çalışması sonlandırılmıştır.

2. LİTERATÜR TARAMASI

2.1 Klasik Güvenilirlik Tahmin Yöntemleri

Güvenilirlik tahmininde kullanılan analitik yöntemler, simülasyon temelli yöntemlere kıyasla az sayıda sınır durum fonksiyonu (limit state function, LSF) hesabı gerektirirler, bu nedenle simülasyon tabanlı yaklaşımlara kıyasla işlem maliyetleri düşüktür. En popüler analitik yöntemler; sınır durum fonksiyonunun en olası hasar noktasında (MPP) birinci ve ikinci dereceden açılımlarına dayanan, birinci derece güvenilirlik yöntemi [2,22,23] ve ikinci derece güvenilirlik yöntemidir [3,24,25]. Analitik yöntemler diğer yöntemlere göre hesaplama açısından avantajlı olsalar da, karmaşık ve doğrusal olmayan sınır durum fonksiyonlarına sahip gerçek hayat problemleri için her zaman uygun değildir.

Simülasyon tabanlı yöntemler, yeterli sayıda benzetim yapıldığında doğru sonuç verirler. En popüler simülasyon tabanlı yöntem Monte Carlo simülasyonudur (MCS [4,26]). Ancak bu yöntemler, yüksek güvenilirlik seviyeleri ve yüksek boyutlu sistemler için çok sayıda benzetim (simülasyon) yapılmasına ihtiyaç duymaktadır. Bu durum, hesaplama maliyetinin ve işlem süresinin artmasına sebep olur. Önem örneklemesi [5], uyarlanabilir önem örneklemesi [27] gibi varyans azaltma (ing. variance reduction) teknikleri, hasar olasılığı tahminlerinin doğruluğunu geliştirmek için kullanılabilir. Bu yöntemler, MPP arama konseptine dayanır ve çoğu MPP arama algoritması limit durum fonksiyonu doğrusal olmadığı veya süreksiz olduğunda başarısız olmakta ve hatalı sonuçlar vermektedir. Bu gibi durumlarda, katmanlı örneklemesi (ing. stratified sampling [28]), altküme (ing. subset) simülasyonu [7] veya çizgi örneklemesi (ing. line sampling [29]) gibi MPP aramasına dayanmayan simülasyon tabanlı yöntemler kullanılabilir.

Diğer alternatifler arasında; Kriging [9-11], destek vektör regresyonu [12] ve yapay sinir ağları [13,14], radyal tabanlı fonksiyonlar [30] ve çok terimli karmaşık açılımlar [31,32] gibi metamodellerin kullanımı yer alır. Simülasyonların işlem zamanının çok fazla olması nedeniyle, vekil modeller yaygın olarak kullanılmaktadır [33,34].

Bu yöntemlerin dezavantajı; bir vekil model oluşturmak için gereken hesaplama maliyetinin, rassal değişkenlerin sayısı ile birlikte çarpıcı biçimde artmasıdır.

2.1.1 Monte Carlo simülasyonu (MCS)

Monte Carlo Simülasyonu, mühendislik sistemlerinin olasılıksal analizinde yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. MCS, [0-1] aralığında rassal değişkenler kullanılarak stokastik ya da deterministik problemlerin çözümünde rastgele sayılar üreten bir algoritma ile çalışır [26].

Bir sistem için hasar olasılığının hesaplanabilmesi için Monte Carlo Simülasyonunun adımları aşağıda verilmiştir.

- i. Olasılıksal dağılım fonksiyonuna göre rassal girdi değişkenlerinin değerleri oluşturulur.
- ii. Deterministik analiz yapılır ve sistemin hasara uğrayıp uğramadığı kontrol edilir.
- iii. 1. ve 2. adımlar N defa tekrarlanır ve hasara uğrayanların sayısı belirlenir, N_f .
- iv. Ortalama hasar olasılığı değeri (P_f) ve sistem güvenilirliği (R) aşağıdaki denklemlerden hesaplanır.

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (2.1)$$

$$R = \frac{N - N_f}{N} \quad (2.2)$$

2.2 Yüksek Güvenilirlikli Problemler için Tahmin Yöntemleri

Yüksek güvenilirliğe sahip sistemler çok küçük hasar olasılıkları için tasarlanmıştır ve bu küçük olasılıkların tahmini hesaplama açısından zordur. Bu sistemlerde hasar olasılığının doğru şekilde tahmin edilebilmesi için gereken hesaplama maliyeti ve işlem süresi, çok sayıda simülasyon yapılmasını gerektirdiği için oldukça yüksektir.

Yüksek güvenilirlikli sistemlerde hasar olasılığının doğru şekilde tahmin edilebilmesi için çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bu yaklaşımlar, örnekleme dayalı

yaklaşımlar, vekil tabanlı yaklaşımlar ve ekstrem uçlara dayalı yaklaşımların istatistikleri olarak üçe ayrılmaktadır [6].

Simülasyon tabanlı yöntemler, yeterli sayıda benzetim yapıldığında her zaman doğru sonuç verirler. Ancak bu yöntemler, yüksek güvenilirlik seviyeleri ve yüksek boyutlu sistemler için çok sayıda benzetim yapılmasına ihtiyaç duymaktadır. Bu durum, hesaplama maliyetinin ve işlem süresinin artmasına sebep olur. Düşük hasar olasılığına sahip sistemler için önem örnekleme, altküme simülasyonu ve AS gibi gelişmiş örnekleme dayalı yaklaşımların, Monte Carlo simülasyonundan daha doğru ve verimli tahminler sağladığı kanıtlanmıştır.

Örnekleme dayalı yaklaşımlardan ayrılabilir Monte Carlo (ing. separable MC, SMC) yöntemi, hasar olasılığını tahmin etmek için sınır durumdaki bir kontrol değişkeninin kümülatif dağılım fonksiyonunu (ing. cumulative distribution function, CDF) kullanabildiği için koşullu bir MC yöntemidir [35]. SMC yöntemi, sınır durum fonksiyonu yanıt ve kapasite terimlerine ayrılabilirdiğinde ve bunlar stokastik olarak bağımsız rassal değişkenler olduğunda uygulanabilir. Yapılan bazı çalışmalarda, doğruluğunu daha da artırmak için SMC yöntemi önem örnekleme yöntemiyle birleştirilmiştir [36,37]. Katmanlı örnekleme ve Latin hiperküp örnekleme (ing. Latin hypercube sampling, LHS), örnekleme alanının katmanlara (veya hiperküplere) bölünebileceği ve hasar olasılığı tahmini için her katmanda (veya hiperküpte) birçok olası örnekten yalnızca birkaçının seçilebileceği ortak fikrini kullanır [38]. Ağırlıklı örnekleme (ing. weighted simulation) yöntemi, üretilen örneklemler için ağırlık indisi kavramını ve simülasyon yöntemlerinden herhangi birini kullanarak hasar olasılığını belirlemeye dayanır. Bu yöntemin en büyük avantajı, MPP noktasını yüksek doğrulukla ve aşırı bir hesaplama maliyeti olmadan tahmin edebilmesidir [39]. Önem örnekleme yöntemi, hasar bölgesinde daha fazla örnekleme oluşturmak için yardımcı bir olasılık yoğunluk fonksiyonu (ing. probability density function, PDF) dağılımı kullanılabileceği fikrine dayanmaktadır [26]. Önem örnekleme yönteminin etkinliğini artırmak (yani sınır durum fonksiyonu hesaplamalarının sayısını azaltmak) için uyarlanabilir örnekleme stratejileri ve vekil modeller kullanılmaktadır. Altküme simülasyonu yöntemi, küçük bir hasar olasılığını daha büyük koşullu olasılıkların bir ürünü olarak ele alınması daha kolay olan bir dizi daha büyük olasılık problemine dönüştürmeye dayanır [7]. Altküme simülasyonu yöntemi, rassal girdi değişkenleri ile

çıkı değişkenleri arasındaki ilişkiyi bir kara kutu olarak kullanır. Yani sınır durum fonksiyonunun açıkça ifade edilmesi gerekli değildir. Bu ayrıcalık, önceden bilgi gerektiren diğer yöntemleri kullanmanın zor olduğu karmaşık sistemler için kullanışlıdır. Çizgi örnekleme, hasar bölgesi hakkında bilgi elde etmek için bir çizgi kullanır ve hasar bölgesine doğru dik olan bir hiperdüzlem üzerine örneklemler ekleyerek hasar olasılığını verimli bir şekilde hesaplar [40]. Çizgi örnekleme yönteminde, orijinal yüksek boyutlu problemin standart normal uzaydaki hasar olasılığı, birkaç koşullu tek boyutlu hasar olasılığı aracılığıyla tahmin edilir. Yönlü simülasyon yöntemi, hasar olasılığının küçük olduğu durumlarda kullanılan varyans azaltma tekniklerinden biridir [41-43]. Yönlü simülasyon yöntemi standart normal uzayda uygulanmaktadır ve bu yöntemin doğruluğu birim hiperküre üzerindeki yön vektörlerinin belirlenmesine bağlıdır [44].

Ekstrapolasyon yöntemlerinden asimtotik örnekleme (AS) yöntemi, yapıların küçük hasar olasılıklarını tahmin etmek için kullanılan simülasyon tabanlı bir tekniktir. AS kavramı, rassal değişkenlerin standart sapmalarına göre güvenilirlik indisinin asimtotik davranışına dayanmaktadır. Bu yöntemde rassal değişkenlerin standart sapmaları "ölçeklendirilmiş" güvenilirlik indisleri olarak bilinen daha küçük güvenilirlik indisleri elde etmek için bir ölçek parametresi kullanılarak yapay olarak artırılır. Sichani vd. [45,46] AS yöntemini yüksek boyutlu yapısal dinamik problemlere ve yüksek boyutlu doğrusal olmayan sistemlerin ilk geçiş olasılığına uygulamıştır. Zhangchun vd. [18,19] tek bir ekstrapolasyon modeli kullanılmasının güvenilir olmadığını öne sürmüş ve çoklu kuyruk modeli tahminlerinin medyanının kullanıldığı kuyruk medyan formülasyonundan [47] esinlenerek, çoklu ekstrapolasyon modelleri oluşturmayı ve bu modellerin güvenilirlik tahminlerinin ortalama değerini kullanmayı önermişlerdir. Acar [20] ayrılabilir sınır durum fonksiyonlarına sahip yüksek güvenilirlikli yapılar için ekstrapolasyon formülasyonunu yeniden formüle ederek AS yönteminin etkinliğini arttırmıştır. Diğer bir ekstrapolasyon yöntemi olan gelişmiş MC simülasyonu yönteminde ise, rassal değişkenlerin standart sapmalarını yapay olarak artırmak yerine sınır durum fonksiyonunu da kaydıran bir ölçek parametresi kullanılır ve yapay bir sınır durum fonksiyonu formüle edilir [48,49].

Önem örnekleme, Altküme simülasyonu, Çizgi örnekleme ve Yönlü simülasyon gibi benzetim yöntemleri ile fonksiyon değerlendirme sayısı azaltılsa da küçük hasar

olasılıklarının hesaplanmasında binlerce fonksiyon değerlendirmesi yapılması gerekmekte ve bu nedenle işlem maliyeti sorunu devam etmektedir. Bu sorunu çözmek için güvenilirlik analizinde, hesaplama açısından maliyetli orijinal fonksiyonları yaklaşık modellerle değiştirerek performans fonksiyonu değerlerini tahmin eden vekil model yaklaşımları kullanılmaktadır. Kriging modeli, simülasyon noktaları için kesin tahmin sağladığı ve diğer örneklem noktaları için tahmin varyansını hesapladığı için yaygın olarak kullanılan bir vekil modeldir. Az sayıda fonksiyon değerlendirmesiyle doğru bir model oluşturmak için, öğrenme fonksiyonu yoluyla elde edilen yeni örneklerle Kriging modelini aşamalı olarak güncelleyen uyarlanabilir Kriging yöntemi geliştirilmiştir [50]. Ayrıca yapay sinir ağları (ANN), destek vektör regresyonu (SVR), destek vektör makinesi (SVM) gibi diğer makine öğrenme tabanlı yöntemler, yüksek düzeyde doğrusal olmayan performans fonksiyonlarını eşleştirmek için uygundur ve küçük hasar olasılıklarıyla başa çıkmak için kullanılırlar [51,52]. Beynin nöral yapısına dayalı sinir ağlarında, her katmandaki nöronlar sonraki katmanlardaki nöronlara bağlanır ve her bağlantının ağırlığı öğrenme yoluyla belirlenir [53]. Çok sayıda gizli katmana sahip derin sinir ağları (ing. deep neural network, DNN), yüksek boyutlu ve yüksek düzeyde doğrusal olmayan problemlerin regresyonu için yaygın olarak kullanılmaktadır [54]. SVR, aşırı uymayı önlemek için regresyon yüzeyinin düzlüğünü korurken uyum hatasını en aza indirir ve az sayıda deney tasarım noktasıyla gelişmiş tahmin doğruluğu gösterir [55,56]. Küçük başarısızlık olasılıklarına sahip problemler için, vekil model olarak makine öğrenmeye dayalı regresyon modellerini kullanan çalışmalar yapılmıştır. Regresyon modeli ile yeterli bir vekil model tanımlandıktan sonra, hasar olasılığını tahmin etmek için MPP veya varyans azaltma teknikleri kullanılmaktadır.

Ekstrem uçlara dayalı değer tahmini olarak da adlandırılan düşük hasar olasılığı tahmini, ekstrem uçları modellemek için dağılımın kuyruklarında yeterli veri bulunmasını gerektirir. Bu genellikle mümkün değildir ve ekstrem değer teorisine dayalı kuyruk modelleme teknikleri hasar olasılığını tahmin etmek için kullanılan popüler yöntemlerdir. Kuyruk olasılığı modelleme yöntemi ile güvenilirlik tahmini, sınır durum fonksiyonuna ait kümülatif dağılım fonksiyonunun kuyruk bölümünün benzeştirilmesine dayanmaktadır. Bu yöntemdeki amaç belirli bir eşik değeri seçerek kuyruk bölümünü belirleyerek bu bölüme genelleştirilmiş Pareto dağılımı (GPD) gibi bir olasılık modeli uygulamaktır [57]. Bu şekilde sınır durum fonksiyonunu sadece

hasar olasılığı yüksek olan kuyruk kesimlerinde hesaplayarak işlem maliyetini azaltmak mümkündür. GPD bir eşik değerin üzerindeki değerlerin benzetiminin yapılması gereken durumlarda kullanılır.

2.3 Asimtotik Örnekleme Yöntemi

Bucher [8] yüksek boyutlu sistemler için az sayıda rassal veya yarı rassal değişken kullanılarak güvenilirlik indisinin doğru bir şekilde tahmin edilmesine olanak sağlayan asimtotik örnekleme (AS) yöntemini geliştirmiştir. Bucher'ın yönteminde, rassal değişkenlerin standart sapma değerleri “ölçeklendirilmiş” güvenilirlik indisleri olarak adlandırılan daha küçük güvenilirlik indisi değerleri elde etmek için belli bir ölçek parametresi ile yapay olarak artırılır ve MCS yöntemi ile örneklemler oluşturulur. Rassal değişkenlerin artan standart sapma değerlerine bağlı olarak güvenilirlik indisi değerleri azalmaktadır. Güvenilirlik indisinin standart sapmaya bağlı olarak gösterdiği bu asimtotik davranış sonucunda elde edilen ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisi değerleri ile ölçek parametreleri arasında fonksiyonel bir ilişki kurulur ve ekstrapolasyon ile gerçek güvenilirlik indisi değeri hesaplanır.

Bucher bu yöntem için ilk olarak sınır durum fonksiyonu doğrusal olan bir problem varsaymaktadır. Bu problemin, uygun bir koordinat dönüşümü ile standart sapması σ olan tek bir değişkene indirgenebileceğini belirtmiştir. Bu varsayıma göre, güvenilirlik indisi (β) ile ölçek parametresi (f) arasındaki ilişki aşağıdaki gibi formüle edilmiştir.

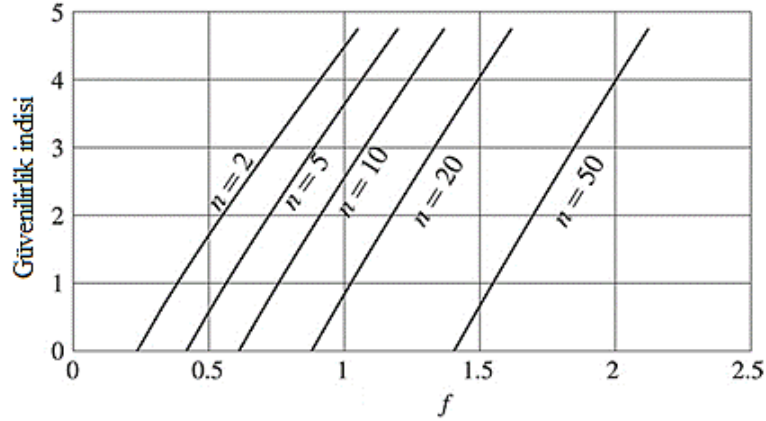
$$\beta(f) = \frac{\beta_f}{f} \quad (2.3)$$

Burada, f ölçek parametresi ve β_f rassal değişkenin ölçeklendirilmiş standart sapması ($\sigma_f = \sigma/f$) için hesaplanan ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisidir. Gerçek güvenilirlik indisi değeri şu şekilde hesaplanır: $\beta_{act} = \beta(f = 1)$. Birden fazla rassal değişkene sahip problemler için, tüm değişkenlerin standart sapmaları aynı ölçek parametresi kullanılarak ölçeklendirilir.

Bucher daha sonra, hasar durumunun $g(X) = R^2 - X^T X \leq 0$ şeklinde verildiği n -boyutlu Gauss uzayında bir (hiper) dairesel sınır durum fonksiyonunun durumunu ele almıştır. Bu durumda, güvenilirlik indisi n serbestlik dereceli χ^2 -dağılımı cinsinden verilir:

$$\beta = \Phi^{-1}[1 - \chi^2(f^2 R^2, n)] \quad (2.4)$$

Burada, Φ ve χ^2 sırasıyla standart normal dağılımın ve ki-kare dağılımının kümülatif dağılım fonksiyonlarıdır. Güvenilirlik indisi ile standart sapma ölçek parametresi f arasındaki ilişki Şekil 2.1'de gösterilmektedir.



Şekil 2.1: Hiper dairesel sınır durum fonksiyonu için güvenilirlik indisi ile standart sapma ölçek parametresi f arasındaki ilişki [8].

Bucher güvenilirlik indisinin asimtotik davranışına dayanarak güvenilirlik indisi ile standart sapma ölçek parametresi f arasında aşağıdaki fonksiyonel ilişkiyi kurmuştur.

$$\beta = A f + \frac{B}{f} \quad (2.5)$$

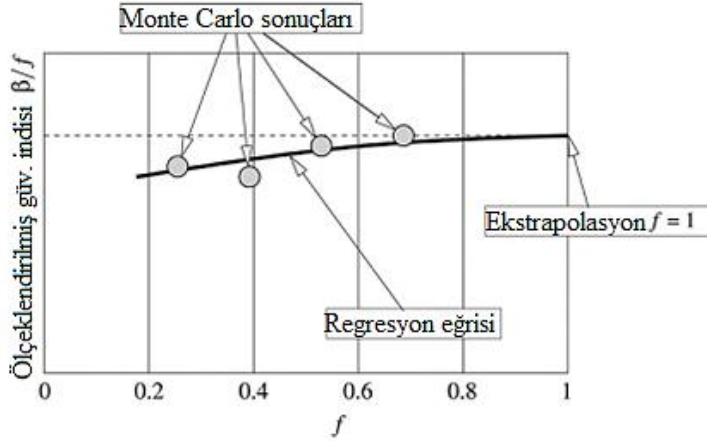
Burada, $f \rightarrow \infty$ (yani, $\sigma_f \rightarrow 0$) iken, güvenilirlik indisinin $\beta \rightarrow \infty$ olduğu ve asimtotik davranışın sağlandığı görülmektedir.

A ve B katsayıları, 1'den küçük farklı f değerleri ile bu değerlere karşılık gelen β tahminlerine dayalı doğrusal olmayan regresyon analizi (en küçük hata kareleri toplamı yöntemi) yapılarak belirlenir. Regresyonda kullanılan ve Şekil 2.2'de gösterilen $[f_i, \beta(f_i)]$ dizisi, “destek noktaları” olarak adlandırılır. Bucher ilk çalışmasında, 5 adet destek noktasının kullanılabileceğini belirtmiş; ancak daha sonraki çalışmalarında farklı sayıda destek noktası kullanmıştır. Sonrasında Gasser ve Bucher'in yaptığı çalışmada ise 4 veya daha fazla destek noktasının, regresyonu daha istikrarlı hale getirmeye yardımcı olabileceği ancak bu durumun hesaplama maliyetini arttırdığı öne sürülmüştür [58]. Makalelerinde, uygun sayının belirlenmesi konusunda

net bir açıklama yapmadan farklı örnek problemlerde farklı sayıda destek noktası kullanmışlardır.

Bucher regresyon analizinde tüm destek noktalarına eşit ağırlık vermek için Denklem (2.5)'i, aşağıda verilen şekilde yeniden düzenlemiştir.

$$\frac{\beta}{f} = A + \frac{B}{f^2} \quad (2.6)$$



Şekil 2.2: Asimtotik örnekleme [8].

Bucher AS algoritmasını ölçek parametresi $f_0=1$ ile başlatmış ve hasar bölgesine düşmesi gereken örneklem sayısını $N_0=10$ olarak belirlemiştir. İlk adımlarda, hasar bölgesindeki örneklem sayısı, N_F çok küçük ve N_0 değerinden az olacaktır. Bu sebeple, bir sonraki adımda kullanılan f değeri azaltılır (0,9 ile çarpılarak) ve simülasyon, N_F değeri N_0 'a eşit veya N_0 'dan büyük olana kadar tekrarlanır. Ekstrapolasyon işleminden elde edilen destek noktaları ve regresyon eğrisi Şekil 2.2'de gösterilmiştir.

Ayrıca Bucher, çalışmasında 5 adet destek noktasının kullanılabilceğini belirtmiştir [8]. Bir devam çalışmasında ise, Gasser ve Bucher, daha istikrarlı bir regresyon sağlamak için 4 veya daha fazla destek noktasının kullanılması gerektiğini önermiştir [58]. Ancak bu durum, hesaplama maliyetinde artışa sebep olmaktadır.

AS yönteminde, daha kararlı sonuçlar elde etmek için yarı rassal örnekleme yöntemlerinin kullanılabilceği bilinmektedir. Bu yöntemlerden ilki, LHS'dir [59,60]. Alternatif olarak, Sobol dizileri [61], Halton Dizileri [62] veya Good lattice nokta

kümeleri [63] gibi düşük tutarsızlıklı örnekleme yöntemlerine sahip sözde rassal diziler kullanılabilir.

Bu çalışma kapsamında, literatürdeki iki popüler düşük tutarsızlık örnekleme yöntemi, yani LHS ve Sobol dizileri ele alınarak AS yönteminin performansı üzerindeki etkileri incelenmiştir. Sobol dizisi ve Latin hiperküp örnekleme, Monte Carlo simülasyonunda kullanılan örnekleme teknikleridir. Her iki yöntem de deterministiktir ve yüksek boyutlu problemleri ele almak için etkilidirler.

2.3.1 Latin hiperküp örnekleme (LHS)

Latin hiperküp örnekleme, çok boyutlu uzaylarda noktaların seçimi için kullanılan bir örnekleme yöntemidir. Bu yöntemde, her boyutta birbirinden bağımsız olarak uniform olarak dağılmış rassal sayılar üretilir ve bu sayılar kullanılarak hiperküpte noktalar seçilir [59].

LHS yönteminde, her değişken için değer aralığı eşit olasılıklı m parçaya bölünür. n değişkenden oluşan tüm tasarım uzayı, her biri eşit olasılığa sahip m^n hücreye bölünmektedir. Bir sonraki adım, m^n hücrelerinden tasarım noktaları olarak m hücrelerini seçmektir. İlk olarak, rassal bir örneklem oluşturulur ve hücre sayısı hesaplanır. Hücre numarası, değişkenlerin her birine göre örneklemin ait olduğu parça numarasını gösterir. Ardışık her adımda, bir alt aralıktan rastgele bir sayı seçilerek, değişkenin o aralıkta bir değere sahip olduğu kabul edilir [60].

LHS yöntemi, noktaların homojen olarak dağılmasını sağladığı için, çok boyutlu uzaylarda örnekleme almak için kullanılan birçok yöntemle göre daha iyi sonuçlar verir.

2.3.2 Sobol dizisi ile örnekleme

Sobol dizisi, Monte Carlo simülasyonlarında kullanılan bir rassal sayı üretim yöntemidir. Bu yöntem, Sobol dizisi adı verilen özel bir sekansın kullanılması ile çalışır. Sobol dizisi, diğer rassal sayı üretim yöntemlerine göre daha yüksek boyutlu problemlerde daha etkili sonuçlar verir.

Sobol dizisi, önceden belirlenmiş bir sayıda boyutlu alanda noktaların seçilmesiyle başlar. Sobol dizisi algoritması, bir temel sayı ve bir polinom fonksiyonu kullanarak çok boyutlu rastgele sayılar oluşturur. Bu algoritma, ikilik tabanda (ing. binary, 2^n) sayılar kullanarak çok boyutlu sayıları oluşturur. Bu sayılar ardışık rassal sayılar olarak

seçilir, yani önceki sayıya bağlı olarak sonraki sayılar üretilir. Bu yöntem, diğer rassal sayı üretim yöntemlerinin aksine, seçilen sayıların birbirleriyle ilişkisini dikkate alır ve her bir boyutta ayrı ayrı bir noktanın diğer noktalardan ne kadar uzak olduğunu dikkate alarak seçim yapar. Bu yöntem sayesinde, daha homojen bir dağılım elde edilir ve daha az sayıda nokta kullanılarak daha yüksek doğruluk elde edilir [61].

Sobol dizisi, hesaplama verimliliği açısından da avantajlıdır. Sobol dizisi kullanarak, daha az sayıda nokta kullanarak daha doğru sonuçlar elde edilebilir. Bu da hesaplama süresini azaltır ve Monte Carlo simülasyonlarının daha hızlı ve verimli bir şekilde yapılmasını sağlar.

2.4 Ortalama Ekstrapolasyon Tekniği

AS yöntemi elde edilen düşük güvenilirlik indislerini kullanarak yüksek güvenilirlik indisini tahmin etmeye yarayan bir yöntemdir. Bu teknik, düşük güvenilirlik indisinin daha düşük hesaplama maliyeti ile tahmin edilebilmesi nedeniyle, yüksek güvenilirlik indisinin tespiti için harcanan hesaplama maliyetini azaltmaktadır. Ancak, Zhangchun vd. [18] tek bir ekstrapolasyon modelinin kullanımının kararlı olmadığını öne sürmüş ve çoklu kuyruk medyan formülünden [47] esinlenerek, çoklu ekstrapolasyon modelleri üretmeyi ve bu modellerin güvenilirlik tahmini değerlerinin ortalamasını kullanmayı önermişlerdir.

Zhangchun vd. [18] tarafından önerilen 10 ekstrapolasyon modeli, Denklem (2.7) ve (2.8)'de verilmiştir.

$$\beta_t(f) = A_t f + \frac{B_t}{f^{q_t}} \left(t = 1, 2, 3, 4, 5; q_1 = 3, q_2 = 2, q_3 = 1, q_4 = 0,5, q_5 = \frac{1}{3} \right) \quad (2.7)$$

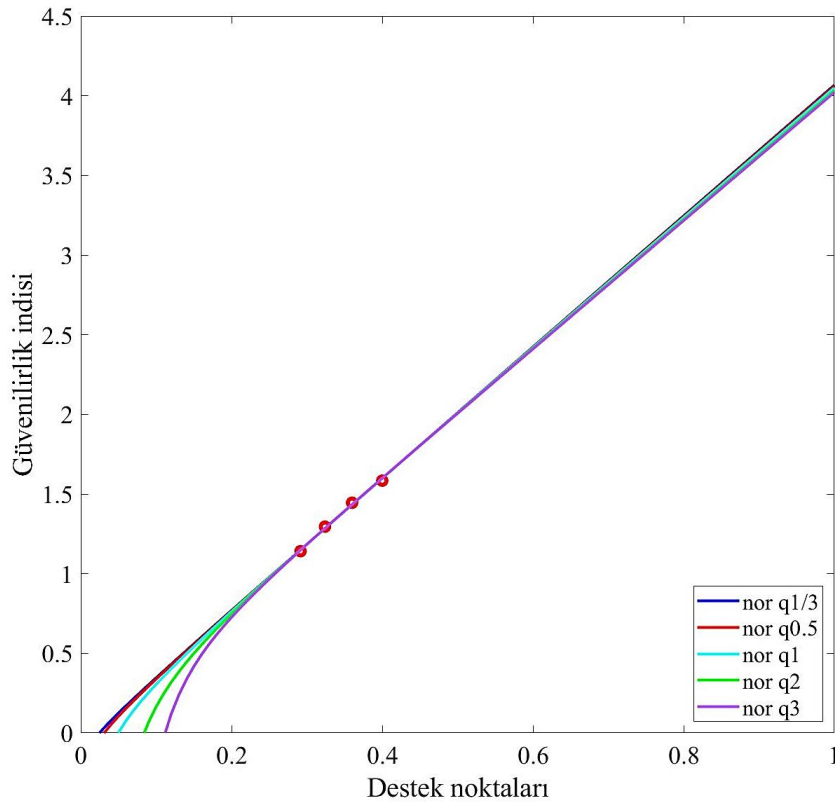
$$\beta_t(f) = A_t f + \frac{B_t}{\exp(f^{q_t})} \left(t = 6, 7, 8, 9, 10; q_6 = 3, q_7 = 2, q_8 = 1, q_9 = 0,5, q_{10} = \frac{1}{3} \right) \quad (2.8)$$

Burada; $t = 1, \dots, 10$, ekstrapolasyon modeli indisini, q_t ($t = 1, \dots, 10$) ekstrapolasyon modelinin üssünü ve $\exp(\cdot)$ ise e tabanlı üssel işlemi temsil etmektedir. A_t ve B_t katsayıları en küçük hata kareleri regresyonu ile bulunur ve gerçek güvenilirlik indisinin değeri, aşağıda verilen şekilde, bu 10 ekstrapolasyon yönteminin ortalaması alınarak hesaplanır.

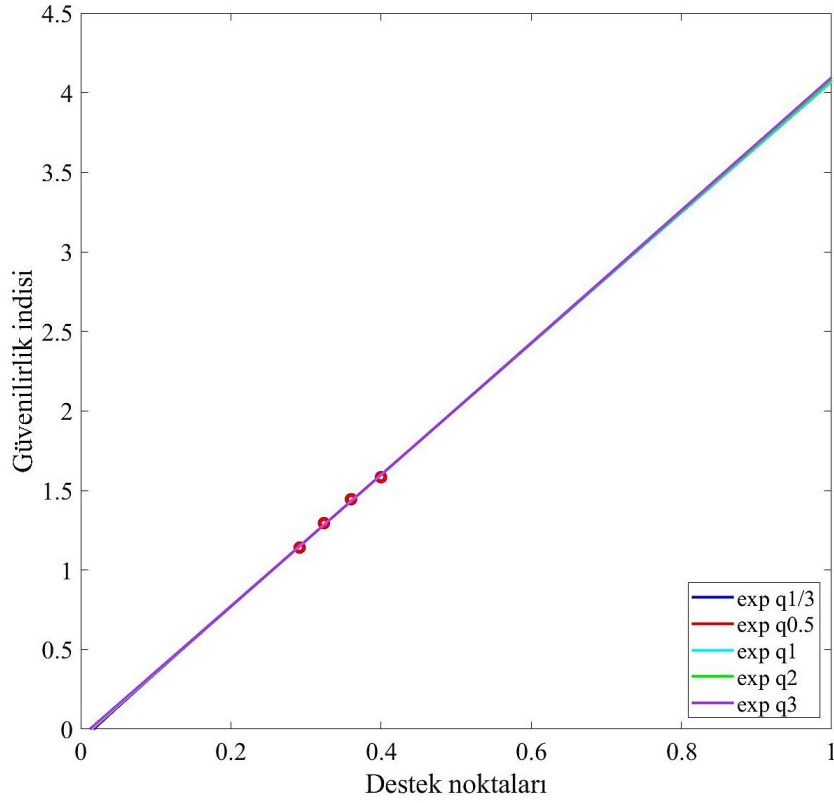
$$\beta(1) = \frac{1}{10} \sum_{t=1}^{10} \beta_t(1) = \frac{1}{10} \left(\sum_{t=1}^5 (A_t + B_t) + \sum_{t=6}^{10} (A_t + B_t/e) \right) \quad (2.9)$$

Bu çalışmada, Denklem (2.7)'deki modeller denklemde görüldükleri sırayla "nor q₃", "nor q₂", "nor q₁", "nor q_{0.5}" ve "nor q_{1/3}" olarak adlandırılmıştır. Benzer şekilde, Denklem (2.8)'deki modeller, denklemde görüldükleri sırayla "exp q₃", "exp q₂", "exp q₁", "exp q_{0.5}" ve "exp q_{1/3}" olarak adlandırılır.

Bölüm 6.1'de özellikleri verilen bağlantı elemanı problemi için, 4 güvenilirlik indisi seviyesindeki destek noktaları kullanılarak normal ("nor") modeller ve üssel ("exp") modeller ile elde edilen regresyon eğrileri Şekil 2.3'te verilmiştir. Destek noktası değeri 1'e eşit olduğunda, özellikle normal modellere ait eğrilerde az da olsa saçılma gözlenmektedir. Bu durumun sebebi, güvenilirlik tahminine katılan bu modellerin doğruluk derecelerinin birbirlerinden farklılık göstermesi ve her modelin gerçek güvenilirlik indisi değeri olan 4'e eşit oranda yaklaşmamasıdır.



a.



b.

Şekil 2.3: Bağlantı elemanı probleminde (a) normal modeller ve (b) üssel modeller için elde edilen regresyon eğrileri.

Bir devam çalışmasında, Zhangchun vd. [19] gerçek güvenilirlik indisini tahmin etmek için 6 ekstrapolasyon modeline sahip yeni bir ortalama ekstrapolasyon tekniği önermiştir. Bu çalışmalarında, sadece Denklem (2.7)'de verilen q_2 , q_3 ve q_4 modelleri ile Denklem (2.8)'de verilen q_7 , q_8 ve q_9 modelleri kullanılmıştır. Ancak, Zhangchun vd. tarafından bu iki versiyonun doğruluklarının karşılaştırılması hakkında bir bilgi sunulmamıştır. Tez kapsamında, 6 modelli ekstrapolasyon formülasyonu ile 10 modelli ekstrapolasyon formülasyonunun doğrulukları karşılaştırılmıştır.

2.5 Regresyon Yöntemleri

Regresyon, bağımlı bir değişken ile bir veya daha fazla bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi tahmin etmek için kullanılan bir dizi istatistiksel yaklaşımdır. Eğer bu tahmin, modeli kurmak için kullanılan değişken değerleri içinde yapılıyorsa, bu işlem interpolasyon olarak adlandırılır. Eğer tahmin, modeli kurmak için kullanılan bağımsız değişken değerlerinin dışındaki değerler ile yapılırsa ekstrapolasyon olarak adlandırılır ve ekstrapolasyon çok daha yanlış olabilir. En küçük kareler yöntemi, bir regresyon hattını tanımlamak için kullanılan en popüler yöntemdir. Her veri

noktasından çizgiye dikey olan sapmaların karelerinin toplamını en aza indirerek, gözlemlenen veriler için en uygun çizgiyi hesaplamaktadır [64].

Bu bölümde, çalışmada kullanılan Gauss süreci regresyonu, destek vektör regresyonu ve Kriging vekil modeli hakkında ayrıntılı bilgiler verilmiştir.

2.5.1 Gauss süreci regresyonu (GPR)

Ortalaması sıfır olduğunda Kriging olarak da bilinen Gauss Süreci (ing, Gaussian process, GP); regresyon, sınıflandırma ve güdümsüz öğrenmede geniş kullanım alanı bulan stokastik bir yaklaşımdır [65]. Ön olasılık dağılımını varsayarak son olasılık dağılımını tahmin eder ve eğitim verilerine dayanarak ön olasılık dağılımını günceller. GPR, doğrusal regresyon kapsamında temel işlev olarak Gauss çekirdeğini kullanan parametrik olmayan olasılıklı bir modeldir. Fonksiyonlar hakkında çıkarım yapmak için de tercih edilmektedir. GP metamodelleri karmaşık yüzeylere iyi uyum sağlar [66].

Gauss süreci, $f_N = \{f_n(x_n^1, x_n^2, \dots, x_n^L)\}_{n=1}^N$ çıkış değişkenlerinin bir Gauss ortak olasılık dağılımı ile birbiriyle ilişkili olduğunu varsaymaktadır [67].

$$P(f_N | C_N, X_N) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |C_N|} \times \exp\left[-\frac{1}{2} (f_N - \mu)^T C_N^{-1} (f_N - \mu)\right]} \quad (2.10)$$

Burada, X_N L-boyutlu x_n giriş değişkenlerinin N çiftidir, C_N , $C_{ij} = C(x_i, x_j)$ elemanları ile kovaryans matrisidir. μ , ortalama çıktı vektörüdür. GP çıktısı bir $x_p = (x_p^1, x_p^2, \dots, x_p^L)$ tahmin noktasında aşağıdaki şekilde hesaplar.

$$\hat{f}(x_p) = k^T C_N^{-1} f_N \quad (2.11)$$

Burada, $k = [C(x_1, x_p), \dots, C(x_N, x_p)]$. GPR'nin avantajlarından biri, tahmin noktasındaki standart sapmanın herhangi bir ekstra simülasyona ihtiyaç duymadan hazır olmasıdır. Bu standart sapma bir hata ölçüsü olarak kullanılabilir ve $\kappa = C(x_p, x_p)$ olmak üzere aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\sigma_{\hat{f}(x_p)} = \kappa - k^T C_N^{-1} k \quad (2.12)$$

Denklem (2.11)'den GP tahmininin kovaryans matrisi C_N 'ye bağlı olduğu görülmektedir. Bu matrisin elemanları şu şekilde hesaplanır:

$$C_{ij} = \theta_1 \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \frac{(x_i^{(l)} - x_j^{(l)})^2}{r_l^2} \right] + \theta_2 \quad (2.13)$$

$$C_{ij} = \theta_1 \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \frac{(x_i^{(l)} - x_j^{(l)})^2}{r_l^2} \right] + \theta_2 + \delta_{ij} \theta_3 \quad (2.14)$$

Burada, θ_1 , θ_2 , θ_3 ve r_l ($l = 1, 2, \dots, L$) "hiperparametreler" olarak adlandırılır. δ_{ij} , Kronecker deltasıdır ve θ_3 bağımsız bir gürültü parametresidir. Hiperparametreler, logaritmik olasılığı maksimize edecek şekilde seçilir. Logaritmik olasılık fonksiyonu L aşağıda verilmiştir.

$$L = -\frac{1}{2} \log |C_N| - \frac{1}{2} f_N^T C_N^{-1} f_N - \frac{N}{2} \log 2\pi + \ln P(\theta) \quad (2.15)$$

Burada, $P(\theta)$ hiperparametrelerin önceki dağılımıdır. Uygulamaların çoğunda, hiperparametrelerin değerleri hakkında önceden bilgi yoktur, bu nedenle önceki dağılım üniformdur. Denklemdeki son terim olan $\ln P(\theta)$ bir sabittir ve sıfır olarak alınabilir.

Denklem (2.13)'te verilen kovaryans fonksiyonu, tüm veri noktalarından tam olarak geçen GP metamodelinin interpolasyon modunu tanımlar. Öte yandan Denklem (2.14), gürültülü verilerle ilgili problemler için daha düzgün yüzeyler oluşturulmasına izin veren modelin regresyon modunu tanımlar. Çıktı değerlerinin gürültüsü filtrelendiğinde, tahmin edilen yüzey daha az karmaşık hale gelir ve tüm eğitim noktalarından geçemeyebilir; ancak diğer noktalarda daha iyi bir tahmin sağlar.

2.5.2 Destek vektör regresyonu (SVR)

Destek-vektör regresyonu (SVR), Vapnik tarafından istatistiksel öğrenme teorisi üzerine geliştirilmiştir [55]. SVR yoluyla tahmin, doğrusal veya doğrusal olmayan regresyon yoluyla gerçekleştirilebilir [68].

SVR, başlangıç verilerini daha yüksek boyutlu uzaya eşitlemek için çekirdek fonksiyonlarını kullanır, böylece doğrusal olmayan modeller doğrusal bir probleme dönüştürülebilir. Genel olarak, doğrusal bir SVR modeli şu şekilde formüle edilir:

$$\hat{f}(x) = \langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle + b \quad (2.16)$$

Burada \mathbf{w} katsayı vektörüdür ve b bir sabittir. $\langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle$, \mathbf{w} ve \mathbf{x} 'in iç çarpımıdır. Yaklaşım fonksiyonunun mümkün olduğu kadar düz olması istenmektedir. Bu amaçla aşağıdaki optimizasyon problemi çözülür.

$$\text{Min} \quad \frac{1}{2} |\mathbf{w}|^2 \quad (2.17)$$

$$\text{Öyle ki} \quad y_i - \langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle - b \leq \varepsilon$$

$$\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b - y_i \leq \varepsilon$$

Bu formülasyon, $\hat{f}(x)$ fonksiyonunun tüm y_i eğitim noktalarına bir ε kesinliği içinde yaklaşabileceğini varsayar. Ancak bu, tüm eğitim noktaları için doğru olmayabilir. Değiştirilmiş bir formülasyon elde etmek için iki değişken eklendiğinde optimizasyon problemi aşağıdaki gibi olmaktadır [69].

$$\text{Min} \quad \frac{1}{2} |\mathbf{w}|^2 + C \sum_{i=1}^l \xi_i + \xi_i^*$$

$$\text{Öyle ki} \quad y_i - \langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle - b \leq \varepsilon + \xi_i \quad (2.18)$$

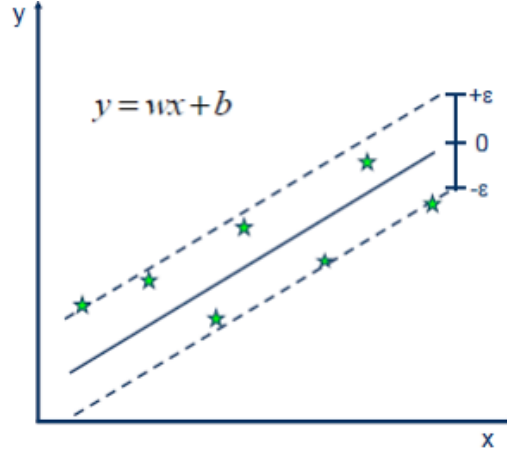
$$\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^*$$

$$\xi_i, \xi_i^* \geq 0$$

Burada C düzlük ve tolerans arasındaki dengeyi belirler. Amaç fonksiyonundaki ikinci terim, ε -duyarsız kayıp fonksiyonu olarak adlandırılır [69]. Şekil 2.4'te doğrusal bir regresyon fonksiyonu için ε tüpü gösterilmiştir. Tahmin edilen değer ε tüpü içerisinde yer alırsa kayıp fonksiyonu sifıra eşit olmaktadır.

Destek vektör regresyonunda, her bir veri noktası için bir ağırlık değeri hesaplanır. Bu ağırlık değerleri, alfa (α) adı verilen bir parametre ile ifade edilir. Alfa değerleri, modelin karmaşıklığına ve veri noktalarının dağılımına bağlı olarak değişebilir. Destek vektör regresyonunda alfa değerleri toplamı, ceza parametresi C ile ilgilidir.

Alfa değerleri, optimizasyon sırasında hesaplanır ve her bir destek vektör için bir alfa değeri atanır. Bu değerler pozitif veya negatif olabilir ve genellikle sıfırdan farklıdır. Ancak, alfa değerlerinin toplamı her zaman C değerine eşit veya daha az olacaktır. Bu, destek vektör regresyonunun bir öğrenme sınıflandırıcısı olarak kullanılmasına olanak tanıyan kısıtlamadır ve aynı zamanda aşırı öğrenmeyi önlemeye yardımcı olur.



Şekil 2.4: Destek vektör regresyonu.

Lagrange fonksiyonu yazılıp Karush–Kuhn–Tucker (KKT) koşulları değerlendirilir ve KKT şartları Lagrange fonksiyonunda yerine konursa, optimizasyon problemi şu şekilde ikili biçimde yazılabilir:

$$\mathbf{Max} \quad -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle - \varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*)$$

$$\mathbf{Öyle ki} \quad \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \quad (2.19)$$

$$(\alpha_i - \alpha_i^*) \in [0, C]$$

Ağırlıklar ve doğrusal regresyon daha sonra şu şekilde hesaplanır:

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) \mathbf{x}_i, \quad \hat{f}(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle + b \quad (2.20)$$

Doğrusal regresyon kullanmak yerine, girdi vektörlerinin iç çarpımını kernel fonksiyonlarıyla değiştirerek doğrusal olmayan regresyon da kullanılabilir. Yaygın olarak kullanılan Kernel fonksiyonları, doğrusal olmayan polinomları ve Gauss ve sigmoid kernel fonksiyonlarını içerir. Bu durumda optimizasyon problemi şu şekilde yazılır:

$$\mathbf{Max} \quad -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) - \varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*)$$

$$\begin{aligned} \text{Öyle ki} \quad & \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\ & (\alpha_i - \alpha_i^*) \in [0, C] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Son olarak, destek vektörü regresyon yaklaşımı şu şekilde elde edilir:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b \quad (2.22)$$

2.5.3 Kriging (KR)

Kriging modeli ilk olarak jeostatistik alanında kullanılmıştır [70]. Tahminin ortalama karesel hatasını minimuma indirirken en iyi doğrusal tarafsız tahmin ediciyi bulma eğilimindedir. Kriging, eğilim tahmini için kullanılan bir polinom ve yerel sapma regresyonu için kullanılan bir Gauss süreci teriminden oluşur ve şu şekilde ifade edilebilir [71]:

$$f(x) = p(x) + Z(x) \quad (2.23)$$

Burada f ilgilenilen yanıt fonksiyonudur, p yanıtta genel olarak yaklaştığı bilinen bir polinomdur ve $Z(x)$, Kriging modelinin örneklenmiş yanıt verilerini interpolasyona sokacağı şekilde sapmalar üreten stokastik bileşendir. Stokastik bileşenin ortalama değeri sıfır ve kovaryansı:

$$COV[Z(x_i), Z(x_j)] = \sigma^2 \mathbf{R}[R(x_i, x_j)] \quad (2.24)$$

Burada \mathbf{R} , $N \times N$ boyutundaki korelasyon matrisidir, eğer N veri noktalarının sayısı ise, $R(x^i, x^j)$, iki veri noktası x^i ve x^j arasındaki korelasyon fonksiyonudur. Çoğunlukla korelasyon fonksiyonu Gauss olarak seçilir, yani;

$$R(\theta) = \prod_{k=1}^L \exp(-\theta_k d_k^2) \quad (2.25)$$

Burada, L değişken sayısıdır, $d_k = x_k^i - x_k^j$, iki veri noktası olan x^i ve x^j 'nin k 'inci bileşenleri arasındaki mesafedir ve θ_k , belirlenecek bilinmeyen parametrelerdir.

Korelasyon fonksiyonu seçildikten sonra, f yanıtı şu şekilde tahmin edilir:

$$\hat{f}(x) = \hat{\beta} + \mathbf{r}^T(x)\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{f} - \hat{\beta}\mathbf{p}) \quad (2.26)$$

Burada $\mathbf{r}^T(x)$, bir tahmin noktası x ile N örnekleme noktası arasındaki N uzunluğunun korelasyon vektörüdür. f , N noktasındaki tepkileri temsil eder ve p , birlerin L -vektörüdür ($p(x)$ sabit olarak alınır).

Vektör \mathbf{r} ve skaler $\hat{\beta}$ şu şekilde verilir:

$$\mathbf{r}^T(x) = [R(x, x^1), R(x, x^2), \dots, R(x, x^N)]^T \quad (2.27)$$

$$\hat{\beta} = (\mathbf{p}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{p})^{-1}\mathbf{p}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{f} \quad (2.28)$$

Çıktı modelinin varyansı (örneklenen çıktının varyansından farklıdır) şu şekilde tahmin edilebilir:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{f} - \hat{\beta}\mathbf{p})^T\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{f} - \hat{\beta}\mathbf{p})}{N} \quad (2.29)$$

Bilinmeyen parametreler θ_k , aşağıdaki kısıtlı maksimizasyon problemini çözerek tahmin edilebilir [72,73].

$$\mathbf{Max} \quad \Phi(\boldsymbol{\Theta}) = \frac{-[N \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln |\mathbf{R}|]}{2} \quad (2.30)$$

Öyle ki $\boldsymbol{\Theta} > 0$

Burada; $\boldsymbol{\Theta}$, θ_k bilinmeyen parametrelerin vektörü ve hem $\hat{\sigma}$ hem de \mathbf{R} , $\boldsymbol{\Theta}$ 'nin fonksiyonlarıdır.

3. ASİMTOTİK ÖRNEKLEMENİN PERFORMANSINI ETKİLEYEN PARAMETRELERİN İNCELENMESİ

Bu bölümde, çeşitli parametrelerin (örnekleme yöntemi, ölçek parametrelerinin değerleri, destek noktalarının sayısı ve ekstrapolasyon modeli formülleri) AS yönteminin performansı üzerindeki etkilerini araştırmak için Bölüm 6’da sunulan 6 yapısal mekanik örnek problem kullanılmıştır. Rassal örnekleme etkisini azaltmak için, yapılan tüm AS işlemleri 1.000’er kez tekrarlanmıştır. Her probleme ait hesaplama maliyeti değerlerinin incelenebilmesi için ortalama sınır durum fonksiyon hesabı (*NFE*) sayıları kaydedilmiştir. AS yönteminin performansı, 1.000 kez çalıştırma sonucunda elde edilen normalleştirilmiş RMSE ($RMSE_{nor}$) değerleri ile ölçülmüştür. $RMSE_{nor}$ aşağıda verilen denklemden hesaplanır.

$$RMSE_{nor} = \frac{RMSE}{\beta_{act}} \quad (3.1)$$

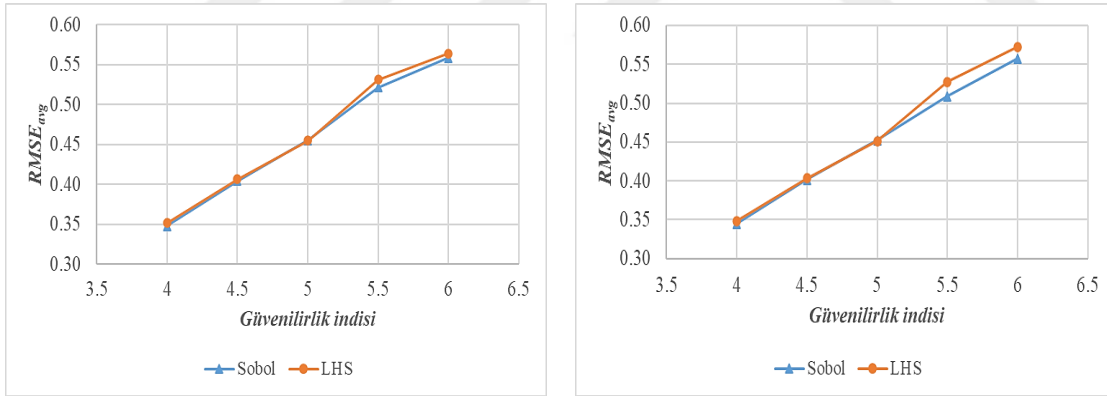
Örnekleme yönteminin etkisini araştırmak için, tüm örnek problemler ve tüm güvenilirlik seviyeleri için Latin hiperküp örnekleme ve Sobol dizileri kullanılmış ve $RMSE_{nor}$ değerleri karşılaştırılmıştır. Bu işlemlerde, Bucher’ın çalışması baz alınarak, örneklem sayısı 512 değeri ile sınırlandırılmıştır.

Başlangıç ölçek parametresinin etkisini araştırmak için, 0,2 ile 1,0 arasında değişen farklı başlangıç ölçek parametresi (f_0) değerlerine karşılık gelen $RMSE_{nor}$ değerleri karşılaştırılmıştır. Destek noktalarının sayısının etkisini araştırmak için ise; 2, 3, 4 ve 5 adet destek noktası kullanılmış ve uygun sayıda destek noktası bulmak için bunlara karşılık gelen $RMSE_{nor}$ değerleri karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada, parametrelerin minimum sayıda sınır durum fonksiyonu hesabına karşılık gelen en uygun değerleri bulunurken %10 $RMSE_{nor}$ değeri eşik değeri olarak belirlenmiştir. Çalışmadaki tüm örnek problemler için AS yönteminin performansı; $\beta=4, 4,5, 5, 5,5$ ve 6 güvenilirlik seviyelerinde incelenmiştir.

3.1 Örnekleme Yönteminin Etkisinin İncelenmesi

Bucher değişken uzayını daha üniform bir şekilde doldurmak için düşük tutarsızlığa sahip örnekleme yöntemlerinin uygulanabileceğini ve bu sayede daha kararlı destek noktaları elde edilebileceğini öne sürmektedir. Bu çalışmada, iki popüler düşük tutarsızlık örnekleme yöntemi, yani LHS ve Sobol dizileri ele alınarak AS yönteminin performansı üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bu iki örnekleme yöntemi için elde edilen sonuçlar, hem 6 modelli hem de 10 modelli ortalama ekstrapolasyon formülleri için karşılaştırılmıştır.

Sonuçlar karşılaştırılırken, tüm problemler için her bir güvenilirlik düzeyinde elde edilen RMSE değerlerinin ($RMSE_{avg}$) ortalamaları incelenmiştir. Aralarında kayda değer bir fark olmamasına rağmen, Sobol dizisinin kullanımının, özellikle daha yüksek güvenilirlik seviyelerinde, daha küçük tahmin hataları verdiği Şekil 3.1'den görülmektedir [74]. Bu karşılaştırma sonucunda, Sobol dizisi kullanımının LHS kullanımına göre daha verimli olduğu tespit edildiği için bundan sonraki çalışmalar Sobol dizisi ile örnekleme yapılarak gerçekleştirilmiştir.



a.

b.

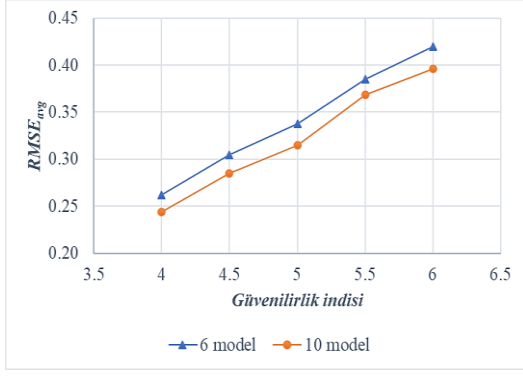
Şekil 3.1: Farklı güvenilirlik seviyelerinde LHS ve Sobol örneklemesinin (a) 10 modelli ve (b) 6 modelli ekstrapolasyon için ortalama RMSE değerleri.

3.2 Ekstrapolasyon Model Formüllerinin Etkisinin İncelenmesi

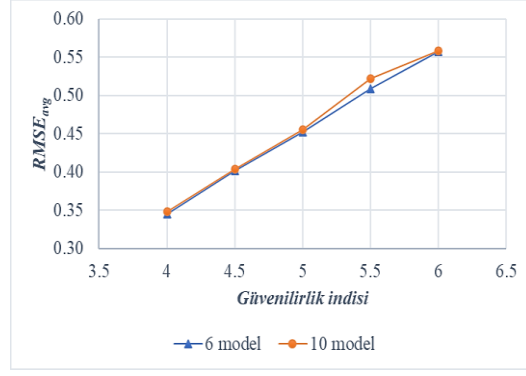
Bu bölümde, Zhangchun vd. tarafından önerilen 6 modelli ve 10 modelli ekstrapolasyon formüllerinin karşılaştırılması verilmektedir. Bu formüller; (i) en iyi bireysel ekstrapolasyon modelinin performansı, (ii) ortalama ekstrapolasyon modelinin performansı olmak üzere iki açıdan karşılaştırılmıştır.

Her iki ekstrapolasyon formülündeki en iyi bireysel modellerin performansı göz önüne alındığında, 10 modelli ekstrapolasyon formülündeki en iyi bireysel modelin RMSE değerinin her zaman 6 modelli ekstrapolasyon formülündeki en iyi bireysel modelin RMSE değerinden daha küçük veya ona eşit olduğu bulunmuştur (bkz. Şekil 3.2a). Çizelge 3.1, 6 modelli ekstrapolasyon formülünde güvenilirlik seviyelerinin çoğu için, “*nor q₂*” modelinin en doğru model olmasına rağmen, 10 modelli ekstrapolasyon formülünde “*nor q₃*” modelinin en doğru model olduğunu göstermektedir. Bazı problemlerin bazı güvenilirlik seviyelerinde ise en doğru modeller, “*nor q₁*” ve “*nor q_{0.5}*” olarak bulunmuştur.

İki ortalama ekstrapolasyon formülünün performansları karşılaştırıldığında, aralarında çok belirgin fark olmamasına rağmen, 6 modelli ortalama ekstrapolasyon formülünün, 10 modelli ortalama ekstrapolasyon formülünden daha doğru sonuçlar verdiği görülmektedir (bakınız Şekil 3.2b). Elde edilen bu sonuçlarla, ortalama ekstrapolasyon formülüne daha fazla model eklenmesinin, ortalama ekstrapolasyon tahmininin performansını iyileştirmediği görülmüştür, çünkü ortalama tahmine katılan bazı bireysel modeller ekstrapolasyon yönteminin performansını olumsuz etkilemektedir [74]. Tez kapsamında, ortalama ekstrapolasyon formülasyonu yerine ağırlıklı ortalama ekstrapolasyon modeli geliştirilmiştir. Bu nedenle, ağırlıklı ortalama formülasyonu ile güvenilirlik tahmini yaparken hem 6 hem de 10 farklı bireysel ekstrapolasyon modeli kullandık ve sonuçları karşılaştırdık. Elde edilen sonuçlar 7. Bölüm’de sunulmaktadır.



a.



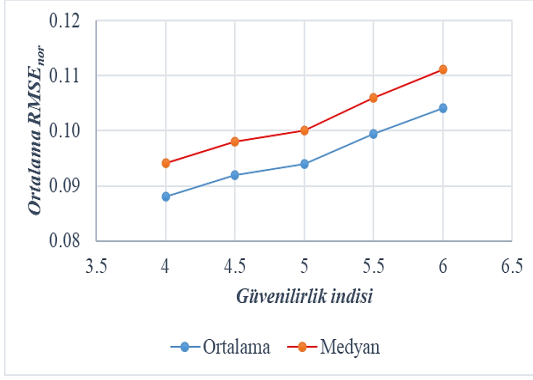
b.

Şekil 3.2: (a) en iyi bireysel ekstrapolasyon modellerinin RMSE değerleri ve (b) 6 modelli ve 10 modelli ortalama ekstrapolasyon formüllerinin farklı güvenilirlik seviyeleri için RMSE değerleri.

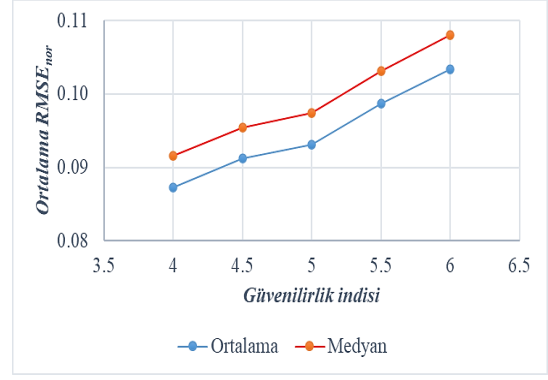
Çizelge 3.1: Farklı güvenilirlik seviyelerinde farklı problemler için optimum bireysel ekstrapolasyon modelleri.

Güv. indisi	4		4,5		5		5,5		6	
	6 model ekst.	10 model ekst.	6 model ekst.	10 model ekst.	6 model ekst.	10 model ekst.	6 model ekst.	10 model ekst.	6 model ekst.	10 model ekst.
CB	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>
CC	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>
CR	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>
FC	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₁</i>	<i>nor q₁</i>	<i>nor q₁</i>
IB	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>	<i>nor q₂</i>	<i>nor q₃</i>
RT	<i>nor q₁</i>	<i>nor q₁</i>	<i>nor q₁</i>	<i>nor q₁</i>	<i>nor q₁</i>	<i>nor q₁</i>	<i>nor q₁</i>	<i>nor q₁</i>	<i>nor q_{0.5}</i>	<i>nor q_{0.5}</i>

Ayrıca, çoklu tahmin modellerinin ortalama ve medyan değerlerinin kullanımının doğrulukları karşılaştırılmıştır. Şekil 3.3, çoklu tahmine dayalı modellerin ortalama değerinin kullanılmasının, hem 6 modelli hem de 10 modelli ekstrapolasyon formülleri için daha düşük $RMSE_{nor}$ değerleri verdiğini göstermektedir.



a.



b.

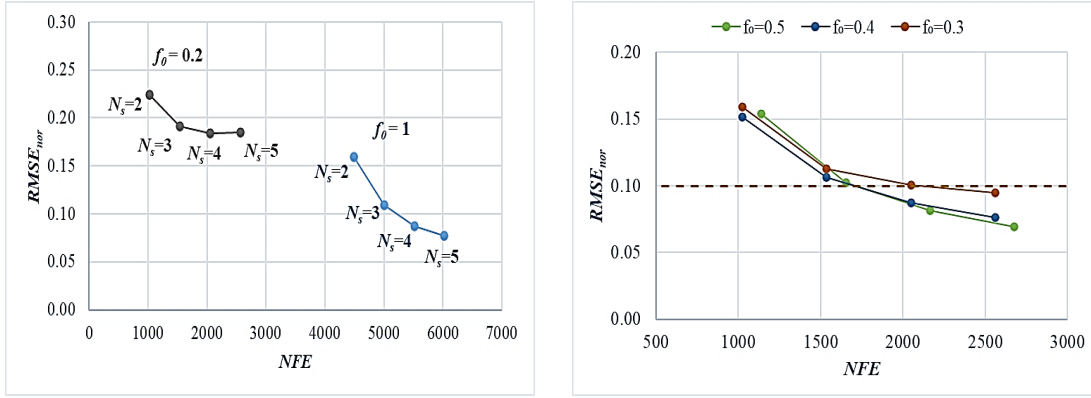
Şekil 3.3: Çoklu tahmin modellerinin ortalamaları ve medyanlarının (a) 10 modelli ve (b) 6 modelli ekstrapolasyon için ortalama $RMSE_{nor}$ değerleri.

3.3 Başlangıç Ölçek Parametresinin Etkisinin İncelenmesi

AS yönteminin performansını önemli ölçüde etkileyen diğer bir faktör, başlangıç ölçek parametresi f_0 'in değeridir. Daha küçük bir f_0 değerinin kullanılması, AS sürecinin ilk adımlarında hasar bölgesine düşen örneklem sayısında bir artışa neden olur. Bu durumda, hasar bölgesine düşmesi gereken örneklem sayısına daha hızlı ulaşılır ve süreç boyunca kullanılan NFE değeri düşer, bu da hesaplama maliyetini düşürür. Örnek olarak; 4,03 güvenilirlik indisi değerindeki ankastre giriş problemi için, Şekil 3.4a, $f_0 = 0,2$ 'ye karşılık gelen NFE değerinin, $f_0 = 1,0$ 'a karşılık gelen NFE 'den çok daha az olduğunu göstermektedir. Diğer yandan, daha küçük bir f_0 değerinin kullanılması, daha küçük ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisine sahip destek noktaları ile ekstrapolasyonda daha büyük hatalar elde edilmesine sebep olur. Şekil 3.4a, $f_0 = 0,2$ 'ye karşılık gelen $RMSE_{nor}$ değerinin, $f_0 = 1,0$ 'a karşılık gelen $RMSE_{nor}$ değerinden önemli ölçüde büyük olduğunu göstermektedir. Bu durum, tüm örnek problemler ve tüm güvenilirlik indisleri için benzer şekildedir (bkz. Ek 2).

f_0 'ın optimum değerini belirlemek için, geniş bir f_0 değer aralığında NFE 'ye karşı $RMSE_{nor}$ grafikleri çizdirilmiştir (f_0 değeri 0,1 aralıklarla azaltarak 1'den 0,2'ye değiştirildi). Bu grafiklerde, %10'un üzerindeki $RMSE_{nor}$ değerlerinin kabul edilemez olduğunu varsayıldı. En küçük NFE ile kabul edilebilir $RMSE_{nor}$ değerlerini veren f_0 değeri bulundu ve bu değer optimum f_0 olarak kabul edildi. Şekil 3.4b, $f_0 = 0,3$, $f_0 = 0,4$ ve $f_0 = 0,5$ için NFE 'ye karşı $RMSE_{nor}$ grafiklerini göstermektedir. Başlangıç ölçek parametresi $f_0 = 0,4$ 'ün, en küçük NFE ile kabul edilebilir $RMSE_{nor}$ değerlerini

sağladığı görülmüş, bu nedenle bu problemin verilen güvenilirlik seviyesi için optimum değer olduğu belirlenmiştir [74].



a.

b.

Şekil 3.4: Ankastre kiriş probleminin $\beta = 4,03$ güvenilirlik seviyesinde (a) $f_0=0,2$ ve $f_0=1$ ve (b) $f_0=0,3$, $0,4$ ve $0,5$ değerleri için asimtotik örnekleme performanslarının karşılaştırılması.

Çizelge 3.2, tüm örnek problemler için optimum f_0 değerlerini göstermektedir. Optimum f_0 değerinin $0,2$ ile $0,5$ arasında değiştiği bulunmuştur. $\beta = 4$ güvenilirlik seviyesi için, ele alınan tüm problemlerde optimum f_0 'ın ortalama değeri $0,4$ 'tür. Ayrıca güvenilirlik düzeyi arttıkça optimum f_0 değerinin düştüğü gözlemlenmiştir.

Çizelge 3.2: Çeşitli güvenilirlik seviyelerindeki tüm örnek problemler için optimum f_0 değerleri.

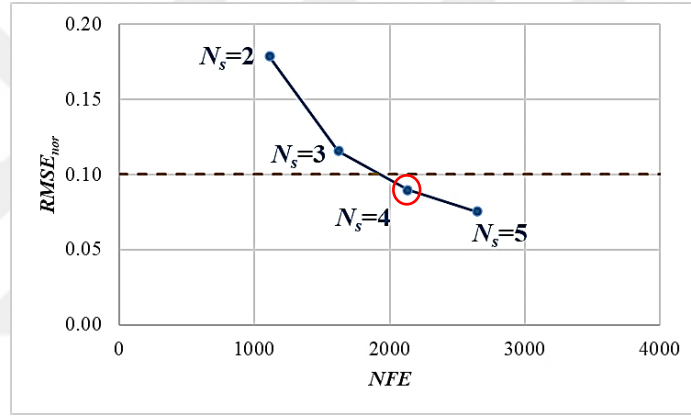
Problem	Güvenilirlik indisi				
	4	4,5	5	5,5	6
CB	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3
CC	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2
CR	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2
FC	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3
IB	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3
RT	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
Ortalama	0,4	0,37	0,35	0,32	0,28

3.4 Destek Noktası Sayısının Etkisinin İncelenmesi

AS yönteminin performansını iyileştirmek için uygun sayıda destek noktası (N_s) kullanmak çok önemlidir. Bucher yaptığı ilk çalışmada, 5 destek noktasının kullanılabileceğini belirtmiştir. Daha sonraki çalışmalarında ise farklı sayıda destek noktası kullandığı görülmüştür. Bir devam çalışmasında, Gasser ve Bucher, 4 veya

daha fazla destek noktasının regresyonu daha kararlı hale getirmeye yardımcı olabileceğini, ancak bununla birlikte hesaplama maliyetini artırdığını öne sürmüşler ve uygun sayının belirlenmesi konusunda net bir açıklama yapmadan farklı örnek problemlerde farklı sayıda destek noktası kullanmışlardır.

Bu çalışmada, optimum f_0 değerini belirlerken izlenen yöntemle benzer şekilde optimum destek noktası sayıları tespit edildi. 2 ile 5 arasında değişen N_s değerleri için $NFE-RMSE_{nor}$ grafikleri oluşturuldu, en küçük NFE ile kabul edilebilir $RMSE_{nor}$ değerleri veren N_s değeri bulundu ve bu değer optimum N_s olarak belirlendi. Şekil 3.5, ankastre kiriş problemi için $\beta = 4,03$ güvenilirlik seviyesinde optimum N_s değerinin 4 olduğunu göstermektedir.



Şekil 3.5: Ankastre kiriş probleminde farklı N_s değerleri için AS yönteminin performansının karşılaştırılması ($f_0=0,4$ ve $\beta = 4,03$ güvenilirlik indisi için).

Çizelge 3.3, tüm örnek problemler için optimum N_s değerlerini göstermektedir. Optimum N_s değerinin çoğunlukla 4 olduğu belirlenmiştir. Ancak, güvenilirlik seviyesi arttıkça N_s değerinin 5'e çıkarılması gerektiği görülmektedir. Özetle, orta düzeydeki güvenilirlik seviyeleri için ($\beta=4, 4,5$ ve 5) N_s değeri 4 olmalı ancak güvenilirlik seviyesi arttıkça ($\beta =5,5$ ve 6) N_s değeri 5'e çıkarılmalıdır [74].

Çizelge 3.3: Tüm örnek problemler için optimum N_s değerleri.

Problem	Güvenilirlik indisi				
	4	4,5	5	5,5	6
CB	4	4	4	5	5
CC	4	4	4	4	4
CR	4	4	4	4	4
FC	4	4	4	5	5
IB	4	4	4	4	4
RT	4	4	4	4	5



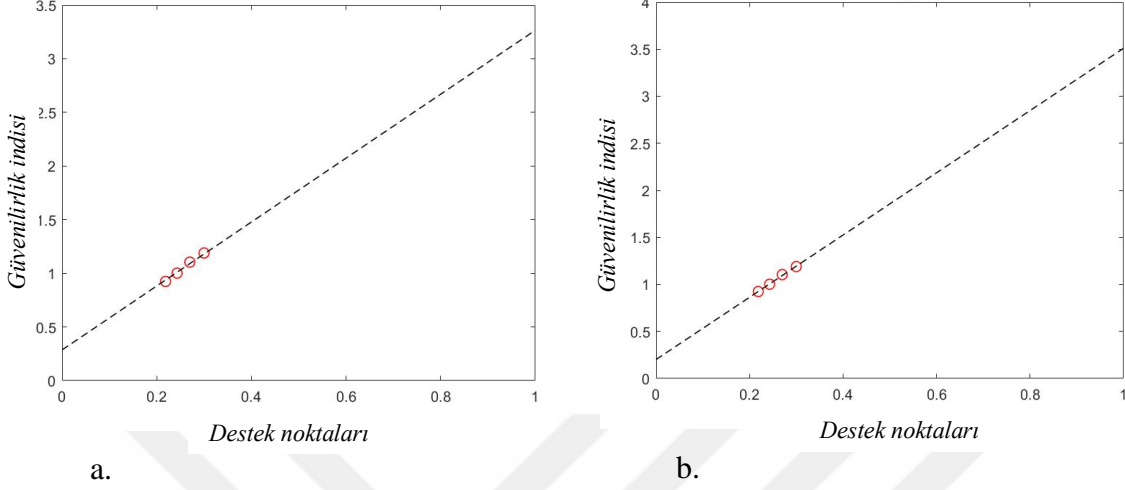
4. ASİMTOTİK ÖRNEKLEME İÇİN EN İYİ REGRESYON YÖNTEMİNİN BELİRLENMESİ

Bölüm 2.3'te belirtildiği gibi Bucher, arttırılmış standart sapma değerleri ile güvenilirlik indisi değerleri arasında bir ilişki kurmak için parametrik modeller ile doğrusal olmayan regresyon analizi olan en küçük hata kareleri toplamı yöntemini kullanmıştır. Çalışmanın bu bölümünde, doğrusal olmayan regresyon tekniği yerine daha gelişmiş ve parametrik olmayan makine öğrenme teknikleri (GPR ve SVR) kullanılmıştır. Ayrıca Zhang vd.'nin, vekil modeller yardımıyla tek boyutlu deterministik fonksiyon ekstrapolasyonunu konu edinen çalışmasından yola çıkarak ekstrapolasyon için KR vekil modeli de kullanılmıştır. Zhang vd. bu çalışmada, zorlu fonksiyonların KR vekil modelinin; polinom yanıt yüzeyler, SVR veya radyal tabanlı fonksiyonlardan daha güvenilir olduğuna yer vermişlerdir [75]. Regresyon yöntemlerinin doğruluklarının değerlendirilmesinde, 6. Bölüm'de verilen farklı sayıda rassal değişkene ve farklı tip olasılık dağılımlarına sahip örnek problemler kullanılmıştır.

Çalışmanın ilk aşamasında, 3. Bölüm'de verilen AS yöntemi için optimum değerler dikkate alınarak, ekstrapolasyon için gereken destek noktaları ve her bir problem için bu noktalara karşılık gelen güvenilirlik indisi değerleri belirlenmiştir. Daha önce bahsedildiği gibi Bucher, gerçek güvenilirlik indisini elde etmek için destek noktaları ile güvenilirlik indisi değerleri arasında bir ilişki kurmuş ve bu ilişkideki katsayıları elde etmek için en küçük hata kareleri toplamı regresyon analizini kullanmıştır. Bu çalışmada ise gerçek güvenilirlik indisi değeri, Bucher'ın ekstrapolasyon yönteminden farklı olarak daha gelişmiş teknikler olan SVR, GPR ve KR yöntemleri ile tahmin edilmiştir [76].

Güvenilirlik indisi değeri 4 olan bağlantı elemanı problemi için destek noktaları ile bunlara karşılık gelen güvenilirlik indisi değerleri ve ekstrapolasyon için kullanılan tüm yöntemlerde elde edilen regresyon çizgileri Şekil 4.1'de ayrı ayrı gösterilmektedir. Noktalar doğrusal bir eğilime sahip olduğundan en doğru sonuçlar doğrusal regresyon analizi ile elde edilmiştir.

GPR ve KR yöntemlerinin, Gauss korelasyonunu kullandıkları için tamamen aynı regresyonu gerçekleştirdikleri Şekil 4.1b'den görülmektedir.



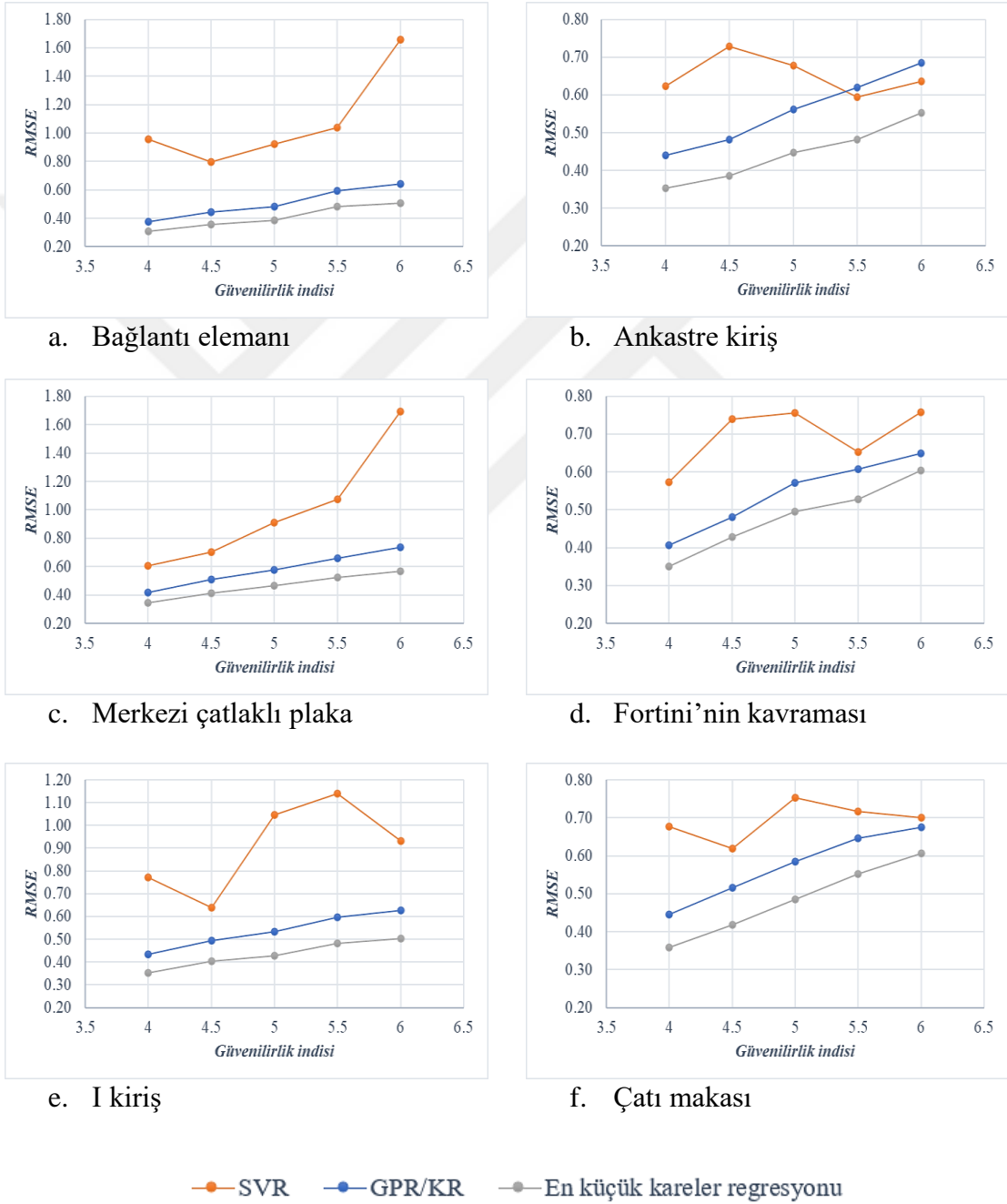
Şekil 4.1: (a) Destek vektör regresyonu ve (b) Gauss süreç regresyonu ve Kriging modelleri için regresyon çizgileri.

Son olarak, regresyon çizgilerini kullanarak problemlerin tüm güvenilirlik seviyelerinde destek noktasının 1'e eşit olduğu noktaya karşılık gelen gerçek güvenilirlik indisi değerleri elde edilmiştir. Bucher'in doğrusal olmayan regresyonunun ve çalışmada kullanılan yöntemlerin her bir problem için tüm güvenilirlik seviyelerinde karşılaştırılması Şekil 4.2'de verilmiştir. Destek noktası 1'e eşit olduğunda, bağlantı elemanı problemi için güvenilirlik indisi değerinin 4 olması beklenmektedir. Ayrıca tüm örnek problemler için, GPR yöntemi ile yapılan ekstrapolasyondan elde edilen RMSE değerleri, SVR yöntemi ile elde edilenlerden daha düşüktür. Bu durum, GPR ve KR yöntemlerinin performanslarının SVR yönteminden daha iyi olduğunu göstermektedir.

SVR yönteminin diğer yöntemlere göre yüksek hatalar vermesinin, bazı destek noktaları için yapılan regresyon modellerinde yakınsama olmamasından kaynaklandığı tespit edilmiştir. Bazı durumlar için regresyon modellerinin yakınsamamasının sebebi, optimizasyon sırasında hesaplanan alfa değerlerinin toplamının C parametresinden fazla olmasıdır. Bu durumun sebeplerinden biri aşırı öğrenmedir. Aşırı öğrenme, modelin eğitim verilerine aşırı uyum sağlaması ve yeni verilerde kötü performans göstermesi durumudur.

Bu durumda, modelin alfa değerleri C 'den daha büyük olabilir. Diğer sebebi ise, veri kümesindeki gürültünün, modelin doğru Şekilde optimize edilmesini engellemesidir.

Sonuç olarak Şekil 4.2'deki grafikler dikkate alındığında, tüm problemlerde AS yöntemi için, Bucher'ın kullandığı parametrik modeller ile yapılan ekstrapolasyonun en doğru sonuçları verdiği görülmektedir [76]. Bu nedenle, bu çalışmada ekstrapolasyon fonksiyonunda parametrik modeller kullanılmıştır.



Şekil 4.2: Ekstrapolasyon yöntemlerine karşılık gelen RMSE değerleri.



5. TEZ KAPSAMINDA GELİŞTİRİLEN AĞIRLIKLIL ORTALAMA YÖNTEMİ

Ortalama ekstrapolasyon formülasyonu mevcut ekstrapolasyon modelleri arasında yanlış modelin kullanılmasına karşı koruma sağlasa da, en iyi modelden daha iyi güvenilirlik tahmini yapmayı garanti etmemektedir [74]. Yani, tüm ekstrapolasyon modellerine eşit ağırlığın atanması doğruluğun azalmasına neden olabilir. Bu nedenle bu tez kapsamında, Acar ve Rais-Rohani'nin çalışmasından esinlenerek oluşturulan bir ağırlıklı ortalama formülasyonu geliştirdik [77]. Ağırlıklı ortalama AS formülasyonunda, güvenilirlik indisinin tahmini aşağıda verilen şekilde yapılır.

$$\beta = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i \quad (5.1)$$

Burada; β tahmin edilen güvenilirlik indisi, n ağırlıklı ortalama formülasyonundaki ekstrapolasyon modellerinin sayısı (burada $n = 6$ ya da 10), w_i terimi i . güvenilirlik indisi için ağırlık faktörü ve β_i terimi ise 6 ya da 10 modelli ortalama ekstrapolasyon formülasyonundaki her model için güvenilirlik indisi değerlerinin vektörüdür.

5.1 Ağırlık Faktörlerinin Belirlenmesi

Denklem (5.1)'de verilen ağırlık faktörleri, güvenilirlik indisi tahmininin varyansını en aza indirecek şekilde optimize edilmiştir. Ağırlık faktörü tayini için optimizasyon problemi, afin formülasyon veya dışbükey formülasyon kullanılarak formüle edilebilir [78]. Afin formülasyonu için ağırlık faktörleri şu şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} &\text{Bul} && \mathbf{w} \\ &\text{Min} && \text{Var}(\beta) \\ &\text{Öyle ki} && \mathbf{w}^T \mathbf{1} = 1 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Burada w ağırlık faktörü vektörüdür ve $\mathbf{1}$ birlerin vektörüdür. Buna ek olarak, Breiman tarafından önerildiği ve Viana, Haftka ve Steffen (2009) tarafından da tartışıldığı gibi, Denklem (5.2)'ye ağırlık faktörlerinin negatif olmama doğal kısıtı dahil edilerek dışbükey formülasyon elde edilir [79,80].

$$\begin{aligned} &\text{Bul} && w \\ &\text{Min} && \text{Var}(\beta) \end{aligned} \tag{5.3}$$

$$\text{Öyle ki } w^T \mathbf{1} = 1$$

$$w_i \geq 0 \quad i=1, \dots, 6 \text{ (ya da 10)}$$

Ağırlık faktörlerinin optimum değerleri, MATLAB programındaki “*fmincon*” fonksiyonu kullanılarak elde edilmiştir. Bu fonksiyon, kısıtlı doğrusal olmayan en küçük kareler optimizasyon problemlerini çözmek için kullanılır ve kullanıcının belirlediği kısıtlar altında bir fonksiyonun minimum değerini bulmaya çalışır. *fmincon* fonksiyonu varsayılan olarak, iç nokta (ing. interior point) algoritması kullanılır. Bu algoritma, kısıtlı en küçük kareler optimizasyon problemlerini çözmek için tasarlanmıştır ve özellikle büyük problemler için çok verimli ve hızlı şekilde çalışmaktadır.

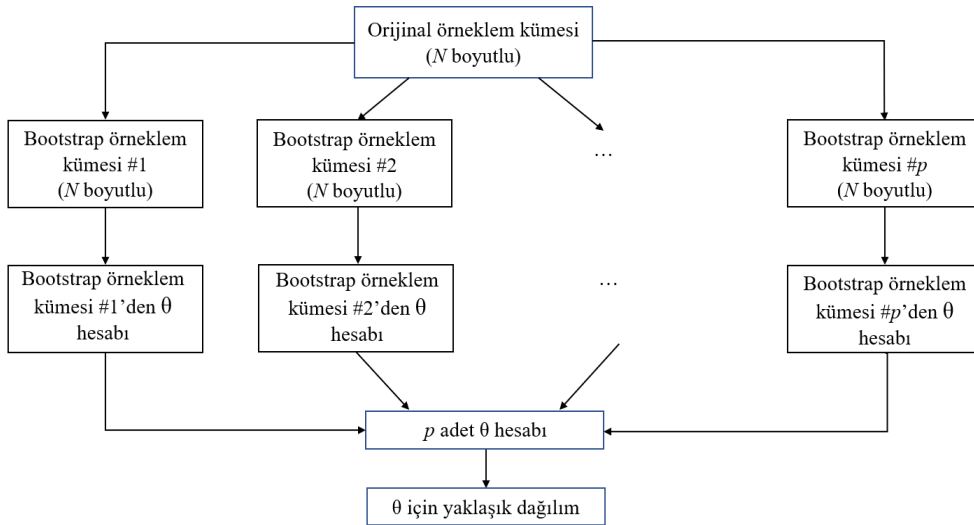
fmincon fonksiyonunun ilk iki parametresi (fun ve w0), optimize edilecek fonksiyon ve başlangıç noktasıdır. Diğer parametreler ise sırasıyla lineer kısıtları, sınır değerlerini ve diğer opsiyonel parametreleri belirtir. *fmincon* ayrıca, birden fazla başlangıç noktasından başlayarak ayrı ayrı optimize edilebilen çoklu başlangıç noktaları (ing. Multistart) yöntemi de dahil olmak üzere, farklı algoritmaların kullanılmasına olanak sağlar. Tez kapsamında, başlangıç değerine sırayla 10 farklı rassal değer atanarak optimizasyon problemi çözdürülmüş ve minimum varyans değerine karşılık gelen ağırlık faktörleri elde edilmiştir.

fmincon fonksiyonunun çıktısı, wopt ve fopt olarak adlandırılan iki değişkendir. wopt, optimum ağırlık faktörü değerlerini; fopt ise minimum fonksiyon değerini yani minimum varyans değerini vermektedir. Afin formülasyon için alt ve üst sınır değerleri $(-\infty, \infty)$, dışbükey formülasyon için ise $[0,1]$ olarak alınmıştır.

5.2 Bootstrap Yöntemini Kullanarak Varyans Tahmini

Bootstrap (yeniden örnekleme) yöntemi, örnek bir sonuç kümesinden istatistiksel bir parametrenin dağılımını tahmin etmek için kullanılan etkili bir yöntemdir [81]. Bootstrap yönteminin ana fikri, orijinal örneklerden değiştirme ile yeniden örnekleme yaparak ve ardından ilgili istatistiksel parametrenin dağılımına (örneğin, ortalama, standart sapma, hasar olasılığı vb.) yaklaşarak bir dizi bootstrap örneği oluşturmaktır. Yeniden örnekleme prosedürü verilerin değiştirilerek rastgele seçilmesine dayandığından, bootstrap örneklerinin istatistiksel özellikleri orijinal örneklerinkinden farklıdır. Bootstrap yönteminin akış şeması Şekil 5.1'de gösterilmiştir.

Bu çalışmada, güvenilirlik indisi tahmininin varyansını tahmin etmek için bootstrap yöntemi kullanılmıştır. Öncelikle AS yönteminde $N=512$ adet Sobol örnekleme kullandık ve destek noktalarını depoladık. Ardından, her destek noktası için $p=10$ adet bootstrap örneklem kümesi oluşturulmuş ve karşılık gelen ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisi değerleri hesaplanmıştır. 4 adet destek noktası ve 10 adet bootstrap örneği seti (dolayısıyla 10 adet ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisi değeri) olduğundan, $10^4=10.000$ kez en küçük kareler regresyonu gerçekleştirilmiş ve her ekstrapolasyon modeli için 10.000 farklı güvenilirlik indisi değeri oluşturulmuştur. Bu sayede, ortalama ve ağırlıklı ortalama ekstrapolasyon formülasyonları için 10.000 güvenilirlik indisi değeri elde edilmiştir.



Şekil 5.1: Bootstrap yönteminin adımları [82].



6. ÖRNEK PROBLEMLER

Optimize edilmiş ağırlık faktörleri ile geliştirilen yöntemin performansını test etmek için, altı basit örnek problem ve karmaşık bir mühendislik problemi kullanılmıştır. Tezde sunulan tüm örnek problemler yapısal mekanik problemler olarak seçilmiştir ve problemlere ait detaylı bilgiler bu bölümde verilmiştir. İlk örnek problem, doğrusal bir sınır durumu fonksiyonunu içeren basit iki değişkenli bir problemdir. Bu nedenle, analitik çözüm kolayca elde edilebilir. Örnek problemlerin sınır durum fonksiyonlarının boyutları (yani rassal örneklemelerinin sayısı) Çizelge 6.1’de verilmiştir. Karmaşık bir mühendislik problemi olarak kabul edilen vinç köprüsünün tasarım problemi, hafif (L) ve ağır (H) olmak üzere iki yükleme koşulu için incelenmiştir.

Çizelge 6.1: Çalışmada kullanılan örnek problemlerin boyutları.

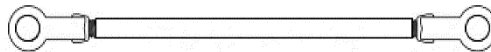
ID	Problem	Boyut (n_{var})
1	Bağlantı elemanı	2
2	Ankastre kiriş	3
3	Merkezi çatlaklı plaka	4
4	Fortini'nin kavraması	4
5	Çatı makası	6
6	I-kiriş	8

6.1 Bağlantı Elemanı (Connecting Rod) Problemi

Eksenel yükleme altındaki bağlantı elemanı problemi Şekil 6.1’de gösterilmektedir. Problem, aşağıda verilen doğrusal sınır durumu fonksiyonuna sahip ve iki değişkenlidir.

$$g = C - R \quad (6.1)$$

Burada R gerilme, C mukavemet değerine karşılık gelen rassal değişkenlerdir. Bu rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri Çizelge 6.2’de verilmiştir.



Şekil 6.1: Eksenel yükleme altındaki bağlantı çubuğu.

Çizelge 6.2: Bağlantı elemanı probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri.

Rassal değişken	Dağılım	Ortalama	Standart sapma
R	Normal	μ_R	6
C	Normal	100	8

Gerilmenin ortalama değeri (μ_R) değiştirilerek çeşitli güvenilirlik seviyeleri elde edilebilmektedir. Bu problem için gerçek güvenilirlik indisi değerleri, sınır durum fonksiyonu doğrusal ve her iki rassal değişken de normal dağılıma sahip olduğundan Denklem (6.2)'den kolaylıkla elde edilebilir.

Denklem (6.2)'de verilen, μ ve σ terimleri sırasıyla ortalama ve standart sapma değerlerine karşılık gelmektedir.

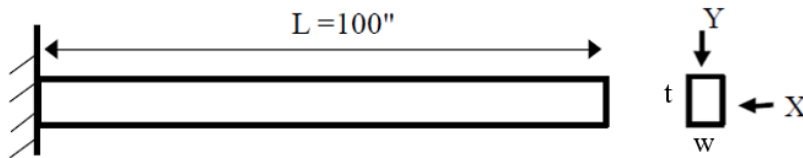
$$\beta = \frac{\mu_C - \mu_R}{\sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_R^2}} = \frac{100 - \mu_R}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 10 - \frac{\mu_R}{10} \quad (6.2)$$

6.2 Ankastre Kiriş (Cantilever Beam) Problemi

Ankastre kiriş problemi Şekil 6.2'de gösterilmektedir [83]. Problemin sınır durum fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$g = D_0 - \frac{4L^3}{Ewt} \sqrt{\left(\frac{Y}{t^2}\right)^2 + \left(\frac{X}{w^2}\right)^2} \quad (6.3)$$

Burada, E elastik modülü, X ve Y bağımsız rassal yükler, genişlik değeri $w=2,7''$ ve kalınlık değeri $t=3,4''$ olan tasarım parametreleridir. Rassal değişkenlerin özellikleri Çizelge 6.3'te verilmiştir. İzin verilen yer değiştirme değeri (D_0) değiştirilerek, Ek 1'de verilen çeşitli güvenilirlik seviyeleri elde edilebilmektedir.



Şekil 6.2: Dikey ve yatay eğilme altındaki ankastre kiriş [83].

Çizelge 6.3: Ankastre kiriş probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri.

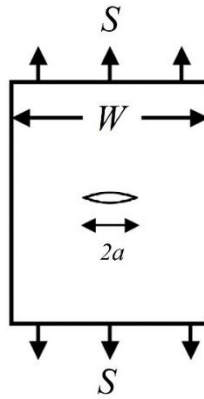
Rassal değişken	Dağılım	Ortalama	Standart sapma
X [lb]	Normal	500	100
Y [lb]	Normal	1000	100
E [psi]	Normal	29×10^6	$1,45 \times 10^6$

6.3 Merkezi Çatlaklı Plaka (Central Crack Plate) Problemi

Bu örnek problemde, $2a$ uzunluğunda merkezi çatlak içeren bir plaka aksenal yüklemeye altındadır [57]. Plaka, Şekil 6.3'te gösterilmiştir. Problemin sınır durum fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$g = K_{IC} - \sqrt{\sec\left(\frac{\pi a}{W}\right)} S \sqrt{\pi a} \quad (6.4)$$

Burada; a çatlak yarı uzunluğu, W plaka genişliği, S plakadaki dış gerilme yüklemesi ve K_{IC} ise kırılma tokluğu olup, bu değişkenlerin tamamı rassal değişken olarak alınmıştır. Bu rassal değişkenlerin özellikleri Çizelge 6.4'te verilmiştir. Kırılma tokluğunun (\bar{K}_{IC}) ortalama değeri değiştirilerek, Ek 1'de verilen çeşitli güvenilirlik seviyeleri elde edilebilmektedir.



Şekil 6.3: Merkezi çatlaklı plaka [57].

Çizelge 6.4: Merkezi çatlaklı plaka probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri.

Rassal değişken	Dağılım	Ortalama	Standart sapma
a [mm]	Normal	25	0,75
W [mm]	Normal	500	5
S [MPa]	Normal	100	10
K_{IC} [$MPa\sqrt{m}$]	Normal	\bar{K}_{IC}	$0,1\bar{K}_{IC}$

6.4 Fortini'nin Kavrama (Fortini's Clutch) Problemi

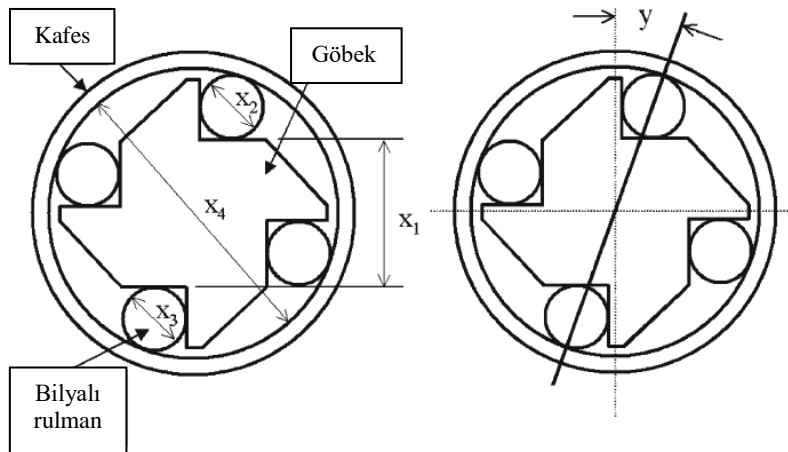
Birçok tolerans analizinde kullanılan Fortini kavraması, Şekil 6.4'te gösterilmektedir [84]. Temas açısı y , bağımsız rassal değişkenler X_1 , X_2 , X_3 ve X_4 cinsinden aşağıda verilmiştir.

$$y = \arccos \left(\frac{X_1 + 0.5(X_2 + X_3)}{X_4 - 0.5(X_2 + X_3)} \right) \quad (6.5)$$

Rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri Çizelge 6.5'te verilmiştir. Problemin sınır durum fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$g = y - y_{crit} \quad (6.6)$$

Burada y_{crit} değeri değiştirilerek, Ek 1'de verilen çeşitli güvenilirlik seviyeleri elde edilebilmektedir.



Şekil 6.4: Fortini'nin kavraması [85].

Çizelge 6.5: Fortini'nin kavrama probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri.

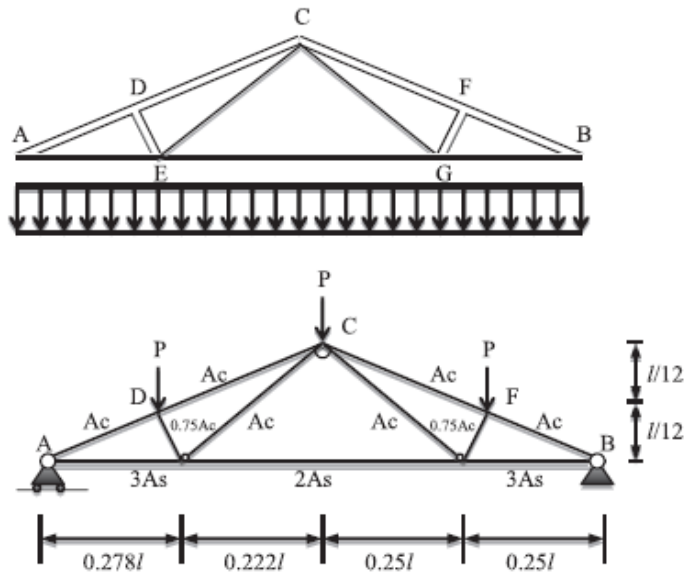
Rassal değişken	Dağılım	Ortalama	Standart sapma
X_1 [mm]	Lognormal	55,29	$7,93 \times 10^{-2}$
X_2 [mm]	Normal	22,86	$4,3 \times 10^{-3}$
X_3 [mm]	Normal	22,86	$4,3 \times 10^{-3}$
X_4 [mm]	Extreme type I	101,6	$7,93 \times 10^{-2}$

6.5 Çatı Makası (Roof Truss) Problemi

Song vd. tarafından kullanılan, üniform yüklere tabi bir çatı makası Şekil 6.5'te gösterilmiştir [86]. Üst bom ve sıkıştırma elemanları betondur ve alt bom ise çeliktir. Problemin sınır durum fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$g = c - \left(\frac{ql^2}{2} \right) \left(\frac{3.81}{AcEc} + \frac{1.13}{AsEs} \right) \quad (6.7)$$

Burada; c değeri yapının C düğümündeki dikey yer değiştirme, q üniform yükleme, l uzunluk, As and Ac kesit alanları ve Es and Ec elastik modülleridir. Rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri Çizelge 6.6'da verilmiştir. Dikey yer değiştirme değeri (c) değiştirilerek, Ek 1'de verilen çeşitli güvenilirlik seviyeleri elde edilebilmektedir.



Şekil 6.5: Çatı makası [86].

Çizelge 6.6: Çatı makası probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri.

Rassal değişken	Dağılım	Ortalama	Standart sapma
q [kN]	Normal	20×10^3	1400
l [m]	Normal	12	0,12
A_s [m ²]	Normal	$9,82 \times 10^{-4}$	$5,892 \times 10^{-5}$
A_c [m ²]	Normal	0,04	$4,8 \times 10^{-3}$
E_s [GPa]	Normal	1×10^{11}	6×10^9
E_c [GPa]	Normal	2×10^{10}	$1,2 \times 10^9$

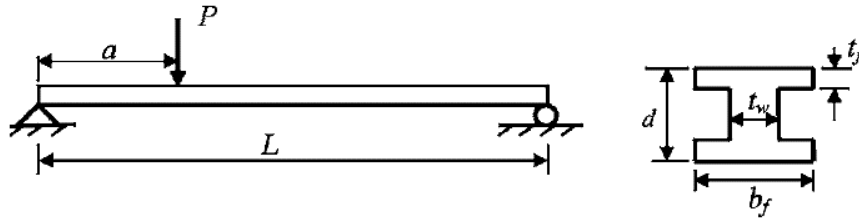
6.6 I Kiriş (I-Beam) Problemi

Basit mesnetli I-kiriş Şekil 6.6'da gösterilmektedir [87]. Kiriş, konsantre bir yüke maruz bırakılmıştır. Bu problemin sınır durum fonksiyonu, eğilme mukavemeti (S) ile maksimum normal gerilme (σ_{max}) arasındaki fark olarak tanımlanır.

$$g = S - \sigma_{max} \quad (6.8)$$

Burada,

$$\sigma_{max} = \frac{Pa(L-a)d}{2LI}; \quad I = \frac{b_f d^3 - (b_f - t_w)(d - 2t_f)^3}{12} \quad (6.9)$$



Şekil 6.6: Basit mesnetli I kirişi için kesit ve yükleme [87].

Bu problemdeki rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri Çizelge 6.7'de verilmiştir. Mukavemetin ortalama değeri değiştirilerek, Ek 1'de verilen çeşitli güvenilirlik seviyeleri elde edilebilmektedir.

Çizelge 6.7: I giriş probleminde rassal değişkenlerin istatistiksel özellikleri.

Rassal değişken	Dağılım	Ortalama	Standart sapma
P	Normal	6070	200
L	Normal	120	6
a	Normal	72	6
S	Normal	\bar{S}	$0,15\bar{S}$
d	Normal	2,3	1/24
b_f	Normal	2,3	1/24
t_w	Normal	0,16	1/48
t_f	Normal	0,26	1/48



7. SONUÇLAR

7.1 Sayısal Yöntem

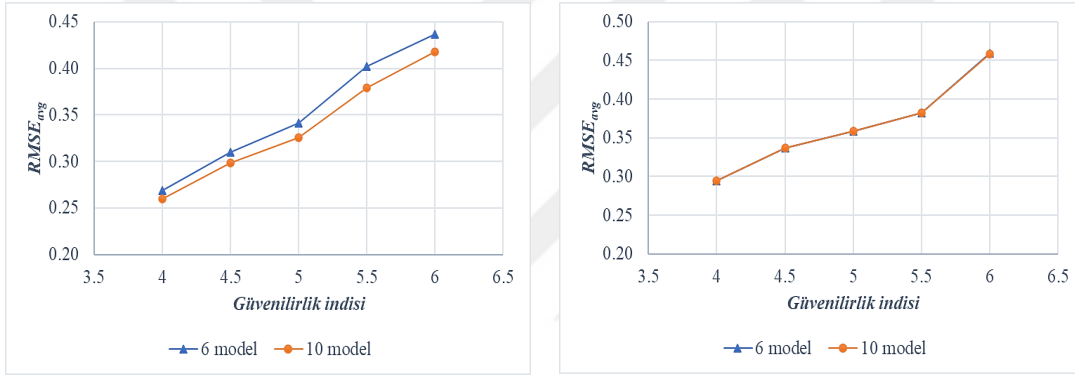
Tez kapsamında geliştirilen ağırlıklı ortalama yönteminde izlenen sayısal yöntem aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır:

- i. Her destek noktası için, $p=10$ bootstrap örneklem kümesinin oluşturulduğu $N=512$ Sobol örneklemi oluşturulur.
- ii. Her bootstrap örneklem kümesine karşılık gelen $p=10$ ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisi değeri hesaplanır. 10 ölçeklendirilmiş güvenilirlik indisi ve 4 destek noktası olduğundan, 10^4 farklı $[f, \beta]$ kombinasyonu vardır.
- iii. Her bir ekstrapolasyon modeline karşılık gelen 10^4 ekstrapolasyonlu güvenilirlik indisi değeri elde etmek için her $[f, \beta]$ kombinasyonu için ekstrapolasyon gerçekleştirilir.
- iv. Ağırlık faktörleri açısından ağırlıklı ortalama ekstrapolasyon formülasyonu kullanılarak elde edilen güvenilirlik indisi tahminlerinin varyansı formüle edilir ve bu varyansı minimuma indirmek için ağırlık faktörleri optimizasyonu yapılır. Optimizasyonda hem dışbükey hem de afin formülasyonlar kullanılır ve sonuçlar karşılaştırılır.

Rastgele örnekleme etkisini azaltmak için, yukarıdaki yöntem 1.000 kez tekrarlanır. Farklı güvenilirlik indisi ekstrapolasyonlarının (bireysel ekstrapolasyon modelleri, ortalama ekstrapolasyon formülasyonu ve ağırlıklı ortalama ekstrapolasyon formülasyonu) performansları, bu 1.000 çalışmadan elde edilen RMSE değerleri ile ölçülür. Bu örnek problemler için AS'nin performansı, sırasıyla $3,17 \times 10^{-5}$, $3,40 \times 10^{-6}$, $2,87 \times 10^{-7}$, $1,90 \times 10^{-8}$ ve $9,87 \times 10^{-10}$ hasar olasılıklarına karşılık gelen 4, 4,5, 5, 5,5 ve 6 güvenilirlik indisi değerleri için araştırılmıştır.

7.2 Geliştirilen Ağırlıklı Ortalama Yönteminde Ekstrapolasyon Modellerinin Karşılaştırılması

Geliştirilen ağırlıklı ortalama yönteminde 10 modelli ve 6 modelli ekstrapolasyon formülasyonlarının doğruluklarının tüm sayısal örnek problemler için karşılaştırılması Şekil 7.1'de verilmiştir. Şekil 7.1a'da, 10 modelli dışbükey ağırlıklı ortalama ekstrapolasyon formülasyonunun RMSE'sinin her zaman 6 modelli dışbükey ağırlıklı ortalama ekstrapolasyon formülasyonundan daha küçük olduğu görülmektedir. Şekil 7.1b'de ise, 10 modelli afin ağırlıklı ortalama ekstrapolasyonun ve 6 modelli afin ağırlıklı ortalama ekstrapolasyonun RMSE değerlerinin oldukça yakın olduğunu göstermektedir.



a.

b.

Şekil 7.1: 6 modelli ve 10 modelli ortalama ekstrapolasyon formüllerinin farklı güvenilirlik seviyelerinde (a) dışbükey ağırlıklı ortalama ve (b) afin ağırlıklı ortalama modeli için RMSE değerleri.

7.3 Ankastre Kiriş Problemi için Sonuçlar

Ankastre kiriş problemi için bireysel ekstrapolasyon modelleri, ortalama ekstrapolasyon formülasyonu (Zhangchun vd. 2013, 2014 tarafından önerilen), afin ve dışbükey formülasyonları kullanan bootstrap tabanlı ağırlıklı ortalama AS yöntemi ile elde edilen sonuçlar sırasıyla 4, 5 ve 6 güvenilirlik indisi değerleri için Çizelge 7.1, 7.3 ve 7.4'te sunulmuştur. Tüm işlemler 1.000 kez tekrarlanmış ve güvenilirlik indisi tahminleri için RMSE değerleri hesaplanmıştır. RMSE değerinin varyans ve bias hatasını içerdiği bilinmektedir. Bu çalışmada ağırlık faktörleri, bootstrap ile bias hatası ölçülemediğinden varyansı en aza indirecek şekilde seçilmiştir.

Ankastre giriş probleminde 4,0 güvenilirlik indisi için bootstrap tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları, sırasıyla 10 modelli ve 6 modelli ekstrapolasyonlar için Çizelge 7.1 ve Çizelge 7.2’de verilmiştir. Çizelge 7.1 ve 7.2, bootstrap yoluyla tahmin edilen güvenilirlik indislerinin standart sapmalarının, 1.000 kez tekrarlanan AS ile elde edilen güvenilirlik indislerinin standart sapmalarından daha büyük olduğunu göstermektedir. Ayrıca, bootstrap yönteminin farklı ekstrapolasyon modellerinin standart sapmalarını başarılı bir şekilde sıralayabildiği görülmektedir. Yani, Çizelge 7.1’de "*nor q₃*" modeli en küçük standart sapmaya sahiptir, "*nor q₂*" modeli ikinci en küçük standart sapmaya sahiptir, vb. Benzer şekilde Çizelge 7.2’de ise "*nor q₂*" modeli en küçük standart sapmaya sahipken, "*nor q₁*" modelinin ikinci en küçük standart sapmaya sahip olduğu görülmektedir.

Çizelge 7.1, ağırlıklı ortalama formülasyonu kullanılarak elde edilen güvenilirlik indislerinin standart sapmasının yanı sıra RMSE değerlerinin de ortalama ekstrapolasyon formülasyonu kullanılarak elde edilenlerden daha küçük olduğunu göstermektedir. Ağırlık faktörleri dışbükey formülasyonu kullanılarak optimize edildiğinde, en küçük standart sapmaya sahip ekstrapolasyon modelinin ağırlık faktörü 1 değerini alırken, diğer ekstrapolasyon modelleri 0 değerini alır. Çizelge 7.1 ayrıca, afin ağırlıklı ortalama formülasyonun dışbükey ağırlıklı ortalama formülasyonundan daha küçük standart sapmaya sahip olmasına rağmen, dışbükey formülasyon kullanılarak elde edilen güvenilirlik indisinin RMSE değerinin afin formülasyonunkinden daha küçük olduğunu göstermektedir.

Çizelge 7.1: Ankastre giriş probleminde 4,0 güvenilirlik indisi için bootstrap tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.

Bootstrapping sonuçları													
	Normal					Üssel					Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	<i>q</i> = 1/3	<i>q</i> = 0,5	<i>q</i> = 1	<i>q</i> = 2	<i>q</i> = 3	<i>q</i> = 1/3	<i>q</i> = 0,5	<i>q</i> = 1	<i>q</i> = 2	<i>q</i> = 3	Ortalama	Dışbükey	Afin
β 'nin standard sapması	0,475	0,445	0,372	0,278	0,223	0,503	0,498	0,509	0,575	0,640	0,451	0,223	0,095
w_i (dışbükey)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-	-	-
w_i (afin)	-1,501	-2,747	-3,375	-0,495	1,652	1,771	2,619	6,714	4,760	-8,397	-	-	-

Çizelge 7.2: Ankastre giriş probleminde 4,0 güvenilirlik indisi için bootstrap tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları (devam).

AS (1.000 kez tekrarlanan)													
	Normal					Üssel					Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	Ortalama	Dışbükey	Afin
β'_{nn} ortalaması	4,139	4,115	4,057	3,980	3,933	4,161	4,157	4,166	4,218	4,268	4,119	3,933	3,780
β'_{nn} standard sapması	0,362	0,342	0,295	0,237	0,207	0,380	0,377	0,384	0,428	0,471	0,345	0,207	0,148
RMSE	0,377	0,352	0,296	0,243	0,228	0,402	0,397	0,407	0,467	0,528	0,357	0,228	0,291
Bias hatası	0,109	0,085	0,027	-0,050	-0,097	0,131	0,127	0,136	0,188	0,238	0,089	-0,097	-0,250

Çizelge 7.2 de benzer şekilde, ağırlıklı ortalama formülasyonu kullanılarak elde edilen güvenilirlik indisinin standart sapma ve RMSE değerlerinin, ortalama ekstrapolasyon formülasyonu kullanılarak elde edilenlerden daha küçük olduğunu göstermektedir. Yani, hem 10 modelli hem de 6 modelli ağırlıklı ortalama formülasyonları, ortalama ekstrapolasyon formülasyonundan daha doğru sonuçlar vermektedir. Çizelge 7.1 ve 7.2'deki RMSE sonuçları karşılaştırıldığında ise, 10 modelli ağırlıklı ortalama modelinin 6 modelli ağırlıklı ortalama modelinden daha doğru güvenilirlik tahmini yaptığı görülmektedir.

Çizelge 7.3: Ankastre giriş probleminde 4,0 güvenilirlik indisi için bootstrap tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.

Bootstrapping sonuçları									
	Normal			Üssel			Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	Ortalama	Dışbükey	Afin
β'_{nn} standard sapması	0,445	0,372	0,278	0,498	0,510	0,576	0,446	0,278	0,095
w_i (dışbükey)	0	0	1	0	0	0	-	-	-
w_i (afin)	-16,766	-6,888	5,903	5,637	29,303	-16,190	-	-	-
AS (1.000 kez tekrarlanan)									
	Normal			Üssel			Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	Ortalama	Dışbükey	Afin
β'_{nn} ortalaması	4,115	4,057	3,982	4,157	4,166	4,218	4,115	3,980	3,780
β'_{nn} standard sapması	0,342	0,295	0,238	0,377	0,384	0,428	0,342	0,238	0,148
RMSE	0,352	0,296	0,243	0,397	0,407	0,467	0,352	0,243	0,291
Bias hatası	0,085	0,027	-0,050	0,127	0,136	0,188	0,085	-0,050	-0,250

Çizelge 7.3, ankastre giriş probleminin 5 güvenilirlik indisi için sonuçlarını göstermektedir. Bootstrap yönteminin farklı ekstrapolasyon modellerinin standart sapmalarını başarılı bir şekilde sıralayabildiği görülmektedir. Dışbükey ağırlıklı

ortalama formülasyonunda ekstrapolasyon modeli "*nor q₃*" en küçük standart sapmaya sahiptir, bu nedenle ağırlık faktörü 1'dir ve diğer modellerin ağırlık faktörleri sıfırdır. Çizelge 7.3 ayrıca, afin formülasyonun, dışbükey formülasyondan daha küçük standart sapmaya sahip olmasına rağmen, dışbükey formülasyon kullanılarak elde edilen güvenilirlik indisinin RMSE değerinin afin formülasyonunkinden daha küçük olduğunu göstermektedir.

Çizelge 7.4: Ankastre kiriş probleminde 5,0 güvenilirlik indisi için bootstrap tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.

Bootstrapping sonuçları													
	Normal					Üssel					Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	<i>q</i> = 1/3	<i>q</i> = 0,5	<i>q</i> = 1	<i>q</i> = 2	<i>q</i> = 3	<i>q</i> = 1/3	<i>q</i> = 0,5	<i>q</i> = 1	<i>q</i> = 2	<i>q</i> = 3	Ortalama	Dışbükey	Afin
<i>β^{nm}</i> standard sapması	0,626	0,5848	0,4845	0,354	0,278	0,664	0,657	0,672	0,762	0,852	0,591	0,278	0,110
<i>w_i</i> (dışbükey)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-	-	-
<i>w_i</i> (afin)	-5,381	-7,828	-8,904	-1,428	10,531	-0,306	0,712	5,476	10,150	-2,020	-	-	-
AS (1.000 kez tekrarlanan)													
	Normal					Üssel					Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	<i>q</i> = 1/3	<i>q</i> = 0,5	<i>q</i> = 1	<i>q</i> = 2	<i>q</i> = 3	<i>q</i> = 1/3	<i>q</i> = 0,5	<i>q</i> = 1	<i>q</i> = 2	<i>q</i> = 3	Ortalama	Dışbükey	Afin
<i>β^{nm}</i> ortalaması	5,082	5,061	5,011	4,946	4,906	5,102	5,098	5,106	5,151	5,192	5,066	4,906	4,834
<i>β^{nm}</i> standard sapması	0,471	0,443	0,374	0,289	0,243	0,499	0,494	0,506	0,570	0,628	0,449	0,243	0,204
RMSE	0,478	0,447	0,374	0,294	0,261	0,509	0,504	0,517	0,589	0,656	0,453	0,261	0,263
Bias hatası	0,082	0,061	0,011	-0,054	-0,094	0,102	0,098	0,106	0,151	0,192	0,066	-0,094	-0,166

Çizelge 7.4, ankastre kiriş probleminin 6 güvenilirlik indisi için sonuçlarını göstermektedir. Çizelge 7.4'te sunulan sonuçlar, Çizelge 7.1 ve 7.3'tekilere benzer şekilde afin ağırlıklı ortalama formülasyonun dışbükey ağırlıklı ortalama formülasyonundan daha küçük standart sapma vermesine rağmen dışbükey formülasyon kullanılarak elde edilen güvenilirlik indisinin RMSE değerinin afin formülasyonunkinden daha küçük olduğunu göstermektedir.

Çizelge 7.5: Ankastre kiriş probleminde 6,0 güvenilirlik indisi için bootstrap tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.

Bootstrapping sonuçları													
	Normal					Üssel					Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	Ortalama	Dışbükey	Afin
β 'nin standard sapması	0,874	0,8109	0,6623	0,4838	0,388	0,941	0,935	0,969	1,096	1,183	0,831	0,388	0,167
w_i (dışbükey)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-	-	-
w_i (afin)	-7,575	-8,223	-5,096	1,501	3,757	2,012	7,215	16,769	-8,758	-0,602	-	-	-
AS (1.000 kez tekrarlanan)													
	Normal					Üssel					Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	Ortalama	Dışbükey	Afin
β 'nin ortalaması	6,290	6,243	6,131	5,994	5,916	6,340	6,335	6,360	6,454	6,519	6,258	5,916	5,665
β 'nin standard sapması	0,617	0,577	0,484	0,377	0,322	0,660	0,656	0,678	0,760	0,816	0,590	0,322	0,220
RMSE	0,662	0,608	0,490	0,381	0,349	0,721	0,715	0,745	0,860	0,941	0,625	0,349	0,443
Bias hatası	0,240	0,193	0,081	-0,056	-0,134	0,290	0,285	0,310	0,404	0,469	0,208	-0,134	-0,385

7.4 Diğer Örnek Problemler için Sonuçlar

Diğer örnek problemlerin sonuçları Ek 3'te ayrıntılı olarak verilmiştir. Ele alınan tüm problemlerdeki güvenilirlik seviyeleri için ağırlıklı ortalama ekstrapolasyon formülasyonu, ortalama ekstrapolasyon formülasyonundan daha küçük standart sapmalar ve daha küçük RMSE değerleri vermiştir.

Afin ve dışbükey ekstrapolasyon formülasyonlarının performanslarının tüm örnek problemler üzerinden karşılaştırılmasının özeti Çizelge 7.5'te verilmiştir. Afin formülasyonun merkezi çatlaklı plaka ve bağlantı elemanı problemleri için daha küçük RMSE değerleri verdiği gözlenmiştir. Ayrıca, dikkate alınan 30 durumdan dışbükey formülasyonun 16 durumda en küçük RMSE değerlerini verirken, afin formülasyonun kalan 14 durumda en küçük RMSE değerlerini verdiği görülmektedir. Bu 16 durum için afin formülasyon ile daha düşük standart sapma değerleri elde edilmesine rağmen, dışbükey formülasyonun daha düşük RMSE değeri vermesinin sebebi, afin formülasyonun daha yüksek bias hatası vermesidir.

Çizelge 7.6: RMSE değerlerine göre ağırlıklı ortalama AS'nin genel sonuçları.

	Güv. ind. (β)	4	4,5	5	5,5	6
P r o b l e m	Ankastre giriş	Dışbükey	Dışbükey	Dışbükey	Dışbükey	Dışbükey
	Merkezi çatlaklı plaka	Afin	Afin	Afin	Afin	Dışbükey
	Bağlantı elemanı	Afin	Afin	Afin	Afin	Afin
	Fortini'nin kavraması	Dışbükey	Dışbükey	Dışbükey	Dışbükey	Dışbükey
	I-giriş	Afin	Afin	Afin	Afin	Afin
	Çatı makası	Dışbükey	Dışbükey	Dışbükey	Dışbükey	Dışbükey



8. GELİŞTİRİLEN YÖNTEMİN BİR MÜHENDİSLİK PROBLEMİNE UYGULANMASI

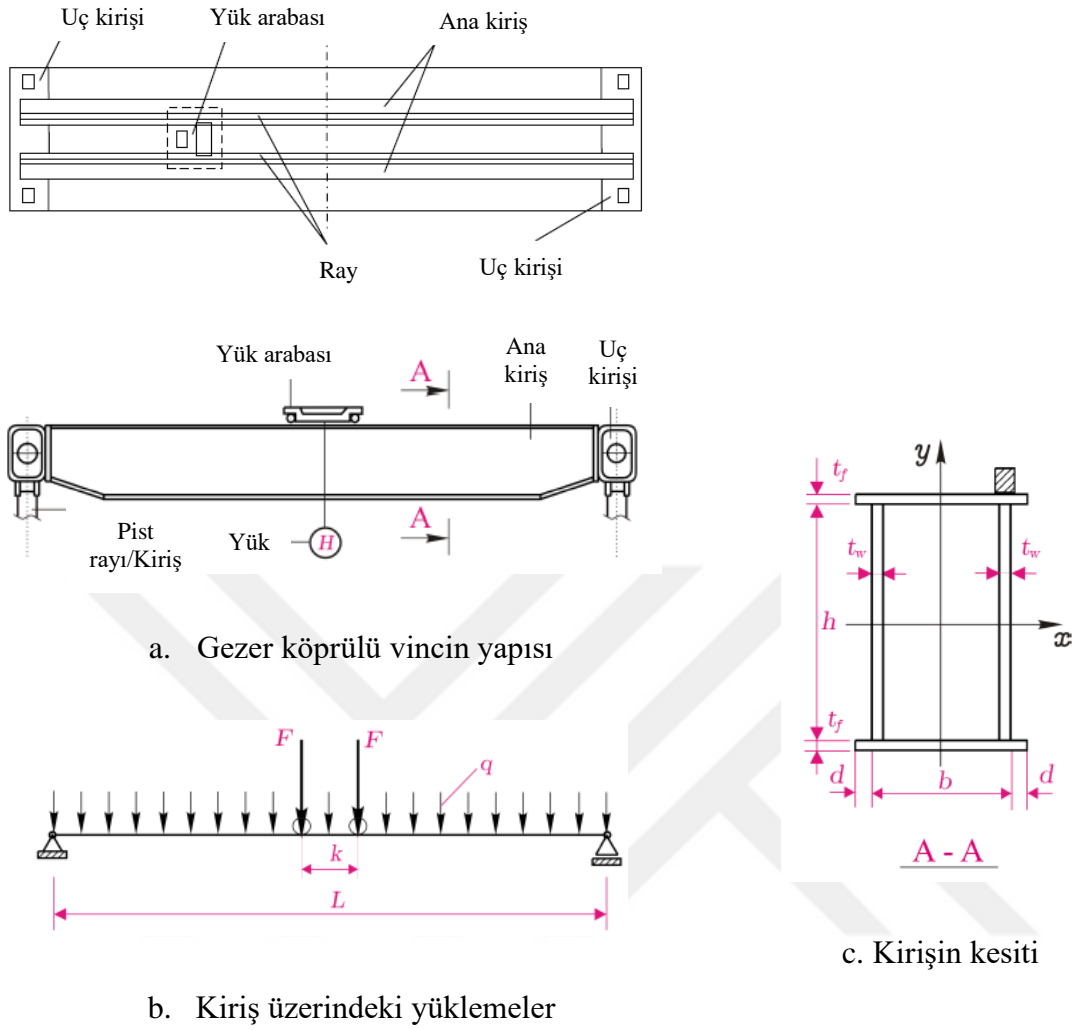
8.1 Vinç Köprüsü Problemi

Vinç köprüsü (ing. crane bridge) problemi, yükleme ve geometrinin karmaşıklığı nedeniyle karmaşık bir mühendislik problemidir. Gezer köprülü vinç problemi ilk olarak Farkas [88] tarafından kullanılmıştır.

Van Hai vd. [89] tarafından yapılan çalışmada ise, belirsiz tasarım parametrelerine sahip gezer köprülü vinç kirişlerinin hasar olasılıkları tahmin edilmektedir. Problemi basitleştirmek için, vinç tasarım problemini bir dizi analitik stres kısıtları içinde tanımlıyoruz.

Bu çalışmada, Şekil 8.1a'da gösterilen iki ana köprü kirişi, iki uç kirişi ve bir arabalı kaldırma tertibatından oluşan çift kirişli gezer köprülü vinç ele alınmıştır. Arabalı taşıma kancası yükleri, köprü kirişlerinin üstüne monte edilmiş veya kaynaklanmış rayların üzerinde hareket ettirir.

Şekil 8.1b, çift kirişli gezer köprülü bir vinç modellemek için yükleme koşullarını göstermektedir. Bu model, L uzunluğunda açıklığa sahip kirişlerden oluşur. Tek kiriş için tekerlek yükleri F , araba kütlesi G_t ve çalışma yükü H 'nin toplamının dörtte birine eşittir. Doğrusal olarak yayılı q yükü, kirişin kendi ağırlığını ve diğer yayılı yükleri temsil etmektedir. Rüzgâr ve diğer dış etkenlerin oluşturacağı yüklemeler ihmal edilmiştir. Kirişin enine kesiti ise Şekil 8.1c'de gösterilmiştir. Kesit, açıklık boyunca sabit kabul edilir ve kesit özellikleri hesaplanırken ray ve takviye parçaları ihmal edilir.



Şekil 8.1: Gezer köprülü vincin yapısal özellikleri [89].

Sınır durum fonksiyonu olarak, çift eksenli eğilme nedeniyle açıklığın alt flanşında oluşan statik gerilme fonksiyonu kullanılmaktadır.

$$\sigma_s = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq \sigma_{allow} \quad (8.1)$$

Burada, M_x ve M_y eğilme momentleri, W_x ve W_y kesit modülü, $\sigma_{allow} = \alpha_d(\alpha_s Y_s)$ izin verilen gerilme değeri, Y_s akma dayanımı, α_d boşluk faktörü, $\alpha_s=0,59$ olarak tanımlanmıştır.

Eylemsizlik momentleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$I_x = \frac{t_w h^3}{6} + 2 \left[\frac{(b + 2d)t_f^3}{12} + \left(\frac{h}{2} + \frac{t_f}{2} \right)^2 (b + 2d)t_f \right] \quad (8.2)$$

$$I_y = \frac{t_f(b+2d)^3}{6} + 2 \left[\frac{ht_w^3}{12} + \left(\frac{b}{2} - \frac{t_w}{2} \right)^2 ht_w \right] \quad (8.3)$$

Kesit modülleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$W_x = \frac{2I_x}{h+2t_f}, \quad W_y = \frac{2I_y}{b+2d} \quad (8.4)$$

Dikey eksendeki yüklerin oluşturduğu eğilme momenti,

$$M_x = \frac{L^2q}{8} + \frac{\psi_d H + G_t}{8L} \left(L - \frac{k}{2} \right)^2 \quad (8.5)$$

olarak hesaplanır. Burada; $(\psi_d H + G_t)/4$ teker yükü, $q = (k_g A \rho + p_r + p_s)$ yayılı yük olarak tanımlanmaktadır. Yüzey alanı, $A = 2[ht_w + (b + 2d)t_f]$ ile hesaplanır. $k_g=1,05$, $g=10 \text{ m/s}^2$, $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ ve arabanın eksenleri arasındaki mesafe; $k=1,9 \text{ m}$ olarak verilmiştir.

Yatay eksendeki yüklerin oluşturduğu eğilme momenti,

$$M_y = k_M \left[\frac{L^2q}{8} + \frac{G_t}{8L} \left(L - \frac{k}{2} \right)^2 \right] \quad (8.6)$$

olarak hesaplanır. Burada; $k_M = 0,3 \times 0,5$ faktöründeki 0,3 değeri, atalet kuvvetlerinin etkisini ve 0,5 değeri, dört araba tekerleğinden ikisinin hareket ediyor oluşunu temsil etmektedir.

Son olarak, statik gerilme sınır durum fonksiyonu aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$g = \sigma_{allow} - \sigma_s \quad (8.7)$$

Bu tez kapsamında, farklı geometrik özelliklere sahip üç farklı kiriş tipine sahip gezer köprülü vinç kullanılmıştır. Yüksek güvenilirlik seviyesine sahip sistemlerde asimtotik örnekleme etkisini incelediğimizden, Farkas'ın çalışmasından güvenilirlik indisi yüksek olan kirişler seçilmiştir. L ve H kısaltmaları sırasıyla hafif ve ağır yükleme durumlarını temsil etmektedir. Bu yükleme durumlarının güvenilirlik indisi değerleri sırasıyla 5,82 ve 4,58'dir. Farklı yükleme durumlarındaki kirişlere ait parametreler Çizelge 8.1'de gösterilmiştir.

Kirişler için kullanılan deterministik veriler şu şekildedir: $L = 22,5$ m, $G_t = 42,25 \times 10^3$ N, $p_r + p_s = 190$ kg/m, $E = 2,1 \times 10^5$ N/mm², $d = 10$ mm. (H , Y_s , h , t_w , b , t_f) normal dağılıma sahip, ortalamaları μ_i ve değişkenlik katsayıları COV_i olan rassal değişkenlerdir. Rassal değişkenlerin ortalamaları; $\mu_H = 200 \times 10^3$ N, $\mu_{Y_s} = 355$ N/mm² ve diğer dört geometrik parametre için $\mu_x = k^{geo} x^{op}$ olarak verilmiştir ($k^{geo} = 1,05$). Değişkenlik katsayıları ise; (H , Y_s) yüklemeleri için $COV_F = 0,05$ ve (h , t_w , b , t_f) geometrik parametreleri için $COV_{geo} = 0,025$ olarak verilmiştir.

Çizelge 8.1: Kirişler için katsayılar ve optimum geometrik parametreler [88].

Kiriş	h^{op} (mm)	t_w^{op} (mm)	b^{op} (mm)	t_f^{op} (mm)
L	950	5	375	14
H	1000	6	325	18

8.2 Vinç Köprüsü Problemi için Sonuçlar

Vinç köprüsü problemi için elde edilen sonuçlar sırasıyla 4,58 ve 5,82 güvenilirlik indisi değerleri için Çizelge 8.2 ve 8.3'te sunulmuştur. Daha önceki örnek problemlerde olduğu gibi, bootstrap yöntemi farklı ekstrapolasyon modellerinin standart sapmalarını başarılı şekilde sıralamıştır. Her iki durumda da ağırlıklı ortalama formülasyonu kullanılarak elde edilen güvenilirlik indisinin RMSE değeri, ortalama ekstrapolasyon formülasyonu kullanılarak elde edilenden daha küçüktür. En küçük standart sapmaya sahip ekstrapolasyon modelinin ağırlık faktörü 1, diğer ekstrapolasyon modellerinin ağırlık faktörü ise 0'dır. Güvenilirlik indisi tahmini için afin ağırlıklı ortalama formülasyonu ile elde edilen standart sapma ve RMSE değerlerinin, dışbükey ağırlıklı ortalama formülasyonu ile elde edilenden daha düşük olduğu görülmektedir.

Çizelge 8.2: Vinç köprüsü probleminde 4,58 güvenilirlik indisi için bootstrap tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.

Bootstrapping sonuçları													
	Normal					Üssel					Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	Ortalama	Dışbükey	Afin
β^{*nn} standard sapması	0,517	0,4841	0,4038	0,2997	0,239	0,548	0,542	0,555	0,628	0,698	0,490	0,239	0,097
w_i (dışbükey)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-	-	-
w_i (afin)	2,935	2,854	3,048	-1,182	-8,179	4,835	6,336	8,496	0,385	-18,526	-	-	-
AS (1.000 kez tekrarlanan)													
	Normal					Üssel					Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	Ortalama	Dışbükey	Afin
β^{*nn} ortalaması	4,660	4,648	4,620	4,581	4,558	4,671	4,669	4,674	4,699	4,724	4,651	4,558	4,485
β^{*nn} standard sapması	0,451	0,427	0,370	0,300	0,263	0,474	0,470	0,480	0,533	0,586	0,432	0,263	0,196
RMSE	0,458	0,433	0,372	0,300	0,264	0,483	0,478	0,488	0,546	0,603	0,437	0,264	0,217
Bias hatası	0,080	0,068	0,040	0,001	-0,022	0,091	0,089	0,094	0,119	0,144	0,071	-0,022	-0,095

Çizelge 8.3: Vinç köprüsü probleminde 5,82 güvenilirlik indisi için bootstrap tabanlı ağırlıklı ortalama AS sonuçları.

Bootstrapping sonuçları													
	Normal					Üssel					Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	Ortalama	Dışbükey	Afin
β^{*nn} standard sapması	0,882	0,8923	0,8352	0,628	0,504	0,876	0,896	0,933	0,964	0,972	0,827	0,504	0,155
w_i (dışbükey)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-	-	-
w_i (afin)	0,946	-0,190	0,399	-4,406	4,940	1,926	-2,389	0,123	-0,342	-0,006	-	-	-
AS (1.000 kez tekrarlanan)													
	Normal					Üssel					Ort. Eks. Tekniği	Ağırlıklı Ortalama	
	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 1/3$	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	Ortalama	Dışbükey	Afin
β^{*nn} ortalaması	5,824	5,810	5,777	5,736	5,712	5,839	5,837	5,845	5,873	5,893	5,815	5,712	5,628
β^{*nn} standard sapması	0,661	0,621	0,525	0,410	0,350	0,703	0,698	0,718	0,804	0,872	0,632	0,350	0,232
RMSE	0,661	0,620	0,526	0,419	0,366	0,703	0,698	0,718	0,805	0,875	0,632	0,366	0,301
Bias hatası	0,004	-0,010	-0,043	-0,084	-0,108	0,019	0,017	0,025	0,053	0,073	-0,005	-0,108	-0,192



9. DEĞERLENDİRME

Asimtotik örnekleme yönteminin performansı; örnekleme yöntemi, ekstrapolasyon modellerinin formülleri, başlangıç ölçek parametresi ve destek noktalarının sayısı gibi çeşitli faktörlere bağlıdır. Bu faktörlerin etkisini incelemek için, AS yöntemi, farklı sayıda rassal değişkenli ve farklı tip olasılık dağılımına sahip çeşitli yapısal mekanik problemlere uygulanmış ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

- İlk olarak, örnekleme yönteminin AS yönteminin performansına etkisi incelenmiştir. LHS ve Sobol dizisinin kullanımı karşılaştırılmış ve örnekleme yöntemleri arasında kayda değer bir fark olmadığı görülmüştür. Ancak, Sobol dizisinin kullanımı, daha yüksek güvenilirlik seviyelerinde daha küçük tahmin hataları vermektedir.
- İkinci olarak, 6 modelli ve 10 modelli ortalama ekstrapolasyon formülleri karşılaştırılmış ve 6 modelli ortalama ekstrapolasyon formülünün 10 modelli ortalama ekstrapolasyon formülünden daha doğru sonuçlar verdiği görülmüştür. Bu bulgu, ortalama ekstrapolasyon formülüne daha fazla model eklenmesinin, ortalama ekstrapolasyon tahmininin performansını her zaman iyileştirmeyeceği sonucunu vermektedir.
- Daha sonra, başlangıç ölçek parametresinin etkisi incelenmiştir. 4 ile 6 arasındaki güvenilirlik indisi aralığı için başlangıç ölçek parametresinin 0,3 ile 0,4 aralığında seçilebileceği gösterilmiştir. Güvenilirlik seviyesi arttıkça başlangıç ölçek parametresinin azaltılması gerektiği tespit edilmiştir.
- Ardından, AS yönteminde kullanılan destek noktası sayısının etkisi araştırılmış ve 4 destek noktasının kullanılmasının, doğruluk ve verimlilik açısından en iyi sonuçları verdiği bulunmuştur. Güvenilirlik seviyesi çok yüksekse, kabul edilebilir bir doğruluk düzeyine sahip olmak için 5 destek noktasının kullanılmasının daha uygun olduğu belirlenmiştir.
- Son olarak, AS yönteminin performansı, gerçek hayat problemlerine yakın karmaşık bir problem üzerinde test edilmiştir. Örneklemede Sobol dizisi kullanılmış, başlangıç ölçek parametresi 0,4 ve destek noktası sayısı 4 olarak seçilerek 6 modelli ortalama ekstrapolasyon formülü uygulanmıştır.

Elde edilen optimum değerler kullanılarak yapılan güvenilirlik tahmininin, bu problem için de doğru sonuçlar verdiği görölmüştür.

Regresyon tekniklerinin AS yöntemi üzerindeki etkisini analiz etmek için, Bucher tarafından önerilen doğrusal olmayan regresyon tekniği olan en küçük kareler yönteminin performansı ile Gauss süreç regresyonu, destek vektör regresyonu gibi daha gelişmiş makine öğrenme ve Kriging gibi vekil model tekniklerinin performansı karşılaştırıldı. Bu karşılaştırmalar sonucunda, Bucher tarafından önerilen doğrusal olmayan regresyonun kullanımının problemlerin tüm güvenilirlik seviyelerinde en doğru sonuçları verdiği tespit edilmiştir.

Ayrıca bu tez çalışması kapsamında, güvenilirlik indisi tahmininin varyansını minimuma indirmek için ağırlık faktörlerinin optimize edildiği, bootstrap yöntemine dayalı bir ağırlıklı ortalama AS formülasyonu geliştirilmiştir. Ağırlık faktörlerinin saptanması için hem dışbükey hem de afin formülasyonlar dikkate alınmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Önerilen yöntemin performansı, altı uygulama problemi ve bir karmaşık mühendislik problemi kullanılarak değerlendirilmiş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

- Bootstrap yöntemi farklı ekstrapolasyon modellerinin standart sapmalarını başarılı şekilde sıralayabilmektedir.
- Ağırlıklı ortalama formülasyonu kullanılarak elde edilen güvenilirlik indisinin standart sapması ve RMSE değeri, ortalama ekstrapolasyon formülasyonu kullanılarak elde edilenlerden daha küçüktür.
- Ağırlık faktörleri dışbükey bir formülasyon kullanılarak optimize edildiğinde, en küçük standart sapmaya sahip ekstrapolasyon modelinin ağırlık faktörü 1 değerine sahipken, diğer ekstrapolasyon ağırlık faktörü 0'dır.
- Dikkate alınan 32 durumun (vinç köprüsü problemi dahil), 16 tanesinde dışbükey formülasyon en küçük RMSE değerlerini sağlarken, kalan 16 tanesinde afin formülasyon en küçük RMSE değerlerini vermiştir.

Bu 16 durum için afin formülasyon kullanılarak daha küçük standart sapma değerleri elde edilmesine rağmen, RMSE değerlerine bakıldığında dışbükey formülasyon daha iyi sonuçlar vermiştir. Bunun sebebi, afin formülasyonun daha yüksek bias hatasına sahip olmasıdır.

Bu tez kapsamında, yüksek güvenilirliğe sahip sistemlerin güvenilirlik tahmininin doğruluğunun artırılması amaçlanmış ve bu doğrultuda çalışmalar yapılmıştır. Bu yapılanlara ek olarak ileride yapılabilecek çalışmalar aşağıda verilmiştir.

- Hesaplama verimliliği açısından iyileştirmeler yapılarak işlem maliyeti azaltılabilir.
- Geliştirilen ağırlıklı ortalama AS yöntemi gürbüz tasarım optimizasyon (ing. Robust design optimization, RDO) problemlerine uygulanabilir.
- Geliştirilen ağırlıklı ortalama AS yöntemi ile güvenilirlik tabanlı tasarım optimizasyonu (ing. Reliability based design optimization, RBDO) yapılabilir.
- Geliştirilen ağırlıklı ortalama AS yöntemi ile sistem güvenilirliği tahmini yapılabilir.
- Geliştirilen ağırlıklı ortalama AS yöntemi çoklu MPP problemlerine uygulanabilir.
- Tez çalışması kapsamında tek modlu problemlere uygulanan ağırlıklı ortalama AS yöntemi çok modlu problemlere uygulanabilir.



KAYNAKLAR

- [1] **Birolini, A.**, *Reliability Engineering*, Springer, (1999).
- [2] **Tichy, M.** (1994), First-order Third-moment Reliability Method, *Structural Safety*, 16:189-200.
- [3] **Der Kiureghian A, Lin HZ, Hwang SJ.** (1987), Second-order Reliability Approximations, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 113(8):1208-25.
- [4] **Liu, J.S.**, *Monte Carlo Strategies in Scientific Computing*, Springer-Verlag, (2001).
- [5] **Melchers, R.E.** (1989), Importance Sampling in Structural Systems, *Structural Safety*, Vol. 6, 3-10.
- [6] **Lee, I., Lee, U., Ramu, P., Yadav, D., Bayrak, G., & Acar, E.** (2022). Small failure probability: principles, progress and perspectives. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 65(11), 326.
- [7] **Au, S. K., & Beck, J. L.** (2001). Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16(4), 263-277.
- [8] **Bucher, C.** (2009). Asymptotic sampling for high-dimensional reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 24(4), 504-510.
- [9] **Kaymaz, I.** (2005). Application of kriging method to structural reliability problems. *Structural Safety*, 27(2), 133-151.
- [10] **Xiao, N. C., Yuan, K., & Zhou, C.** (2020). Adaptive kriging-based efficient reliability method for structural systems with multiple failure modes and mixed variables. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 359, 112649.
- [11] **Zhou, Y., & Lu, Z.** (2020). An enhanced Kriging surrogate modeling technique for high-dimensional problems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 140, 106687.
- [12] **Gondal, Z. U. R., & Lee, J.** (2012). Reliability assessment using feed-forward neural network-based approximate meta-models. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*, 226(5), 448-454.

- [13] **Papadopoulos, V., Giovanis, D. G., Lagaros, N. D., & Papadrakakis, M.** (2012). Accelerated subset simulation with neural networks for reliability analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 223, 70-80.
- [14] **Basudhar, A., & Missoum, S.** (2010). An improved adaptive sampling scheme for the construction of explicit boundaries. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 42(4), 517-529.
- [15] **Kim, N.H., Ramu, P., and Queipo, N.V.,** *Tail Modeling in Reliability- Based Design Optimization for Highly Safe Structural Systems*, 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Newport, RI, AIAA 2006-1825, 2006.
- [16] **Jenkinson, A. F.** (1955). The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 81(348), 158-171.
- [17] **Hosking, J. R. M., Wallis, J. R., & Wood, E. F.** (1985). Estimation of the generalized extreme-value distribution by the method of probability-weighted moments. *Technometrics*, 27(3), 251-261.
- [18] **Zhangchun, T., Zhenzhou, L., Wang, P., & Feng, Z.** (2013). A mean extrapolation technique for high reliability analysis. *Applied Mathematics and Computation*, 222, 82-93.
- [19] **Zhangchun, T., Zhenzhou, L., & Wang, P.** (2014). Discussion on: Applications of asymptotic sampling on high dimensional structural dynamic problems: MT Sichani, SRK Nielsen and C. Bucher, Structural Safety, 33 (2011) 305–316. *Structural Safety*, (46), 8-10.
- [20] **Acar, E.** (2016). A reliability index extrapolation method for separable limit states. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 53(5):1099-1111.
- [21] **Kaveh, A., & Dadras Eslamlou, A.** (2019). An efficient method for reliability estimation using the combination of asymptotic sampling and weighted simulation. *Scientia Iranica*, 26(4: Special Issue Dedicated to Professor Abolhassan Vafai), 2108-2122.
- [22] **Hasofer, A. M.** (1974). An exact and invariant first order reliability format. *J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE*, 100(1), 111-121.
- [23] **Rackwitz, R., & Flessler, B.** (1978). Structural reliability under combined random load sequences. *Computers & Structures*, 9(5), 489-494.
- [24] **Breitung, K.** (1984). Asymptotic approximations for multinormal integrals. *Journal of Engineering Mechanics*, 110(3), 357-366.
- [25] **Tvedt, L.** (1990). Distribution of quadratic forms in normal space—application to structural reliability. *Journal of engineering mechanics*, 116(6), 1183-1197.

- [26] **Rubinstein, R. Y., & Kroese, D. P.** (2016). *Simulation and the Monte Carlo method* (Vol. 10). John Wiley & Sons.
- [27] **Wu, Y. T.** (1994). Computational methods for efficient structural reliability and reliability sensitivity analysis. *AIAA Journal*, 32(8), 1717-1723.
- [28] **Iman, R. L., & Conover, W. J.** (1982). A distribution-free approach to inducing rank correlation among input variables. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 11(3), 311-334.
- [29] **Koutsourelakis, P. S., Pradlwarter, H. J., & Schuëller, G. I.** (2004). Reliability of structures in high dimensions, part I: algorithms and applications. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 19(4), 409-417.
- [30] **Zhou, Y., Lu, Z., Cheng, K., & Shi, Y.** (2019). An expanded sparse Bayesian learning method for polynomial chaos expansion. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 128, 153-171.
- [31] **Diaz, P., Doostan, A., & Hampton, J.** (2018). Sparse polynomial chaos expansions via compressed sensing and D-optimal design. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 336, 640-666.
- [32] **Zhou, T., Peng, Y., & Li, J.** (2019). An efficient reliability method combining adaptive global metamodel and probability density evolution method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 131, 592-616.
- [33] **Jiang, C., Qiu, H., Yang, Z., Chen, L., Gao, L., & Li, P.** (2019). A general failure-pursuing sampling framework for surrogate-based reliability analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 183, 47-59.
- [34] **Chojaczyk, A. A., Teixeira, A. P., Neves, L. C., Cardoso, J. B., & Soares, C. G.** (2015). Review and application of artificial neural networks models in reliability analysis of steel structures. *Structural Safety*, 52, 78-89.
- [35] **Ayyub, B. M., & Chia, C. Y.** (1992). Generalized conditional expectation for structural reliability assessment. *Structural Safety*, 11(2), 131-146.
- [36] **Smarslok, B. P., Haftka, R. T., Carraro, L., & Ginsbourger, D.** (2010). Improving accuracy of failure probability estimates with separable Monte Carlo. *International Journal of Reliability and Safety*, 4(4), 393-414.
- [37] **Chaudhuri, A., & Haftka, R. T.** (2013). Separable Monte Carlo combined with importance sampling for variance reduction. *International Journal of Reliability and Safety*, 7(3), 201-215.
- [38] **Melchers, R. E., & Beck, A. T.**, *Structural reliability analysis and prediction*. John Wiley & Sons (2018).

- [39] **Rashki, M., Miri, M., & Moghaddam, M. A.** (2012). A new efficient simulation method to approximate the probability of failure and most probable point. *Structural Safety*, 39, 22-29.
- [40] **Pradlwarter, H. J., Schueller, G. I., Koutsourelakis, P. S., & Charmpis, D. C.** (2007). Application of line sampling simulation method to reliability benchmark problems. *Structural safety*, 29(3), 208-221.
- [41] **Ditlevsen, O., Melchers, R. E., & Gluwer, H.** (1990). General multi-dimensional probability integration by directional simulation. *Computers & Structures*, 36(2), 355-368.
- [42] **Nie, J., & Ellingwood, B. R.** (2004). A new directional simulation method for system reliability. Part I: application of deterministic point sets. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 19(4), 425-436.
- [43] **Zhang, X., Lu, Z., Yun, W., Feng, K., & Wang, Y.** (2020). Line sampling-based local and global reliability sensitivity analysis. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 61, 267-281.
- [44] **Nie, J., & Ellingwood, B. R.** (2000). Directional methods for structural reliability analysis. *Structural Safety*, 22(3), 233-249.
- [45] **Sichani, M. T., Nielsen, S. R., & Bucher, C.** (2011). Applications of asymptotic sampling on high dimensional structural dynamic problems. *Structural safety*, 33(4-5), 305-316.
- [46] **Sichani, M. T., Nielsen, S. R., & Bucher, C.** (2011). Efficient estimation of first passage probability of high-dimensional nonlinear systems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 26(4), 539-549.
- [47] **Ramu, P., Kim, N. H., & Haftka, R. T.** (2010). Multiple tail median approach for high reliability estimation. *Structural Safety*, 32(2), 124-137.
- [48] **Naess, A., Leira, B. J., & Batsevych, O.** (2009). System reliability analysis by enhanced Monte Carlo simulation. *Structural safety*, 31(5), 349-355.
- [49] **Naess, A., Leira, B. J., & Batsevych, O.** (2012). Reliability analysis of large structural systems. *Probabilistic engineering mechanics*, 28, 164-168.
- [50] **Matheron, G.** (1973). The intrinsic random functions and their applications. *Advances in applied probability*, 5(3), 439-468.
- [51] **Sun, Z., Wang, J., Li, R., & Tong, C.** (2017). LIF: A new Kriging based learning function and its application to structural reliability analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 157, 152-165.
- [52] **Ramu, P., Thananjayan, P., Acar, E., Bayrak, G., Park, J. W., & Lee, I.** (2022). A survey of machine learning techniques in structural and multidisciplinary optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 65(9), 266.

- [53] **Elhewy, A. H., Mesbahi, E., & Pu, Y.** (2006). Reliability analysis of structures using neural network method. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 21(1), 44-53.
- [54] **Zhang, D., Lin, J., Peng, Q., Wang, D., Yang, T., Sorooshian, S., ... & Zhuang, J.** (2018). Modeling and simulating of reservoir operation using the artificial neural network, support vector regression, deep learning algorithm. *Journal of Hydrology*, 565, 720-736.
- [55] **Vapnik, V.**, *The nature of statistical learning theory*. Springer science & business media, (1999).
- [56] **Roy, A., Manna, R., & Chakraborty, S.** (2019). Support vector regression based metamodeling for structural reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 55, 78-89.
- [57] **Bayrak, G. & Acar, E.** (2018). Reliability estimation using Markov chain Monte Carlo-based tail modeling. *AIAA Journal*, 56(3), 1211-1224.
- [58] **Gasser, C. & Bucher, C.** (2018). An optimized strategy for using asymptotic sampling for reliability analysis. *Structural safety*, 71, 33-40.
- [59] **Iman, R. L., & Conover, W. J.** (1982). A distribution-free approach to inducing rank correlation among input variables. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 11(3), 311-334.
- [60] **Florian, A.** (1992). An efficient sampling scheme: updated latin hypercube sampling. *Probabilistic engineering mechanics*, 7(2), 123-130.
- [61] **Bratley, P., & Fox, B. L.** (1988). Algorithm 659: Implementing Sobol's quasirandom sequence generator. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 14(1), 88-100.
- [62] **Halton, J. H.** (1960). On the efficiency of certain quasi-random sequences of points in evaluating multi-dimensional integrals. *Numerische Mathematik*, 2(1), 84-90.
- [63] **Fang, K. T., Wang, Y., & Bentler, P. M.** (1994). Some applications of number-theoretic methods in statistics. *Statistical Science*, 416-428.
- [64] **Sykes, A. O.**, *An introduction to regression analysis*, (1993).
- [65] **Rasmussen, C. E., & Williams, C. K.** (2004). Gaussian processes in machine learning. *Lecture notes in computer science*, 3176, 63-71.
- [66] **Schulz, E., Speekenbrink, M., & Krause, A.** (2018). A tutorial on Gaussian process regression: Modelling, exploring, and exploiting functions. *Journal of Mathematical Psychology*, 85, 1-16.
- [67] **MacKay, D. J.** (1998). Introduction to Gaussian processes. *NATO ASI series F computer and systems sciences*, 168, 133-166.

- [68] **Gunn, S. R.** (1998). Support vector machines for classification and regression. *ISIS technical report*, 14(1), 5-16.
- [69] **Vapnik, V., Golowich, S., & Smola, A.**, *Support vector method for function approximation, regression estimation and signal processing*. Advances in neural information processing systems, (1996).
- [70] **Matheron, G.** (1963). Principles of geostatistics. *Economic geology*, 58(8), 1246-1266.
- [71] **Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J., & Wynn, H. P.** (1989). Design and analysis of computer experiments. *Statistical science*, 4(4), 409-423.
- [72] **Simpson, T. W., Poplinski, J. D., Koch, P. N., & Allen, J. K.** (2001). Metamodels for computer-based engineering design: survey and recommendations. *Engineering with computers*, 17, 129-150.
- [73] **Simpson, T. W., Mauery, T. M., Korte, J. J., & Mistree, F.** (2001). Kriging models for global approximation in simulation-based multidisciplinary design optimization. *AIAA journal*, 39(12), 2233-2241.
- [74] **Bayrak, G., & Acar, E.** (2021). A critical evaluation of asymptotic sampling method for highly safe structures. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 64(5), 3037-3061.
- [75] **Zhang, Y., Kim, N. H., Park, C. Y., & Haftka, R. T.** (2015). One-Dimensional Function Extrapolation Using Surrogates. In *11th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimisation (WCSMO)*, Sydney, Australia, June (pp. 7-12).
- [76] **Bayrak, G. & Acar, E.** (2021). Asymptotic Sampling Regression with Machine Learning and Surrogate Modeling Techniques. *International Conference on Engineering Technologies*, Konya, Türkiye, November 2021.
- [77] **Acar, E., & Rais-Rohani, M.** (2009). Ensemble of metamodels with optimized weight factors. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 37(3), 279-294.
- [78] **Strömberg, N.** (2021). Comparison of optimal linear, affine and convex combinations of metamodels. *Engineering Optimization*, 53(4), 702-718.
- [79] **Breiman, L.** (1996). *Stacked regressions*. *Machine Learning*, 24(1), 49–64.
- [80] **Viana, F. A., Haftka, R. T., & Steffen, V.** (2009). Multiple surrogates: how cross-validation errors can help us to obtain the best predictor. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 39(4), 439-457.
- [81] **Chernick, M. R.**, *Bootstrap methods: A guide for practitioners and researchers*, John Wiley & Sons, (2011).

- [82] **Picheny, V., Kim, N.H. and Haftka, R.T.** (2010). Application of bootstrap method in conservative estimation of reliability with limited samples. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol 41(2), 205–217.
- [83] **Wu, Y. T., Shin, Y., Sues, R., & Cesare, M.** (2001). Safety-factor based approach for probability-based design optimization. In *19th AIAA applied aerodynamics conference* (p. 1522).
- [84] **Creveling, C. M.**, *Tolerance design: a handbook for developing optimal specifications*. Prentice Hall, (1997).
- [85] **Lee, S. H., & Kwak, B. M.** (2006). Response surface augmented moment method for efficient reliability analysis. *Structural safety*, 28(3), 261-272.
- [86] **Song, S., Lu, Z., & Qiao, H.** (2009). Subset simulation for structural reliability sensitivity analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(2), 658-665.
- [87] **Huang, B., & Du, X.** (2006). Uncertainty analysis by dimension reduction integration and saddlepoint approximations. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 28, pp. 26-33.
- [88] **Farkas, J.** (1986). Economy of higher-strength steels in overhead travelling cranes with double-box girders. *Journal of Constructional Steel Research*, 6(4), 285-301.
- [89] **Van Hai, T., Thu, N. H., Tuan, H. D., & Van Hiu, P.** (2020). Failure probability analysis of overhead crane bridge girders within uncertain design parameters. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE)-HUCE*, 14(3), 125-135.



EKLER

EK 1: Örnek Problemlerin Güvenilirlik Seviyeleri

EK 2: Tüm Örnek Problemler ve Tüm Güvenilirlik Seviyeleri için *NFE* ve RMSE Grafikleri

EK 3: Tüm Örnek Problemler ve Tüm Güvenilirlik Seviyeleri için Standart Sapma ve RMSE Sonuçları





EK 1

Tüm sayısal örnek problemler için, LSF'de uygun bir terim değiştirilerek beş farklı güvenilirlik seviyesi elde edilmektedir (bkz. Çizelge Ek. 1). Çizelge Ek. 1'de verilen güvenilirlik indisi değerleri sırasıyla; 4, 4,5, 5, 5,5 ve 6 için 10^7 , 10^8 , 10^9 , 10^{10} ve 10^{11} örneklem büyüklüğüne sahip Monte Carlo simülasyonları kullanılarak tahmin edilmiştir.

Çizelge Ek. 1: Örnek problemler için güvenilirlik seviyeleri.

ID	Problem	Terim ^a	Değer ^b	β^c	Değer ^b	β^c	Değer ^b	β^c	Değer ^b	β^c	Değer ^b	β^c
1	Bağlantı elemanı	μ_R	60	4,00	55	4,50	50	5,00	45	5,50	40	6,00
2	Ankastre kiriş	D_0	2,50	4,03	2,62	4,51	2,75	5,00	2,89	5,54	3,04	6,05
3	Merkezi çatlaklı plaka	\bar{K}_{IC}	52	4,01	57	4,52	63	5,01	70	5,52	79	6,04
4	Fortini'nin kavraması	y_{crit}	4,05	4,02	3,55	4,53	3,02	5,01	2,31	5,50	1,20	6,04
5	Çatı makası	c	0,0360	4,07	0,0378	4,53	0,0400	5,01	0,0425	5,50	0,0466	6,07
6	I kiriş	\bar{S}	410×10^3	4,07	490×10^3	4,50	630×10^3	5,01	880×10^3	5,49	1700×10^3	6,06

^aLSF'de güvenilirlik seviyesini değiştirmeye yarayan terim.

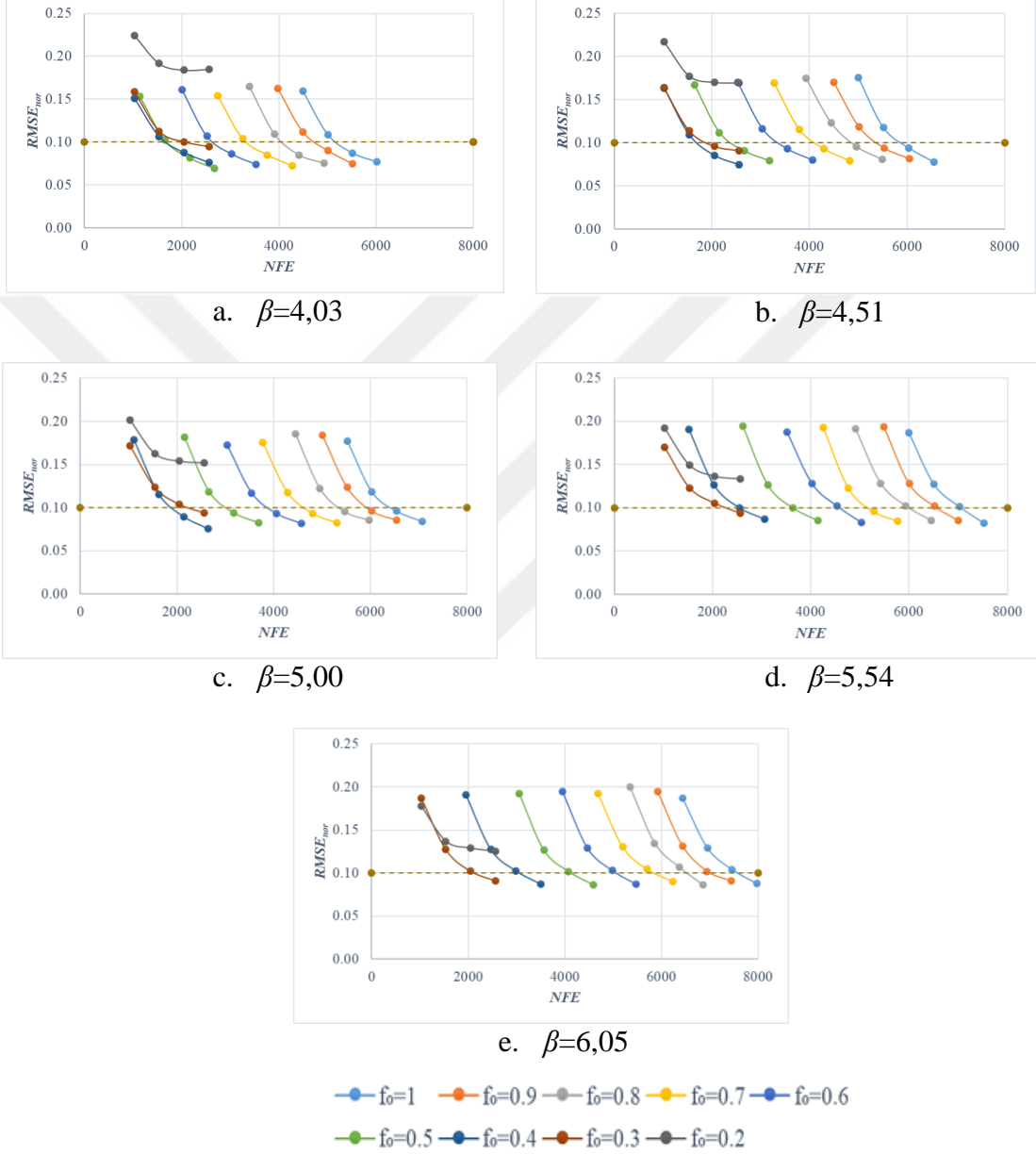
^bLSF'deki terimin değeri.

^cKarşılık gelen güvenilirlik indisi.

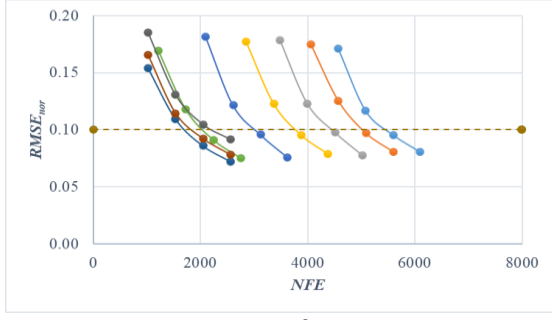


EK 2

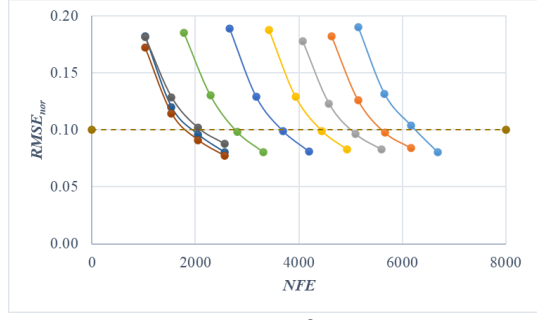
Örnek problemlerin tüm güvenilirlik seviyeleri için farklı f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri Şekil Ek.1'den Ek.6'ya kadar verilmiştir. Tüm örnek problemler için tüm güvenilirlik seviyelerinde $f_0=0.2$ olduğunda $RMSE_{nor}$ değerlerinin büyük ölçüde arttığı görülmektedir. Bu nedenle f_0 'ın 0,2'nin altındaki değerleri incelenmemiştir.



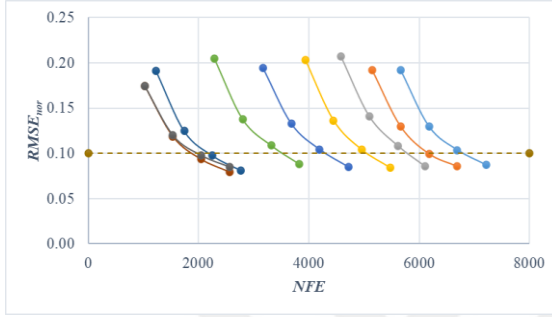
Şekil Ek. 1: Ankastré giriş problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri.



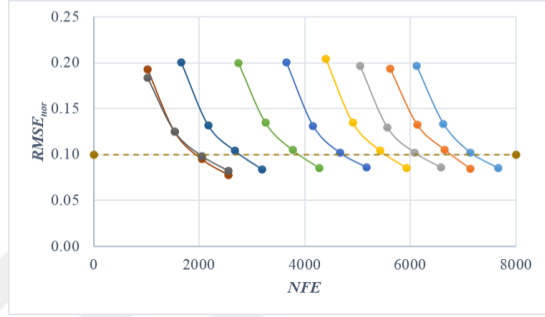
a. $\beta=4,01$



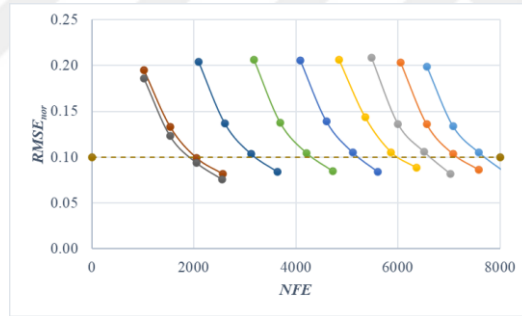
b. $\beta=4,52$



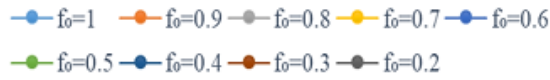
c. $\beta=5,01$



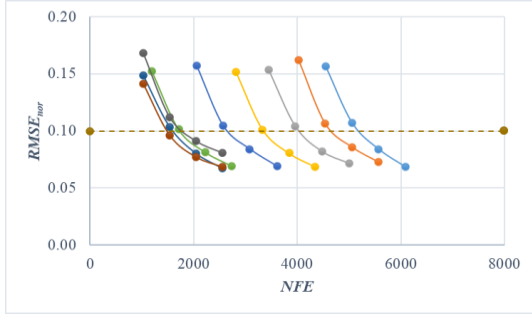
d. $\beta=5,52$



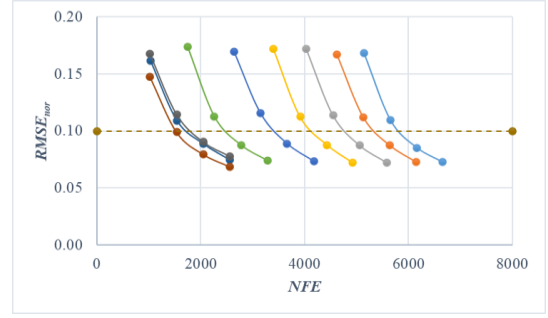
e. $\beta=6,04$



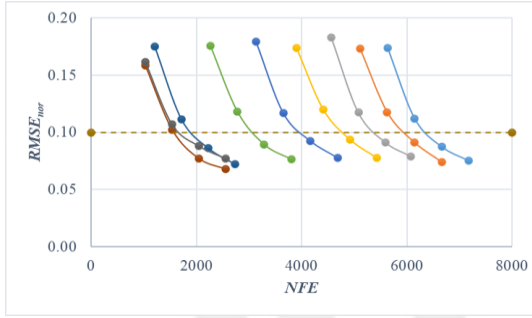
Şekil Ek. 2: Merkezi çatlaklı plaka problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri.



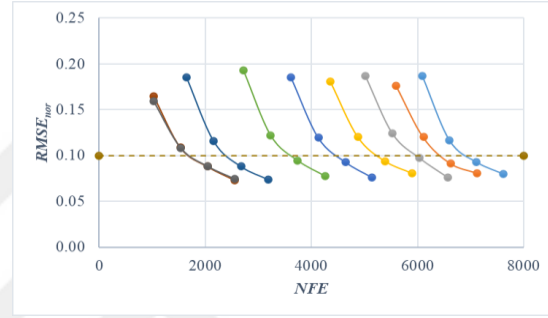
a. $\beta=4,00$



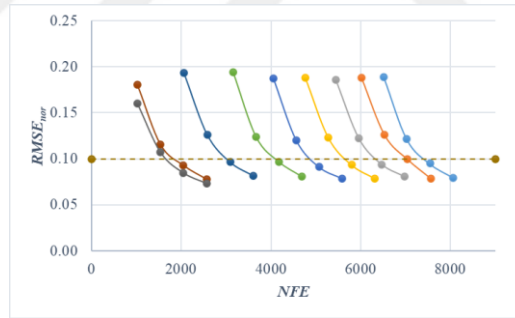
b. $\beta=4,50$



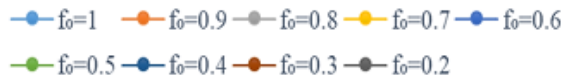
c. $\beta=5,00$



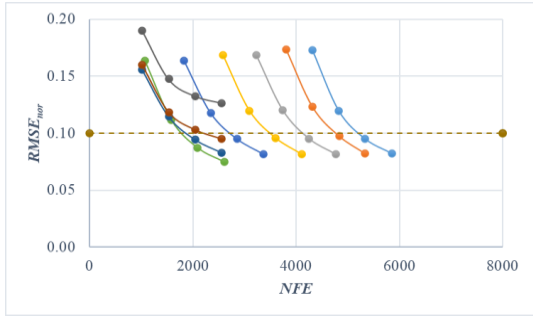
d. $\beta=5,50$



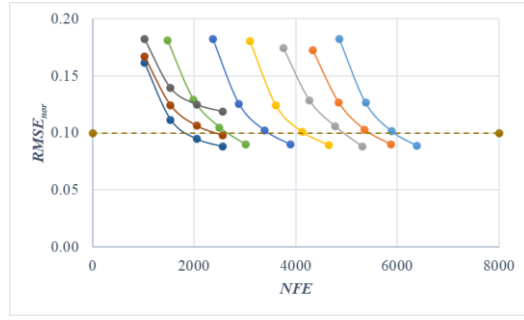
e. $\beta=6,00$



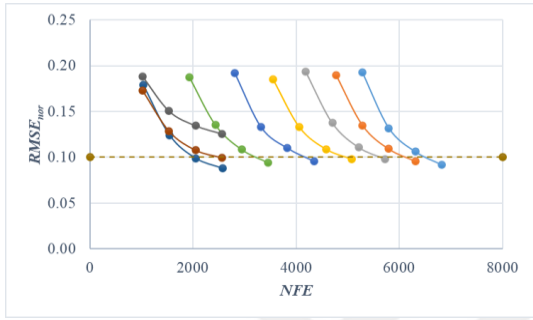
Şekil Ek. 3: Bağlantı elemanı problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri.



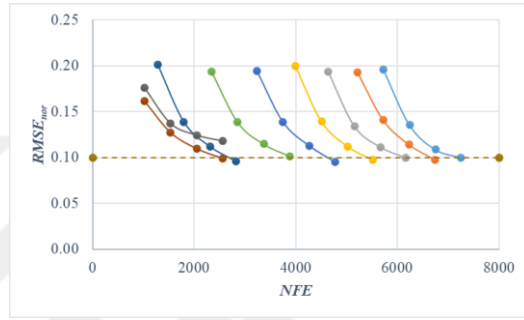
a. $\beta=4,02$



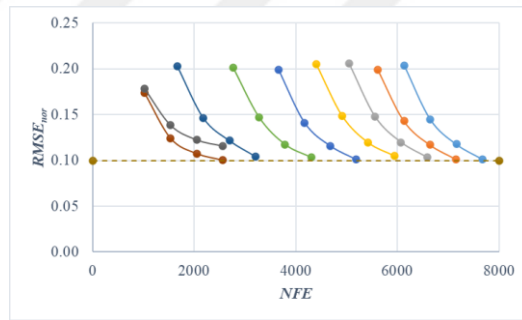
b. $\beta=4,53$



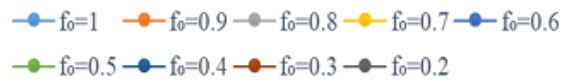
c. $\beta=5,01$



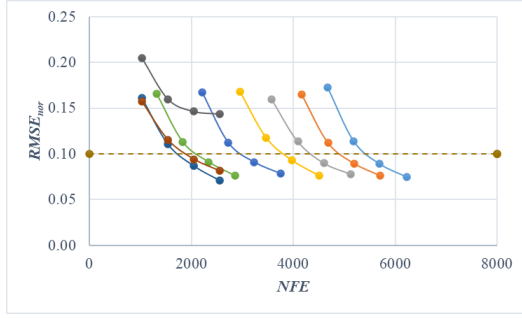
d. $\beta=5,50$



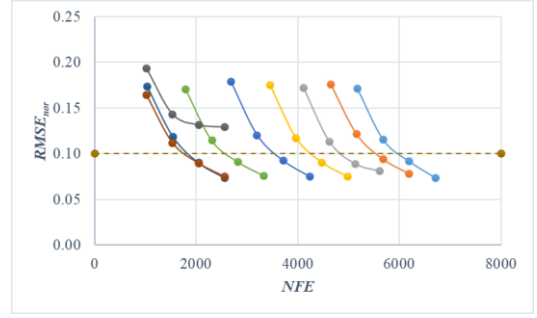
e. $\beta=6,04$



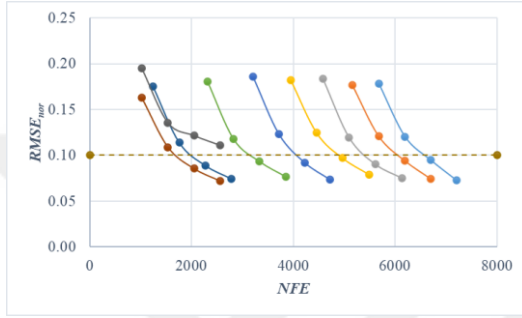
Şekil Ek. 4: Fortini'nin kavrama problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri.



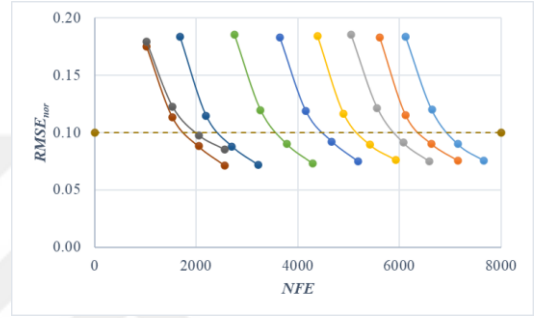
a. $\beta=4,07$



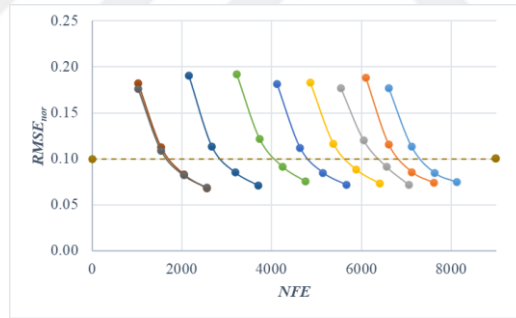
b. $\beta=4,50$



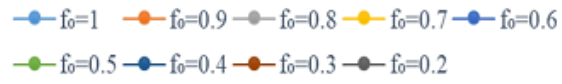
c. $\beta=5,01$



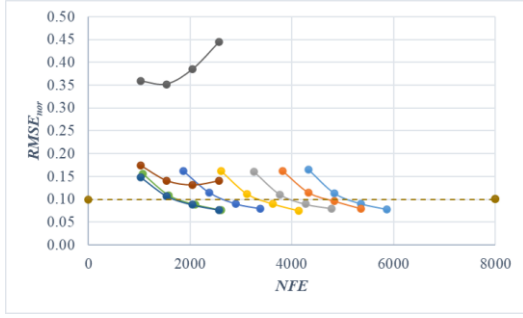
d. $\beta=5,49$



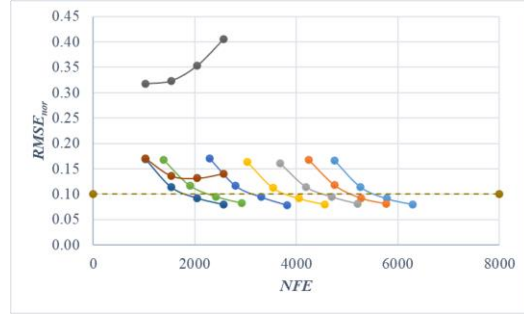
e. $\beta=6,06$



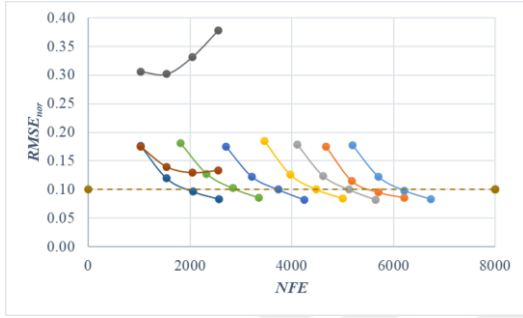
Şekil Ek. 5: I kiris problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri.



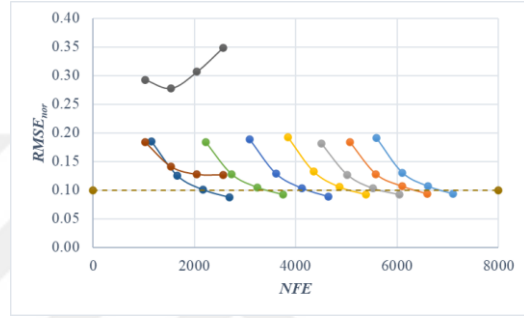
a. $\beta=4,07$



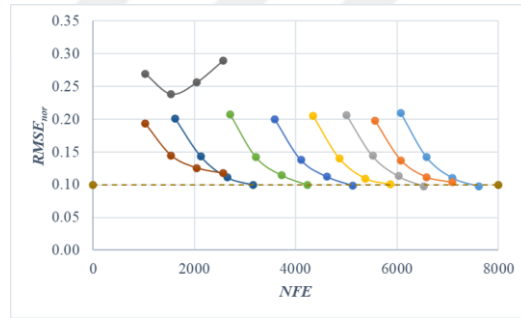
b. $\beta=4,53$



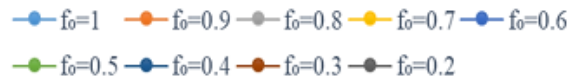
c. $\beta=5,01$



d. $\beta=5,50$



e. $\beta=6,07$



Şekil Ek. 6: Çatı makası problemi için f_0 değerlerine karşılık gelen NFE değerleri.

EK 3

Tüm örnek problemler için standart sapmalar ve RMSE değerleri aşağıda verilmiştir.

Çizelge Ek. 2: Tüm güvenilirlik seviyeleri için ankastre kiriş probleminin sonuçları.

<i>Güv. İndisi (β)</i>		4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
Ortalama	β'nın standard sapması (bootstrap ile)	0,451	0,556	0,591	0,912	0,831
	β'nın standard sapması	0,346	0,383	0,449	0,559	0,621
	RMSE	0,358	0,390	0,453	0,560	0,627
Dışbükey	β'nın standard sapması (bootstrap ile)	0,223	0,269	0,278	0,449	0,388
	β'nın standard sapması	0,207	0,227	0,243	0,302	0,322
	RMSE	0,228	0,246	0,261	0,333	0,349
Afin	β'nın standard sapması (bootstrap ile)	0,095	0,113	0,110	0,185	0,167
	β'nın standard sapması	0,148	0,162	0,204	0,215	0,220
	RMSE	0,291	0,278	0,263	0,349	0,442
En iyi model (<i>nor q₃</i>)	RMSE	0,228	0,246	0,261	0,333	0,349

Çizelge Ek. 3: Tüm güvenilirlik seviyeleri için merkezi çatlaklı plaka probleminin sonuçları.

<i>Güv. İndisi (β)</i>		4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
Ortalama	<i>β'nın standard sapması (bootstrap ile)</i>	0,567	0,575	0,582	0,752	0,998
	<i>β'nın standard sapması</i>	0,349	0,437	0,493	0,577	0,628
	RMSE	0,348	0,438	0,494	0,580	0,630
Dışbükey	<i>β'nın standard sapması (bootstrap ile)</i>	0,287	0,266	0,260	0,334	0,426
	<i>β'nın standard sapması</i>	0,208	0,231	0,267	0,284	0,305
	RMSE	0,208	0,231	0,268	0,285	0,305
Afin	<i>β'nın standard sapması (bootstrap ile)</i>	0,111	0,100	0,103	0,138	0,169
	<i>β'nın standard sapması</i>	0,162	0,201	0,218	0,215	0,309
	RMSE	0,162	0,202	0,220	0,217	0,313
En iyi model (nor q_3)	RMSE	0,208	0,231	0,268	0,285	0,305

Çizelge Ek. 4: Tüm güvenilirlik seviyeleri için bağlantı elemanı probleminin sonuçları.

<i>Güv. İndisi (β)</i>		4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
Ortalama	β'nin standard sapması (bootstrap ile)	0,623	0,529	0,352	0,676	0,857
	β'nin standard sapması	0,325	0,403	0,435	0,488	0,580
	RMSE	0,325	0,403	0,435	0,490	0,583
Dışbükey	β'nin standard sapması (bootstrap ile)	0,276	0,247	0,165	0,316	0,364
	β'nin standard sapması	0,182	0,204	0,220	0,271	0,275
	RMSE	0,182	0,204	0,220	0,272	0,275
Afin	β'nin standard sapması (bootstrap ile)	0,117	0,097	0,072	0,125	0,144
	β'nin standard sapması	0,149	0,161	0,167	0,189	0,219
	RMSE	0,149	0,161	0,167	0,189	0,219
En iyi model (<i>nor q₃</i>)	RMSE	0,182	0,204	0,220	0,272	0,275

Çizelge Ek. 5: Tüm güvenilirlik seviyeleri için Fortini'nin kavrama probleminin sonuçları.

<i>Güv. İndisi (β)</i>		4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
Ortalama	β 'nın standard sapması (bootstrap ile)	0,528	0,595	0,547	0,946	0,721
	β 'nın standard sapması	0,357	0,387	0,440	0,537	0,591
	RMSE	0,383	0,431	0,499	0,620	0,738
Dışbükey	β 'nın standard sapması (bootstrap ile)	0,295	0,299	0,282	0,482	0,327
	β 'nın standard sapması	0,197	0,235	0,244	0,280	0,294
	RMSE	0,286	0,381	0,428	0,506	0,611
Afin	β 'nın standard sapması (bootstrap ile)	0,098	0,118	0,123	0,154	0,139
	β 'nın standard sapması	0,146	0,175	0,162	0,189	0,203
	RMSE	0,319	0,433	0,476	0,549	0,682
En iyi model (nor q_3)	RMSE	0,286	0,381	0,428	0,506	0,611

Çizelge Ek. 6: Tüm güvenilirlik seviyeleri için I giriş probleminin sonuçları.

<i>Güv. İndisi (β)</i>		4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
Ortalama	β'nın standard sapması (bootstrap ile)	0,523	0,833	0,660	0,799	0,842
	β'nın standard sapması	0,358	0,408	0,448	0,482	0,521
	RMSE	0,357	0,409	0,451	0,486	0,521
Dışbükey	β'nın standard sapması (bootstrap ile)	0,267	0,420	0,306	0,372	0,399
	β'nın standard sapması	0,211	0,245	0,248	0,275	0,289
	RMSE	0,219	0,255	0,255	0,283	0,293
Afin	β'nın standard sapması (bootstrap ile)	0,103	0,140	0,115	0,152	0,144
	β'nın standard sapması	0,170	0,185	0,221	0,210	0,221
	RMSE	0,208	0,215	0,248	0,232	0,231
En iyi model (<i>nor q₃</i>)	RMSE	0,219	0,255	0,255	0,283	0,293

Çizelge Ek. 7: Tüm güvenilirlik seviyeleri için çatı makası probleminin sonuçları.

<i>Güv. İndisi (β)</i>		4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
Ortalama	<i>β'nın standard sapması (bootstrap ile)</i>	0,409	0,521	0,711	0,568	0,900
	<i>β'nın standard sapması</i>	0,361	0,419	0,482	0,523	0,624
	RMSE	0,362	0,422	0,489	0,554	0,678
Dışbükey	<i>β'nın standard sapması (bootstrap ile)</i>	0,193	0,269	0,369	0,290	0,445
	<i>β'nın standard sapması</i>	0,214	0,242	0,275	0,272	0,321
	RMSE	0,436	0,474	0,519	0,594	0,671
Afin	<i>β'nın standard sapması (bootstrap ile)</i>	0,080	0,118	0,155	0,130	0,174
	<i>β'nın standard sapması</i>	0,165	0,169	0,183	0,251	0,217
	RMSE	0,640	0,731	0,779	0,761	0,859
En iyi model (nor q_3)	RMSE	0,436	0,474	0,519	0,594	0,671

Çizelge Ek. 8: Tüm güvenilirlik seviyeleri için vinç köprüsü probleminin sonuçları.

<i>Güv. İndisi (β)</i>		4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
Ortalama	β'nin standard sapması (bootstrap ile)	-	0,490	-	-	0,827
	β'nin standard sapması	-	0,432	-	-	0,632
	RMSE	-	0,437	-	-	0,632
Dışbükey	β'nin standard sapması (bootstrap ile)	-	0,239	-	-	0,504
	β'nin standard sapması	-	0,263	-	-	0,350
	RMSE	-	0,264	-	-	0,366
Afin	β'nin standard sapması (bootstrap ile)	-	0,097	-	-	0,155
	β'nin standard sapması	-	0,196	-	-	0,232
	RMSE	-	0,218	-	-	0,301
En iyi model (<i>nor q₃</i>)	RMSE	-	0,264	-	-	0,366

